

## 적응 역전파 신경회로망의 은닉 층 노드 수 설정에 관한 연구

홍봉화\*

### 요 약

본 논문에서는 학습계수를 발생한 오차에 따라서 적응적으로 갱신할 수 있는 학습알고리즘에 은닉 노드의 수를 다양하게 변화시킬 수 있는 적응 역 전파(Back Propagation) 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 국소 점을 벗어날 수 있는 것으로 기대되고, 수렴환경에 알맞은 은닉 노드의 수를 설정할 수 있다. 모의실험에서는 두 가지의 학습패턴을 가지고 실험하였다. 하나는 X-OR 문제에 대한 학습과 또 다른 하나는 7x5 도트 영문자 폰트에 에 대한 학습이다. 두 모의실험에서 국소 점으로 안주할 확률은 감소하였다. 또한, 영문자 폰트 학습에서의 신경회로망은 기존의 역 전파 알고리즘과 HNAD 알고리즘에 비하여 약 41.56%~58.28%정도 학습효율이 향상됨을 고찰하였다.

### 1. 서론

오늘날 반도체 기술의 발달로 인하여 신경회로망의 구현 가능성이 높아짐에 따라서 신경회로망에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 신경회로망의 알고리즘 중에서 일반적으로 이용되는 역 전파 알고리즘은 반복적인 학습을 수행시, 연결강도의 갱신과정에 있어 발생한 오차에 상관없이 고정된 상수 값을 학습파라미터로 하여 연결강도를 일률적으로 조정하는 불합리성을 지니고 있다.

역 전파 알고리즘의 학습과정에서 학습 파라미터를 부적절하게 선택할 경우, 필요이상의 반복횟수를 요하는 문제점과 종종 국소적인 해로 빠지는 문제 등이 야기된다.<sup>[1][2][3]</sup>

역 전파 신경회로망의 과대한 학습시간의 소

요문제 및 국소 해로 빠지는 문제점을 해결하고 학습 알고리즘을 최적화 하여 실시간으로 처리를 수행할 수 있는 신경회로망에 대한 연구가 요구된다. 또한, 은닉 노드의 최적의 수는 미리 알 수 없으며, 여러 번의 시도와 오류에 의해 결정한다. 이러한 문제를 해결할 수 있도록 하기 위하여 동적으로 은닉 층의 노드 수를 변화하게 할 수 있는 연구가 요구된다.

즉, 국소 점에 안주할 때 새로운 노드를 부가함으로써 학습효율을 향상시킬 수 있는 알고리즘이 요구된다.

따라서, 본 논문에서는 역 전파 알고리즘의 학습수행 시, 가중치 갱신과정에 영향을 미치는 학습계수와 관성 계수 값을 고정된 상수 값이 아닌 유동적인 값을 갖을 수 있도록 그림 1과 같이 EXP함수의 성질을 도입하여 발생한 오차에 따라서 학습계수와 관성계수를 적응 적으로 변경시킴으로써 반복횟수를 줄일 수 있고 안정성을 향상시킬 수 있는 알고리즘을 제안하였다.

\* 새명대학교 컴퓨터수리 정보학과 교수

또한, 이 적응알고리즘에 Yoshio Hirose, Koichi Yamashita and Shimpei Hijiya<sup>[9]</sup> 등에 의해 제안된 동적으로 은닉노드를 추가 또는 삭제할 수 있는 알고리즘을 결합함으로써 최적의 수렴환경을 연구하고자한다.

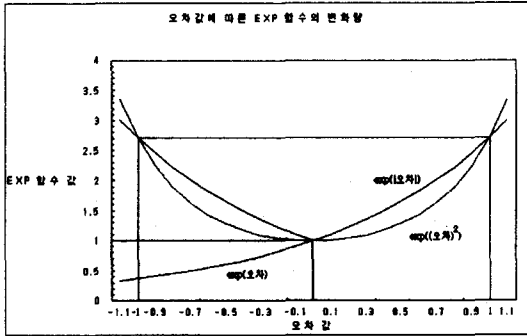


그림 1. 오차에 따른 지수함수의 성질  
Fig. 1. The property of exponential function for the error

제안된 알고리즘의 효과를 검증하기 위하여 배타적 논리합(Exclusive OR : XOR)문제의 학습과 7x5영문자폰트의 학습에 적용하였다<sup>[3][4][5][6]</sup>.

## II. 역 전파 알고리즘

역 전파 학습이론은 미분의 반복규칙을 여러 번 반복 적용하여 확률 근사치를 유도해내는 알고리즘으로서 연결강도 공간의 결합 점에서 오차의 표면이 기울기를 따라가는 방법이며, 일반화된 기울기 감소법(Generalized Delta Rule)이라고도 한다<sup>[1][2][3]</sup>.

역 전파 신경회로망은 그림 2에 나타낸 바와 같이 입력, 은닉 및 출력 층으로 구성된 계층형 구조를 지닌 다층 신경회로망으로 1986년 Rumel-

hart가 교사 있는 학습 이론인 역 전파학습 알고리즘을 적용하여 제안한 신경회로망이다<sup>[1][2][3]</sup>.

