

論文2002-39TE-3-3

Wavelet denoising 알고리즘이 적용된 반복 Blind Deconvolution 알고리즘

(The Iterative Blind Deconvolution with wavelet denoising)

權 起 弘 *

(Kee Hong Kwon)

요 약

본 논문에서 훼손된 신호를 복원하는 방법에 대해서 연구하였다. 기존의 처리방법은 특이점이나 악조건일 경우 수렴속도가 늦어진다는 점과 처리시간이 많이 소요되는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 Gauss-Seidel 방법으로 처리하는 방법이 있으나 이러한 경우 신호를 반복해서 처리해야 하므로 처리시간이 많이 소요된다. 이러한 단점(수렴속도, 전체처리시간)을 개선하기 위하여 본 논문에서는 기존의 신호처리(Gauss-Seidel)와 제안된 알고리즘을 적용시켜 비교하여 봄으로써 특이점 혹은 악조건일 경우에도 수렴속도를 고속화 하여 기존의 Gauss-Seidel 신호처리방법보다 처리시간을 단축할 수 있는 신호 처리 방법을 제시하였다.

Abstract

In this paper, the method of processing a blurred noisy signal has been researched. The conventional method of processing signal has faults, which are slow-convergence speed and long time-consuming process at the singular point and/or in the ill condition. There is the process, the Gauss-Seidel' s method to remove these faults, but it takes too much time because it processes signal repeatedly. For overcoming the faults, this paper shows a signal process method which takes shorter than the Gauss-Seidel' s by comparing the Gauss-Seidel' s with proposed algorithm and accelerating convergence speed at the singular point and/or in the ill condition.

$$y = H \cdot x + n \quad (1)$$

I. 서 론

입력신호 x 는 시스템 함수 H 에 의해 흐려지고, 잡음 n 이 가산된다. 이러한 훼손은 다음과 같이 표현된다.

식(1)과 같이 훼손된 신호는 흐림 훼손과 가산잡음에 의한 훼손으로 나뉘어져 분리 처리된다. 즉 흐림에 의한 훼손을 처리하는 역 필터, Jacobi 방법, Gauss-Seidel 방법 등과, 가산잡음에 의한 훼손을 처리하는 Wiener, 적응성 필터 등이 있다^{9, 10}. 기존의 Jacobi 방법과 Gauss-Seidel 방법은 수학적 모델이 비교적 간단하고, 신호처리 효과도 우수한 실용적인 방법이다. 그러나 이러한 신호처리방법이 여러 면에서 우수함에도 불

* 正會員, 大邱産業情報大學 情報通信系列

(Division of IT, Taegu polytechnic college)

接受日字:2002年5月3日, 수정완료일:2002年6月26日

구하고, 신호처리에 적용될 때 항상 수렴하지 않을 뿐 아니라 수렴 시 반복처리를 필요로 하여 많은 처리시간 소요와 식(1)과 같이 잡음이 포함되어 있는 훼손의 경우에 이 방법을 적용하는 경우 잡음의 증폭이 발생한다. 본 논문에서는 발산이 Gauss-Seidel 방법보다 적은 blind deconvolution 방법에 가속상수를 도입, 기존의 여러 가지 단점을 보완하고, 신호처리정도를 증가시킬 뿐만 아니라, 기존의 방법에 있어서 가장 문제시되는 처리시간을 현저히 줄일 수 있는 새로운 알고리즘을 제안하였다. 본 논문에서 제안하게 될 알고리즘은 수학적 해석과 신호처리기술에 바탕을 두며, 이로부터 유도 해석된 최적화 상수를 이용하여 신호를 고속처리 가능케 할 것이다.

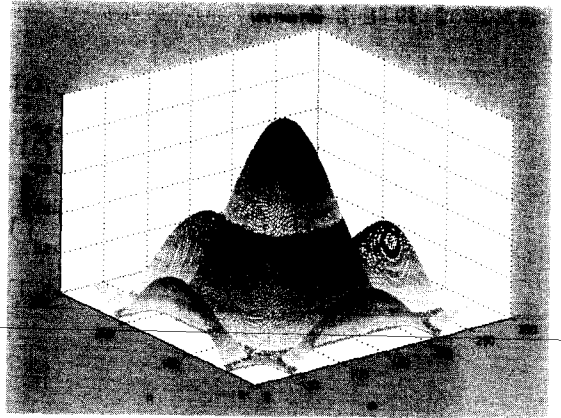


그림 1. 저 대역 통과 필터 b
Fig. 1. Low pass filter b .

II. 기존 반복 복원 방법의 분석

1. 역 필터링

역 필터링은 흐림 영상을 복원하는 고주파 대역 통과 필터이다. 잡음은 대부분 고주파 성분이므로 잡음제거에 부적합하다. 역 필터링은 크게 thresholding 방법과 반복법으로 나뉜다.

