

수 연산에서의 언덕도 도입의 실패¹⁾

이 의 원²⁾ · 김 진 상³⁾ · 이 명 희⁴⁾

수학은 계통성이 강하기 때문에 고학년의 수학 학습 부진은 저학년에서의 수 계산 학습 부진에 그 원인을 찾을 수 있다. 가감승제의 기본적인 계산 원리를 이해 하지 못한 일부 학생들은 아무리 반복해서 알고리즘 연습을 하더라도 수학 불안으로부터 벗어날 수 없고 따라서 실제 문제 상황에서 방해를 받기 때문이다. 본 연구에서는 영상적(iconic) 표상 활동을 강화하기 위하여 2학년 학생을 대상으로 웨일의 언덕도를 도입하고 그 효과를 알아보았다. 이를 위하여 연구반과 비교반을 선정하고 실험 가설을 적용한 후, 수학에 대한 지필 평가지와 수학에 대한 설문지 조사를 시행한 결과 다음을 알 수 있었다. 첫째, 문장제 해결 능력에서 두 집단 사이에는 의미 있는 차이를 발견할 수 없었다. 그러나 시암산 능력과 추론 능력 면에서는 유의 수준 5%에서 연구반이 비교반보다 우수하였다. 둘째, 언덕도 학습을 통해서 연구반 학생들은 수 계산의 중요성을 의식하고, 계산의 즐거움, 수학에 대한 자신감이 증진되었다.

I. 연구의 필요성

일반적으로 수학 교과서는 적절한 생활 문제를 제시하여 학습 동기를 유발하고 구체적 조작 활동을 유도하여 문제를 해결한 후 그 조작 과정을 그림으로 시각화한 후 형식적인 알고리즘을 도입하는 것이 보통이다. 그러나 이러한 접근은 대부분의 학생들에게 너무나 신속하고 획일적이어서 많은 학습 부담을 요구한다. 학생으로서는 달리 대처할 방법이 없기 때문에 그들은 오로지 기계적인 연습에만 몰두할 수밖에 없다.

결국 이러한 기계적 반복 연습 활동은 천부적으로 활동적인 학생들에게 불안감을 유발하는 반면, 계산에 관련된 심적 영상이나 수 감각(number sense)을 증진할 수 없게 된다.

수학을 단순히 계산 활동으로 본다면 계산 외 신속 정확성은 학습의 주요 목표가 되고 학생들은 알고리즘을 익히기 위하여 많은 연습을 하여야 한다. 그러나 이러한 학습은 학생들의 능력에 비추어 과중한 인내와 고통을 요구하기 때문에 불안을 유발한다. 왜냐하면 학생들의 생활 주변 이를테면 가정, 상점, 슈퍼마켓, 약국, 병원 등 대부분의 장소에서는 복잡한 계산을 계산기나 컴퓨터로 대처하는 현실임에 비추어 그들이 지필 계산을 좋아

1) 이 논문은 2000학년도 대구 교육 대학교 교내 연구비에 의하여 연구되었음.

2) 대구 교육 대학교

3) 대구 계성 초등학교

4) 대구 동덕 초등학교

하지 않을 것은 분명하기 때문이다.

그러나 실생활의 대부분의 계산에 컴퓨터·계산기로 대체하더라도 기본적인 계산 기능은 모든 학생들이 학습해야 할 필수·기본적인 지식이고 기능이다. 학생들은 수 계산과정에서 처음으로 수학의 논리에 접근하고, 이를 바탕으로 주변 세상을 합리적·논리적으로 접근할 수 있기 때문이다.

실제로 사칙 계산의 원리는 대부분의 성인들은 쉽게 이해하지만, 저학년 아동들은 수를 읽고 쓰는 활동을 통하여 그 계산 원리를 이해하는 것은 적지 않은 부담이 된다. NCTM은 미래 사회에 대비하여 21세기의 수학 교육의 목적을 '수학적 힘'의 육성에 둘 것을 강조하고 수학적 힘을 다음과 같이 정의한다.

수학적 힘이란 탐구하고 예측하며 논리적으로 추론하는 능력, 수학에 관한 또는 수학을 통한 의사 소통 능력, 수학 내에서 또는 수학과 다른 교과 영역 사이의 아이디어를 연결하는 능력, 수학적 개념과 절차에 대한 올바른 이해와 활용할 수 있는 능력, 문제 해결 능력, 수학적 성향 등 모두를 포함한다(전평국 1999, 재인용).

위 내용에 비추어 NCTM의 수학적 힘은 수학에 대한 인지 발달뿐만 아니라 정의 발달을 더욱 강조한 것으로 이해된다. 그러면 우리의 학교 수학은 학생의 정의 발달에 대하여 어떤 태도를 취하여 왔는가?

전통적으로 우리의 학교 수학은 지필 성적이 우수한 학생은 반드시 수학을 좋아할 것으로 믿어왔다. 즉 수학의 인지 목표만 달성되면 정의 목표는 저절로 따라올 것으로 믿어 왔던 것이다. 교수·학습에서 아동의 인지 발달과 정의 발달에 관하여 김부윤(1993)은 지(知)와 정의(情義)로 표현하면서 이 양자의 관련성을 다음과 같이 강조한다.

지와 정의는 … 분리되어 있는 것처럼 보이지만 실제로는 밀접한 관련성을 가지고 있다. 어떤 개념·원리·이론을 … 알고 이해한다는 지적 성취가 이루어졌을 때에는 그러한 개념·원리·이론에 대한 흥미나 태도를 긍정적 방향으로 형성시킬 수 있고, 지적 성취가 이루어지지 못했을 경우에는 … 부정적인 태도를 형성시킬 수도 있다(p. 190).

즉 학습을 통하여 수학에 대한 인지 능력이 확장되면, 이는 곧 그의 정의 특성을 자극하여 수학을 즐겁게 생각하게 하고, 이는 다시 그의 인지 능력을 촉진시킨다는 것이다. 수학에 대한 이러한 신념이 일반화됨으로서 최근까지 수학의 대부분의 평가는 학생의 인지 발달에 초점을 맞추어 왔던 것이다.

그러나 인지 발달만이 강조된 교실에서는 교사는 전달자로, 학생은 모방자로서의 역할을 강요받는다. 따라서 효율적인 인지 발달을 위하여 학생들의 학습 과정에서 시행착오는 혜용될 수 없고 결국 교실 활동의 주체는 학생이 될 수 없게 된다. 이러한 상황에서는 교사가 주도하는 학교 수학 교실은 1980년대의 미국의 수학 교실에서도 마찬가지여서 이를테면 Wood와 Cobb은 미국의 수학 교실을 다음과 같이 묘사하고 있다.

… 지금도 교실에서 이루어지는 많은 수학 지도의 모습은 …분명하게 정해진 절차에 따라 그 개념의 사용 방법, 그리고 이러한 과정의 숙달된 연습으로 이어지는, … 엄숙한 행사를 진행하듯이 어떠한 질문이나 상호간의 의견 교환이란 있을 수 없

는, 일련의 흐름으로 이루어지고 있다. … 교사가 사용하는 질문은 학생들이 무슨 지식을 어떻게 얼마나 구성했는지를 알아보는 노력으로서가 아니라, 학생들이 답을 얻는데 필요한 절차를 알고 있는지를 물어보는 데 그 목적을 두고 있다(조정수 1999, 재인용).