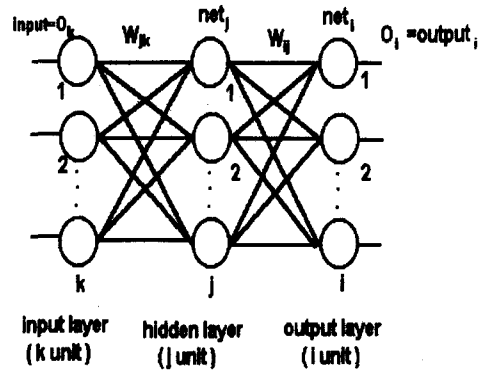


그림 2. 역 전파 신경회로망  
Fig. 2. The structure of back propagation neural networks

그림 1의 학습 층에 있어서 k 번째 층의 노드를  $P^k$ , 노드 수를 L이라 하면 k+1번째 층의 노드입력  $U_p^{k+1}$ 는 k 번째 층 시그모이드 함수  $a_p^k$ 의 출력과 연결강도  $W_p^k$ 의 내적으로서 구하며, 그 과정은 다음과 같이 기술 할 수 있다.

$$U_p^{k+1} = \sum_{b=1}^L W_b^k a_b^k \tag{1}$$

식(1)에서  $u_p^{k+1}$ 는 k층의 p번째 노드와 K+1층의 p<sup>k+1</sup>번째 노드사이의 가중치  $w_p^k$ 에 전단의 출력  $a_p^k$ 를 내적 한 값이다. 노드 내부에 있어서 시그모이드 함수에 의해 출력되는 값은 식 (2)와 같이 기술할 수 있다.

$$a_p^k = \frac{1}{1 + \exp(-U_p^k)} \tag{2}$$

역 전파 신경회로망은 실제출력  $a_i$  와 목표출력  $T_i$ 사이 평균출력오차의 총합으로 정의된 에너지를 최소화하기 위하여 모든 연결 강도를 갱신한다.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L (T_i - a_i)^2 \quad (3)$$

연결강도의 갱신 문제는 입력과 훈련패턴의 집합을 기준으로 하여 식 (3)의 오차 평가함수 E의 크기에 따라 연결강도를 갱신하며, 연결강도의 갱신 법칙은 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} \Delta W_p^{k+1}(n+1) &= \eta \delta_p^k a_p^{k-1} + \alpha \Delta W_p^k(n) \\ \delta_p^k &= \sum_{j=1}^L \delta_j^{k+1} W_{pj}^{k+1} \quad : \text{학습층} \\ \delta_p^k &= a_p^k - T_p \quad : \text{출력층} \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서 n은 반복횟수를 나타내며, 모멘텀 ( $\alpha$ ), 학습계수( $\eta$ )는 고정된 상수 값으로서 1회의 학습에 따른 변화량을 계산하기 위하여 이용된다.

역 전파 학습 알고리즘은, 학습 시 반복횟수의 증가로 인한 수렴속도의 저하문제가 야기되므로, 발생한 오차 값에 비례하여 학습파라미터를 유동적으로 갱신함으로써 학습효율과 수렴속도의 향상을 기할 수 있다.

### III. 적용 학습 알고리즘

식 (4)의 학습계수와 관성계수는 연결강도의 갱신과정에 중요한 역할을 한다. 그러나 기존에는 이들 파라미터 값을 고정시킴으로서 오차 값

이 크던 작던 간에 일정한 고정된 비율에 의하여 연결강도가 갱신되는 불합리성을 지니고 있다.<sup>[1][2][3]</sup>

본 논문에서는 지수(Exponential)함수의 성질을 이용하여 연결강도의 갱신에 중요한 역할을 담당하는 학습계수와 관성계수를 각각의 오차 값에 따라서 갱신할 수 있는 알고리즘을 다음과 같이 제안하였다.

신경회로망에 입력이 주어질 경우, 전 방향 처리과정을 거쳐 출력 층에서 식 (5)와 같이 오차를 산출하며, 식 (3)의 에너지를 최소화하기 위하여 학습과정을 반복한다. 이 경우, 발생된 오차는 양의 오차와 음의 오차로 표현된다. 신경회로망에 발생한 오차를 지수 함수적으로 증가 또는 감소 함수형태로 나타내면 식 (5)와 같다.

$$h(\delta_{ij}) = A \exp(\delta_{ij}) \quad (5)$$

그러나, 식 (5)에 있어 오차가 음으로 증가될 경우, "0"로 근접하는 문제가 발생한다.

따라서, 음의 오차를 양의 오차가 갖는 성질로 하기 위한 방법으로 식 (6)과 같이 오차의 절대치를 이용하거나 오차를 제곱하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} h(\delta_{ij}^2) = A \exp(\delta_{ij}^2) & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ h(|\delta_{ij}|) = A \exp(|\delta_{ij}|) & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{cases} \quad (6)$$

A : 상수

식 (6)에서 발생한 오차에 의한 두 식의 크기를 비교하면 표1과 같다.

표 1 오차에 따른 절대치 함수 값과 오차 을 제곱한 함수 값의 비교

Table 1. Comparing Absolute value and square value of error

발생한 오차( $\delta$ )	대소 비교
$-1 < \delta < 1$	$E_{pow} < E_{abs}$
$\delta = \pm 1$	$E_{pow} = E_{abs}$
$\delta > 1, \delta < -1$	$E_{pow} > E_{abs}$

표 1에서 알 수 있듯이 발생한 오차가 1보다 크거나 -1보다 작을 경우, 오차의 제곱에 대한 지수함수 값이 오차의 절대치 함수 값보다 크으로써 연결강도의 갱신시 연결강도의 변동량이 커진다. 역으로, 오차가 -1 과 1사이의 값을 가질 경우에는 오차의 제곱에 대한 지수 함수 값이 오차의 절대치에 대한 지수 함수 값보다 작게된다. 따라서, 연결강도의 갱신 시, 연결강도의 변동폭을 작게 함으로써 시스템의 안정도를 향상시킬 수 있으므로 오차의 제곱에 대한 지수함수 값을 학습파라미터로 이용하는 것이 더욱 효율적이다. 식(6)을 학습계수에 적용하여 기술하면 식 (7),(8)과 같다.