이차원 영상신호에서 흐림 영상은 식(2) 와 같이 표현된다.

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2) \quad (2)$$

g 는 흐려진 결과영상, f 는 원 입력영상, b 는 저주파 대역통과 필터이다.

식(3)은 원 입력신호와 근사한 신호를 재현하기 위해 고주파 대역 통과 필터와 흐림 영상을 중첩적분(convolution) 한다.

$$f(n_1, n_2) = g(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) \quad (3)$$

그림 1은 저 대역통과 필터 b 를 3차원으로 도시한 것이다.

b 의 이산 푸리에 변환을 B 라고 가정하면, 이론적으로 고주파 대역 통과 필터를 구하기 위해 B 의 모든 원소의 역수를 구한다. 그러나 B 의 원소들 대부분이 0이거나 0에 근사한 값들이다. 이러한 값들의 역수는 무한대 혹은 매우 높은 값을 지닌다. 따라서 근사치를 정하여 역수를 구한다.

$$H(w_1, w_2) = \begin{cases} \frac{1}{B(w_1, w_2)} & \text{if } \frac{1}{B(w_1, w_2)} < \gamma \\ \gamma & \text{else} \end{cases} \quad (4)$$

식(4)는 역 필터이다. 식(5)는 역수를 구하기 전 (4)에서 B 에 문턱치를 적용한다.

$$B(w_1, w_2) = \begin{cases} B(w_1, w_2) & \text{if } B(w_1, w_2) > n \\ n & \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

여기서 n 은 $\frac{1}{\gamma}$ 과 같다. 잡음이 가산되지 않은 흐림 영상에 대해서 0에 근사한 값으로 설정한다.

2. Jacobi/Gauss-Seidel 처리방법

신호가 식(2)와 같이 훼손된 경우, 역 필터링 시 역 행렬이 존재하지 않으면 해를 구하기 어렵다. 즉 b 가 0일 경우, b 가 특이점을 가지거나 악조건일 경우 역 필터 방법으로 처리가 불가능하다. 이러한 단점을 해결하기 위해 Jacobi 반복 처리 방법이 있는데 이 방법은 0이 아닌 대각선 요소를 갖는 행렬에 적용한다.

예를 들어 $g = f * b$ 라는 식(2)에서 Jacobi 방법을 적용시킬 경우 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} b_{00} & b_{01} & b_{02} \\ b_{10} & b_{11} & b_{12} \\ b_{20} & b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

식(2)에서 행렬 b 의 대각행렬을 D 라고 하고, 상 삼

각행렬을 U, 하 삼각행렬을 L 이라고 가정하면,

$$\begin{aligned}
 b &= \begin{bmatrix} b_{00} & b_{01} & b_{02} \\ b_{10} & b_{11} & b_{12} \\ b_{20} & b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} D = \begin{bmatrix} b_{00} & 0 & 0 \\ 0 & b_{11} & 0 \\ 0 & 0 & b_{22} \end{bmatrix} \\
 L &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_{10} & 0 & 0 \\ b_{20} & b_{21} & 0 \end{bmatrix} U = \begin{bmatrix} 0 & b_{01} & b_{02} \\ 0 & 0 & b_{12} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)
 \end{aligned}$$

식(7)과 같다. 식(2)에 식(7)을 적용하여 식(8)과 같이 변환된다.

$$\begin{aligned}
 f \cdot b &= g \\
 g - f \cdot b &= r \\
 b &= (L + D + U) \\
 f \cdot b &= (L + D + U) \cdot f = g \\
 D \cdot f &= -(L + D) \cdot f + g \\
 D \cdot f_{k+1} &= -(L + D) \cdot f_k + g \\
 f_{k+1} &= -(L + D) \cdot f_k / D + g / D \\
 f_{k+1} - D \cdot f_k / D &= -(L + D + U) \cdot f_k / D + g / D \\
 f_{k+1} &= D \cdot f_k / D + g / D - b \cdot f_k / D \\
 f_{k+1} &= f_k + (g - f_k \cdot b) / D \\
 f_{k+1} &= f_k + r / D \quad (8)
 \end{aligned}$$

Jacobi 방법은 f_{k+1} 의 해를 구할 경우, 최근에 구한 여진 해 f_k 를 사용하지 않는다.