결국 교사 주도의 수학 교실에서는 학생들은 평가의 대상이 되기 쉽고, 그들의 주도적인 학습 활동은 불가능하게 되기 때문에 결과적으로 학생들의 흥미나 관심, 자신감, 긍지 등 정의 발달은 주요 관심사가 될 수 없을 것이다. 그런데 그로부터 20여년이 지난 최근 *New York Times*에서는 미국과 한국, 일본의 전통적인 교육 방식을 비교하는 기사를 국제 수학 능력 평가를 예로 들어 다음과 같이 보도하고 있다.

… 미국 8학년(중학교 2학년) 학생들의 성적은 참가국 학생들 중 거의 밑바닥이었던 반면, 한국과 일본은 최상위권에 속했다. 그렇지만 수학…을 얼마나 … 중요하게 생각하는지, 또한 이를 과목을 이용하는 직업을 원하는지를 살펴본 연구 조사는 성적과는 정반대로 나타났다. 미국의 경우 학생들은 수학…에 긍정적으로 생각하는 비율이 35%에 달했다. 반면 한국과 일본의 학생들은 이 부분이 바닥이었다. 두 나라의 학생은 수학에 대해서는 9% … 만이 긍정적인 태도를 갖고 있는 것으로 조사됐다…(2001. 5. 17. 영남일보, 재인용).

즉 한국 학생들의 수학 성적이 세계 최상위권임에도 불구하고 수학에 대한 정의적 태도는 정반대라는 것이다. 결국 이 기사는 “수학 성적이 우수하다고 해서 그가 반드시 수학을 좋아하는 것은 아님”을 응변하고 있어서 수학에 대한 우리의 전통적인 신념 즉 ‘수학의 인지 목표만 달성되면 정의 목표는 저절로 따라올 것’이라는 데에 의문을 제기하고 있다.

실제로 추상성, 형식성, 논리성 등 수학의 개념 특성에도 불구하고, 사회 문화적 배경이 전혀 다른 국제 비교 평가에서는 수학에 대한 학생의 인지 발달과 정의 발달은 얼마든지 양립될 수 있는 것으로 생각된다.

비록 지필 성적이 우수하더라도 그가 수학을 신뢰하지 않고 일상적인 문제 상황에서 수학적으로 대처하지 않는다면 그러한 학습은 수학의 진정한 목표를 달성한 것으로 볼 수 없다. 만약 초등 수학의 내용 수준에 비추어 학생의 인지·기능·정의적 발달 비중을 5 : 3 : 2로 가정한다면, 현행 지필 평가는 학생의 수학적 능력의 80%만을 측정할 뿐, 수학의 가치를 확신하고 긍지를 가지며, 일상 생활에서 수학을 활용하는 등의 수학의 정의 능력이 뛰어난 아동들은 정당하게 평가되지 않는다(이의원, 1997).

II. 수학 불안과 청의적 특성

학교 교육을 학생이 사회에 입문하기 위한 준비 과정으로 보면 성인기에 대비하는 최상의 준비는 학생이 자신의 문제를 주도적으로 이해하고 대처하는 과정에서 자신의 능력에 확신을 갖는 것이다. 이러한 관점에서 보면, 학교 수학은 학생으로 하여금 학습 과정에서 자신의 능력을 신뢰하고 수학에 긍지를 가지며 수학적 활동을 즐길 수 있는 기회를 제공

할 수 있어야 한다.

그러나 현실적으로 학생이 스스로 문제를 발견하거나 발견한 문제를 해결하는 것도 쉽지 않기 때문에 학생 스스로 수학 학습에 긍지와 자신감을 가지기란 기대할 수 없다. 왜냐하면 교과서를 익히고 그 내용 절차를 따르더라도 학생이 개념에 접근하는 데에는 한계가 있기 때문이다. 이를테면 대부분의 교과서는 학생들의 평균 발달 수준에 초점을 두고 또 지면 관계상 대부분 한 가지 방법으로 일관되게 서술하기 때문에 학생들이 스스로 다양한 방안을 구안하기란 쉽지 않을 것이다.

그러면 입문기 아동은 어떠한 수학적 지식을 보유하고 학교에 입학하는가? 입문기 아동의 수학적 지식에 관하여 Schwieger(1999)는 다음과 같이 주장한다.

아동은 깨끗한 백지 상태에서 … 수학을 학습하는 것은 아니다. 아동은 넓고 다양한 상황 속에서 부분적인 수학적 개념을 형성하여 왔다. 어떤 아동은 5나 6까지 셀 수 있고, 10까지 혹은 그 이상의 수까지 암기할 수 있다. … 그러나 그들의 용어는 정확하고 완전하게 표현하기에는 충분하지 못하다(대구교대, 춘천교대 대학원 역, 2001, 재인용, p. 13).

즉 아동은 일상 생활에서 연결성이 부족한 단편적 지식을 보유하고 입학한다. 이를테면 그들은 구체적인 상황에서 “사과 3 개는 2 개보다 많다”, “우리가 사는 아파트는 10층이다” 등의 구두 표현은 가능하다. 그러나 그들의 지식은 상황적 · 단편적이어서, 이를테면 ‘10’을 ‘9보다 1 큰 수’ 또는 ‘ $5+5$ ’, ‘ $13-3$ ’으로서 이해하는 것은 아니다.

결국 입문기 아동은 나름대로 적절한 수 감각을 보유하고 있으나, 그들의 지식은 체계적으로 구조화된 것은 아니기 때문에 그들의 지식은 학교 수학을 통하여 적절하게 구조화되지 않으면 안 된다.

그러면 학교 수학의 학습 과정에서 아동의 정의적 특성은 어떠한가?

수학 학습 과정에서 아동의 심리 상태를 Schwieger(1999)는 ‘수학 학습과 수학적인 활동에 관련된 전형적인 불안 상태’로서 수학 불안(math anxiety)을 정의한다. 그는 학생의 수학 불안을 다른 교과 학습과 비교하여 다음과 같이 강조한다.

수학에 대한 부정적인 성향은 가끔 수학 불안으로 발전되는 반면, 다른 교과 영역에서 발생하는 학습 불안과는 비교되지 않는다. 예를 들면 과학 불안, 사회 불안, 미술 불안 등의 말은 거의 들을 수 없다. 틀림없이 일부 아이들은 이를 교과 학습도 싫어하고 그 교과에 학습 불안을 느끼지만, 수학 불안과 같은 특별한 현상은 일어나지 않는 것 같다(p. 15).

즉 학생들은 다른 교과 학습에서도 불안을 느끼지만 그 불안 정도는 수학과는 비교되지 않는다는 것이다. 왜냐하면 국어나 사회, 과학 등의 교과에서는 대부분 일상 용어를 사용하고, 또 비록 추상 개념일지라도 반복해서 사용하기 때문에 학생들은 자연스럽게 사용하고 이해할 수 있다. 또 예체능 교과는 대부분 실기 위주이어서 처음부터 단계적으로 반복해서 연습하면 어느 수준까지 도달할 수 있고, 수학과 같이 완전히 틀린 답이란 거의 없다는 것이다.

