

## 수학적 문제 중심 학습에서의 사회적 상호작용 분석

전 평 국 (한국교원대학교)

이 진 아 (호매실중학교)

정보화·세계화 시대에서 중요한 것은 단순히 지식을 암기하는 것이 아니라 스스로 정보를 탐색해 보고 이를 바탕으로 새로운 지식을 창조해내며, 미지의 문제에 직면하였을 때 이를 자주적이며 능동적으로 해결할 수 있는 능력을 기르는 것이다. 이에 수학 교육에 있어서도 이러한 시대적 요구를 반영할 수 있는 새로운 변화가 필요하게 되었고 1997년 12월에는 교육 개혁의 일환으로 추진되어 온 제 7차 교육 과정이 확정·고시되었다. 제 7차 교육 과정에서는 수학적 힘의 신장을 개혁의 기본 방향으로 정하고 있는데 최근 수학 교육에서는 학습자들의 수학적 힘을 개발하기 위한 학습 방법 중의 하나로 문제 중심 학습(Problem Centered Learning)이 주목을 받고 있다. 본 연구에서는 중학교 2학년 일차함수 단원에 알맞은 과제를 개발하여 문제 중심 학습을 실시하였을 때 교사와 학생, 학생과 학생 사이에 나타나는 상호작용을 분석하고, 교사의 역할과 지도과정을 살펴봄으로써 중등학교 수학과에서 문제 중심 학습의 활용 방안과 과제의 개발 방향을 찾고자 하였다.

### I. 서론

21세기 정보화 사회에서 중요한 것은 단순히 지식을 암기하는 것이 아니라 스스로 정보를 탐색해 보고 이를 바탕으로 새로운 지식을 창조해 내며, 미지의 문제에 직면하였을 때 이를 자주적이며 능동적으로 해결할 수 있는 능력을 기르는 것이다. 따라서 정보화, 세계화 시대가 요구하는 능력을 가진 인간을 기르는 것이 학교 교육의 중요한 목표로 대두되었고 문제 해결력, 논리적 사고력, 탐구력, 창의력 등의 육성을 기본 목표로 가지는 수학 교과of의 중요성은 더욱 커지게 되었다. 이에 수학 교육에 있어서도 이러한 시대적 요구를 반영할 수 있는 새로운 변화가 필요하게 되었고 1997년 12월에는 교육 개혁의 일환으로 추진되어 온 제 7차 교육 과정이 확정·고시되었다. 제 7차 교육 과정에서는 수학적 힘의 신장을 개혁의 기본 방향으로 정하고 있는데 최근 수학 교육에서는 학습자들의 수학적 힘을 개발하기 위한 학습 방법 중의 하나로 문제 중심 학습(Problem Centered Learning)이 주목을 받고 있다. 문제 중심 학습은 문제 해결(problem solving)을 통하여 새로운 수학적 지식을 구성하며 기능을 학습하는 것이다(Wheatley, 1991).

문제 중심 학습은 학습자가 능동적으로 참여하여 비 정형적이거나 문제로서의 가치가 있는 진정한(authentic) 문제들을 풀어 나가는 과정을 통하여 수학적인 개념을 구성하고 기능을 익혀 나가는 학습 방법이므로 요즘과 같이 쏟아져 나오는 정보들을 적절히 활용하여 새로운 지식을 만들고 실생활에서 부딪치는 다양한 문제들을 해결할 수 있는 능력이 요구되는 시대에 필요한 학습 방법이라 하

졌다. 특히, 우리 나라의 경우 제 7차 교육 과정은 기존의 교사 중심 교육과정에서 탈피하여 자율과 창의에 바탕을 둔 학습자 중심의 교육 과정으로 전환하였다고 볼 수 있다. 그런데 문제 중심 학습이 바로 학습자가 중심이 되어 자기 주도적인 학습을 할 수 있도록 하는 학습 방법이므로 제 7차 교육 과정에 적합한 학습 방법이라고 할 수 있다(백성혜, 2001). 또한 문제 중심 학습은 학습자들이 알고리즘을 외워 기계적으로 문제를 풀고 사고하는 것을 기피하며, 수학 학습의 많은 부분을 교사의 설명에 의존하고 있는 최근의 경향으로 볼 때 학습자들의 사고 습관을 형성시키는데도 도움을 줄 수 있을 것이다.

그러나 아직 국내의 중학교나 고등학교 수학과에서는 문제 중심 학습을 활용한 연구가 거의 없었다. 이에 본 연구는 중학교 학습자들을 대상으로 문제 중심 학습(Problem Centered Learning)을 실시하였을 때 교사와 학생, 학생과 학생들 사이에 나타나는 상호작용을 분석하고 교사의 역할과 지도 과정을 살펴봄으로써 중등학교 수학과에서 문제 중심 학습의 활용 방안을 찾아보고 이에 필요한 학습 자료의 개발 방향을 탐색해 보는데 그 목적이 있다.

## II. 문헌의 검토

### A. 문제 중심 학습(Problem Centered Learning)

문제 중심 학습은 Wheatley(1991)가 문제 중심 학습이라는 구성주의적인 학습 방법을 제시하면서 생겨난 것으로, 모든 학습자들이 유용한 문제의 해결 과정을 통하여 지식을 얻고, 개념을 스스로 구성할 수 있도록 장려되어야 한다는 Kozmetsky의 제안을 바탕으로 구성된 학습 방법이다. 이러한 문제 중심 학습은 문제와 관련된 정보나 자료, 개념들을 먼저 학습시킨 후 문제를 해결하도록 한 기존의 문제 해결(problem solving) 학습과 달리 문제 해결과 관련된 정보와 자료를 학습하지 않은 상태에서 문제를 해결하도록 한다(김동엽, 2001).

문제 중심 학습은 과제, 소집단 활동, 전체토의의 세 가지 구성 요소로 이루어져 있다.(Wheatley, 1991)

#### 1. 과제(tasks)

문제 중심 학습의 핵심은 학습자들이 교과서의 주요 개념에 대하여 효율적으로 주목하고 생각해 보도록 안내할 수 있는 과제(task)를 설정하는 것이며, 이러한 과제는 교과서에 의존할 것이 아니라 다양한 형태로 재구성되어야 한다(Wheatley, 1991).