$$\eta_{ij}(n+1) = \eta_{ij}(n) + \Delta\eta_{ij}(n) \tag{7}$$

$$\Delta\eta_{ij}(n) = \begin{pmatrix} h(\delta_{ij}^2) & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ h(|\delta_{ij}|) & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \exp(\delta_{ij}^2) & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ \exp(|\delta_{ij}|) & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{pmatrix} \tag{8}$$

또한, 식 (4)에서 학습계수와 관성계수는 반비례 관계가 성립되므로 관성계수에 대응된 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_{ij}(n+1) = \alpha_{ij}(n) + \Delta\alpha_{ij}(n) \tag{9}$$

$$\Delta\alpha_{ij}(n) = \begin{pmatrix} \frac{1}{h(\delta_{ij}^2)} & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ \frac{1}{h(|\delta_{ij}|)} & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} \frac{1}{\exp(\delta_{ij}^2)} & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ \frac{1}{\exp(|\delta_{ij}|)} & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{pmatrix} \tag{10}$$

따라서, 역 전파 신경회로망의 연결강도 갱신 과정은 식 (7), (8),(9),(10)를 식(4)에 대입하여 식(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta W_{ij}(n+1) &= \eta_{ij}(n)\delta_{ij} + \alpha_{ij}(n)W_{ij}(n) \\ &= \begin{pmatrix} h(\delta_{ij}^2)\delta_{ij} + \frac{1}{h(\delta_{ij}^2)}W_{ij}(n), & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ h(|\delta_{ij}|)\delta_{ij} + \frac{1}{h(|\delta_{ij}|)}W_{ij}(n), & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} A\exp(\delta_{ij}^2)\delta_{ij} + \frac{1}{A\exp(\delta_{ij}^2)}W_{ij}(n), & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ A\exp(|\delta_{ij}|)\delta_{ij} + \frac{1}{A\exp(|\delta_{ij}|)}W_{ij}(n), & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{11}$$

식 (11)을 이용하여 기존의 역 전파 신경회로망에 비하여 20~40%정도 학습효율의 향상을 시킬 수 있다.

또한, 본 논문에서는 역 전파 신경회로망에 영향을 미치는 요소로 은닉 층의 노드 수를 최소자승평균오차(LMS : Least Mean Square)알고리즘을 이용하여 유동적으로 설정하고자 한다 [4][5][6][7][8]

## IV. 은닉 노드 수의 갱신 알고리즘

역 전파 신경회로망은 오차가 급격한 경사를

이루며 감소하는 알고리즘에 기초를 두고 있으므로 국소 점을 피할 수 없다<sup>[1][2][3]</sup>.

본 논문에서는 신경회로망이 국소 점에 안주 되었을 때 새로운 은닉 노드의 부가로 신경회로망이 국소 점을 피할 수 있도록 하였다. 물론, 새로운 은닉 노드를 어느 정도 추가할 수 있는 지에 대하여서도 고려해야 한다.

일반적으로 신경회로망이 국소 점에서 안주하였는지 판단하는 것은 분명치 않으므로 식(3)에 나타난 오차 E를 이용한다. 따라서 본 논문에서도 식 (12)에 기술한 발생된 오차의 평균을 이용하여 은닉 노드를 추가 또는 삭제 할 수 있는 알고리즘(HNAD : Hidden Node Adding and Deleting)을 적용하였다<sup>[9]</sup>.

$$E(t) = \frac{\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M (a_{ij} - T_j)^2}{\sum_{i=1}^L P_i} \quad (12)$$

식 (12)에서 t는 반복횟수를 나타내며, L은 출력 층 노드의 수, M은 은닉 층 노드의 수를 나타낸다. 또한, P는 입력패턴을 나타낸다. 식 (12)을 이용한 은닉 층 노드의 추가 및 삭제 과정은 다음과 같은 방법으로 수행한다.

① 발생된 오차의 평균(E(t))을 매 100번의 연결강도 수정 후 점검한다. 만약 오차의 평균(E(t))이 전단의 평균값보다 1%이상 감소하지 않는다면 새로운 은닉 노드가 추가되며, 만약 평균오차(E(t))가 1%이상 감소한다면 연결강도는 또다시 100번을 갱신한다.

② 은닉 층에 추가된 은닉 노드와 다른 노드 사이의 초기 연결강도는 매우 중요하다. 초기 연결강도를 결정하는 방법으로 두 가지 경우를 시도하였다. 한가지는 비정규적으로(random)정

하고, 앞에서 언급한 역 전파학습을 수행하고 다른 하나는 연결강도가 출력 노드에 영향을 줄 수 없게끔 "0"으로 설정한다.

③ 이상의 알고리즘은 은닉 노드의 수가 오직 증가할 때만 적용시킬 수 있다. 몇몇의 경우에서 은닉 노드의 수는 터무니없이 크게 되므로 은닉 노드수가 감소하는 위상을 제시한다. 즉, 신경회로망이 수렴함으로서 은닉 노드는 제거된다. 이러한 진행은 신경회로망이 더 이상 수렴할 수 없을 때까지 반복한다. 평균 오차 E(t)가 한계오차 값보다 적을 때 신경회로망은 수렴한다.

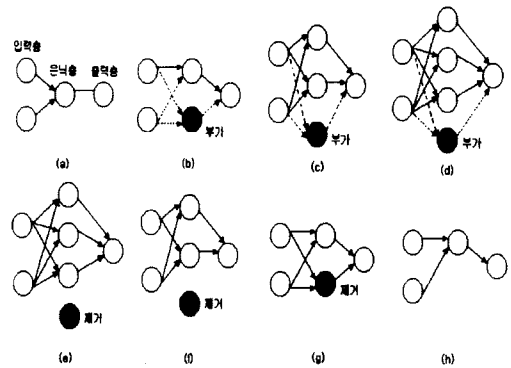


그림 3. 은닉층의 노드 수 변화과정

Fig. 3. The change of processing the number of hidden units

그림 3은 XOR 문제에 대한 학습 신경회로망을 나타낸다. 이 신경회로망은 두개의 입력 노드와 한 개의 출력 노드가 필요하다. 즉, 그림 3(a)과 같이 신경회로망의 초기상태로서 입력과 은닉 그리고 출력 층이 요구된다.