결국 학생들은 다른 교과에서는 기본 지식을 보유하지 않더라도 학습 불안을 겪지 않는

다. Hughes는 그 이유로 과학 학습의 예를 들고 있다.

과학 학습에서 어린이들은, 이를테면 사자의 동물 분류 계통에 대한 사전 지식이 없더라도 사자의 먹이나 습성을 이해하는 데 특별한 저항을 받지 않는다. 그러나 수학은 이들 교과와는 다른 학습 방법을 요구한다. 아이들이 수학적 언어나 기호로서 표현되는 다양한 방법에 수의 이해를 연결시키는 것이 어렵다는 것을 발견한다. 이를테면 “일 더하기 이는 삼과 같다” 또는 “ $1+2=3$ ”과 같은 기호 표현은 그들에게 쉽게 이해되지 않는다. 이러한 이해는 조작물의 이미지와 직접 연결되어야 한다. 즉 “ $1+2=3$ ”이라는 문장은 그들에게 너무나 추상적이고, 또 익숙하지 않은 기호 체계인 것이다.

결국 수학은 다른 교과와는 달리 반복 연습만으로 충분하지 않고, 상황 속에서 필요 정보의 상호 관련성을 이해하고 이를 기호로 표현하는 활동을 요구한다. 결국 추상적인 기호 표현 활동에 익숙하지 않은 학생들은 수학 불안에 직면한다. 그러면 구체적 조작 활동을 능숙하게 수행하는 학생들도 왜 기호 표현에 저항을 느끼는 것일까?

실제로 성인들은 계산이 필요 없는 상황에서는 계산을 하지 않는다. 성인과 마찬가지로 학생들도 기호 표현의 필요성이 의식되지 않는 상황에서는 기호 표현을 즐겨하지 않을 것은 분명하다. 이러한 관점에서 보면 수학의 교수·학습 활동은 기호 표현의 방법이 강조되기도보다는 오히려 기호의 필요성이 강조되는 상황으로 제공되는 것이 바람직하다. 이를테면 교과서의 다음의 예를 들어보자.

“성민이는 우표를 324장, 승구는 285장을 모았습니다. 누가 더 많이 모았는지 알 아보시오.”(수학 2-가, p. 11).

이 문제 상황에서 학생들의 수학 불안을 경감하기 위하여 교사는 우표와 관련된 다음 발문을 할 수 있다.

- 우표를 본 적이 있는가? 어떤 모양인가?-- (편지, 엽서, 네모 모양, 사각형)
- 우표는 어디에 사용되는가? 또 어디에서 살 수 있는가?--(편지, 우체국, 슈퍼마켓),
- 우표는 편지 봉투의 어디에 붙이는가? --(편지 봉투의 네모 칸)
- 우표 1장의 가격은 대략 얼마인가?--(170원, 200원)
- 편지를 배달하는 사람을 무엇이라고 부르는가?--(우체부 아저씨)

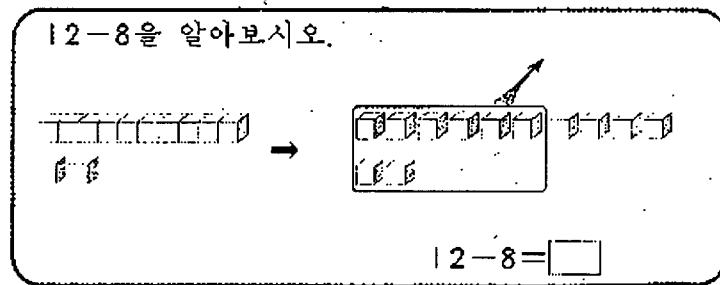
이와 같은 교사의 발문은 학생들의 문제 해결의 불안감 즉 “누가 몇장을 더 많이 모았나?”의 신속한 계산 불안을 완화시키게 된다. 즉 당면 문제 해결과는 거리가 있는 발문에 대하여 학생들은 우표에 관련된 자신의 경험을 검색함으로서 정서 안정을 유지하게 된다. 결국 이러한 대화는 학생들이 문제를 해결하는 데 필요한 비계(scaffolding) 형성 과정이라고 볼 수 있다.

또 학생들의 관심이 문제 해결임을 고려하여 교사는 다음 발문을 제공한다.

- 두 사람 중에서 누가 더 많이 우표를 모았을까?--(승민이)
- 두 사람의 우표를 300장을 기준으로 몇 장 많은지 또는 적은지를 어림하여라.--(24장 많고, 15장 적다).
- 두 사람이 모은 우표를 합하면 모두 500장이 넘을까?--(넘는다).

교사의 다양한 발문은 학생들의 수학 불안을 완화하고 정서 안정을 유도하며 나아가 문

제 해결의 방향을 생각토록 하는 기회를 제공한다. 한편 EIS 이론의 관점에서 보면, 영상적 표상은 기호적 표상보다 불안을 경감하고 또 행동적 표상은 영상적 표상에 비하여 학생들의 수학 불안을 완화하는 효과를 유발한다. 그러면 전통적으로 자명한 영상적 표상 단계로 생각되어 왔던 교과서의 예(2-가 수학 교과서, 22쪽)를 들어보자.



위 그림에서, 화살표는 2 종류가 사용되었고, 또 십 모형 1개와 낱개 모형 2개의 색깔이 서로 다르고 다양한 도형이 그려져 있다. 따라서 위 그림만으로는 학생들은 '12-8'의 개념을 이해할 수 없다. 왜냐하면 학생들은 그림 상황에서 다음의 여러 가지 의문을 가질 수 있기 때문이다.

- 십 모형과 낱개 모형의 색깔은 왜 달라야 하는가?
- 왜 십 모형에서 8개를 빼지 않고 6개만 빼는가?
- 두 종류의 화살표(\rightarrow , \nearrow)가 나타내는 것은 무엇일까?
- 빼는 수의 그림은 왜 네모 모양이어야 하는가?

결국 위 그림 상황은 뺄셈에 익숙한 성인에게는 쉽게 이해될 수 있지만, 저학년 학생에게는 쉽게 이해되지 않는다. 이러한 관점에서 보면 영상적 표상으로 사용된 교과서의 그림마저도 학생들의 수학 불안을 해소하기에는 충분하지 않은 면이 있다.

전통적으로 초등 수학에서는 알고리즘 학습을 중요시하여 왔다. 실제로 필산 알고리즘은 계산의 신속성, 정확성, 신뢰성을 보증하고 또 실생활 문제를 해결하는 데 자주 활용될 뿐만 아니라 상급 학년 수학을 학습할 수 있는 바탕이기 때문에 학생들은 알고리즘을 학습하여야 한다. 그러나 바로 이 점이 학생들로 하여금 알고리즘을 맹신토록 하여 일부의 학생의 경우, 알고리즘의 생성 배경을 망각하고 오직 무의미한 기호 조작에 몰두하게 하는 부작용을 유발하여 왔던 것이다.