김연식(1997)은 task로서의 과제를 단순히 알고리즘적인 문제 풀이의 학습을 위한 '문제'가 아니라 문제의 해결 과정을 통하여 학습자의 인지적 발달을 도울 수 있는 '문제'로 생각하고 이러한 task로서의 과제를 '의미 있는 문제'로 파악하였다.

과제가 갖추어야 할 요소는 우선 학습자에게 도전감을 불러일으켜야 한다는 것이다(NCTM, 1989). Vygotsky도 잠재적 발달 영역에서부터 학습을 시작할 수 있다는 점을 지적하였는데 이것은 결국 학습자의 능력보다는 약간 상위의 학습 과제를 제시하여 도전감과 동기를 부여해야 한다는 뜻으로도 해석할 수 있다. 쉽게 해결할 수 있는 문제보다는 도전감을 불러일으킬 수 있는 문제가 학습자의 학습 동기를 유발하고 동료나 교사와의 상호작용을 촉진할 수 있다. 학습자에게 도전감을 불러일으키기 위해 무엇보다도 중요한 것은 학습 과제를 학습자의 이해에 초점을 맞추어 구성하고 학습자의 시각을 통해 사물을 바라보도록 하는 것이다. 또한 문제 해결 과정에서의 실수를 지적하기보다는 실수를 통하여 학습자들이 어떤 사고를 하는지에 대한 정보를 얻으려고 해야 한다(Wheatley, 1991). 이것은 과제의 핵심이 학습자에게 알고리즘적인 절차나 지식을 축적하도록 하는 것이 아니라 그들이 구성한 개념이 무엇이며, 인식의 수준은 어느 정도인지, 무엇을 하려고 하는 것인지를 확실하게 파악하도록 하는데 있기 때문이다(Wheatley, 1991).

구성주의나 사회문화적 관점에서 볼 때 과제가 갖추어야 할 요소를 또 한가지 든다면 진정한 활동(authentic activities)으로 상황적 인지경험을 할 수 있는 내용을 포함해야 한다는 점이다. 즉, 진정한(authentic) 학습 과제가 되어야 한다는 것이다. 진정한(authentic) 학습 과제란 현실 세계와의 연관성과 그 활용을 포함하고 학습 과정을 총괄할 수 있는 과제로 학습자들에게 다양한 난이도와 참여 정도를 제공하는 과제를 말한다(강명희, 김나리, 1999). 따라서 이런 진정한(authentic) 학습 과제는 생활과 수학을 자연스럽게 연결하고 이를 효과적으로 활용할 수 있게 하므로 학습자들의 동기를 유발할 수 있다. 그러므로 학습 과제는 진정하게(authentically) 제공해야 한다.

## 2. 소집단 활동(Cooperative Learning)

학습은 교실의 사회적 상황 아래서 발생하며 구성원간의 의사소통에서 발생하는 상호작용의 영향을 많이 받는다. 또한 학습자들은 동료나 교사들과 의견을 교환함으로써 소집단 구성원들이 효과적으로 의사소통을 하며 서로의 의견을 조절하고 합의해 나가는 방법을 배우게 되며, 지식도 타인과의 상호작용을 통하여 재구성하게 된다(Wheatley, 1991).

Johnson & Johnson(1989; 김남균, 1998, 재인용)은 소집단 학습과 전통적인 수학 학습을 비교 연구한 결과를 근거로 수학 학습에 소집단 활동이 필요함을 다음과 같이 주장하고 있다.

첫째, 학생들은 적극적인 참여를 동반한 역동적인 과정을 통하여 수학의 개념과 기능을 가장 잘 학습할 수 있다. 수학 학습은 수동적이 아니라 능동적이어야 한다. 적극적인 학습에서는 지적인 모험과 호기심이 요구되며 이는 다른 학생들과 토론을 하면서 가장 잘 일어난다.

둘째, 수학적 문제 해결은 개인의 일이지만 동료들과 수학 문제에 대하여 이야기함으로써 학생들은 그 문제를 올바르게 풀 수 있는 방법을 이해하는데 도움을 얻는다. 문제에 대한 추론 전략을 동료에게 설명하면서 새로운 통찰을 얻게 되기도 하며, 수학 원리를 이해하고 적용할 때 생기는 오개념을 고칠 수도 있게 된다.

셋째, 학생들은 경쟁적이고 개인적인 학습에서보다 협동학습에서 수학 성취도가 향상된다. 경쟁적이고 개인적인 학습 상황에서는 수학을 학습하는데 필요한 지적 상호교환이 잘 일어나지 않는 반면 협동학습에서는 질 높은 추론전략이라든지 새로운 아이디어, 수학적 전략과 사실들이 집단에서 개인으로 전이가 잘 이루어진다.

넷째, 협동적인 활동을 함으로써 학생들은 자신의 개인적인 수학 능력에 대해 자신감을 얻는다. 협동적 집단에 있는 학생들은 다른 학생들을 좋아하고 가치 있게 여기며, 다른 사람도 다양한 방법으로 수학 문제를 풀 수 있다는 것을 알게 된다. 이렇게 동료와 관계를 맺고 동료를 긍정적으로 생각하게 되기 때문에 수학 문제에 접근할 때 높은 수준의 자기 존중감과 자기 효능감이 생기게 된다.