그림 4는 은닉 노드의 변화에 따른 전체 오류 E의 변화이다. 초기 연결강도는 임의로 지정되고 초기 전체오차 E는 크다. 은닉층의 노드수가 1개일 경우 315번의 학습수행 후, E(t)는 0.09로 감소한다. 100번의 학습수행에서 E(t)가 1%이상

감소하면 은닉 노드는 추가되지 않고 100번의 학습수행 후, E(t)가 1%이하로 감소하면 하나의 새로운 은닉 노드가 추가된다.

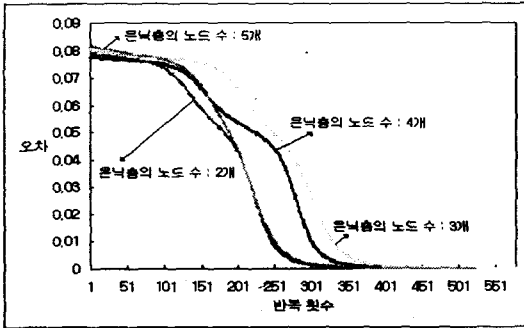


그림 4. 은닉 층의 노드 수에 따른 역전파 모델의 수렴과정

Fig. 4. The convergence processing of back propagation model for the number of hidden units

즉, 위의 과정을 나타내는 신경 회로망의 구조는 그림 3(b)의 것으로 변한다. 검은색으로 표시된 원은 새로 추가된 노드이고, 점선은 새로운 노드의 추가에 의한 연결강도를 나타낸다. 다음 100번의 학습에서 E(t)가 또다시 1%이상의 감소가 없으면, 그림 3(c)에서와 같이 노드가 하나 추가된다. 그림(c)상태에서 다시 100번의 학습 후 E(t)가 1%이하이면, 또 다른 은닉 노드가 추가되어 그림 3(d)와 같이 된다. 4개의 은닉 노드일 때 점차로 감소하므로 더 이상의 은닉 노드의 추가는 없다. 1023번의 학습 후, 신경회로망은 수렴하고, 감소 위상으로 접어든다. 먼저 4번째 은닉 노드가 제거된다. 전체 오차 E는 증가하지만, 1480번의 학습 후 신경회로망은 또다시 수렴하고, 그림 3(f)에 보인 것처럼 은닉 노드가 제거된다. E(t)는 0.12까지 증가하였지만, 신경회로망은 또다시 수렴하고, 그림 3(g)와 같

이 오직 한 개의 노드가 남을 때까지 제거된다. 이때 E(t)는 매우 크게 증가하고, 5000번의 학습 동안까지 수렴하지 않는다.

본 알고리즘은 신경회로망이 오직 한 개의 노드만으로 XOR 문제를 해결할 수 없다는 것을 나타낸다. 따라서 신경회로망의 최종적인 구조는 그림 3(h)와 같다. 연결강도는 두개의 은닉노드로 수렴되었을 때, 1400번의 학습 후, 신경회로망의 연결강도와 같다. 그림 5는 제안된 알고리즘의 흐름을 나타낸다.

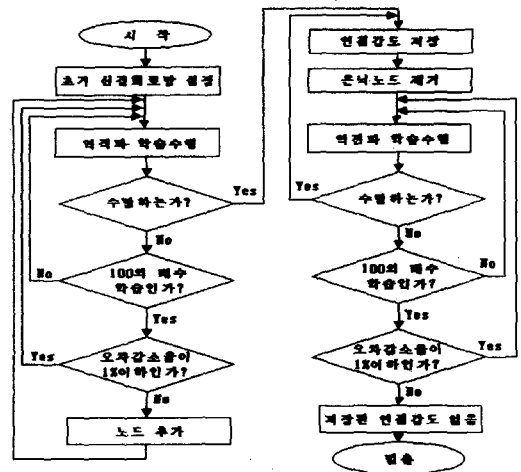


그림 5. 은닉 노드수의 갱신에 대한 흐름도  
Fig. 5. The updating flowchart for the number of hidden node

## V. 모의실험 및 검토

제안된 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 두 가지의 모의실험을 하였다. 첫 번째는 XOR 문제에 대하여 학습을 수행했으며, 두 번째는 보다 복잡한 예로써 7x5 도트 영문자 폰트(dot

alphanumeric font) 학습을 수행하였다.

X-OR 문제 학습과 7x5 도트 영문자 폰트 학습수행에 있어 펜티엄 II 550인 개인용 컴퓨터를 사용하였다.

### 1. X-OR 학습

X-OR 학습은 단순하고 비 선형적인 이유로, 신경회로망의 실험에 자주 이용된다. 학습상수  $\eta_{init}$ 와  $\alpha_{init}$ 는 각각 0.7 와 0.9로 하였고 전체 오차 E가  $10^{-5}$  아래로 감소하였을 때 신경회로망은 수렴하게 하였다. 신경회로망의 최대 반복 횟수는 연결강도 갱신 과정이 5,000번 수행된 후에 정지한다.