이러한 단점을 보완한 Gauss-Seidel 방법의 해석은 식(9)와 같다.

$$\begin{aligned}
 b \cdot f &= g \\
 g - b \cdot f &= r \\
 b &= (L + D + U) \\
 b \cdot f &= (L + D + U) \cdot f = g \\
 (D + L) \cdot f &= -(U) \cdot f + g \\
 f_{k+1} &= -(U) \cdot f_k (D + L)^{-1} + g \cdot (D + L)^{-1} \\
 f_{k+1} &= -(L + D + U) \cdot f_k \cdot (D + L)^{-1} + g \cdot (D + L)^{-1} + f_k \\
 f_{k+1} &= f_k + r_k \cdot (D + L)^{-1} \quad (9)
 \end{aligned}$$

Gauss-Seidel 방법이 Jacobi 방법보다 수렴속도가 빠르고, 계산기에 적용할 경우 간단하다.

3. Wavelet 필터링

Gauss-Seidel 방법과 Jacobi 방법 등으로 신호처리 시 가산잡음이 포함되어 있는 훼손신호에 적용하였을 경우, 잡음의 증폭이 발생한다. 이러한 단점을 개선하기

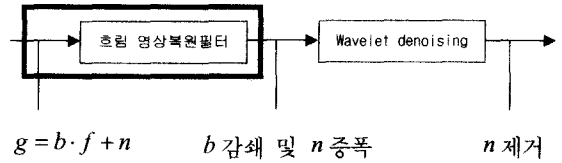


그림 2. Wavelet 영역 denoising
Fig. 2. wavelet-domain image denoising.

위해 Wavelet 기반의 Denoising 알고리즘을 사용한다. 필터의 적용순서는 그림 2와 같다.

Donoho의 Wavelet 영상복원 방식은 흐림 함수의 역행렬을 구할 수 없으므로 역 필터링에 적용될 수 없다^[1]. R. Neelamani 등이 제안된 약조건을 지닌 시스템에 대한 웨이블릿 기반의 중첩적분 알고리즘 (wavelet-based deconvolution algorithm)은 웨이블릿 영역과 푸리에 영역에서 모두 사용 가능하다. 그림 2의 과정에서 굵게 테두리 지어진 부분이 식(10)과 같다.

$$\begin{aligned}
 1) \quad f &= \{f\}_{n_1=0, n_2=0}^{N, N} \\
 2) \quad \alpha &= \frac{\left(\sum_{n_1=0}^N \sum_{n_2=0}^N f(n_1, n_2) \right)}{N^2} \\
 3) \quad \beta &= f - \alpha \\
 4) \quad \gamma &= \sqrt{\sum \{ \beta^t \cdot \beta \}_{diagonal}} \\
 5) \quad g &= b \cdot f + N \\
 6) \quad G &= FFT(g) \\
 7) \quad p &= \frac{\beta}{\gamma} \\
 8) \quad P &= FFT(p) \\
 9) \quad B &= FFT(b) \\
 10) \quad W &= \frac{B \cdot \left| \frac{P^2}{N^2} \right|}{\left| B^2 \right| \cdot \left| \frac{P^2}{N^2} \right| + \varphi \cdot \delta^2} \quad (10) \\
 11) \quad \bar{f} &= iFFT(W \cdot G)
 \end{aligned}$$

식(10)에서 $\varphi = 1$ 일 때 위너 필터(Wiener filter)이며, $\varphi = 0.27$ 일 때 역 필터(Regularized inverse filter)이다. $\frac{P^2}{N^2}$ 은 원 입력신호에 대한 전력측정을 나타낸다.

복원된 결과영상 \bar{f} 에 대하여 웨이블릿 잡음제거 알고리즘을 적용하여 영상을 복원한다.

Ⅲ. 제안된 알고리즘

역 필터는 시스템 함수 b 의 역 행렬이 존재하지 않으면 해를 구하기 어렵고, Jacobi, Gauss-Seidel 방법은 신호처리 시 항상 수렴하지 않고, 수렴 시 반복처리를 필요로 한다.

이러한 단점을 보완하기 위해 어떠한 경우에도 수렴 속도가 늦어지지 않으며 전체 처리시간의 현저한 감소와 신호처리 정도를 개선한 blind deconvolution 알고리즘은 잡음이 가산된 경우 증폭된다. 본 논문은 blind deconvolution 에서 잡음이 증폭되는 단점을 개선한 Wavelet denoising 알고리즘이 적용된 blind deconvolution 알고리즘을 제안된다.

즉, blind deconvolution 알고리즘은

- 1) $b = h \cdot x$
- 2) $B = FFT(b)$
- 3) for $i = 0, 1, 2, \dots, N$
- 4) $H = FFT(h)$
- 5) $W = FFT(w)$
- 6) $v = iFFT\left(\frac{B \cdot conj(W)}{|W|^2 + \frac{\alpha}{|H|^2}}\right)$
- 7) $V = FFT(v)$
- 8) $\bar{V} = \frac{B \cdot conj(V)}{|V|^2 + \frac{\alpha}{|W|^2}}$
- 9) $w = |iFFT(\bar{V})|$
- 10) $i = i + 1$
- 11) end for

식(11)에서 6) 과 8)은 푸리에 상수를 개선하여 9)단계에서 결과영상을 출력한다.