### 3. 전체토의(sharing)

문제 중심 학습에서는 학습자들이 생각해낸 풀이 방법과 독창인 아이디어, 통찰 등을 다른 소집단을 대상으로 발표할 수 있는 시간이 주어진다. 이 때 교사는 학습자가 발표하는 내용에 대하여 옳고 그름을 판단하지 않는다. 교사는 단지 발표자가 자신들의 해결 방법을 잘 설명할 수 있도록 도와주며, 다른 소집단의 구성원들이 발표하는 내용을 잘 들은 후 비판하고 토론할 수 있도록 증재하는 역할을 하는 것이다. 그리고 학습자들 사이의 차이점에 대해서는 반드시 토론과 협상을 통하여 의견의 일치를 이끌어내도록 하여야 한다. 따라서 교사나 학습자들은 논리적으로 토론하는 방법을 잘 알아야만 하고 익숙해야 한다. 이러한 학습 토의가 계속해서 진행되는 가운데 학습자들은 수학적으로 행동하고 사고하는 방법을 배우게 되며, 문제에 대하여 다시 한번 생각해보고 재 정의하며 탐구하는 가운데 이해가 깊어진다.(Wheatley, 1991)

## Ⅲ. 연구방법 및 절차

### A. 연구대상

#### 1. 학생

본 연구는 수원시에 소재하고 있는 H중학교 2학년 1개 학급 43명을 임의로 선정하여 연구 대상으로 하였다. 이 학교는 도시의 외곽에 위치하고 있으며 학생들의 학력 수준은 수원시에서 중위 수준이었고 가정의 사회·경제적 수준도 학생간의 격차는 있으나 대체로 중위에 해당하였다.

#### 2. 교사

본 연구 대상의 교사는 남 교사로 대학에서 수학 교육을 전공하였으며 교육 경력이 22년째로 중학교에서 16년 고등학교에서 6년 근무하였고 교과 연구에 대해서도 관심이 높아 항상 새로운 교수-학습 방법을 찾으려고 노력하는 교사였다.

## B. 연구설계

### 1. 과제의 개발

본 연구에서는 중학교 2학년 함수 단원에 알맞은 과제를 다음과 같이 개발하였다.

1단계: 현행 2학년 함수 단원과 제 7차 교육과정에서의 2학년 함수 단원에서 공통적인 학습 내용에 대하여 학습 목표 및 단원 구성을 분석하였다

2단계: 문헌 연구와 자료의 수집 및 분석을 통하여 자료를 개발하고 이 자료들을 수학 전문가와 현장 교사들의 조언을 받아 수정 보완하였다.

### 2. 문제 중심 학습의 단계 설정

본 연구에서는 문제 중심 학습의 과정을 Wheatley(1991)가 제시한 학습 과정을 토대로 하여 「문제의 제시 - 소집단 활동 - 전체토의 - 정리」의 4단계로 제시하였다.

#### ① 제 1단계: 문제의 제시

교사가 학습자에게 과제를 제시하고 문제 상황 중에서 이해되지 않는 부분이나 용어 등을 설명한다.

#### ② 제 2단계: 소집단 활동

학생들이 소집단 활동을 통하여 제시된 문제를 해결한다. 이 때 교사는 지시나 강의를 최소화하고 학습의 안내자, 촉진자로서의 역할을 하게 된다.

#### ③ 제 3단계: 전체토의

각 소집단에서 해결한 방법을 발표한다. 그리고 서로 다른 의견에 대해서는 전체토의를 거쳐 합의에 이르도록 한다.

#### ④ 제 4단계: 정리

학습자들이 발표한 내용에 대해 교사가 부연 설명을 하고 학습해야 할 내용을 과제와 관련시켜 정리한다.

### 3. 연구 방법

본 연구에서는 문제 중심 학습을 본 연구자가 개발한 자료를 가지고 5차시에 걸쳐 정규 수업 시간에 실시하였으며, 1차시 당 수업 시간은 45분으로 하였다. 본 연구는 문제 중심 학습을 하였을 때 교사와 학생, 학생과 학생의 사이의 상호작용 및 교사의 역할과 지도과정을 분석하여 문제 중심 학습의 활용 방안과 이에 필요한 학습 자료의 개발 방향을 탐색해 보는 것이 목적이므로 연구 문제를 해결하기 위하여 질적 연구 방법중의 하나인 현상학적 연구 방법을 사용하였다.

## C. 자료의 수집 및 분석

### 1. 자료 수집

문제 중심 학습에서 교사와 학생 사이의 상호작용, 학생과 학생 사이의 상호작용, 교사의 역할 및 지도과정을 분석하기 위해 교수-학습 과정을 본 연구자가 직접 관찰하고 비디오 2대로 촬영하여 자료를 수집하였다. 비디오 1대는 소집단 활동을 위주로 촬영하고 남은 비디오 1대는 교사의 활동과 수업의 전반적인 상황을 촬영하였다. 촬영한 테이프는 분석하여 트랜스크립션(transcription)을 작성하고 학생들의 학습 활동지도 수집하였다.

### 2. 자료 분석

본 연구에서는 학생들의 학습 활동지와 트랜스크립션(transcription)으로부터 얻어진 자료들을 다음과 같은 3가지 요소로 분석·기술하였다.

첫 번째는 발견한 것들을 요약한 것으로, 나타난 현상에 대하여 설명한 것이 아니라 단순히 기술한 것이다. 이것은 주제나 논의와 관련하여 발견한 것들을 정리한 것으로 상황에 참여한 사람들에게 의해 토론된 핵심 쟁점들을 기술한 것이다. 이것은 상황에 참여한 사람들에게서 발생하는 현상에 대해 보다 충실한 연구를 하며 불가피한 편집에 의해서 발생할 수 있는 잘못된 기술이나 왜곡, 사실을 숨기는 것과 같은 편견을 없애기 위함이었다.

두 번째는 대화를 기술하였다. 이 부분은 발견한 것들을 선행연구나 논평, 개인적인 경험이나 대중적인 견해, 아직은 발전 단계에 있는 임시의 가설들, 알려진 공리나 이론들과 관련지어 자료를 해석하거나 연계함으로써 연구를 좀더 깊이 있게 하기 위함이었다. 그리하여 발견한 것들 중 어떤 것이 논의거리가 되는지, 발견한 것들은 어떤 주장이나 가정을 내포하고 있는지를 분명하게 하였다.

세 번째는 논점이나 발견한 것들이 내포하고 있는 숨은 의미를 기술하였다. 이 단계에서는 토론한 것을 통하여 좀 더 창의적으로 아이디어를 발전시킬 수 있는 기회를 제공하고 무엇이 행하여졌는가를 명확히 하였다.