비교를 위하여 표준 역 전파 신경회로망과 본 논문에서 제안한 방법을 적용한 역전 파 신경회로망의 학습을 수행하였다. 초기 역 전파 신경회로망은 두개의 은닉 노드를 갖는다. 신경회로망의 최종적인 상태는 초기 연결강도에 의해 결정된다. 임의로 결정된 연결강도의 범위는 파라미터로써 변한다. 각각의 초기 연결강도에 대하여 8개의 계산에 서로 다른 연결강도를 주었으며, 그림 6에 그 결과를 나타내었다.

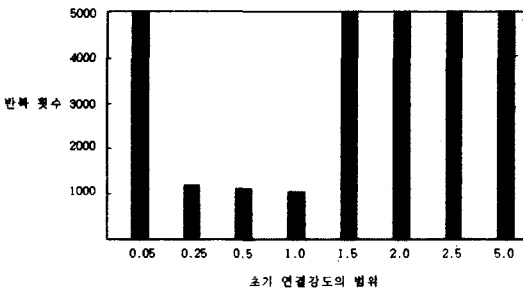


그림 6. 연결강도 범위에 따른 반복횟수

Fig. 6. The number of iteration for range of initial value of weight

그림 6에서 수평축상의 1의 값은 -1과 1 사이에서 선택된 연결강도를 의미한다. 초기 연결강도의 값이 매우 작을 때(-0.05, 0.05)와 클 경우(-1.5~1.5, -2~2, -2.5~2.5, -5~5)에는 수렴하지 않는다. 4개의 입력 패턴 {(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)}이 있고, 네 개의 요소  $\Delta w_{(0,0)}$ ,  $\Delta w_{(0,1)}$ ,  $\Delta w_{(1,0)}$ ,  $\Delta w_{(1,1)}$ 를 구성하는 연결강도  $\Delta w$ 의 갱신은 각각의 입력 패턴과 부합된다. 연결강도를 상쇄하는 갱신의 4가지 구성요소로 인하여 4개의 입력 패턴에 대한 신경회로망의 출력 0.5는 국소 점이 된다. 초기 연결강도가 매우 작을 경우에는 이러한 국소 점에 안주하게 된다. 초기 연결강도의 범위가 (-0.5, 0.5) 또는 (-1, 1)일 때, 모든 계산은 수렴하게 된다. 그러나 범위가 커짐에 따라 점차 수렴하지 않는다. 제안된 알고리즘을 사용한 학습에서 초기 연결강도는 신경회로망에서 자주 이용하는 (-0.5, 0.5)사이의 값으로 임의로 선택하였다. 은닉 노드의 수를 변화시키는 역 전파 알고리즘으로 시행한 계산에서 E(t)는 매 100회의 연결강도 갱신 후에 점검된다. 만약 E(t)가 1%보다 크게 감소하지 않는다면 새로운 은닉 노드가 추가된다. 은닉 노드의 추가로 발생된 연결강도는 모두 0으로 지정된다.

우선 은닉 노드의 초기 수에 대한 은닉 노드의 최종적인 노드수의 의존성을 조사한 결과를 표 2에 나타내었다. 은닉 노드의 초기 수는 1, 2, 3, 4, 5개를 사용하였다. 은닉 노드의 초기 수에 대하여 10번의 반복계산을 수행하였다.

표 2. 초기 은닉 층의 노드 수와 최종 노드의 수  
Table 2. The number of initial node and final node for the hidden layer

초기 노드의 수	1	2	3	4	5
최종 노드의 수	4	2	3	7	5
반복 횟수	1079	1099	1097	1110	1135

표 2에서 알 수 있듯이 은닉 층 노드 수에 따라서 반복횟수의 차이가 발생한다. 즉, 은닉 층 노드 수가 1개일 경우, 수렴을 할 수 없으므로 노드가 추가되어 4가 되고 은닉 층 노드 수가 2, 3, 5개 일 경우에는 새로운 노드 추가 없이 수렴에 도달한다. 또한, 은닉 층 노드 수가 4개 일 경우에는 은닉 층 노드 수가 3개 추가됨을 고찰하였다. 그림 7은 추가된 은닉 층의 노드를 제거하는 과정을 나타낸다.

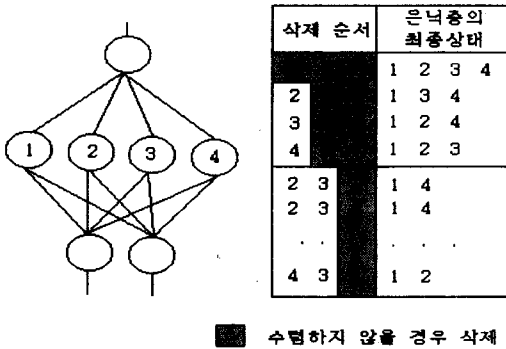


그림 7. 은닉 층 노드의 제거순서  
Fig. 7. The order of removal for the node of hidden layer

그림 7에서 실선은 최대치와 최소치를 제외한 은닉 노드의 최종적인 노드수의 평균을 나타낸다. 일반적으로 초기 은닉 노드의 수가 클수록 최종적인 노드 수 또한 크다. 보다 작은 신경회로망을 얻는데 한 개의 초기 은닉 노드를 쓰는

것이 바람직하다. 위의 학습과정에서 최종적으로 추가된 은닉 노드가 감소국면에서 제거된다. 그러나, 은닉노드의 제거순서에 따라서 수렴에 영향을 줄 수 있기 때문에 은닉노드 제거 순서에 따른 영향을 조사하였다. 본 실험에서는 네 개의 은닉 노드를 갖는 신경회로망을 이용하였다. 분류된 하나의 은닉 노드는 초기 은닉 노드이고 다른 노드는 지정된 순서에 의해 추가된 것이다. 만약, 초기 은닉 노드를 첫 번째로 제거된다면 신경회로망은 수렴할 수 없고, 신경회로망은 네 개의 은닉 노드를 필요로 한다. 만약 두 번째, 세 번째, 네 번째 은닉 노드를 제일 처음 제거한다면 신경회로망은 세 개의 노드가 남음으로써 수렴할 수 있다. 다음으로 첫 번째 은닉 노드가 제거된다면 남아 있는 두개의 노드로 수렴할 수 없으므로 세 개의 노드를 필요로 한다. 모든 은닉 노드의 제거 순서는 2번, 3번 1번 또는 4번, 3번, 1번과 같이하며, 두개의 은닉 노드가 요구된다. 모든 경우에 있어 첫 번째 은닉 노드가 제거되었을 때 신경회로망은 더 이상 수렴하지 않는다. 제거 순서는 다른 세 개의 노드에서도 마찬가지로 차이가 없다.

