

## IH-Jar의 열해석에 관한 연구 A Study on the heat analysis of Induction Heating Jar

이재복\*  
Jae-Bok Lee\*

<Abstract>

In this paper, the magneto-thermal analysis of an induction heating jar is presented as an efficient design. The magnetic field inside the axisymmetric shaped cooker is analyzed using an axisymmetric FEM(Finite Element Method) and the effectual heat source is obtained by calculation of the induction current in the Jar. The temperature distribution can be calculated using the heat source and heat equation.

*Key words : FEM, Jar, heat, axisymmetric*

### 1. 서론

최근 유도가열 조리기(Induction Heating Jar : IH-Jar)는 높은 효율과 빠른 가열시간, 가열 부위 조정의 용이성 등으로 인해 많은 각광을 받고 있다<sup>1)2)</sup>.

유도가열 조리기의 용기표면에서 원하는 온도분포를 얻기 위한 최적설계를 위해서는 조리기 내의 정확한 자장계산과 열해석이 선행되어야 한다. 그러나 현재 산업현장의 설계방법은 경험에 의존하고 있으며, 특히 빈번한 시행착오가 발생함으로써 시간과 비용의 낭비가 증가되고 있는 실정이다. 따라서, 시간과 비용의 절감을 위해 정확한 자장계산과 열해석에 기초한 정밀 설계기법의 개발이 지속적으로 요구되고 있다<sup>3)-6)</sup>. 여기에 대응하기 위해, 본 연구에서는 전자장 수치해석 방법중 해석모델의 복잡한 형상

을 쉽게 고려할 수 있는 유한요소법을 이용하여 IH-Jar 내의 자장해석을 행하고 계산된 와전류 분포로부터 열원을 계산하여 피가열 용기 내부의 온도분포를 구하였다.

### 2. 본론

#### 2.1 자장해석

IH-Jar의 경우 그 구조가 원주방향으로 같은 형상을 가지는 축대칭형이므로 축대칭 유한요소법을 적용할 수 있다. 먼저 입력전류가 정현파인 와전류 문제의 지배방정식은 맥스웰의 방정식으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times \nabla \times \vec{A} + j\omega\sigma\vec{A} = \vec{J}_0 \quad (1)$$

위 식에서  $\vec{A}$ 는 자기벡터포텐셜,  $\mu, \sigma$ 는 각각

\* 정회원 : 삼척대학교 화학공학과 교수, 工博  
한양대학교 대학원 졸업  
245-711/강원도 삼척시 교동 산 253번지

\* Professor, Dept. of Chemical Eng.  
Samchok National University  
E-mail : jblee@samchok.ac.kr

매질의 비투자율과 도전을,  $J_0, \omega$ 는 각각 정현파 입력전류의 크기와 각주파수이다.

유한요소 정식화를 위하여 Galerkin법을 적용하고 벡터등식과 경계조건을 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\int_v \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{W}_i \cdot \nabla \times \vec{A}) dv + \int_v j\omega\sigma \vec{W}_i \cdot \vec{A} dv = \int_v \vec{J}_0 \cdot \vec{W}_i dv \quad (2)$$

위 식에서  $W_i$ 는 가중함수이다. 축대칭 3차원 문제이므로 원통좌표계를 도입하면 전류나 자기벡터포텐셜, 가중함수들은 모두 다음과 같이 표기된다.

$$\vec{J}_0 = J_0 \hat{\theta}, \quad \vec{A} = A \hat{\theta}, \quad \vec{W}_i = W_i \hat{\theta} \quad (3)$$

식(3)을 식(2)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\mu} \int \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial(rA)}{\partial z} \frac{\partial(rW_i)}{\partial z} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \frac{\partial(rW_i)}{\partial r} \right) r dr dz \\ & + 2\pi j\omega\sigma \int W_i A r dr dz \\ & = 2\pi \int J_0 W_i r dr dz \end{aligned} \quad (4)$$

를 구할 수 있다. 식(4)에서  $A_R = rA$ 를 상태변수로,  $N_i = rW_i$ 를 형상함수로 써서 정리하면

$$\int \frac{1}{\mu r} \left( \frac{\partial A_R}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} + \frac{\partial A_R}{\partial r} \frac{\partial N_i}{\partial r} \right) dr dz + j\omega\sigma \int \frac{1}{r} N_i A_R dr dz = \int J_0 N_i dr dz \quad (5)$$

이 된다. 요소 행렬을 만들기 위하여 삼각형 요소 내에서의 형상함수를 다음과 같이 1차 함수로 근사화 시킬 수 있다.

$$N_i = \frac{b_i + c_i r + d_i z}{2\Delta} \quad (6)$$

여기서  $\Delta$ 는 삼각형요소의 면적이다.

그리고 요소내의 상태변수는 위의 형상함수를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$A_R^e = \sum_{j=1}^3 N_j A_{Rj} \quad (7)$$

여기서  $A_{Rj}$ 는 삼각형 요소 각 절점에서의 상태변수 값이다. 식(6)과 식(7)을 식(5)에 대입함으로써 식(8)의 요소행렬을 만들 수 있다.

$$K^e A^e = f^e \quad (8)$$

여기서,

$$K_{ij}^e = \frac{1}{4\mu\Delta r_0} (c_i c_j + d_i d_j) + j \frac{\omega\sigma\Delta}{3r_0} (1 + \delta_{ij})$$

$$f_i^e = \frac{J_0\Delta}{3} \text{ 이다.}$$

식(8)을 전체영역에 대하여 조립하면 다음과 같은 시스템 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[K][A] = [f] \quad (9)$$

이 시스템 행렬식을 풀면 각 절점에서의 자기벡터포텐셜, 와전류값 그리고 열원을 계산할 수 있다. 이상의 해석이론을 IH-Jar에 적용하기 위한 해석모델과 물질상수를 각각 Fig.1과 Table 1에 나타내었다.

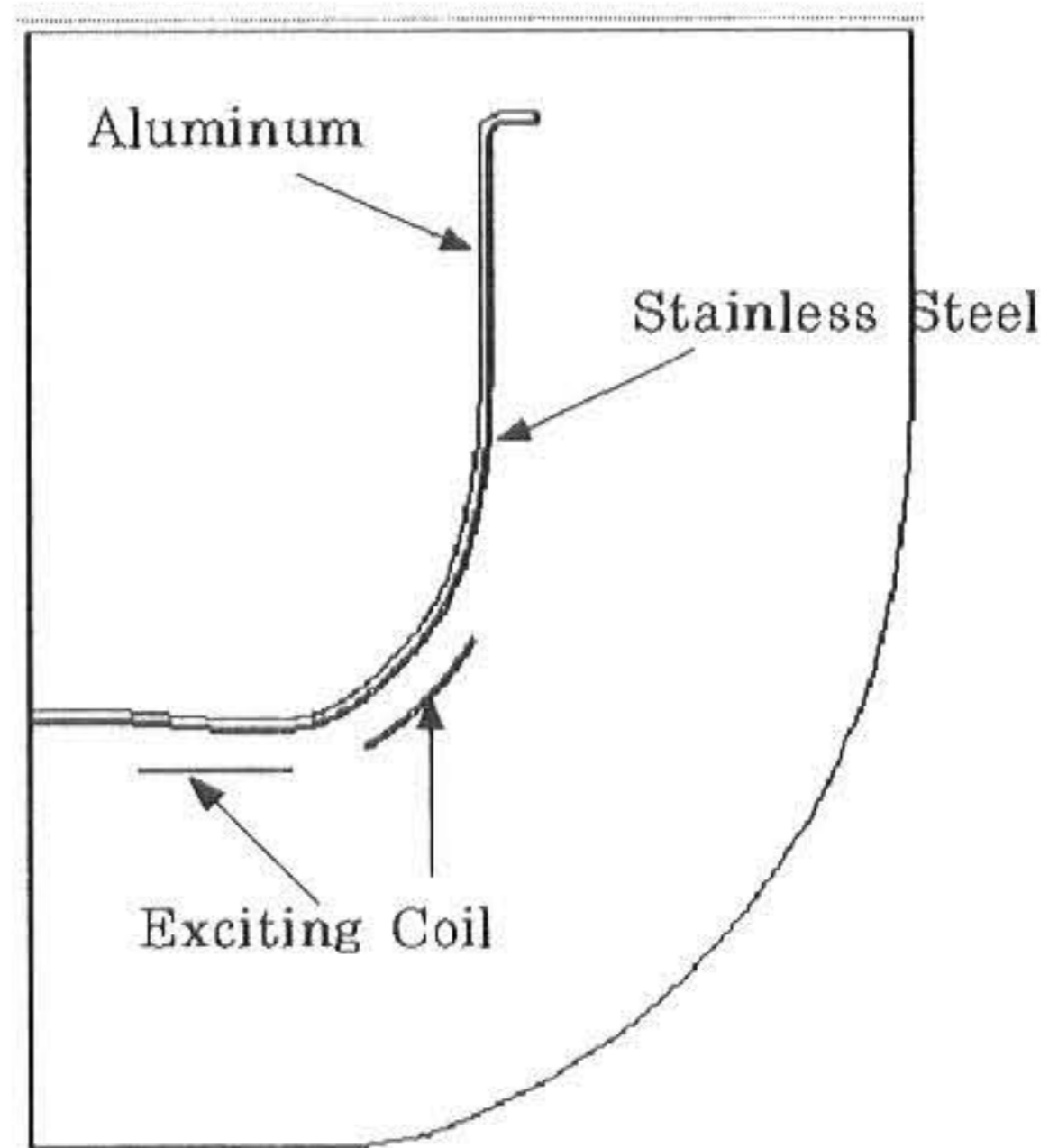


Fig. 1 The analysis model of IH-Jar

Table 1. The substance constant of IH-Jar

재 질 물질상수	stainless steel	aluminium
비투자율 ( $\mu_r$ )	1(case 1) 100(case 2)	1
저항율 ( $[\Omega \cdot m]$ )	$0.6 \times 10^{-6}$	$0.25 \times 10^{-7}$
전도도 ( $[W/m/^\circ C]$ )	30	204
비열 ( $[J/m^3/^\circ C]$ )	$1.85 \times 10^6$	$2.32 \times 10^6$