이에 따라 교과서는 학생들로 하여금 행동적 표상 단계에서 상징적 표상 단계로 직행도록 함으로서 영상적 표상 단계를 약화시키는 효과를 유발하여 왔다. 이를테면 위의 교과서의 그림 상황을 이해하지 못한 일부 학생들은 알고리즘을 익히는 기계적 연습에 몰두하더라도 그들의 수학 불안은 없어지지 않을 것이다. 그러나 알고리즘은 문제 해결의 유일한 대안이 아니고, 또 일부 학생에게는 최선의 대안이 아닐 수도 있는 것이다.

실제로 교과서 알고리즘을 학습하는 학생은 다소간의 불안을 간직하기 때문에 그들의 불안을 완화하기 위해서는 행동적 표상 단계와 상징적 표상 단계를 조화롭게 연결할 수 있는 다양한 영상적 표상 활동이 필요하게 된다. 이러한 관점에서 이하에서는 학생들을

대상으로 웨일의 언덕도(Mrs Weill's Hill)를 도입(이의원, 2000)하여 지도한다.

III. 수 계산 과정에서의 언덕도의 도입

- (1) 연구 대상으로는 대구광역시 N 초등학교 2학년 1반 아동(44명)을 연구반으로, 또 같은 초등학교 2학년 2반(44명)을 비교반으로 설정한다.
- (2) 연구기간 : 2001. 4. - 2001. 9.
- (3) 교재의 재구성 : 교육과정(2-가)에서는, "두 자리 수의 덧셈과 뺄셈(1)" 9 시간으로 또 "두 자리 수의 덧셈과 뺄셈(2)" 11 시간으로 배정되어 있으나, 본 연구에서는 이를 통합하여 20 시간으로 운영한다. 연구반에 적용할 학습 주제는 다음과 같다.

차시	학습 주제	영상적 표상
1-7/20	두 자리 수 ± 한 자리 수, 세 수의 가감산, 가감산 놀이	(반)구체물
8-13/20	두 자리 수 ± 두 자리 수, 여러 가지 계산 방법, 세 수의 혼합 계산	수직선
14-20/20	놀이 학습, 세 수 이상의 혼합산, 식 만들기	언덕도

연구반을 대상으로 1-7 차시까지 교과서를 중심으로 구체물 조작 활동을 강조하고, 8 차시부터 계산 과정에서 수직선을 도입한다. 또 14 차시부터 언덕도를 적절히 도입한다. 주요 차시별 지도 내용은 다음과 같다.

<1 차시 지도 내용>

(문제) 냉장고 위칸에는 달걀이 27 개, 아래 칸에 8 개가 있습니다. 달걀은 모두 몇 개 인지 알아보시오. (2-가, p. 20)

문제 상황을 읽은 후, 교사는 학생들의 불안을 완화하기 위하여 냉장고와 달걀에 관련된 다양한 상황을 발문한다. 이를테면 계란의 모양이나 가격, 냉장고에 보관하는 이유 등에 관하여 묻고, 또 적절한 추론을 위하여 다음을 발문한다.

- 달걀을 다른 말로 하면 무엇이라고 하는가?--(계란)
- 이 문제의 냉장고에 있는 달걀은 모두 30 개보다 많을까?--(많다)
- 냉장고의 달걀의 수를 구하려면 덧셈, 뺄셈 중에서 어떤 셈이 필요한가?--(덧셈)
- 합을 구하는 식을 말하시오.--(27 더하기 8)

교사와의 대화 과정에서 학생들은 나름대로 어림 표현하며, 정확한 계산의 필요성을 의식한다. 또 교사는 학생들의 다양한 추론 활동을 유도한 후, 그렇게 생각한 이유를 말하게 한다. 나아가 수 모형이나 바둑돌을 활용하여 조작하여 계산하고, 문제를 해결한 후에는 구한 답을 넣어 완성된 문장으로 표현한다. 아울러 몇 개의 유사 문제를 제공하여 구

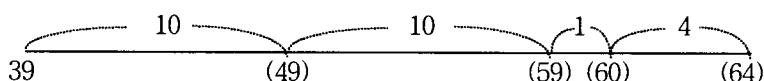
체를 조작을 유도하고, 세로셈의 형식적인 계산은 2 차시 이후에 도입한다.

<8 차시 지도 내용>

본시 주제가 받아올림 있는 덧셈의 여러 가지 방법으로 계산하기임을 고려하여, 가능한 한 교과서와는 다른 방법으로 계산 과정을 그림으로 그려보도록 유도한다. 먼저 수직선을 그어 등산길, 산보길, 도보 여행, 휴게소 등으로 적절히 비유하면서 학생들의 흥미를 유도한다. 또 수 계산 과정에서 다음과 같은 단계를 거쳐 수직선을 적절히 도입한다.

39+25 의 계산

(1 단계) 수직선을 긋고 그 좌측 끝에 39를 쓴다.--(도로, 길, 산보 등으로 비유).



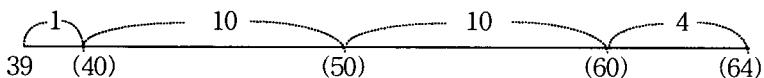
(2 단계) 가수 25를 $10+10+5$ 로 나누어, 39에서 먼저 10만큼 가서 쉰다.--(49: 제1 휴게소).

(3 단계) 49에서 또 10만큼 가서 쉬자.--(59: 제2 휴게소).

(4 단계) 59에서 5를 가려면 $1+4$ 로 나누어, 1만큼 가서 쉬자.--(60: 제3 휴게소).

(5 단계) 60에서 4만큼 더 가자(64: 도착점)

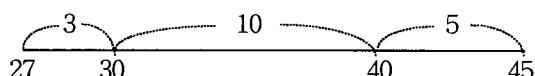
이 과정에서 선을 자연스럽게 긋게 함으로서 어느 정도의 곡선도 인정한다. 또 직선 위의 선택한 점을 도로 위의 휴게소, 쉬는 곳 등으로 다양하게 비유함으로써 학생들의 흥미를 유도한다. 아울러 피가수가 ‘39’임을 고려하여, 가수 25를 $1+10+10+4$ 로 분해하여 위와는 다른 방법으로 적절히 지도한다,



또 유사 문제를 제시하여 학생들 스스로 적절히 휴게소를 잡고, 각 구간의 거리를 구하여 올림 없이 계산할 수 있게 한다. 또 수직선 사용이 어느 정도 숙달되면 2~3 단계를 통합하여 휴게소 수를 적절히 줄이도록 한다. 마찬가지로 받아내림이 있는 뺄셈 지도에서도 다음과 같은 단계를 거쳐 수직선을 도입한다.

45-27 의 계산

(1 단계) 직선을 긋고, 좌측에 27, 우측 끝에 45를 쓴다(27에서 45까지의 거리로 비유).