## IV. 결과 및 논의

### A. 수업 환경

#### 1. 환경

H중학교는 경기도 수원시의 외곽에 위치하고 있으며, 남쪽으로는 화성시와 서쪽으로는 안산시와 인접해 있다. 이 학교는 1학년 16개 학급, 2학년 14개 학급, 3학년 12개 학급으로 편성되어 있으며, 대단위 아파트 단지가 들어서면서 건립되어 개교한지 5년째 되는 학교이다. 그래서 이 학교의 학생들은 두 부류로 나뉘어 지는데 한 부류는 아파트가 건립되면서 이사온 학생들로 중·상류 가정 출신이며, 또 한 부류는 그 지역 토박이로 중·하류 가정 출신이다. 그러나 대체적으로 학생들의 학력 수

준과 가정의 사회·경제적인 수준은 수원시에서 중위에 해당하였다. 본 연구의 대상 학급은 중학교 2학년 학생들로 남·여가 혼합 구성된 반이며 남학생 20명, 여학생 23명이다. 교사는 교육 경력이 22년째인 남 교사로 학생들에게는 별로 엄하지 않은 편이다. 교실의 책상 배열은 4인 1조로 마주 앉아 있었고 남학생은 남학생끼리 조를 이루었고 여학생은 여학생끼리 조를 이루었으며 성적이 우수한 학생들을 골고루 배치하여 소집단 활동이 이루어지도록 하였다.

학생들은 본 연구자가 개발한 학습지를 준비하고 수업에 임하였는데 이 활동지는 교과서 유형의 문제가 아니라 생활 주변의 문제나 타 교과와 연계된 문제였다.

## 2. 전반적인 교실 분위기

교사와 학생들은 문제의 해결 활동 중에 오류가 발생하거나 틀렸을 경우 서로 토의하여 해결하려는 것과 같은 점에서 개방적이었다고 할 수 있다. 학생들은 잘못된 부분이 있을 때는 각자가 다시 한번 자신의 해결 방법을 점검해 보고 서로의 오류나 틀린 부분을 지적해 주었다. 또한 학생들은 각자의 학습지에 계산을 하거나 적으면서 소집단 활동을 하였고 때문에 교실은 비교적 조용하였다. 교사는 교실을 순회하면서 학생들의 질문에 답하거나 참여하지 않는 학생이 있는 경우 참여하도록 유도하였다. 그리고 학생들이 어려워하거나 해결의 실마리를 찾지 못하는 경우 정답을 요구하거나 성적을 내기 위한 것이 아니므로 편안한 마음을 가지고 할 수 있는 데까지만 해보도록 격려했다.

## B. 상호작용

### 1. 교사와 학생 사이의 상호작용

#### 1) 문제의 해결 활동

##### (1) 용어 및 문제 상황의 설명

학생들 중에서는 문제에 포함된 용어나 문제 상황 자체를 이해하지 못하여 해결 방법을 찾아내지 못하는 경우가 있었다. 이러한 경우에 학생들은 주로 소집단내의 동료에게 먼저 질문을 하였는데, 동료의 도움으로도 해결되지 않는 경우에는 교사에게 다시 질문을 하였다 그러나 주변 동료에게 질문하지 않고 직접 교사에게 질문하는 학생도 있었다. 이 때 교사는 용어를 설명해주고 문제 상황을 다시 한번 설명함으로써 학생들의 이해를 도와주었는데 학생들이 모른다고 해서 부끄러워하지 않도록 부드럽고 허용적인 분위기를 유지하면서 설명을 하였다.

따라서 문제 중심 학습의 도입 부분에서 학생들은 문제를 읽고 용어나 문제 상황을 파악하려는 노력이 있어야 하며, 교사는 학생들이 용어나 문제 상황을 파악하지 못하여 문제 해결에 관한 토의가 진행되지 못하는 경우 이에 대한 보충 설명을 해주어야 한다는 점을 알 수 있다.

다음은 용어 및 문제 상황을 설명하는 에피소드 중의 하나이다.

<에피소드-1> ( 1. PCS 사용 요금 )

S1: 이거 활용이예요?

S2: 왜 이렇게 어려워요.

T: 이건 활용 아니고, 문제집에서 나온 거 아니니까 문제집 찾아볼 필요는 없고 이렇게 생각하세요. 여러분들이 PCS를 사용했어요. 몇 초를 썼어요. 요금을 계산해서 내야 되니까 그걸 계산할 수 있잖아요? 그걸 계산하는 식을 생각해 보라는 것입니다.

S2: 아!

S2: 13, 14, 15, 16, 17, 18 ……

(S2는 평상요금 시간대인 12시부터 24시까지의 시간을 손가락으로 헤아렸다.)

T: 구체적으로 몇 초를 썼을 때 얼마를 계산하지 말고 문자를 활용해서 요금과 시간과의 관계식을 세워 보세요.

S2: (2분 정도의 시간이 흐른 뒤에) 이거 12시간인데요?

T: 이거는 이 시간대에 사용하면 이렇게 낸 다는 거예요.

S3: 애만 몰라요.

S4: 애만 몰라요.

T: 이런 시간대의 시간을 다 사용한다는 것이 아니라 이 시간대에 전화를 몇 분 또는 몇 초 사용하면 10초당 18원을 낸다는 거지.

## (2) 문제 해결 활동

문제는 학생들이 배우지 않은 수학적 개념이나 기능에 대한 것이었기 때문에 문제를 해결해 나가는 동안 학생들은 자신의 해결 방법이 맞는지 또는 틀리는지 궁금해하였으며, 몇몇 학생은 그 궁금증을 교사에게 물어 확인하려고 하였다. 특히 이러한 경향은 수학적 능력이 중간 정도 되는 학생에게서 나타났으며 이러한 학생들의 대부분은 자신의 문제 해결 과정에서 나타난 의문점에 대해서도 피드백을 원하고 있었고, 교사는 이에 대해 즉각적인 피드백을 하였지만 해결 과정에 대한 직접적인 언급은 하지 않았다.