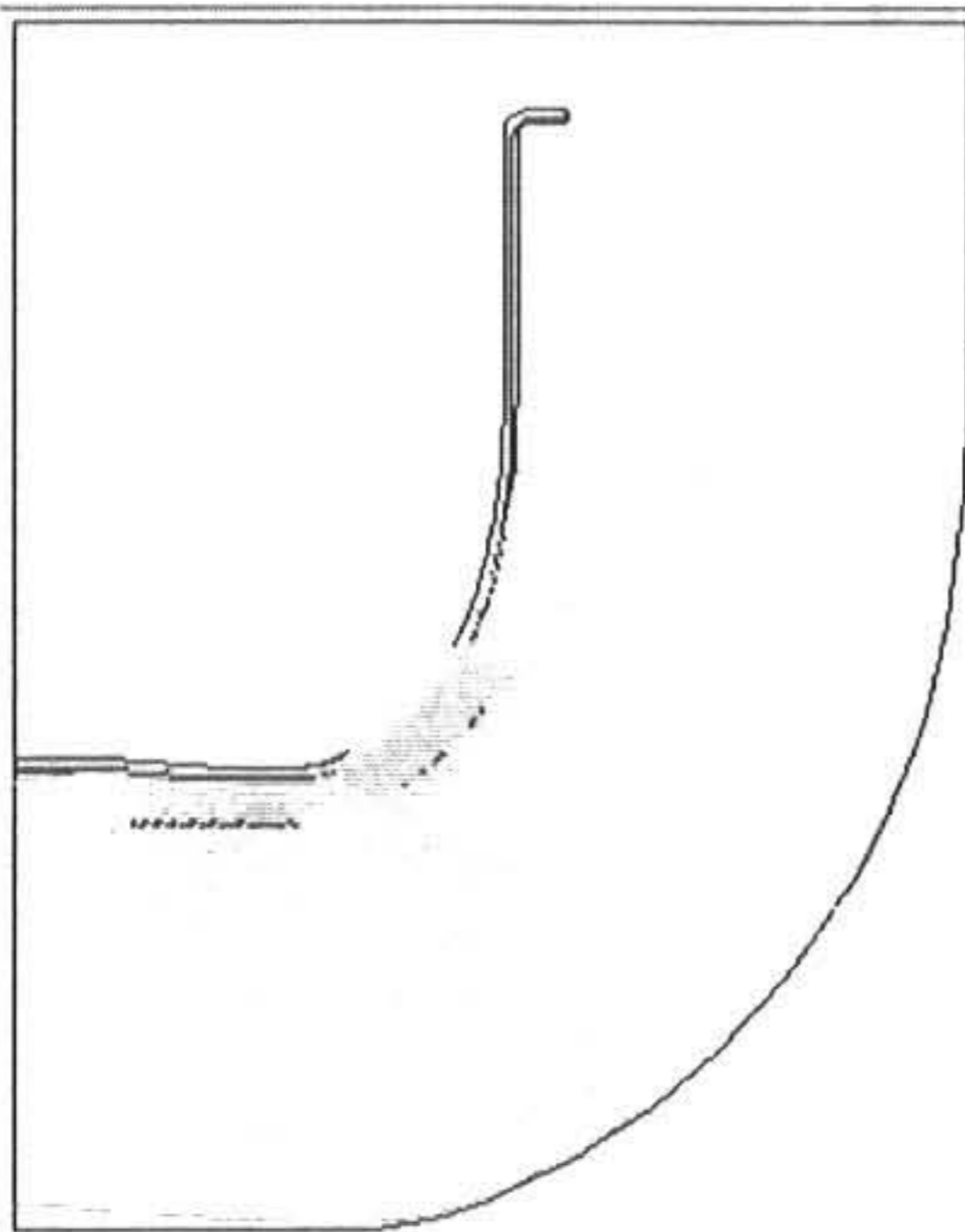


Fig. 2 Flux lines(Case 1.)

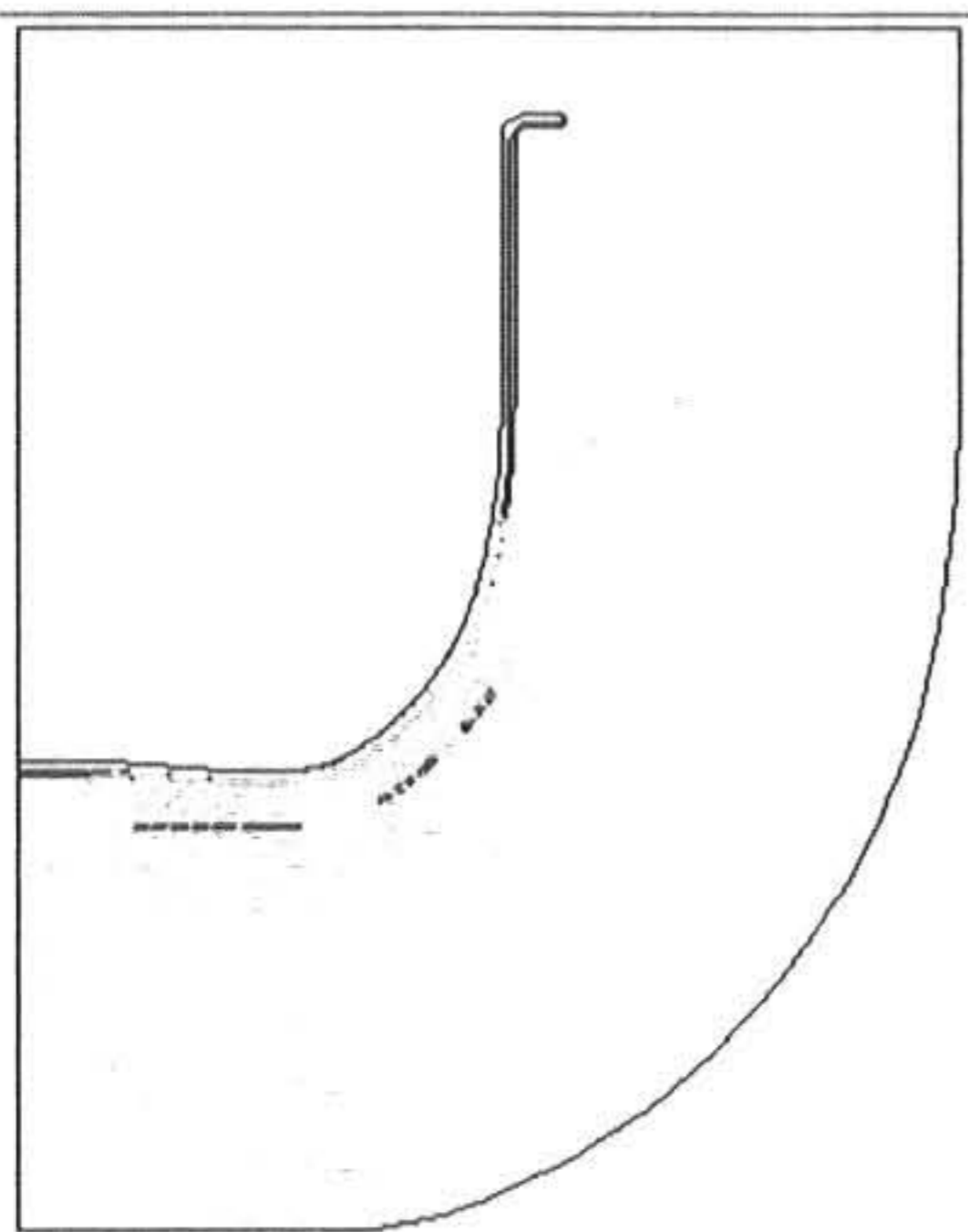


Fig. 3 Flux lines(Case 2.)

Fig.2와 Fig.3은 자장해석이 끝난 후 자속분포이며, 용기의 안쪽에는 자계가 거의 침투하지 못하는 것을 알 수 있다. 이는 stainless steel의 표피효과에 의한 자계 차폐효과가 크기 때문으로 보인다.