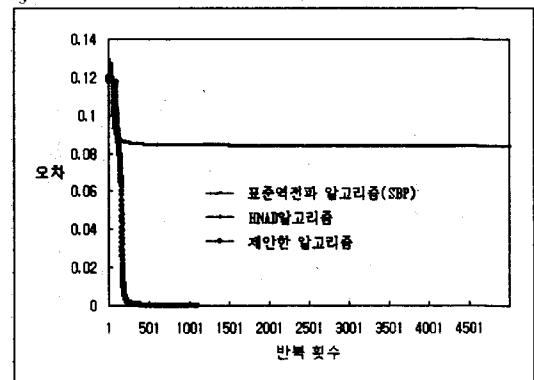


그림 8. 수렴과정의 비교(은닉 노드 수: 1개)  
Fig. 8. Comparing the processing of convergence(number of hidden node: 1)



그림 8은 은닉 층 노드 수가 1개 일 경우, 표준 역전파 신경회로망(SBP), HNAD알고리즘 및 본 논문에서 제안한 알고리즘을 이용한 역전파 신경회로망의 수렴과정을 나타낸다.

그림 8에서 알 수 있듯이 표준 역전파 신경회로망은 5000번 이상 학습을 수행하여도 한계수렴오차에 도달할 수 없는 반면에 HNAD알고리즘과 본 논문에서 제안된 알고리즘을 이용한 역전파 신경회로망은 각각 1103, 1050번의 학습 후에 한계수렴오차( $10^{-5}$ )에 도달함을 고찰하였다.

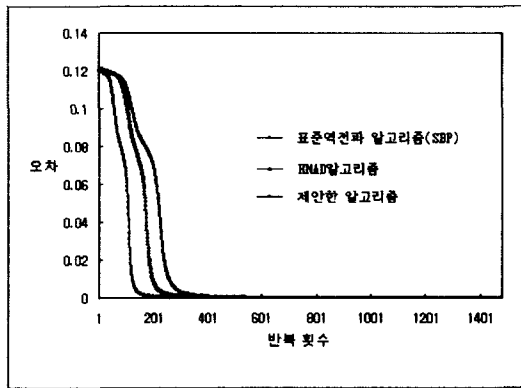


그림 9. 수렴과정의 비교(은닉노드 수 : 2개)  
Fig. 9. Comparing the processing of convergence (Number of hidden node: 2)

그림 9는 은닉 층의 노드 수가 2개일 경우, 표준 역전파 신경회로망 및 참고문헌[9]에 제안된 HNAD (Hidden Node Adding and Deleting) 알고리즘과 본 논문에서 제안된 알고리즘을 이용한 역전파 신경회로망의 수렴과정을 나타낸다.

그림 9에서 표준 역전파 신경회로망은 1427회의 학습 후에 한계수렴 오차에 도달하였고, HNAD알고리즘은 1191회 학습 후 한계수렴오차에 도달하였다. 반면, 본 논문에서 제안된 알고리즘을 이용한 역전파 신경회로망은 696번의

학습 후에 한계수렴 오차에 도달하였다.

실험 결과로부터 알 수 있듯이 본 논문에서 제안된 알고리즘을 이용한 역전파 신경회로망이 표준 역전파 신경회로망에 비하여 약 51.23%의 반복횟수를 줄일 수 있고 HNAD알고리즘에 비하여 41.56%정도 반복횟수를 줄일 수 있음을 고찰하였다.

## 2. 7x5 영문자 폰트 학습

XOR 학습을 위한 신경회로망은 작다. 그리고 은닉 노드의 수가 많아야 10개 내외이다.

영문자폰트(Alphabetic font)학습을 위하여 구성된 보다 큰 신경회로망에 제안된 알고리즘을 적용하여 실험하였으며, 실험에 이용한 신경회로망의 구조는 그림10과 같다.

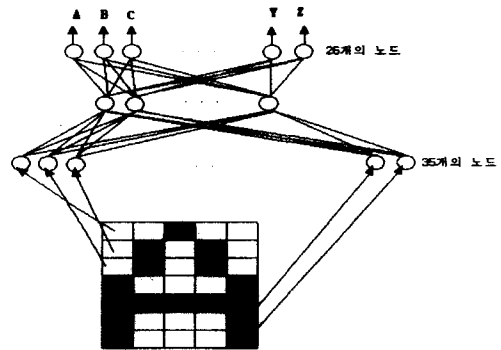


그림 10. 영문자 학습을 위한 신경회로망  
Fig. 10. Neural network for alphabetic font learning.

각 문자는 7x5 도트들이고 각 도트는 35개의 입력 노드 중의 한 개에 해당한다. 도트가 흰색일 경우, 그에 해당하는 노드에 "0"이 입력되고, 도트가 흑색일 경우, "1"이 입력된다. 교사 문자

들은 26개의 영문 대문자로 구성한다. 각 26개의 출력 노드 각각은 영문자 각 한 개에 해당한다.