(2 단계) 27과 45사이에 적절한 휴게소를 잡는다.--(30, 40)

(3 단계) 출발점과 휴게소, 도착점 사이의 거리를 각각 구한다.--(3, 10, 5)

(4 단계) 구한 거리를 모두 합한다.--($3+10+5=18$)

이 과정이 어느 정도 숙달된 후에는 휴게소의 수를 가능한 적게 잡도록 하고, 아울러 시암산을 시도한다.

<14 차시의 지도 내용>

학생들은 직선을 긋는 과정에서 곡선을 그리게 된다. 따라서 수직선을 적절히 곡선으로 위상 변환하여 언덕도를 도입한다.

71-43 의 계산

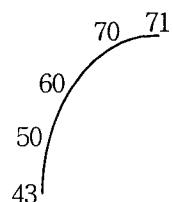
(1 단계) 언덕 모양 곡선을 그리고, 상단에 71, 하단에 43을 적는다. 이 과정에서 71이 43보다 큰 수임을 강조한다.

(2 단계) 43과 73 사이의 중간에 휴게소(50, 60, 70)를 잡는다.

(3 단계) 각 구간의 거리를 구한다.

(4 단계) 각 구간의 거리를 합한다.

$$71 - 43 = 7 + 10 + 10 + 1$$



계산 과정에서 학생들의 불안감을 예방하기 위하여 처음에는 휴게소 수를 가능한 많이 잡고 점진적으로 그 수를 줄여 나간다. 최종적으로는 휴게소를 한 곳(50)만 잡고, 뺄셈을 덧셈식으로 말하게 하고, 암산을 유도한다. 아울러 교과서의 알고리즘의 원리도 적절히 지도한다.

<관찰 내용>

받아올림(내림)이 있는 두 자리 수의 가감산 과정에서 수직선이나 언덕도를 이용하는 학생들의 반응은 처음에는 다양하였다. 학생들은 수직선과 언덕도를 이용하는 계산 방법이 교과서와는 완전히 다른 것에 다소 의아해 하였으나, 교과서의 세로셈 결과와 같고 또 언덕도를 등산, 걷기, 달리기로 비유하고, 또 휴게소, 쉬는 곳 등으로 다양하게 비유하면서부터 계산에 흥미를 보이게 되었다.

언덕도 계산에 재미를 느낀 일부 아동은 스스로 문제를 만들어 휴게소를 잡고 해결하였고, 나중에는 휴게소의 점만 찍고 숫자를 적지 않는 아동도 있었다. 일부 우수 학생은 곡선을 그리고 휴게소를 잡고 숫자를 쓰면서 동시에 암산을 통하여 정답을 구하기도 하였다 (18 차시).

그러나 연가감산 문제에서는 언덕도를 적용하기가 어려움을 알고 그들은 곧 세로셈을 적용하였다. ‘언덕도가 재미있는 이유’에 대하여 아동들은 ‘휴게소를 마음대로 잡을 수 있어서’라고 대답하였다. 그들은 또 휴게소를 잡으면서 “어떤 수가 더 가까울까?” 또는 “빼기가 쉬운 점은 어디쯤인지 생각한다”고 하였다. 휴게소를 결정할 때, 그들은 나름대로 계산하기 쉬운 수를 찾으려고 하였다.

언덕도의 사용에 익숙한 학생들이 “언덕도로 하면 계산이 쉽다”고 하였다. 그러나 언덕도에 대해서 강한 확신을 가지고 있는 학생에게 “만약 시험을 친다면 어떤 방법을 활용하겠느냐?”는 질문에 그는 ‘세로셈’을 선호하였다. 그 이유로 그는 ‘빨리 풀 수 있기 때문’이라고 하였다.

과외 학원에서 학습한 일부 학생들은 세로셈에 숙달되어 있어서, '세로셈으로 하면 빨리 할 수 있는데' 굳이 시간이 오래 걸리는 방법을 택하지 않으려고 하였다. 그러나 그들도 처음에는 수직선과 언덕도가 어려워 보였지만 계속해 보니까 언덕도가 더 쉬워졌다고 하였다. 이로 미루어 언덕도를 반복 연습하면 휴게소 잡는 것이 쉬워지기 때문에 어느 정도의 연습(drill)은 필요한 것으로 생각된다.

또 언덕도에 익숙한 학생들도 "받아올림, 받아내림이 없는 가감산에서는 세로셈이 더 쉽다"고 함으로서 받아올림, 받아내림이 없는 계산에서는 학생들은 불안을 겪지 않는 것으로 보인다. 결국 받아올림(내림)이 있는 계산에서는 학생들은 불안에 직면하고, 따라서 이 경우 언덕도의 도입은 효율적인 것으로 판단된다.

IV. 결과 분석

1. 언덕도의 학습과 수학적 능력 변화

언덕도의 도입이 학생들의 인지 발달에 어떤 영향을 미칠 것인가를 알아보기 위하여 연구반과 비교반을 대상으로 지필 평가(2001년 6월 12일)를 실시하였다. 본 연구의 목적이 학생들의 수학 불안을 최소화하기 위한 것이므로 학생들의 평가 문제지(부록 참조)는 25분 동안 측정하였다.

문제지의 문항 구성은 ① 수 연산 감각과 추론 능력을 평가하기 위하여 대소 비교 8 문제(문제당 1점), ② 지필 또는 시암산 능력의 8 문제(문제당 1점), ③ 문장제의 3 문제(문제당 3점)로 구성하여 총 25점 만점으로 채점하였다.

특히 문장제 문항에 대해서는 다음과 같이 부분 점수를 부여하여 채점하였다.

평가 기준	점수
과정(식이나 그림)과 답이 합리적으로 기록된 경우	3점
합리적인 과정은 있으나 오답인 경우	2점
합리적인 과정이 없고 정답만 제시된 경우	1점
과정과 결과가 모두 합리적이지 않은 경우	0점

연구 대상 학생들의 시험지를 위 평가 기준에 따라 평가한 결과의 집단의 평균 차를 유의수준 5%에서 t-검정한 결과는 다음 <표 1>과 같다.

<표 1>에서 연구반과 비교반 아동들의 전체적인 수학적 능력 면에서는 유의 수준 5%에서 의미 있는 차를 보이고 있고, 또 그것은 시암산 능력과 어림하는 등의 추론 능력의 차에서 기인된 것으로 생각된다. 그러나 문장제 해결 능력에서는 두 집단의 평균 차는 의미 있다고는 할 수 없다. 이로 미루어 언덕도의 학습은 문장제 해결 능력에서는 유효하다고는 할 수 없으나 시암산 능력과 추론 능력을 증진할 수 있고, 따라서 전체적으로 수학적 능력 증진에 유효하다고 판단된다.

이로 미루어 언덕도의 학습은 계산 과정이 선으로 시작화됨으로서 학생들의 시암산 능력과 추론 능력을 증진하였고, 이에 따라 수학적 능력 면에서 의미 있는 발달이 이루어진

것으로 생각된다.