따라서 문제 중심 학습에서는 학생들이 주도적으로 학습을 이끌어 가고 있으며 교사는 수학적인 개념이나 기능에 대한 직접적인 설명보다는 학생들이 기존의 지식이나 경험을 이용하여 새로운 지식을 구성할 수 있도록 안내하는 역할만 하고 있음을 알 수 있다. 그러나 교사는 소집단 내에서 충분히 토의를 거친 후에도 합의가 되지 않거나 실마리를 발견하지 못할 경우에만 도움을 주되 직접적인 해결 방법을 가르쳐 주는 것보다 학생 스스로 생각해 내도록 유도하여 문제 해결에 대한 자신감을 심어 주는 것이 바람직하다고 할 수 있다.

다음은 문제 해결 활동에 관한 에피소드 중의 하나이다.



<에피소드-2> ( 1. PCS 사용 요금 )

S1: 그런데 12에서 24시, 6시에서 12시, 24시에서 6시 사이에 몇 시간을 사용했는지 모르잖아.

S2: 그러니까 시간을  $x$  로 봐야지.

S1: 그럼 10초당 18원 하는 시간대의 시간을  $x$ 라고 하면 10초당 9원 하는 시간대의 시간은  $x$ 라고 할 수 없잖아.

S2: ……

S1: 선생님! 이걸 10초당 18원을 내야하는 요금 시간대에 몇 초 썼는지 모르잖아요.

T: 모르니까 뭐라고 놓아야 될까?

S1:  $x$ 요.

T: 그렇지.

S1: (10초에 9원을 내는 시간대를 가리키며) 그런데 이것도  $x$ 라고 봐야 되요?

몇 초 썼는지 모르잖아요?

T: 그럼 그건  $x$ 와 다른 시간일수도 있으니까 달라야겠지.

S1, S2: 아!

T: 정답을 요구하는 것이 아니니까 구할 수 있는 관계식은 모두 구해보세요.

## 2) 학생의 오류에 대한 교사의 반응

학생이 오류를 범하였을 때 교사는 직접적으로 틀렸다거나 정답을 말해주지 않고 본인이 한번 더 생각해 보거나 다른 학생으로 하여금 오류를 찾아내고 설명해 보도록 하였다. 이 후 학생들이 오류를 찾아내면 이에 대하여 교사가 보충 설명을 해주었다.

이것은 문제 중심 학습에서 교사가 학생의 오류를 직접 지적하고 바로 잡아주기 보다는 학생들 스스로 찾아내도록 유도하는 역할을 해야 함을 보여주는 것이며, 교사의 안내만으로도 학생들 스스로 오류를 발견해 낼 수 있는 능력이 있음을 보여 주는 것이라 할 수 있다.

다음은 학생의 오류에 대한 교사의 반응을 나타내는 에피소드 중의 하나이다.

<에피소드-3> ( 1. PCS 사용 요금 )

S1:  $x$ 는 모든 자연수이므로 18원은 10초당 요금이므로 1초가 계산이 안 됩니다. 1초당 요금이 1.8이기 때문에  $x$ 의 계수는 1초당 통화료를 구하여  $x$ 의 계수를 구하였습니다. 기본료가 17000원이므로 17000원에다 통화료를 더해 주면 됩니다. 마찬가지로 B형도 기본료가 18500원이므로 18500원에다 통화료를 더해주면 됩니다.

A형: 정상:  $y = 1.8x + 17000$

B형: 특정번호:  $y = 0.9x + 18500$

할인:  $y = 1.5x + 17000$

일반통화:  $y = 1.8x + 18500$

심야:  $y = x + 17000$

T: 다른 식으로 구한 조 발표해 보세요.

S2: 질문하면 안돼요?

평상, 할인, 심야에 기본료가 다 붙어야 해요?

S1: 각각의 요금을 따로 구한 거니까 기본료에 그 시간대에 사용한 요금을 더해서 그렇습니다.

T: S2학생의 질문은 평상, 할인, 심야를 통틀어 같은 기본료가 부가되는데 왜 각각에 모두 기본료를 더해주었는가 하는 질문이죠?

17000원 기본료가 평상, 할인, 심야 각각에 대해 17000원이라는 것이 아니라 전체에 대해 17000원인데 왜 각각에 다 더해 주었는가 하는 질문이네요.

S1: 평상 따로, 할인 따로, 심야 따로 계산한 건데요.

T: 어떤 시간대에만 사용하라는 법은 없지요?

그러니 모든 시간대에 사용할 수 있으니까 전체 요금을 다 계산할 수 있도록 하는 식은 없을까?

S1: 그럼  $y = 1.8x + 1.5x + x + 17000$ 으로 하면 되요.

T: 자, 이식에 대해서 질문 있는 사람?

S3: 평상, 할인, 심야 시간대에 똑같은 시간만 사용하는 거예요?

T: S3의 질문은 각 유형의 시간대에 똑같은 시간을 사용할 때만 적용되고 그렇지 않을 때는 안 된다는 거지요? 그러면 S3의 생각은 어떤가요?

S4: 그러면 각각 다른 문자를 사용하면 되지 않나요?

T: 그럼 S4가 나와서 식을 써볼까?

S1: 아니, 제가 하겠습니다.

$$y = 1.8a + 1.5b + c + 17000$$

T: 자, 이식은 어떤가요?

학생들: 맞아요.