### 2.2 열원계산

자장해석으로 벡터포텐셜 A의 분포를 구함으로써, 유도전류가 발생하는 부분의 단위체적당 열발생율(열원)  $h_s [W/m^3]$ 은 다음과 같이 구할 수 있다. 먼저 와전류  $J_e$ 는 오옴의 법칙으로부터 식(10)과 같다.

$$J_e = \sigma E_e = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t} = -j\omega\sigma A \quad (10)$$

그리고 평균 열발생율  $h_s$ 는 식(11)과 같다.

$$h_s = \frac{|J_e|^2}{\sigma} = \omega^2 \sigma |A|^2 = \omega^2 \sigma A A^* \quad (11)$$

따라서 총 열발생율은 각각의 주파수에 의한 열발생율의 합이되며, 식(12)와 같다.

$$h_{s \text{ total}} = \sum_n h_{sn} = \sum_n \omega_n^2 \sigma A_n A_n^* \quad (12)$$

### 2.3 열해석

#### 2.3.1 유한요소정식화

축대칭 3차원 유한요소법을 열해석에 적용하기 위해 다음과 같은 정식화 방법을 이용한다. 먼저, 정상상태에서의 축대칭 열전도 방정식은 식(13)과 같다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (kr \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (k \frac{\partial T}{\partial z}) = -S_t \quad (13)$$

여기서,  $S_t$  : 단위체적당 열 발생율 ( $W/m^3$ )  
 $k$  : 열전도도 ( $W/m \cdot K$ )

그리고 열전도해석의 경우 대류가열을 고려한 혼합경계조건은 식(14)와 같이 표현된다.

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_\infty) \quad (14)$$

여기서,  $h$  : 열전달계수 ( $W/m^2 \cdot K$ )  
 $T$  : 경계표면의 온도  
 $T_\infty$  : 유체의 온도

$$\bar{f}^e = \int_{A_2^e} g N^{et} dS \quad (22)$$

여기서,  $\sigma = \frac{h}{k}$ ,  $g = \frac{hT_\infty}{k}$  이다.

식(13)의 양변에  $r$ 을 곱해서 정리하면 식(15)와 같이 되어진다.

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( r \frac{\partial T}{\partial z} \right) = r \frac{S_t}{k} \quad (15)$$

식(15)에 유한요소정식화를 위한 Galerkin법을 적용하면 식(16)과 같다.

$$\begin{aligned} \int \int_A \left\{ r \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + r \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right\} 2\pi r dr dz \\ = \int \int_A 2T r \left( \frac{S_t}{k} \right) 2\pi r dr dz \end{aligned} \quad (16)$$

그리고 요소행렬은 식(17)~식(19)와 같이 된다.

$$K^e T^e = f^e \quad (17)$$

$$K_{ij}^e = \frac{\pi}{2\Delta} r_0^2 (c_i c_j + d_i d_j) \quad (18)$$

$$f_i^e = \frac{\pi r_0 \Delta}{6} \frac{S_t}{k} (2r_i + r_j + r_k) \quad (19)$$

여기서,  $r_0 = \frac{1}{3}(r_1 + r_2 + r_3)$ 이다.

또한 혼합경계조건이 적용되는 경계에서의 요소행렬방정식은 식(20)과 같다.

$$[K^e + \bar{K}^e] T^e = [f^e + \bar{f}^e] \quad (20)$$

그리고  $K^e$ 와  $f^e$ 는 각각 식(18)과 식(19)이고, 혼합경계조건이 고려된 항  $\bar{K}^e$ 와  $\bar{f}^e$ 는 식(21)과 식(22)와 같다.

$$\bar{K}^e = \int_{A_2^e} \sigma N^{et} N^e dS \quad (21)$$

윗 식의 적분에서  $A_2^e$ 는 혼합경계조건이 적용되는 요소의 경계이다. 만약  $\sigma$ 가 요소내에서 상수이고 요소의  $i$ 번 절점의 맞변이 경계면이라면 식(23)이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{K}^e = \frac{\pi \sigma (c_i^2 + d_i^2)^{1/2}}{6} \times \\ \begin{bmatrix} 3r_k + r_j & 0 & r_k + r_j \\ 0 & 0 & 0 \\ r_k + r_j & 0 & r_k + 3r_j \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

마찬가지로  $g$ 가 상수이면 식(24)가 된다.

$$\bar{f}^e = \frac{\pi g (c_i^2 + d_i^2)^{1/2}}{3} \begin{bmatrix} 2r_k + r_j \\ 0 \\ r_k + 2r_j \end{bmatrix} \quad (24)$$

식(23), (24)를 식(20)에 대입하면 혼합경계조건이 고려된 요소행렬을 얻을 수 있고, 위의 요소행렬을 이용해 시스템행렬을 조립하여 풀면, 각 절점에서의 온도  $T$ 를 구할 수 있다.

### 2.3.2 열해석 결과(case.1 : 비투자율=1)

열원해석은 IH-Jar내의 정확한 자장계산으로부터 얻어지며, 해석영역은 용기내부로 제한된다. Fig.4는 5초 경과 후 용기내부의 온도분포를 나타내며, Fig.5는 용기내부표면의 온도를 나타내고 있다. Fig.4와 Fig.5에서 알 수 있듯이, IH-Jar의 코일에 전원 공급 시점에는 바깥쪽 코일에 근접한 부분에 열원이 집중되어 온도가 가장 높고 다음으로 안쪽 코일에 근접한 용기바닥부분의 온도가 높음을 알 수 있었으며, 열은 열전도도가 높은 알루미늄을 통해 빠르게 전도되므로 열원에서 멀리 떨어진 부분은 stainless steel 보다 알루미늄의 온도가 높게된다.

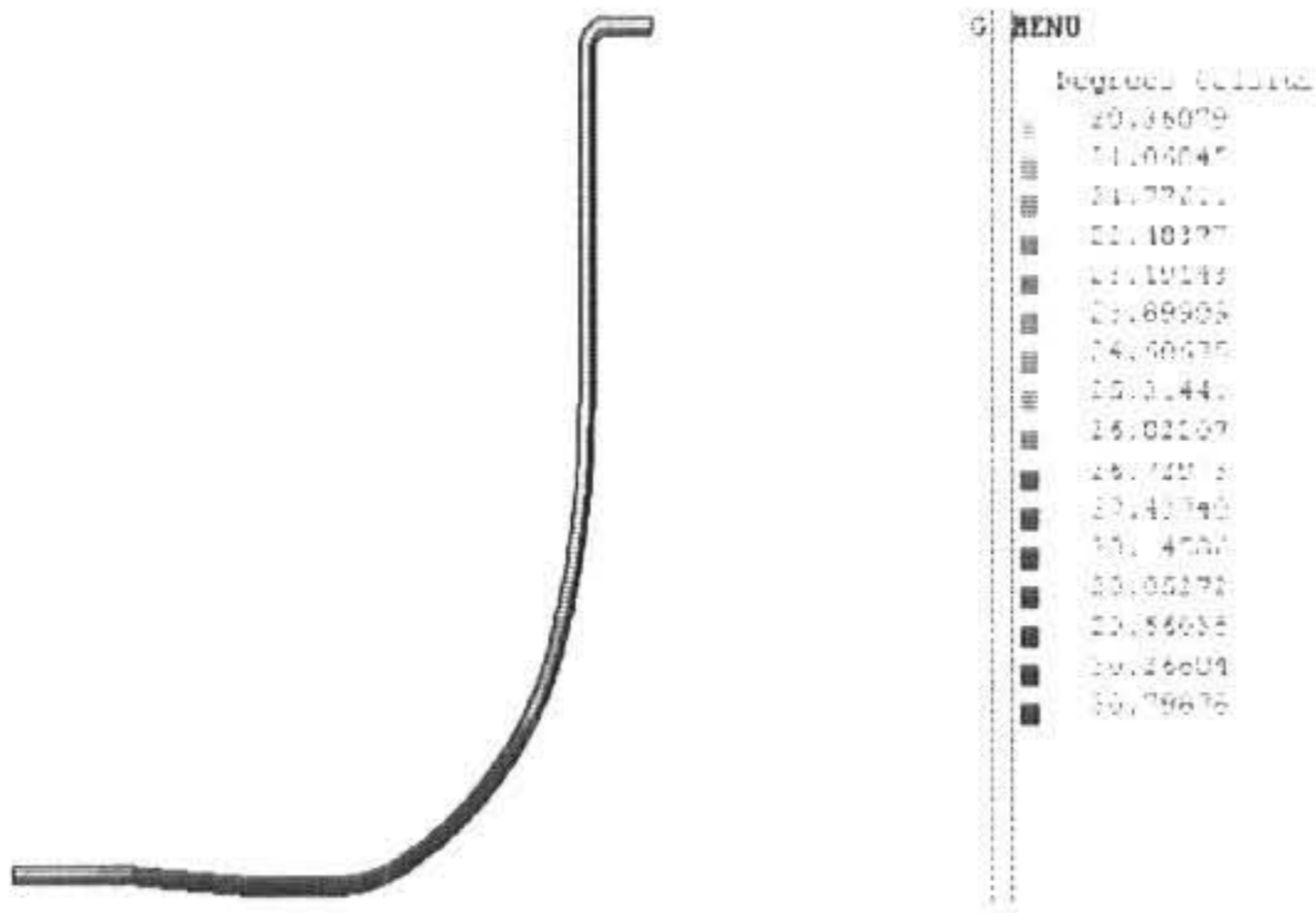


Fig. 4 The temperature of Jar(5sec)