<표 1> 연구반과 비교반의 평균 차

구분(만점)	반	N	평균	표준편차	t	df	p
총 점(25)	연구반	44	20.86	4.38	2.090	86	0.040*
	비교반	44	18.59	5.74			
추론능력(8)	연구반	44	6.89	1.43	2.129	86	0.036*
	비교반	44	6.09	2.02			
시암산(8)	연구반	44	6.68	1.44	2.437	86	0.017*
	비교반	44	5.73	2.16			
문장제(9)	연구반	44	7.36	2.53	1.062	86	0.291
	비교반	44	6.77	2.69			

* p<0.05

그러면 언덕도 학습이 문장제 해결 능력에는 왜 뚜렷한 영향을 미치지 못하였을까? 이는 아마도 문장제가 단순히 수 계산 기능보다는 문제 상황의 적절한 이해를 전제로 한 것으로 구성되고 또 2학년 수준에서는 해결하기 어려운 내용도 포함되어 있기 때문으로 생각된다. 왜냐하면 문장제에서의 학생들의 착오는 대부분 계산 착오에서 비롯되기보다는 상황을 잘못 이해한 데에서 기인된 것이기 때문이다.

아울러 부수적인 요인으로는 문제의 배열 순서에도 다소간의 영향을 받을 수 있다. 즉 문장제가 마지막에 제시됨으로서 대부분의 학생들은 앞의 1, 2번의 문제 해결에 많은 시간을 허비할 수 있기 때문이다. 이로 미루어 객관식 단답형 문제와 주관식 서술형 문제의 배열은 적절히 연구되어야 할 과제로 생각된다.

결국 수 연산 과정에서 언덕도의 적절한 도입은 저학년 학생들의 추론 능력과 시암산 능력에 긍정적인 효과를 제공할 수 있으나 문장제 해결에서는 의미 있는 증진을 보인다고는 할 수 없다.

2. 언덕도의 학습과 학생들의 경의적 태도

언덕도의 학습이 학생들의 수학에 대한 정의적 태도에 어떠한 영향을 미치는가를 알아보기 위하여 연구반을 대상으로 자작 설문지(부록 참조)를 제작하여 조사하였다. 다만 언덕도를 비교반 학생들에게는 도입, 지도하지 않았기 때문에 설문 조사에서 두 반의 상호 비교나 연구반의 전후 비교는 할 수 없었다.

2학년 학생들의 수준에 비추어 그들의 정확한 반응을 설문 조사하기란 쉽지 않다. 이러한 측면에서 교사가 설문지의 내용을 천천히 읽어 주고 필요한 경우 부연하여 설명하였다. 학생들은 교사의 설명을 듣고 자신의 설문지에 체크하였다. 설문지의 내용에 따른 반응 분포와 그에 따른 분석은 다음과 같다.

가. 전체 교과목 중에서 수학에 대한 선호도 조사

먼저 전체 교과목 중에서 수학에 대한 선호도를 알아보기 위하여 학생들의 5개 교과목 즉 ‘바른 생활, 국어, 수학, 슬기로운 생활, 즐거운 생활’을 제시하고, 그 중에서 ① 가장 학습하기 좋다고 생각하는 교과와 ② 가장 어렵다고 생각하는 교과목을 각각 택일하게 하였다. 학생들의 반응 결과는 다음 <표 2>와 같다.

<표 2> 학생들의 교과 선호도

과목명	바른 생활	국어	수학	슬기로운 생활	즐거운 생활	n (%)
						계
가장 공부하기 어려운 교과	3(7)	11(25)	21(48)	5(11)	4(9)	44(100)
가장 공부하기 쉬운 교과	3(7)	5(11)	8(18)	8(18)	20(45)	44(100)

<표 2>에서 ‘수학을 학습하기 어려운 교과로 생각’하는 연구반 학생들은 약 절반 정도 (48%)였고, 또 “국어나 또는 수학이 어렵다”고 생각하는 학생들이 대부분(73%)이었다. 이에 비하여 “수학이 쉽다.”고 생각하는 학생은 매우 적어서(8명), 결과적으로 (수학을 싫어하는 학생 수)와 (수학을 좋아하는 학생 수)의 비는 약 2.6 : 1 임을 알 수 있다.

결국 언덕도의 학습에도 불구하고 수학은 다른 교과에 비하여 학생들에게 어려운 교과로 비춰지고 있다. 이러한 측면에서 보면 수학의 교과명도 생활과 관련지어 연구될 필요도 있을 것이다.

나. 수 계산 방법의 선호도

언덕도를 학습하더라도 학생들이 이를 실제 상황에서 활용하지 않는다면 학습 효과는 적을 것이다. 이러한 관점에서 만약 수학 시험을 칠 때 계산을 어떤 방법으로 할지를 선택하게 한 결과, 학생들의 반응은 다음 <표 3>과 같이 나타났다.

<표 3> 시험칠 때 계산하고 싶은 방법

수직선	세로셈	암산	언덕도	기타	n (%)
					계
0(0)	17(39)	14(32)	13(29)	0(0)	44(100)

언덕도를 학습하였음에도 불구하고 수 계산을 한다면 “세로셈으로 하겠다”는 학생이 가장 많이(39%) 나타났다. 이러한 결과는 교과서와 익힘책 및 대부분의 참고 교재들이 표준 알고리즘을 도입하고 있기 때문으로 생각된다.

그러나 학생들이 수를 암산하는 과정에는 언덕도나 수직선으로 심적 영상이 가능함을 고려할 때 세로셈이 아닌 암산이나 언덕도를 이용하는 학생들은 과반수(약 61%)를 넘는

것으로도 볼 수 있다. 또 기타란에는 ‘구체물’이라고 구두로 설명하였으나, 학생의 선택이 없는 것은 신속성이 강조되는 실제 평가 상황을 지나치게 의식한 결과라고 생각된다.

다. 언덕도의 학습과 정의적 태도

언덕도의 학습이 수학에 대한 정의적 태도에 어떠한 영향을 미칠 것인가를 조사하기 위하여, 수학에 대한 학생의 정의적 태도를 ① 수학과 수학 학습에 대한 가치관과 ② 수학에 대한 자아 개념 및 ③ 수학 학습 성향으로 구분하여 다음과 같은 문항으로 재구성하였다.

즉 수학과 수학 학습에 대한 가치관으로서 “수 계산의 중요성과 일상 생활에서의 수학의 활용도 및 수학의 사회적 역할과 가치관”을 평가하는 4 문항으로 구성하고 또 수학에 대한 자아 개념은 ‘자신의 수학 학습 능력과 자신감, 수학에 대한 흥미도 및 앞으로의 수학 학습에 대한 의지’ 등을 조사하는 3 문항으로 구성하였다. 또 수학 학습 성향으로는 ‘수 계산과 관련하여 암산과 언덕도, 지필 계산에 대한 자신의 경험과 취향’을 평가하는 3 문항으로 구성하였다. 또 각 문항에 대하여 학생들은 “예, 보통이다, 아니오” 중에서 택일하게 하였다(부록 2 참조).

또 학생들의 응답 내용에 따라 ‘예’인 경우에는 2 점, ‘보통이다’에는 0 점, ‘아니오’인 경우에는 -2점을 부여하여 통계 처리한 결과는 다음 <표 4>와 같다.