## 2. 학생과 학생 사이의 상호작용

### 1) 문제의 해결 활동

학생들은 학습지를 받은 후 교사가 문제 상황을 설명하면 소집단 내에서 문제 해결 활동을 하였다. 학생들은 토의하는 것에 익숙하지 않아 개별적으로 문제를 풀어 보는 학생도 있었고 수학을 잘 하는 학생에게 전적으로 의존하는 학생도 있었다. 그렇지만 전체적으로는 문제를 해결하는 활동에 열심히 참여하였으며, 처음에는 해결 방법을 찾아내는데 상당히 어려움을 겪었으나 토의를 거치면서 대부분은 해결 방법을 찾아내었다. 학생들에게는 문제를 잘못 이해한 경우, 값을 잘못 계산한 경우,

문제를 바라보는 시각이 동료와 다른 경우, 문제 해결의 방법을 제대로 발견하지 못한 경우, 어떤 개념에 대하여 고정관념이 있는 경우가 논의의 대상이 되었다. 이 경우 학생들은 소집단 활동을 통하여 대부분 해결책을 찾아내었는데 이는 교사의 직접적인 설명이 없이도 학생들 스스로 기존의 지식과 경험을 이용하여 아직 배우지 않은 수학적 개념이나 기능에 관련된 문제들을 해결하고 이를 통하여 새로운 지식을 구성해 나갈 수 있다는 가능성을 시사해 주는 것이라고 볼 수 있다. 특히, 학생들이 논의하는 과정이나 오류를 수정해 나가는 과정에서 다양한 학습이 일어나는 것을 볼 수 있는데 이는 문제 중심 학습에서 다양한 논의가 될 수 있는 과제의 제시가 무엇보다 필요하다는 것을 의미하는 것이다. 그리고 문제의 해결 방법을 제대로 발견하지 못한 경우에는 더 유능한 동료나 교사의 조력이 필요함을 알 수 있다.

다음은 학생들의 문제 해결 활동에 관한 에피소드 중의 하나이다.

<에피소드-4> ( 5. 자동차의 연비 )

S1:  $y$ 가 1일 때  $x$ 가 1인가?

S2:  $x$ 가 1일 때부터 잡아야 하지 않을까?

S1:  $x$ 가 1일 때  $y$ 가 15.4km. 그러면  $x$ 가 2일 때도...

S2: 아닌데...

S3: 이거 관계식 구하는 거 아니야?

그러면 이거  $b$ 가 50이고  $y = ax + 50$ 이 아닐까?

S1: (세로축과 그래프가 만난 점을 가리키면서) 아! 그럼  $b$ 가 50이 되는 거 야?

S2: 맞아! ( $x$ 절편을 가리키며)  $y$ 가 0일 때  $x$ 가 770이니까  $y = ax + b$ 에서

$$0 = 770a + 50 \text{ 이니까 } 770a = -50. \text{ 따라서 } a = -\frac{50}{770}$$

S3: 관계식 나오잖아.

S1: 나도 한번 해볼까? 나는 이렇게 나왔어.

$y$ 가 1일 때  $x$ 가 15.4가 아닐까?

S2: 왜  $y$ 를 1로 놔?  $x$ 를 1로 놔야지.

S1:  $x$ 를 왜 1로 놔?

S2:  $x$ 를 기본적으로 1로 놓잖아. 그리고  $x$ 에 대입해서  $y$ 값을 구하잖아.

## 2) 문제의 해결 방법 비교

관계식을 구하는 문제에 있어서 대부분의 학생들은 우선 주어진 자료의 패턴을 찾아보려고 하였

다. 그리고 난 후에는 자료들을 수학적인 공식에 대입하여 해결하려고 하였다. 그래서 학생들은 수학교과서를 뒤적이며 공식을 찾아보기도 하고 묻기도 하였다. 그렇지만 일부의 학생들은 주어진 자료들의 규칙성만을 이용하여 문제를 해결하려고 하였다.

또한 그래프를 보고 공통점과 차이점을 찾는 문제에 있어서 어떤 학생들은 그래프의 모양에서 찾으려고 하는 학생도 있었고 함수의 관계식을 보고 찾으려고 하는 학생도 있었으며 그래프의 모양과 함수의 관계식에서 모두 찾아보는 학생도 있어 학생들이 다양한 시각으로 문제에 접근하여 해결 방법을 찾아낸다는 것을 알 수 있었다. 이것은 곧 문제 중심 학습이 학생들에게 다양한 방법으로 문제를 해결할 수 있는 기회를 제공해 주는 학습 방법이 된다는 것을 시사하는 것이다. 따라서 문제 중심 학습에서는 학생들이 폭넓은 사고를 할 수 있도록 해결 방법이나 해가 다양한 과제를 개발하는 것이 중요하다고 볼 수 있다.

다음은 학생들의 다양한 문제 해결 방법을 나타낸 것이다.

연도	1987	1991	1995	1999
소비량(kg)	126	116	106	96

Handwritten notes:  $\Delta = -4$ ,  $\Delta y = -10$ ,  $\Delta x = 4$ ,  $\Delta y = -10$

<그림 III-1> 문제의 해결 방법 비교 (1)

$$\begin{cases} 1987 = 116a + b \\ 1991 = 126a + b \end{cases}$$

$$4 = -10a$$

$$a = -\frac{4}{10} = -0.4$$

$$b = 2037.4$$

$$1987 = -0.4 \times 126 + b = -50.4 + b$$

$$y = -0.4x + 2037.4$$

<그림 III-2> 문제의 해결 방법 비교 (2)

2003	2007	2011	2015	2019	2023
26	16	6	-4	-14	-24
2027	2031	2035	2039		
26	16	6	-4		

<그림 III-3> 문제의 해결 방법 비교 (3)

### 3. 교사의 역할과 지도과정

#### 1) 교사의 역할

문제 중심 학습에서는 우선 교사가 문제를 제시하고 문제 상황에 대해 설명하는 역할을 하였다. 용어라든지 문제 상황을 알기 쉽도록 예를 들거나 보충 설명을 하는 것이다. 또한 학생들이 문제의 해결 활동을 하는 동안에 교사는 강의나 지시를 최소화하고 학생들이 스스로 문제를 해결하도록 하였다. 즉, 교사는 학생의 질문에 대해서 ‘옳다’, ‘그르다’의 직접적인 표현보다 다른 학생의 의견은 어떤지 묻는다거나 본인에게 다시 한번 생각할 수 있는 기회를 주는 등 안내자 또는 조력자의 역할을 하였다. 그리고 중학생의 지적 수준에서 자신이 해결한 문제의 내용을 수학적 개념이나 기능과 연결시켜 생각하고 정리하는 것은 힘든 일이므로 교사는 정리 단계에서 학생들이 해결한 방법이나 정리한 내용을 다시 한번 요약하여 설명해 주고, 수학적 개념이나 기능 등을 과제와 관련지어 설명하였다.