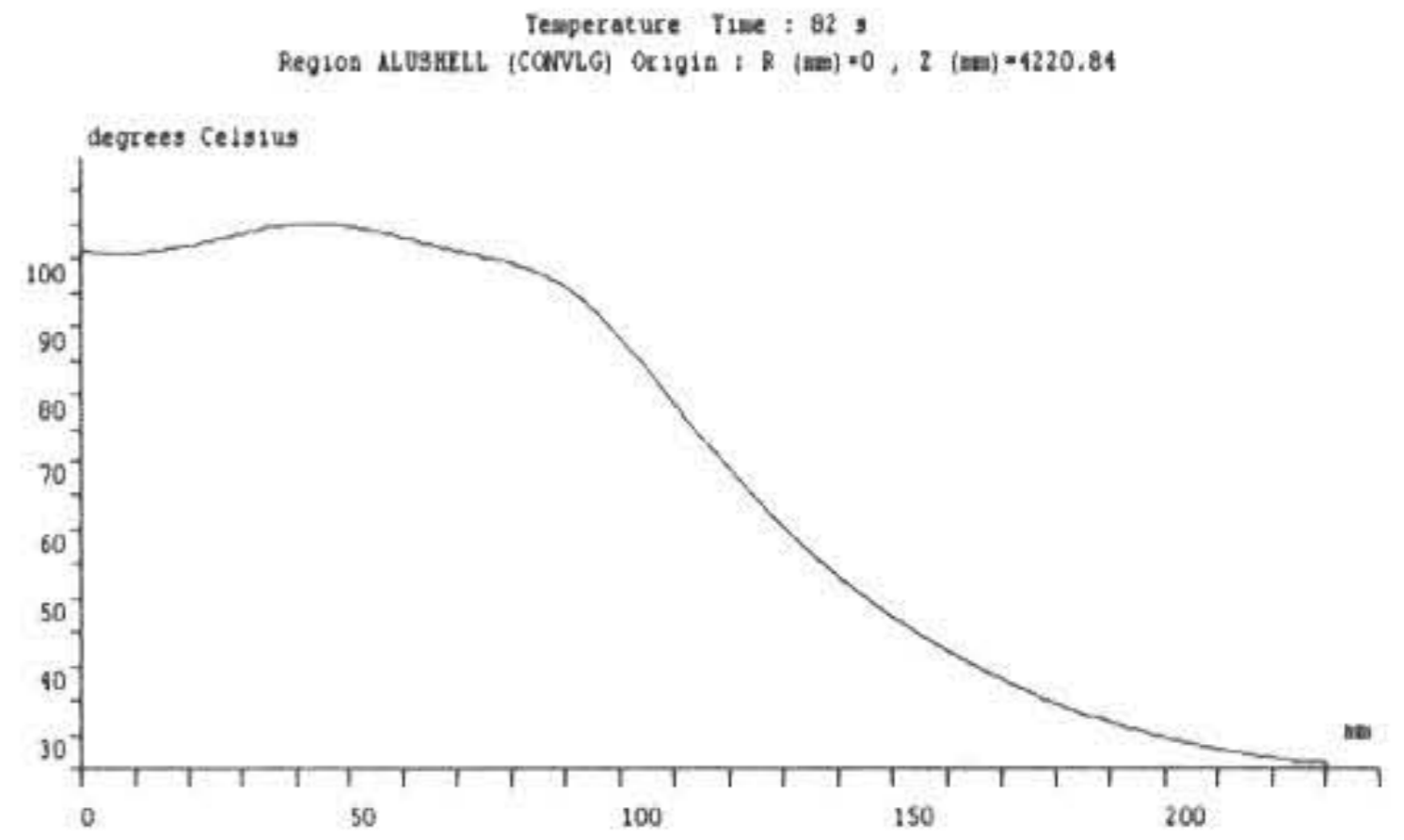


Fig. 7 The temperature curve of Jar(82sec)

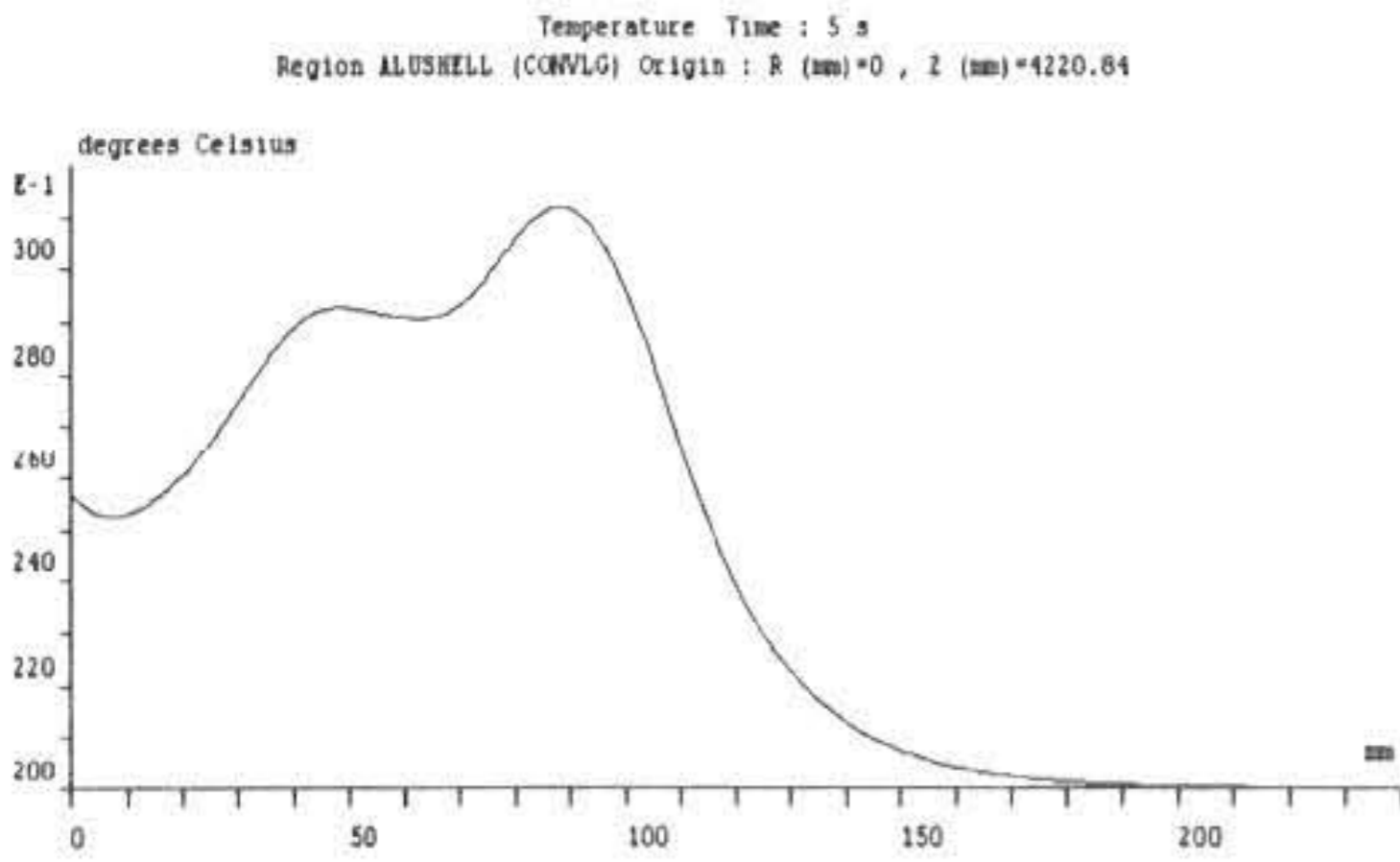


Fig. 5 The temperature curve of Jar(5sec)