<표 4> 수학에 대한 정의적 태도

N=44

	수학에 대한 정의적 태도	긍정 (2점)	보통 (0점)	부정 (-2점)	평균
수학에 대한 가치관	수 계산은 중요하다.	31	12	1	1.364*
	일상생활에는 수학과 관련된 문제가 많다.	23	18	3	0.909*
	수학을 잘하면 성공할 수 있다.	23	14	7	0.727
	과학자가 되려면 수학을 잘 해야 한다.	9	6	29	-0.909
수학에 대한 자아 개념	나는 앞으로 수학을 더 잘 할 수 있다.	26	14	4	1.000*
	나는 계산 문제를 풀면 잘 맞는 편이다.	8	31	5	0.136
	나는 수학공부 시간이 되면 즐겁다.	19	10	15	0.182
수학 학습 성향	언덕도를 이용하면 암산하기 쉽다.	30	9	5	1.136*
	언덕도를 사용하면 계산하기 쉽다.	24	14	6	0.818*
	계산은 세로셈으로 하면 재미있다.	17	12	15	0.091

<표 4>에서 학생들의 정의적 태도의 긍정적인 순서는 “수 계산은 중요하다” → “언덕도를 이용하면 암산이 쉽다” → “나는 앞으로 수학을 더 잘 할 수 있다” → “일상 생활에는 수학과 관련된 문제들이 많다” → “언덕도를 사용하면 계산이 쉽다”의 순이었다.

이로 미루어 언덕도를 학습함으로써 학생들은 수 계산의 중요성을 의식하고 있고 특히 암산과 계산이 쉬우며, 자신은 앞으로 수학을 잘할 수 있다고 생각하는 것 같았다.

그러나 그들은 “과학자가 되려면 수학을 잘해야 한다”는 데에는 전혀 동의하지 않았다. 또 “계산은 세로셈으로 하면 재미있다”, “나는 계산 문제를 풀면 잘 맞는 편이다”, “나는 수학 공부 시간이 되면 즐겁다”고는 생각하지 않는 것으로 판단된다. 실제로 학생들 주변에는 컴퓨터, TV, 게임기 등 보다 재미있는 놀이감들이 산재하고 있는 현실을 고려할 때 이러한 반응은 어느 정도 이해된다.

학생들의 행동을 관찰하고 또 설문지 결과를 분석한 결과, 언덕도의 학습은 학생들로 하여금 계산의 다양성을 이해하고 암산을 적용하며 수학 학습에 대하여 자신감이 증진되었다고 볼 수 있고, 따라서 수학에 대한 정의적 태도는 긍정적인 상태라고 볼 수 있을 것이다.

V. 끝으로

초등 수학에서의 고학년의 수학 부진은 저학년의 수학 학습, 특히 필산 알고리즘의 부진에도 그 원인이 있다. 왜냐하면 고학년 수학은 대부분 저학년의 기초 계산 능력을 필요로 하고, 따라서 기본 계산 능력이 부진한 아동은 시행착오를 유발할 수 있기 때문이다.

그러나 수학 교과서의 알고리즘은 학생의 경험과 수준에 비추어 너무나 신속하게 도입되기 때문에 일부 학생들에게 수학 불안을 제공하게 된다. 그러나 학생으로서는 달리 대처할 수 없기 때문에 기계적인 연습에만 집중하기 쉽다. 그러나 학생들이 무의미한 연습에 집중하더라도 그들의 수학 불안은 해소될 수 없고 때로는 시행착오에 직면한다. 이것은 성인인 경우에도 마찬가지여서 이를테면 어떤 일의 수행 과정에서 다소간의 불안을 보유하는 한, 그 사람은 자신의 일을 완벽하게 수행할 수 없을 것이다.

실제로 계산기, 컴퓨터가 일상적으로 사용되고 있는 현 상황에 비추어, 일부 학생들은 수 계산을 중요하게 생각하지 않을 수도 있다. 그러나 사칙 연산의 기본 계산 능력이 부족한 학생은 고학년의 수학뿐만 아니라 다른 교과 학습에서도 지장을 받게 된다. 이러한 관점에서 결국 모든 학생들은 기본 계산 알고리즘을 학습하지 않으면 안 된다.

이러한 측면에서 보면 수 계산 학습에서 대부분의 학생들은 이를 첨단 기기와 수학 사이에서 진퇴양난의 위치에 있고, 심적으로 적지 않은 스트레스를 받고 있을 것이다.

이러한 상황에서 자칫 알고리즘 학습 과정에서 학생들에게 완벽한 행동을 요구하게 되면 그들은 시행착오에 직면하고 불안이 심화될 수 있다. 즉 단편적인 기억과 기능 숙달용의 연습 문제에 몰두하더라도 그들의 수학 불안은 사라지지 않게 된다.

결국 수 연산 학습에서는 신속·정확성이 강조되기보다는 연산의 과정을 다양하게 이해 할 수 있는 실제적인 활동이 필요하게 된다. 이를테면 계산 알고리즘을 도입하기 전에 문제 상황을 다양한 그림으로 시작화하고, 또 과감한 어림을 유도한 후 이를 확인하기 위한 방법으로 알고리즘을 도입할 수도 있다.

본 연구에서는 학생들의 수학 불안을 경감하고, 다양하고 재미있는 영상적 표상 활동을 풍부히 할 수 있는 방안으로서 언덕도를 도입하여 지도하였다.

그 결과 언덕도의 학습은 학생들의 수와 연산 감각 및 추론 능력의 발달에 유효하지만 문장제 해결에서는 뚜렷한 효과를 보이지는 않았다. 그러나 전체적으로는 수학 학습에 긍정적인 효과를 제공한다.

또 언덕도의 도입은 학생들의 수학에 대한 정의 발달에 긍정적인 효과를 보이고 있었다. 이를테면 그들은 수 계산의 중요성을 의식하고 특히 언덕도를 이용하면 암산과 계산이 쉬우며, 또한 자신은 앞으로 수학을 잘할 수 있다고 생각하고 있었다.

그러나 그들은 “과학자가 되려면 수학을 잘해야 한다”는 데에는 동의하지 않았다. 또 “계산은 세로셈으로 하면 재미있다”, “나는 수학 공부 시간이면 즐겁다”고는 생각하지 않는 것으로 나타났다. 결과적으로 언덕도를 학습하더라도 학생들은 수학에 대한 강한 확신을 유보하고 있음에 비추어 수학은 여전히 학생들에게 부담 제공 교과로 비치고 있다.

실제로 교과명의 관점에서 “○○ 생활”에 비하여 ‘수학’이란 교과명은 성인으로서도 정확하게 이해할 수 없는 용어이다. 교과서의 소비자가 학생이고, 또 표제(表題)나 교과명이 학습의 내용과 방법을 암시하는 것이 효율적이라면 내용만이 강조된 현재의 ‘수학’보다는 접근 방법도 제시되는 이를테면 ‘수학적인 생활’이나 ‘생활 수학’ 등도 고려될 수 있어야 한다. 왜냐하면 접근 방법도 암시한 이러한 교과명은 학생들의 수학 불안을 경감할 수 있기 때문이다.