학습과정에 있어 표준 역 전파 신경회로망과 HNAD알고리즘의 학습파라미터 값은  $\alpha=0.7$ ,  $\eta=0.9$ 로 하여 실험하였다. 각 출력 노드의 교사 데이터와 실제 출력 값 사이의 차이가  $10^{-5}$ 보다 작을 때 신경회로망은 수렴하는 것으로 고려한다.

신경회로망의 수렴에 상관없이 30000번의 반복 후에는 정지한다.

본 논문에서 제안된 알고리즘을 이용한 역 전파 신경회로망의 초기학습파라미터  $\alpha_{init}$ 와  $\eta_{init}$ 는 각각 0.7과 0.9로 하여 학습과정을 수행하였다.

평균오차 E(t)는 매 100번의 연결강도 갱신 후 조사한다. 만약 E(t)가 1%이상 감소하지 않는다면 새로운 은닉 노드가 신경회로망에 추가된다. 표 3은 표준 역 전파 신경회로망, HNAD 알고리즘 및 본 논문에서 제안한 알고리즘을 적용한 역 전파 신경회로망의 학습 과정을 비교한 것이다.

### 표 3. 수렴 과정의 비교

Table 3. Comparing the processing of convergence.

모 델	한계 수렴 오차	반복횟수	초기학습파라미터
표준BP	0.00001	26069	$\eta : 0.9$ $\alpha : 0.7$
HNAD	0.00001	23300	$\eta : 0.9$ $\alpha : 0.7$
제안된 BP	0.00001	10875	$\eta_{init} : 0.9$ $\alpha_{init} : 0.7$

표 3에서 알 수 있듯이 표준 역 전파 신경회로망은  $\eta$ 값에 따라 수렴정도의 차이는 있지만 평균적으로 26069번 이상의 학습을 수행하여야

만 수렴에 도달한다. 또한, 참고문헌 [9]의 HNAD (Hidden Node Adding and Deleting)알고리즘은 단순히 은닉노드만을 추가삭제 함으로서 23300번의 학습을 수행한 후, 수렴에 도달한다. 반면에, 본 논문에서 제안한 알고리즘을 적용한 역 전파 신경회로망은 10875번의 학습횟수를 보임으로서 표준 역전파 신경회로망에 비하여 약 58.28% 정도의 반복횟수를 줄일 수 있으며, HNAD알고리즘에 비하여 53.33%의 반복횟수를 줄일 수 있다.

그러나, 지속적으로 노드가 추가될 경우, 초기 연결강도를 "0"으로 하면 오차율의 작은 감소로 인하여 수렴하지 않는 경우가 존재한다. 따라서, 본 논문에서는 이러한 은닉 노드의 팽창을 피하기 위하여 추가된 은닉 노드에 초기 연결강도를 (-0.5~0.5)값으로 설정하여 실험하였다. 학습초기의 경우, 임의의 연결강도는 신경회로망을 불안정하게 하고 오차 E(t)를 증가시킨다. 그러나 증가한 오차는 연결강도 갱신처리에 의해 본래의 상태로 복귀한다.

## 3. 고찰

제안된 알고리즘이 국소 점에서 잘 벗어남을 두개의 결과를 비교함으로써 판단할 수 있다. 하나는 초기 연결강도를 (-0.5, 0.5)의 범위에서 선택하였을 경우, 표준 역 전파 신경회로망, HNAD알고리즘 및 본 논문에서 제안된 알고리즘을 이용한 역 전파 신경회로망에 관한 결과이고, 또 다른 하나는 초기 은닉 노드가 두 개 일 경우, 은닉 노드의 수를 변화시키는 연산에서 다섯 개 이상일 때 표준 역 전파 신경회로망은 한계 수렴오차에 도달하지 않지만 HNAD알고리즘과 본 논문에서 제안된 알고리즘을 이용한 역 전파 신경회로망은 한계수렴오차에 도달한다.

단지, 보다 많은 은닉 노드가 필요하지만, 제안된 알고리즘은 표준 역전파 신경회로망에 비하여 약 51.23% ~ 58.28% 정도의 학습효율이 향상되었고 HNAD 알고리즘에 비하여 41.56% ~ 53.33% 정도의 학습효율이 향상됨을 고찰하였다.

그러나, 최악의 경우, 은닉 노드가 계속 증가하고 연산을 계속할 수 없는 경우이다. 이러한 경우에는 노드삭제 알고리즘을 적용함으로써 문제를 해결할 수 있다.

추가된 은닉 노드의 초기 연결강도는 출력 노드에 영향을 미치지 않기 때문에, 전체 오차  $E$

는 변하지 않는다. 연결강도는  $\frac{\partial E}{\partial w}$  에 비례적으로 갱신되기 때문에 연결강도 갱신은  $E(t)$ 가 감소하지 않는 경우, 거의 "0"이 된다. 따라서, 추가된 은닉 노드는 잉여 분이 된다. 만약, 100번의 연결강도 갱신에서  $E(t)$ 가 감소하지 않는다면 가장 최종적으로 추가된 은닉 노드에 의해 발생된 연결강도는 거의 모두 "0"이다. 새로운 은닉 노드의 연결강도는 대부분 같은 조건하에서 갱신된다. 이들 두개의 은닉 노드는 같은 방법으로 교차되고 같은 함수로서 실행함으로써 잉여 분을 산출한다.