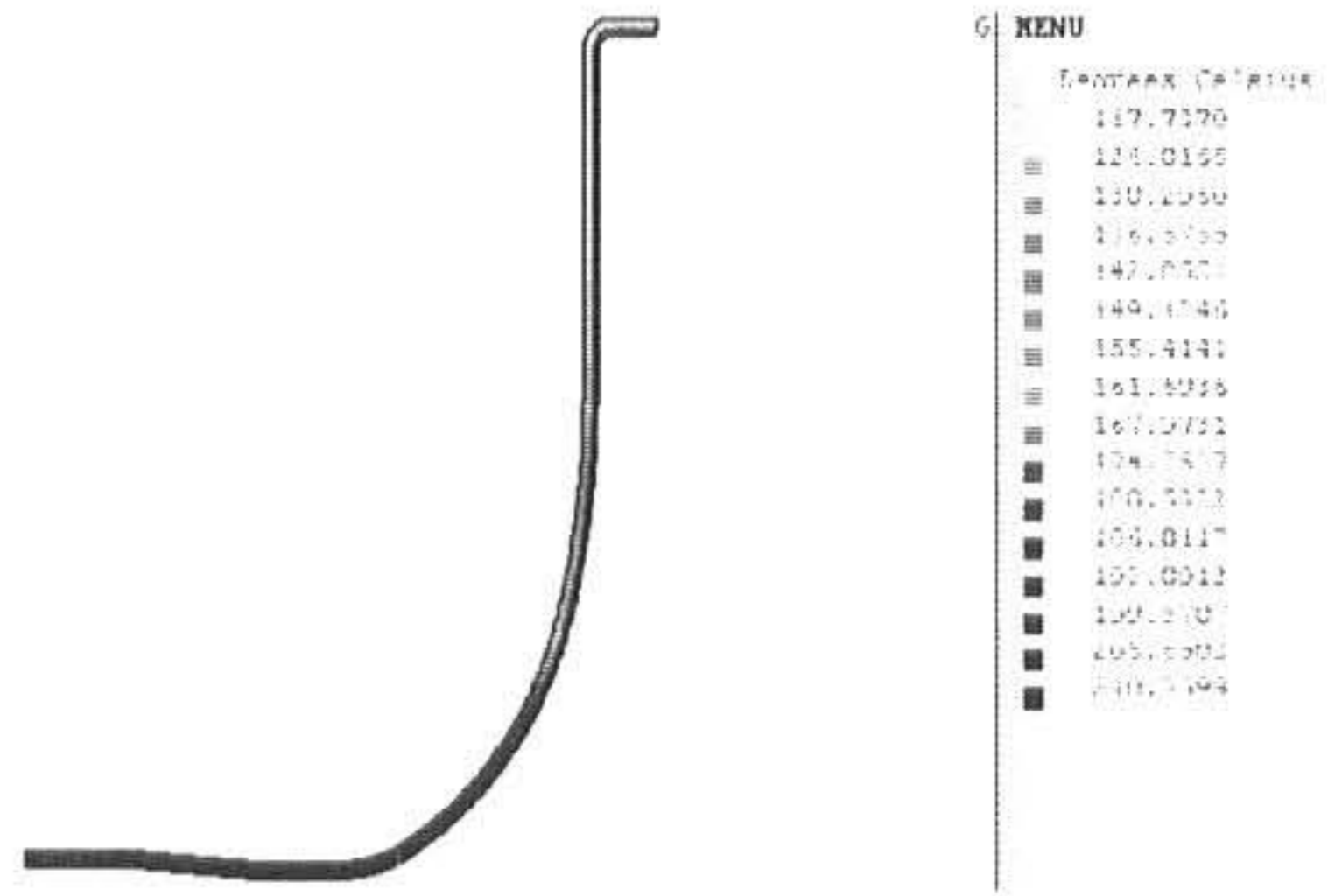


Fig. 8 The temperature of Jar( final)

Fig.6은 82초 경과 후 용기내부의 온도분포를 나타내며, Fig.7은 용기내부표면의 온도를 나타내고 있다.

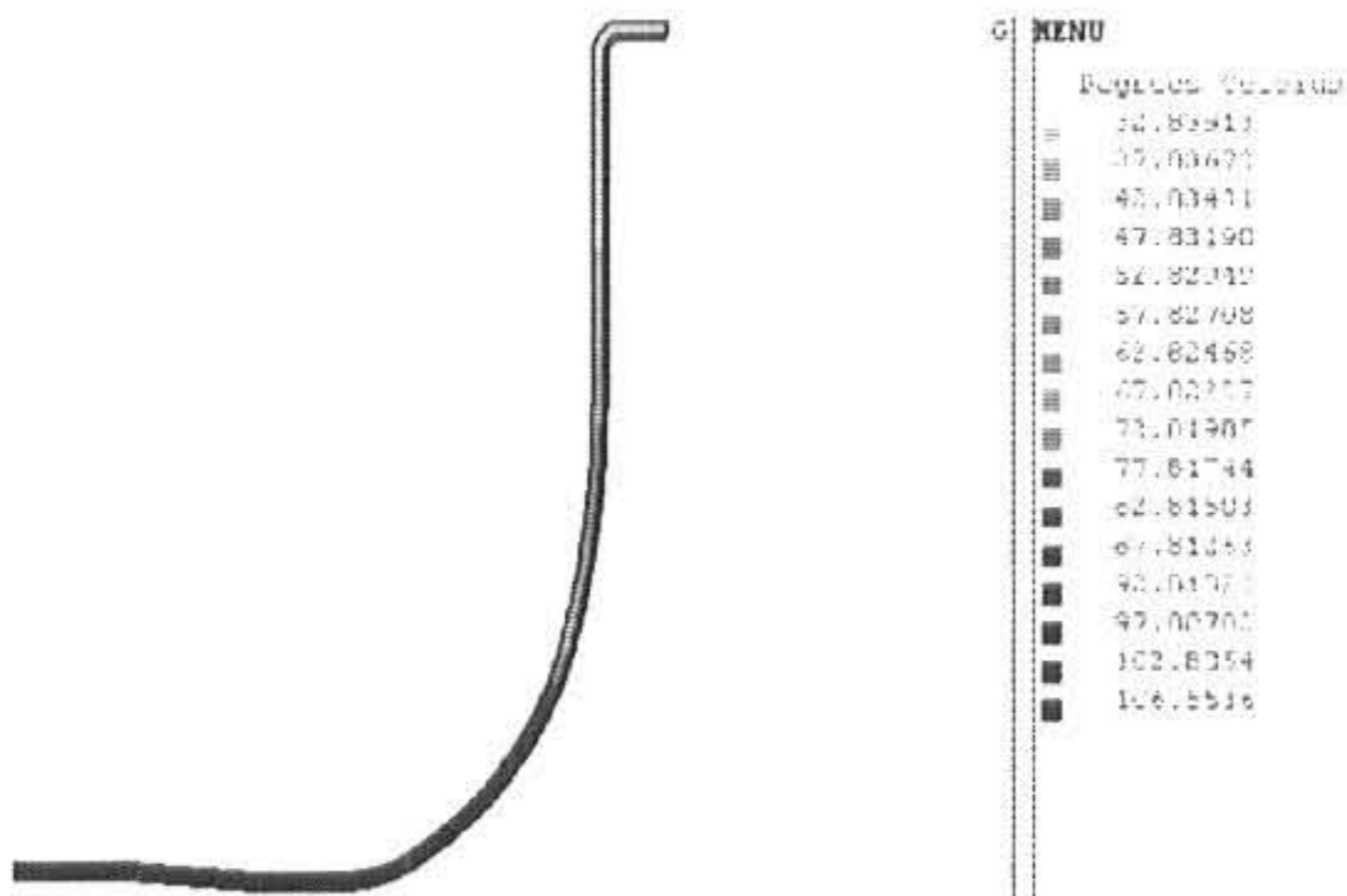


Fig. 6 The temperature of Jar(82sec)

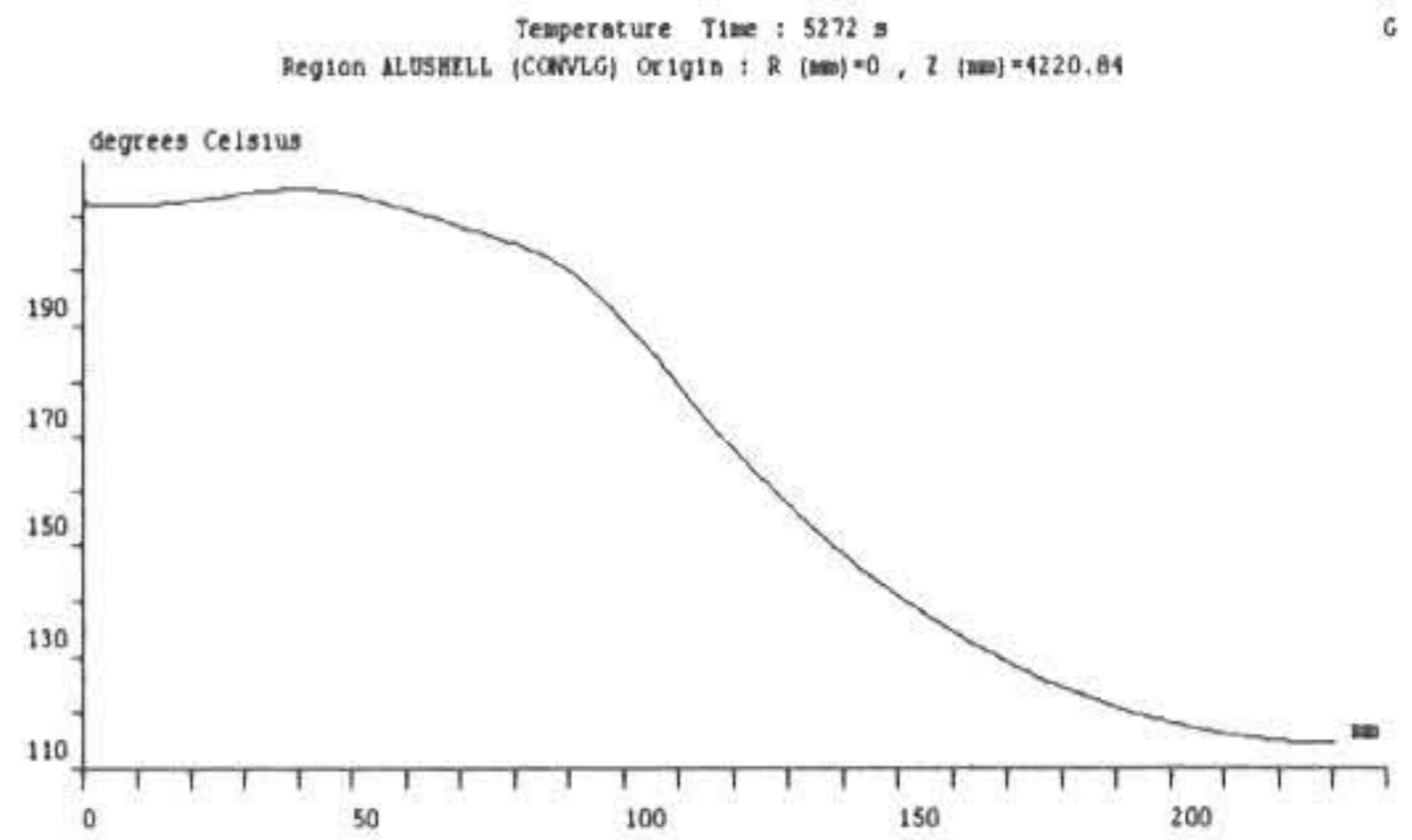


Fig. 9 The temperature curve of Jar( final)