결국 학교 수학은 맹목적인 모방 행동보다는 학생이 문제 상황을 이해하고 예상되는 결과를 다양하게 어림해 보고, 또 어림 결과를 합리적으로 분석하는 방안으로서 지필 계산을 도입할 수 있어야 한다. 이를 통하여 학생들은 적절히 어림하고 암산하는 등 다양한 수학적 활동을 경험하게 되고 결과적으로 수학 불안으로부터 벗어나게 될 것이다.

참 고 문 헌

- 교육부 (2000). 초등학교 수학, 수학 익힘책, 교사용 지도서 2-가. 서울: 대한 교과서 주식회사
- 김부윤 (1993). 정의적 영역에 관한 연구. *청량수학교육* 3 189-206.
- 김용국 (1991). 수학의 토픽스. 전파과학사.
- 한국, 일본과 미국의 수학 교육 (2001. 5. 17). 명남일보.
- 이의원 (2000). 수 연산 지도에서의 웨일 부인(Mrs Weill's Hill)의 언덕도의 도입. *대한 수학교육학회지 학교수학* 2(2), 489-508.
- 이의원 (1997). 초등 수학 교육의 열린 교육적 관점. *한국수학교육학회 시리즈 C 초등수학교육* 1(2), 85-95.
- 서울대학교 교육연구소 (1998). *교육학 대백과사전*, pp. 1021-1024. 하우동설.
- 전평국 (1999). 수학과 교수·학습에서의 교수 매체의 역할. *한국수학교육학회지 시리즈 F* 21.
- 조정수 (1999). Vygotsky의 사회 문화적 인지 발달 이론과 의견 교환. *1999 대학원 세*

미나 자료집. 대구 교육 대학교.

Huges, M. (1986). *Children and Number Difficulties in Learning Mathematics*. Oxford, England: Basil Blackwell.

Hughes, M. (1993). *Children and Number*. Cambridge, MA: Blackwell.

Mansfield, H., Pateman, N. A., & Bednarz, N. (1992). *Mathematics for Tomorrow's Young Children*. [한국 교원 대학교 대학원 수학교육과 역, 1999, p. 263].

Maurer, S. B. (1998). What is an algorithm? What is an answer? In Morrow, L. J., Kenney, M. J. (Eds.), *The Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematics (NCTM 1998 Yearbook)*, pp. 21-31. Reston, VA: NCTM.

Schwieger R. D. (1999). *Teaching Elementary School Mathematics, A Problem - Solving Approach*. Wadsworth Pub. Co. pp. 2-13. [대구 교대, 춘천 교대 대학원 역, 초등 수학 지도법].

Weill, B. (1978). Mrs. Weill's hill: A successful subtraction method for use with learning disabled children. *Arithmetic Teacher 26*, 34-35.

<부 록>

수학적 능력 평가지

()초등학교 2의 ()반 번호() 이름()

1) 양쪽의 수를 비교하여 ○안에 >, < 를 찾아 넣으시오.

24 + 39 ○ 55	24 - 16 ○ 10
30 - 14 ○ 15	100 - 43 ○ 67 - 15
91 - 44 ○ 53 + 2	57 + 38 ○ 94
17 - 13 + 25 ○ 29 - 3	42 + 3 + 8 ○ 53 - 4

2) 다음을 계산하시오.

78 + 9 = ()	50 - 8 = ()
95 - 9 = ()	38 + 12 = ()
28 + 27 = ()	77 - 38 = ()
60 - 48 = ()	36 - 8 - 6 = ()

3) 학급 문고를 만들기 위해 책을 모았습니다. 어제까지 85권을 모았습니다. 오늘 8권을 더 모았습니다. 학급 문고는 모두 몇 권이 되었습니까?

4) 83개의 사과를 두 개의 상자에 나누어 담으려고 합니다. 한 상자에 39개 담았다면 나머지 상자에는 몇 개의 사과를 담아야 합니까?

- 5) 버스에 34명이 타고 있습니다. 정류장에서 5명이 내리고 12명이 탔습니다. 지금 버스에 타고 있는 사람은 몇 명입니까?

설문 조사지

이 설문지는 여러분에게 수학을 더 잘 가르치기 위한 것입니다.

설문지의 문항을 잘 읽고 자신이 생각하는 곳에 ○표 하시오.

1. 내가 가장 공부하기 어렵다고 생각하는 과목을 하나만 고르시오.

국어	수학	바른 생활	슬기로운 생활	즐거운 생활

2. 내가 공부하기 가장 쉽다고 생각하는 과목을 하나만 고르시오.

국어	수학	바른 생활	슬기로운 생활	즐거운 생활

3. 수학 계산 문제를 푸다면 다음 중 어떤 방법으로 하고 싶은지 하나만 고르시오.

수직선	세로셈	암산	언덕도	기타

4. 다음을 읽고, (예, 보통, 아니오) 중에서 하나만 고르시오.

- (1) 수를 계산하는 것은 중요하다고 생각한다. (예, 보통이다. 아니오.)
- (2) 나는 수학 계산 문제를 풀면 잘 맞는 편이다. (예, 보통이다. 아니오.)
- (3) 일상생활에는 수학과 관련된 문제들이 많다. (예, 보통이다. 아니오.)
- (4) 나는 수학 공부 시간이 되면 즐거운 편이다. (예, 보통이다. 아니오.)
- (5) 계산은 세로셈으로 하면 재미있다. (예, 보통이다. 아니오.)
- (6) 언덕도를 이용하면 계산하기 쉽다. (예, 보통이다. 아니오.)
- (7) 언덕도를 이용하면 암산하기 쉽다. (예, 보통이다. 아니오.)
- (8) 나는 앞으로 수학을 더 잘 할 수 있다고 생각한다. (예, 보통이다. 아니오.)
- (9) 수학을 잘 하면 성공할 수 있다고 생각한다. (예, 보통이다. 아니오.)
- (10) 과학자가 되려면 수학을 잘 해야 한다. (예, 보통이다. 아니오.)

<Abstract>

Introducing the Mrs. Weill's Hill Diagram to Learning Algorithm

Lee, Eui-Won⁵⁾; Kim, Jin-Sang; & Lee, Myung-Hee

Historically, the use of algorithms has been emphasized in the mathematics curriculum at the elementary school mathematics. The current reform movement in our country are seemed to emphasize the importance of algorithms in favor of problem-solving approaches, the conceptualization of mathematical processes and applications of mathematics in real world situations.

Recently, children may come to school with a fairly well-developed attitude about mathematics and mathematical ideas. That is, they do not come to school and to learning mathematics with a clean slate. Because they have already formed some partial mathematical concepts in a wide variety of contexts. Many kindergarten children have attended pre-school programs where they played with blocks, made patterns, and started adding and subtracting.

It seems that there are psychological change attitudes of the children in upper grades toward learning mathematics. In our elementary school mathematics, almost every student are still math anxious or have developed math anxiety because of paper-pencil test.

In these views, this paper is devoted to introduce and apply to second grade students in ND-elementary school in Taegu City the new method for learning addition and subtraction so called 'Mrs Weill's Hill', which is believed as a suitable method for children with mathematical learning disabilities and Math anxiety.

5) leewon@dnue.ac.kr