#### <에피소드-5> ( 1. PCS 사용요금 )

T: 각각의 시간대에서의 관계식과 모두 합친 시간대에서의 관계식을 잘 구했어요. 여기서 하고 싶은 이야기는 우리가 구한 이런 관계식이 앞으로 배우게 될 함수라는 겁니다. 이러한 각각의 관계식에 어떤 시간을 넣었을 때 요금이 한 가지로 결정되어 나오는 것을 볼 수 있습니다.  $x$  하나에  $y$  하나씩 대응되는 관계를 함수라고 했죠? 그래서 여러분들이 구한 것이 바로 함수가 되는 것입니다. 그런데 이런 식은 모두가  $y$ 가  $x$ 의 일차식으로 나타내어지는 공통점이 있죠? 그래서 이런 함수를 특별히 일차함수라고 합니다. 일차함수는  $y$ 가  $x$ 의 일차식으로 나타내어지므로 일반적으로  $y = ax + b$ 의 꼴로 표현되는데 여기서  $a, b$ 는 상수이고  $a$ 는 0이면 안 됩니다. 왜냐하면  $a$ 가 0이 되면  $y$ 가 상수항이 되니 일차함수가 될 수 없겠죠? 그리고 이 때  $b$ 는 상수항이라고 부릅니다.

#### 2) 지도과정

Wheatley(1991)는 문제 중심 학습을 과제와 소집단 활동, 전체토의의 세 가지의 요소로 구성하였지만 본 연구에서는 중학교 2학년 수준에 맞도록 이를 재구성하여 「문제의 제시 - 소집단 활동 - 전체토의 - 정리」의 4단계로 나누었다. 교사는 문제의 제시 단계에서 학생들에게 용어나 문제 상황을 설명하였고 소집단 활동에서는 학생들의 문제 해결 활동이 잘 진행될 수 있도록 안내하는 역할을 하였으며, 전체토의 단계에서는 학생들이 발표를 잘 할 수 있도록 조력하였다. 이 때 잘못된 부분에 대해서는 본인 스스로 다시 생각해 보도록 하거나 다른 학생들로 하여금 이를 찾아내어 수정할 수 있도록 유도하였다. 마지막으로 정리 단계에서는 학생들이 찾아낸 개념들을 정리하고 과제의 내용을 학습해야 할 요소와 관련지어 설명하였다. 특히, 마지막의 정리 단계에서는 학생들이 막연하게 해결하였거나 개념 정리가 확실하게 안된 부분에 대하여 교사가 보충 설명을 해 줌으로써 학생들의 이해를 돕도록 하였다.

### C. 논의

본 연구의 목적은 중학교 2학년 일차함수 단원에 알맞은 과제를 개발하여 문제 중심 학습을 실시 하였을 때 교사와 학생, 학생과 학생 사이에 나타나는 상호작용 및 교사의 역할과 지도과정을 분석 하여 문제 중심 학습의 활용 방안과 과제의 개발 방향을 찾는 데 있었다. 본 연구의 분석 결과를 선행연구와 관련지어 논의해 보면 아래와 같다.

첫째, 학생들에게는 문제를 잘못 이해한 경우, 값을 잘못 계산한 경우, 문제를 바라보는 시각이 동료와 다른 경우, 문제의 해결 방법을 제대로 발견하지 못한 경우, 어떤 개념에 대하여 고정관념이 있는 경우 등이 논의의 대상이 되었다. 이것은 문장제로 예시되고 상황이 들어간 문제들이 기본적인 계산 기능뿐만 아니라 언어의 이해와 전략의 탐구과정을 요하기 때문으로 볼 수 있다(구광조, 오병승, 전평국, 1995).

본 연구에서는 학생들이 문제 상황을 해석하여 문제가 내포하고 있는 의미를 찾아내려고 하기보다는 어떻게 식을 세워 답을 구할 것인가와 계산 과정 등에 좀 더 관심이 많았다. 이는 학생들이 그동안 문제 상황을 토대로 학습하기보다는 단순히 계산 문제의 해결을 위주로 학습해왔기 때문이라고 생각된다. 그렇지만 학생들의 다양한 토의 내용 중에는 식을 세우는 방법이나 계산 과정에 관한 것뿐만 아니라 배우지 않은 수학적 개념이나 기능에 관한 것도 있어 수학적인 개념이나 기능을 교사가 직접 설명해 주지 않아도 학생들 스스로가 문제를 해결해 나가면서 학습할 수 있는 능력이 있음을 알 수 있었다. 이것은 학생들이 기존의 지식과 경험, 그리고 동료와 교사의 인지적 조력을 통해 배우지 않은 새로운 개념이나 기능을 학습할 수 있다고 하는 Wheatley(1991)의 주장과 일치하는 것이다. 따라서 문제 중심 학습에서는 학생들이 다양한 논의를 통하여 식을 구하는 것이나 계산 과정에 관한 학습 외에도 새로운 수학적 개념이나 기능에 대해서도 학습할 수 있는 것이다. 그러므로 문제 중심 학습에서 학생들이 스스로 수학적 개념을 구성하고 기능을 학습하도록 하려면 Wheatley(1991)의 주장대로 다양한 논의를 이끌어낼 수 있는 과제의 개발이 무엇보다 중요하다고 할 수 있다.

둘째, 교사가 학습 목표에 따라 수업을 하는 경우에 학생들은 학습 목표와 관련된 내용에 관해서만 학습을 하게 되지만 문제 중심 학습에서는 교사가 의도하지 않은 부분도 학습하게 된다는 것을 알 수 있었다. 학생들의 토의 내용을 살펴보면 다양한 시각으로 문제의 해결 방법을 찾아낸 것은 물론 의도하지 않은 부분도 발견해 낸 것을 볼 수 있는데 이것은 개인의 인식이 신념이나 가치관, 지식 체계 등에 따라 다양하게 나타날 수 있다는 구성주의자들의 주장과 일치하는 것이다. 또한 다양한 견해들이 소집단 토의나 전체토의에서 합의에 이르게 되어 감정적인 객관성을 가지게 되는 것은 사회문화적 관점에서의 주장과 일치한다. 이것은 문제 중심 학습이 학생들로 하여금 사회적인 상호작용을 통하여 다양하고 폭넓은 사고를 하도록 한다는 것을 의미하며, 이와 같은 문제 중심 학습의 효과를 극대화하기 위해서는 Wheatley(1991)의 주장과 같이 다양한 해결 방법과 해가 존재하는 과제를 개발하는 것이 무엇보다 중요하다고 할 수 있다.