Fig.8과 Fig.9는 더 이상 온도상승이 일어나지 않는 시간에서의 온도분포를 나타내고 있다.

2.3.3 열해석 결과(case.2 : 비투자율=100)

Fig.10은 5초 경과 후 용기내부의 온도분포를 나타내며, Fig.11은 용기내부표면의 온도를 나타내고 있다.

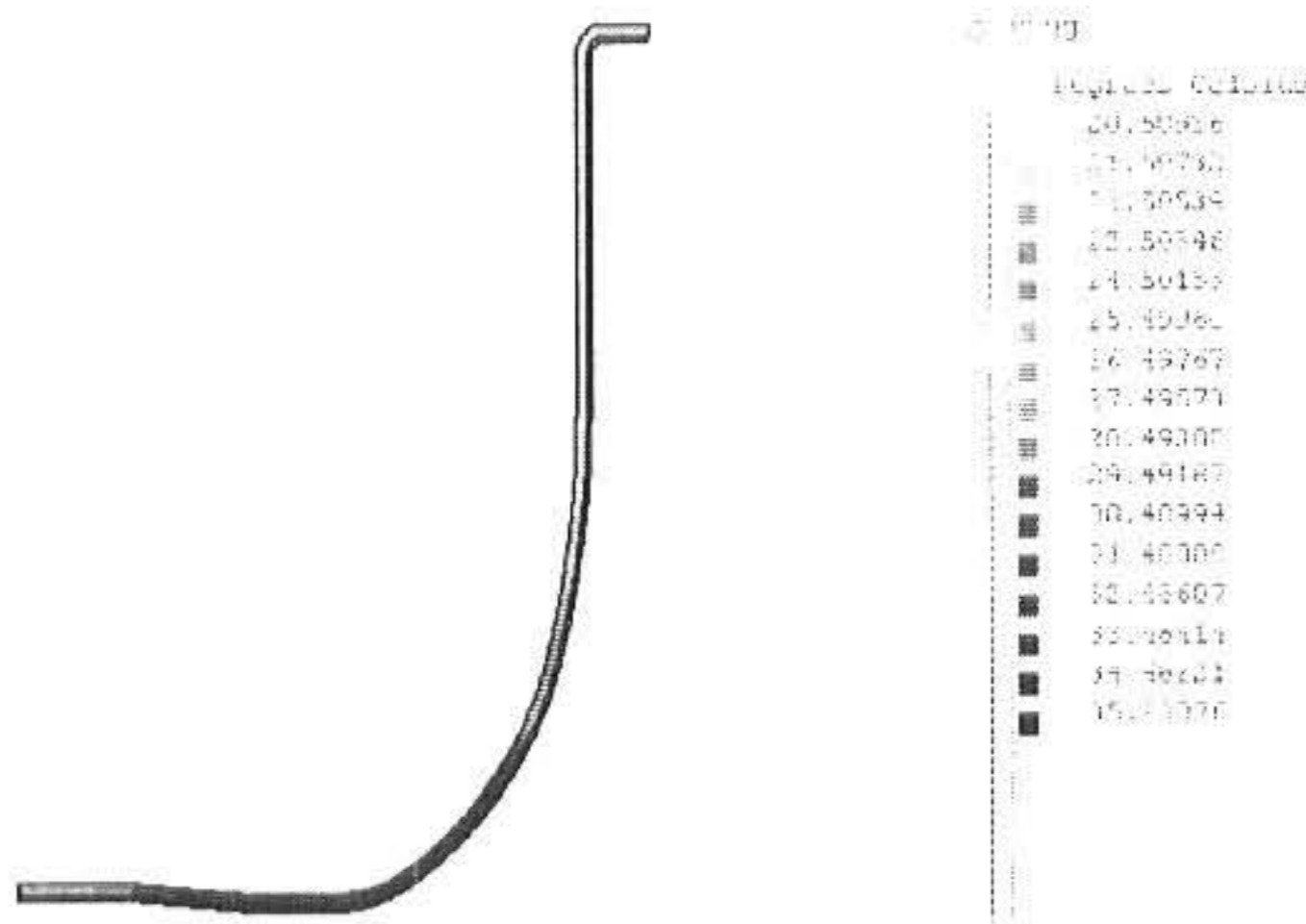


Fig. 10 The temperature of Jar(5 sec)

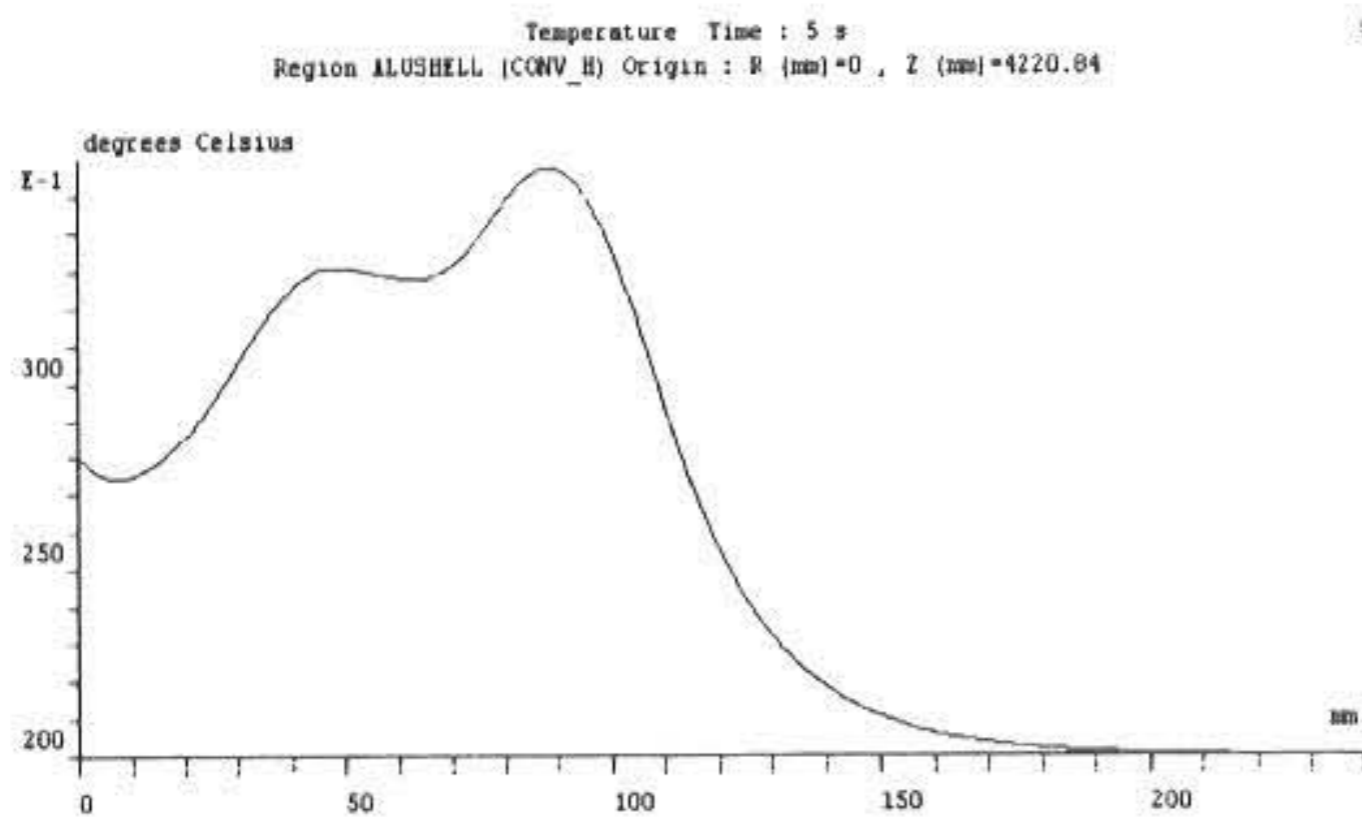


Fig. 11 The temperature curve of Jar(5 sec)

Fig.12는 56초 경과 후 용기내부의 온도분포를 나타내며, Fig.13은 용기내부표면의 온도를 나타내고 있다.