그림 2에서  $E(t)$ 는 50과 450번의 반복사이에서 감소가 일어나지 않는다. 이러한 주기동안에 추가된 세 개의 은닉 노드는 잉여 분이 된다. 따라서, 잉여 분을 고려하지 않고 가장 최종적으로 추가된 은닉 노드를 가장 먼저 제거한다. 이것은 은닉 노드의 수가 증가된 후에 오차가 감소를 시작하였으므로 이러한 방법으로 은닉 노드를 제거하는 것이 타당하다. 오차는 침체하지 않고 신경회로망은 또 다른 은닉 노드를 요구하지 않으므로 가장 최종적으로 추가된 은닉 노드가 잉여 분이 된다.

일반적으로 역 전파 알고리즘의 학습은  $\eta$ 의 증가로써 빨라지나, 기존의 역 전파 알고리즘에서는  $\eta$ 값이 너무 작거나, 크면 수렴하지 못한다. 그러나, 본 논문에서 제안한 알고리즘은 학습계수( $\eta$ ,  $\alpha$ )에 무관하게 발생한 오차에 따라서 유동적으로 설정되고, 은닉 층의 초기 노드 수를 고려하지 않아도 되는 장점을 갖는다.

앞으로의 연구방향은 본 알고리즘을 필기체

증가로써 빨라지나, 기존의 역 전파 알고리즘에서는  $\eta$ 값이 너무 작거나, 크면 수렴하지 못한다. 그러나, 본 논문에서 제안한 알고리즘은 학습계수( $\eta$ ,  $\alpha$ )에 무관하게 발생한 오차에 따라서 유동적으로 설정되고, 은닉 층의 초기 노드 수를 고려하지 않아도 되는 장점을 갖는다.

## VI. 결론

본 논문에서는 학습파라미터를 발생한 오차에 따라서, 유동적으로 갱신할 수 있는 알고리즘을 제안하였다.

또한, 은닉 층의 노드 수를 발생한 오차의 변동 량에 따라서 유동적으로 변경할 수 있는 알고리즘을 제안하였다.

초기 은닉 노드와 부가된 은닉 노드에 대한 초기 연결강도가 임의적으로 주어졌을 때 역 전파 신경 회로망은 국소 점으로부터 탈피할 수 있으며, 학습파라미터와 은닉 층의 노드 수를 시스템이 자동적으로 조정하기 때문에 학습과 오류에 대하여 최적수렴환경을 설정할 수 있다.

XOR 문제와 영문자와 폰트의 학습에 대한 모의실험결과, 표준 역 전파 신경회로망에 비하여 약 51.23%~58.28% 정도의 학습효율이 향상되었고 HNAD 알고리즘에 비하여 41.56%~53.33% 정도 학습효율이 향상됨을 고찰하였다.

본 논문에서는 학습할 수 있는 입력 데이터를 가지고 본 논문에서 제안한 알고리즘의 유용성 및 타당성을 검증하였다. 그러나, 은닉 층 노드 수의 감소는 학습하기 힘든 입력 데이터를 인식하기 위한 신경회로망에는 부적절할 가능성이 있다.

앞으로의 연구방향은 본 알고리즘을 필기체

문자 인식과 같은 신경회로망에 적용하는 것이고 학습할 수 없는 입력 데이터를 인식할 수 있는 신경회로망을 연구하는 것이다.

## 참고문헌

- [1] Rumelhart, D. E., Hinton, G. E., & Williams, R. J. *Learning representations by error propagation*. In D. E. 1986.  
Rumelhart, J. L. McClelland and the PDP Reserch Group(Eds.), *parallel distributed processing Vol. 1*, pp. 318~536. Cambridge, MA : MIT Press.
- [2] Rumelhart, D. E., Hinton, G.E., & Williams, R. J.. *Learning representation by back propagation errors*. *Nature*, 323, 533~536, 1986
- [3] Sejnowski, T. J. & Rosenberg, C. R. *Parallel networks that learn to pronounce English text*. *Complex Systems*, 1, 145~168, 1987.
- [4] Yoh-Han Pao, *Adative Pattern Recognition and Neural Networks*. Addison Wesley pp. 113~139, 1989.
- [5] James A. Freeman, David M. Skapura, *Neural Networks Algorithms, Applications, and Programming Techniques*. Addison Wesley pp. 89~125, 1991.
- [6] Jacek M. Zurada, *Introduction to Artificial Neural System*. West, pp. 163~248, 1992.
- [7] 홍봉화, 탁형근, 조원경 “역전파 학습알고리즘의 최적화를 위한 파라미터에 관한 연구”, *대한 전자공학회 추계종합 학술대회 논문집*, vol. 15, no. 1, pp 725~727 1992.
- [8] 홍봉화, 이승주, 조원경 “역전파 신경회로망의 수렴속도 개선을 위한 학습파라미터 설정에 관한 연구”, *대한 전자 공학회 논문지*, 제 33권 B편 제 11호, pp 159~165, 1996
- [9] Yoshio Hirose, Koichi Yamashita and Shimpei Hjiya, “Back-Propagation algorithm which varies the number of hidden units,” *IEEE Transaction on Neural Networks*, vol. 4, pp. 61-66. 1991.

## On the set up to the Number of Hidden Node of Adaptive Back Propagation Neural Network

Bong-Wha Hong\*

### Abstract

This paper presents an adaptive back propagation algorithm that update the learning parameter by the generated error, adaptively and varies the number of hidden layer node.

This algorithm is expected to escaping from the local minimum and make the best environment for convergence to be change the number of hidden layer node. On the simulation tested this algorithm on two learning pattern. One was exclusive-OR learning and the other was 7×5 dot alphabetic font learning. In both examples, the probability of becoming trapped in local minimum was reduce. Furthermore, in alphabetic font learning, the neural network enhanced to learning efficient about 41.56%~58.28% for the conventional back propagation. and HNAD(Hidden Node Adding and Deleting) algorithm.

---

\* Dept. of Computer aided mathematical information Science, Semyung Univ.