셋째, 문제 중심 학습에서는 학생들의 소집단 활동과 발표 등이 중심을 차지하므로 교사가 주도적

으로 진행하는 수업에서 학생들이 학습하는데 걸리는 시간보다는 많은 시간을 필요로 하였다. 실제로 문제 중심 학습에서는 학생들이 한가지 또는 두 가지의 문제를 해결하고 발표하는데 45분 수업이 다 소요되었으며, 이 후에 관련된 교과서의 문제를 풀어 보는 것과 같은 활동을 하는데 다시 45분이 소요되었다. 그러므로 교사가 주도적으로 수업을 진행하는데 걸리는 시간의 2배 가량이 소요된 셈이다. 이것은 곧 학습 내용을 적절히 재구성하여 시간을 조절할 필요가 있음을 시사하는 것이라고 하겠다.

넷째, 기존의 교실에서는 주로 교사가 유일한 전문가로서의 역할을 하였지만 문제 중심 학습에서는 학생이 중심이 되어 학습을 이끌어 나가며, 교사는 학습의 안내자, 조력자로서의 역할을 하고 있음을 알 수 있었다. 학생들의 논의 내용을 살펴보면 교사가 해결 방법에 대해 직접적인 언급을 하지 않고 안내만 하여도 학생들이 스스로 해결 방법을 찾아낼 수 있다는 것을 알 수 있다. Wheatley(1991)를 비롯한 많은 구성주의자들이 학습을 안내하고 조력하는 교사의 역할에 대하여 언급한바 있으며 Ridlon(2000)도 사례 연구를 통하여 교사나 동료의 안내만으로도 학생들이 스스로 새로운 개념이나 기능을 학습할 수 있음을 언급한 바 있다. 따라서 문제 중심 학습에서 교사는 학생들이 학습의 주체가 되도록 안내하고 조력하는 역할에 충실해야 한다.

## V.결 론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 학생들에게는 문제 상황이 이해되지 않는 경우, 문제의 해결 방법을 제대로 발견하지 못한 경우, 값을 잘못 계산한 경우, 문제의 해결 방법이 동료와 다른 경우, 어떤 개념에 대하여 고정관념이 있는 경우 등이 논의의 대상이 되었으며 문제 상황 자체에 대한 이해와 해석보다는 식을 세우고 답을 찾는데 초점을 두고 문제 해결 활동을 하였다. 이는 학생들이 다양한 논의를 통하여 능동적인 학습을 할 수 있다는 사실을 나타내는 것이다.

따라서 문제 중심 학습에서는 학생들이 서로 의견을 교환하고 오류를 수정해 나가는 과정을 통해 능동적인 학습을 할 수 있도록 가능한 한 다양하고 폭넓은 논의가 이루어질 수 있는 과제를 개발하는 것이 중요하다. 또한 식을 세우거나 계산력을 향상시키는 것뿐만 아니라 문제 상황이나 이를 해결하였을 때 발생하는 결과를 해석하는 힘을 기르기 위해서는 좀 더 진정한(authentic) 과제를 개발하는 것도 중요하다.

둘째, 학생들이 과제를 처음 접하였을 때에는 어려워하고 당황해 하였으나 소집단 활동을 해나가면서 점차 나름대로의 해결 방법을 찾아내었다. 이것은 교사의 직접적인 설명이 없이도 학생들 스스로 기존의 지식이나 경험을 이용하여 아직 배우지 않은 수학적 개념이나 기능을 구성할 수 있다고 하는 가능성을 제시해 준 것이라 할 수 있다.

특히, 우리 나라의 제 7차 교육과정에서는 학습의 주체가 학습자가 되어야 함을 강조하고 있다. 따

라서 학습자에게 먼저 문제를 통하여 수학적 개념이나 기능을 생각해 보도록 하는 문제 중심 학습은 7차 교육과정에 적합한 학습방법이 될 수 있으며 중등학교 수학 교육에서도 수학적 개념이나 기능의 학습에 긍정적으로 활용될 수 있다.

셋째, 문제 중심 학습에서의 과제는 학생들이 배우지 않은 수학적 개념이나 기능 등에 관한 것으로 학생들의 기존 경험이나 지식만으로 해결하기에는 어려운 점이 있었다. 따라서 학생들을 안내하고 도와줄 수 있는 교사의 역할이 매우 중요하다고 할 수 있다.

## 참 고 문 헌

- 강명희·김나리 (1999). 학습과제의 실제성 인식수준에 따른 학습동기와 성취도 변화, 교육공학연구, 15(1).
- 구광조·오병승·전평국(공역) (1995). 수학 학습 심리학, 서울: 교우사.
- 김남균 (1998). 집단구성방법과 인지양식에 따른 수학과 소집단 협동학습의 효과 분석, 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.
- 김동엽 (2001). 문제중심 수업과 지시적 수업이 학습자의 인식론적 신념에 따라 수업의 유의미성 지각 및 학업성취에 미치는 효과, 한국교원대학교 대학원 박사학위 논문.
- 김연식 (1997). 수학교육에서의 과제학습의 의미와 전망, 대한수학교육학회 논문집, 7(1).
- 백성혜 (2001). 초등학교와 중등학교 과학과의 수준별 수업 유형 분석, 학습자 중심 교과 교육학회 제 6차 연구 발표회.
- National Council Teacher of Mathematics (1989). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA:NCTM.
- Wheatley, G.H. (1991). Constructivist perspectives on science and mathematics learning. *Science Education* 75(1), pp.9-21.