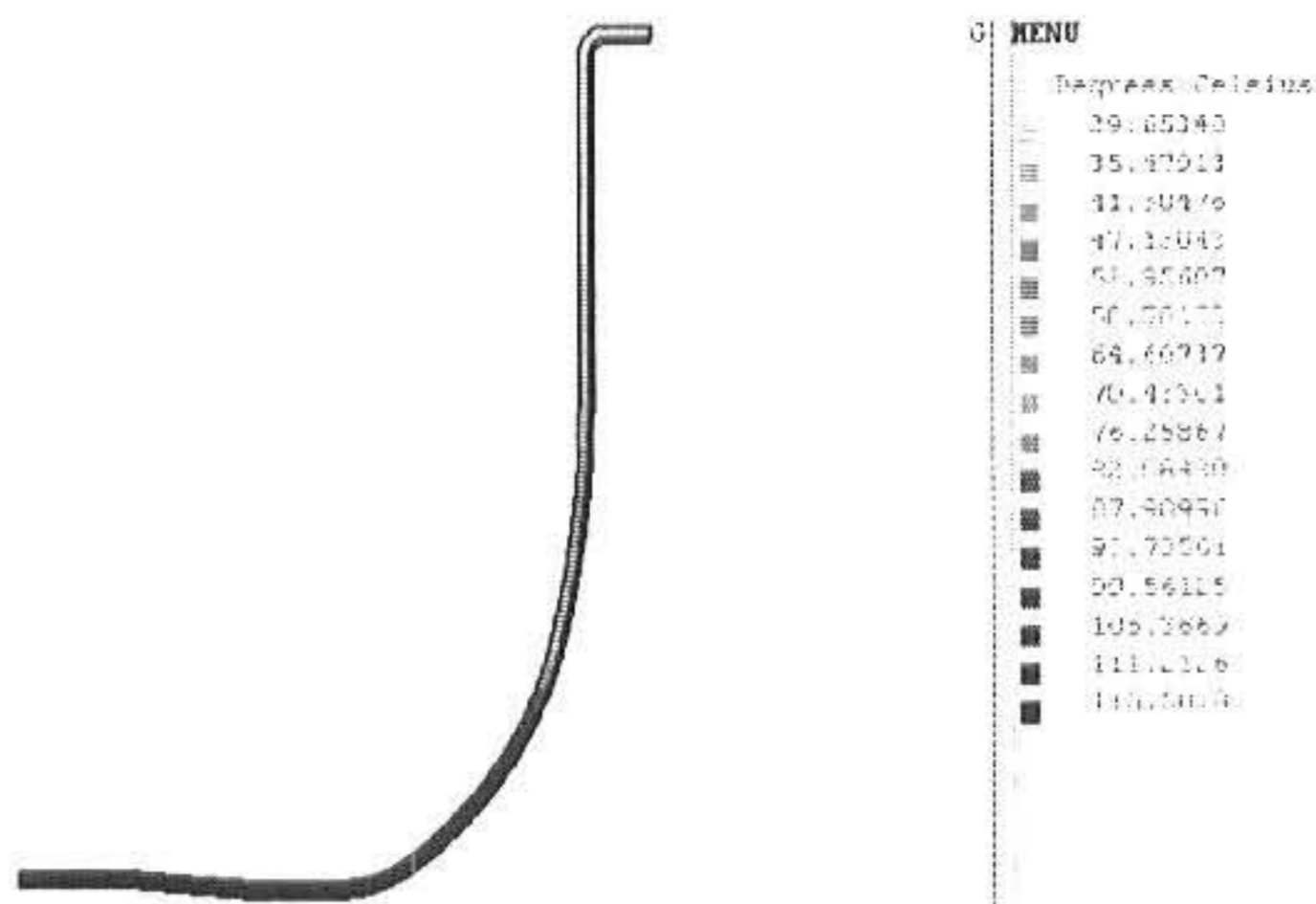


Fig. 12 The temperature of Jar(56 sec)

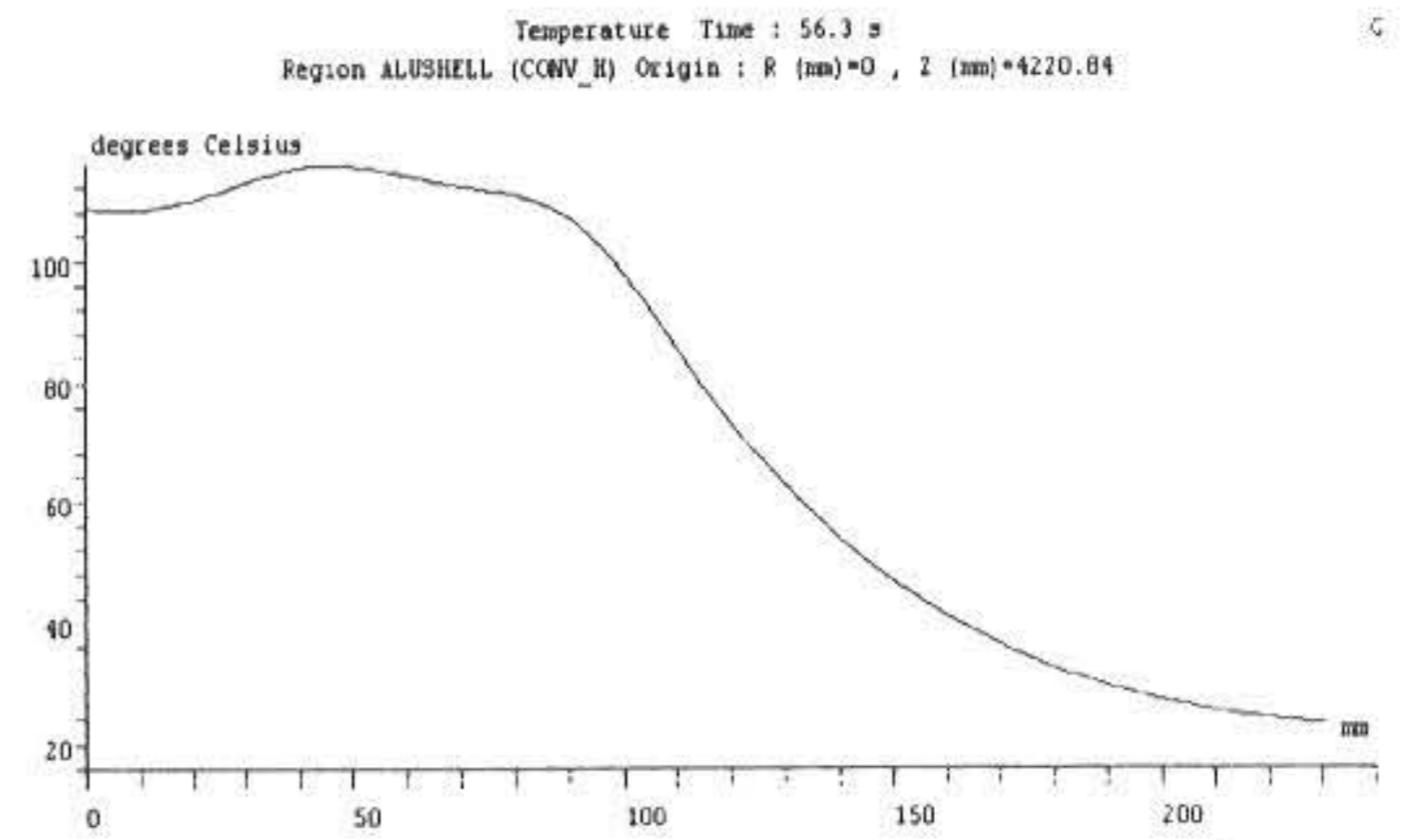


Fig. 13 The temperature curve of Jar(56 sec)

Fig.14와 Fig.15는 더 이상 온도상승이 일어나지 않는 시간에서의 온도분포를 나타내고 있다.

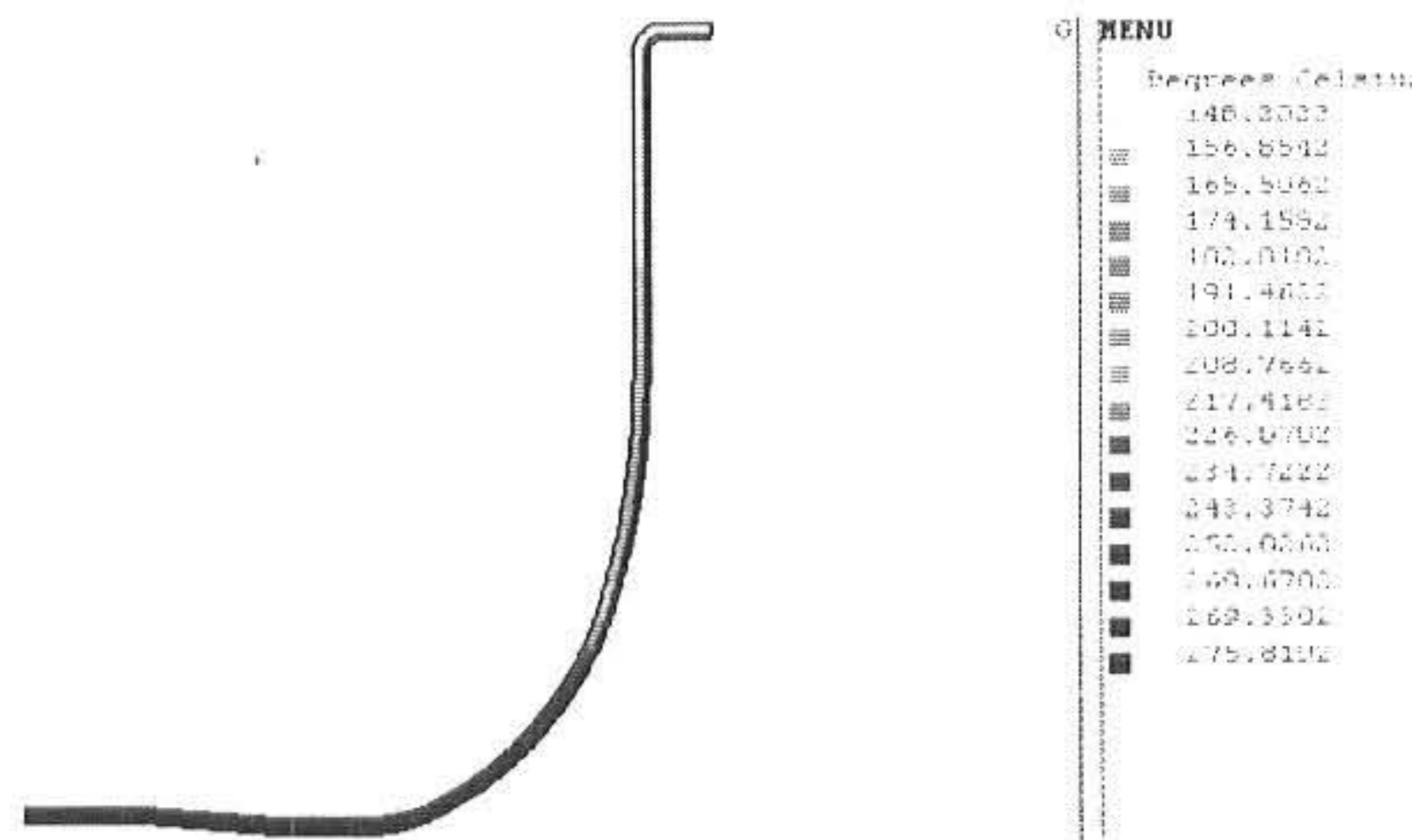


Fig. 14 The temperature of Jar( final)

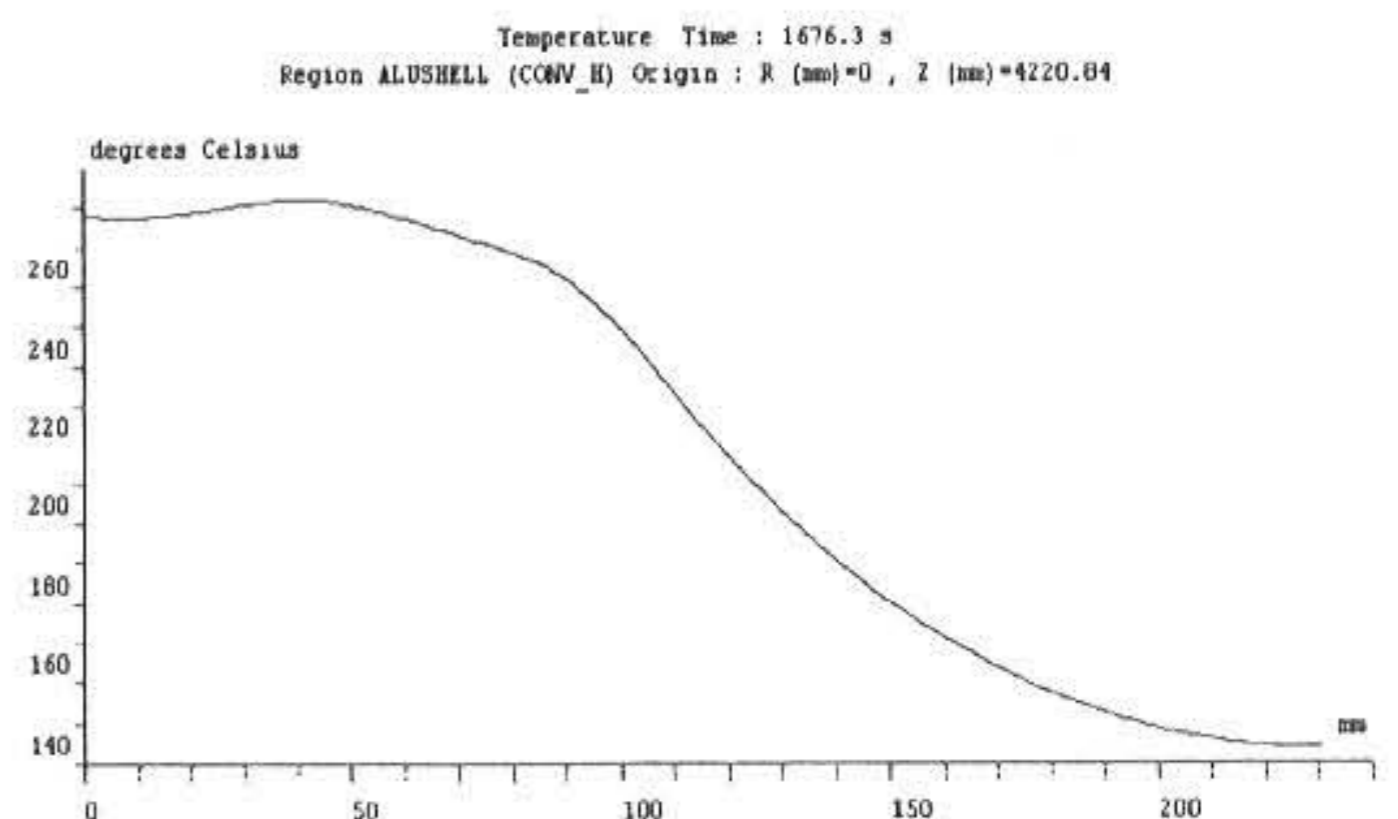


Fig. 15 The temperature curve of Jar( final)

### 3. 결 론

본 논문에서는 IH-Jar내의 정확한 전자계분포를 얻기위해 유한요소법(Flux2d)을 이용한 자장해석을 수행하였고, 자장해석을 바탕으로 열원을 계산하여 열해석을 행한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 전원 투입시, 바깥쪽 코일에 근접한 부분에 열원이 집중되어 온도가 가장 높고 다음으로 안쪽 코일에 근접한 용기바닥부분의 온도가 높음을 알 수 있었으며, 열은 열전도도가 높은 알루미늄을 통해 빠르게 전도되므로 열원에서 멀리 떨어진 부분은 stainless steel보다 알루미늄의 온도가 높게된다.
2. stainless steel의 비투자율 변화에 대하여 열해석을 행한 결과, 비투자율이 높을수록 빠른시간에 정상온도에 도달하는 것을 알았다.
3. 열해석시 용기내부에는 대류가열을 고려한 혼합경계조건이 고려된다. 하지만 대류 열전달계수 h의 정확한 값을 알 수 없는 어려움이 있었다.

이상의 알고리즘들은 IH-Jar의 정확한 결과 예측 및 신제품 개발에 이용될 수 있으리라 기대되며, 향후 유도가열 코일에 페라이트 코어를 추가한 경우의 전자장해석 및 열해석을 수행할 예정이다.

### 참고문헌

- 1) Tatsuya FURUKAWA, Itsuya MUTA and Tatsuhiko KOSUGI : Finite Element Analysis of Induction Heating Range, Reports of the Faculty of Science and Engineering, Saga University, pp. 81-87, 1988.
- 2) Song-yop Hahn, etc. : Optimal Design of Induction Heating Cooker Using Finite Element Method, KIEE Trans. Vol.46, No.12, pp.1736-1742, 1997.
- 3) L. Gong, R. Hagel, and R. Unbehauen : On the 3-D Inhomogeneous Induction Heating of a Shell, IEEE Trans. Magn., Vol.30, No.5, pp.3324-3327, 1994.
- 4) Piotr Urbanek, Adam Skork, Mark B. Zaremba : Magnetic Flux and Temperature Analysis in Induction Heated Steel Cylinder, IEEE Trans. Magn., Vol.30, No.5, pp.3328-3330, 1994.
- 5) Tanroku Miyoshi, Munehiko Sumiya, Hideki Omori : Analysis of an Induction Heating System by Finite Element Method, T.IEE Japan, RM-86-53, pp.117-125, 1986.
- 6) H.H.J.M. Janssen, E.J.W. ter Maten, D.van Houwelingen : Simulation of Coupled Electromagnetic and Heat Dissipation Problems, IEEE Trans. Magn., Vol.30, No.5, pp.3331-3334, 1994.

(2001년 12월 24일 접수, 2002년 4월 20일 채택)