제안된 알고리즘은 식(12)과 같다.

- 1) $b = h \cdot x + n$
- 2) $B = FFT(b)$
- 3) for $i = 0, 1, 2, \dots, N$
- 4) $H = FFT(h)$
- 5) $W = FFT(w)$
- 6) $v = iFFT\left(\frac{B \cdot conj(W)}{|W|^2 + \frac{\alpha}{|H|^2}}\right)$

- 7) $V = FFT(v)$
- 8) $\bar{V} = \frac{B \cdot conj(V)}{|V|^2 + \frac{\alpha}{|W|^2}}$
- 9) $w = |iFFT(\bar{V})|$
- 10) $i = i + 1$
- 11) end for
- 12) $\underline{W} = DWT(w)$
- 13) $T = \gamma \cdot \frac{MED(\underline{W})}{\beta}$
- 14) $\bar{x} = iDWT(threshold(T))$

표 1. Gauss-Seidel 알고리즘과 제안된 알고리즘의 MSE 비교

Table 1. Comparison of MSE for Gauss-Seidel Algorithm and proposed algorithm.

반복회수	Gauss-Seidel 알고리즘	제안된 알고리즘
1	500.06857	64.1280
2	1029.5879	67.4851
3	1702.5046	74.1382
4	2456.3533	89.3571
5	3230.0713	114.2145
6	3976.52	149.5865

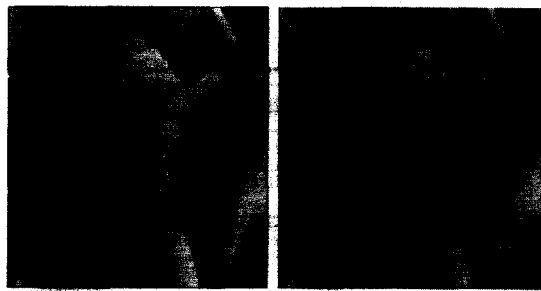
<표 2>는 반복회수별 제안된 알고리즘과 기존의 Gauss-Seidel 알고리즘의 처리시간을 나타낸다.

표 2. Gauss-Seidel 알고리즘과 제안된 알고리즘의 처리시간 비교

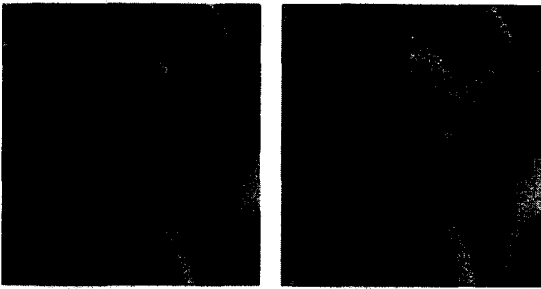
Table 2. Comparison of processing time for Gauss-Seidel Algorithm and proposed Algorithm.

반복회수 \ 처리시간	Gauss-Seidel 알고리즘	제안된 알고리즘
1	9.0	9.5640
2	18.0	12.3670
3	27.0	15.1320
4	35.0	17.9060
5	44.0	20.7500
6	54.0	23.5040

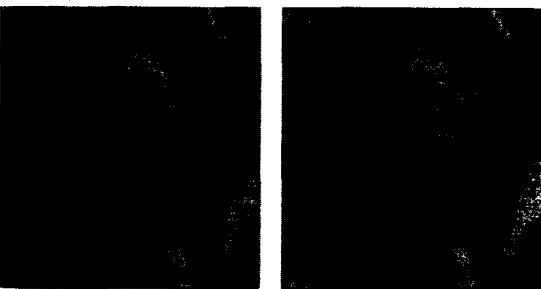
그림 3 은 기존의 반복 Gauss-Seidel 방법을 사용하여 처리영상을 반복회수(i)에 따라 나타내었고, 그림 4 는 제안된 방법에 대해 처리된 영상을 나타내었다.



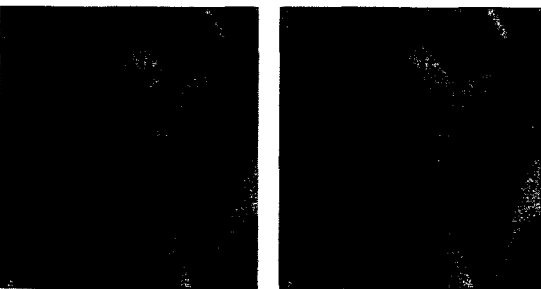
(a) Original image (b) blurred-noisy image



(c) $i = 1$ (d) $i = 2$



(e) $i = 3$ (f) $i = 4$

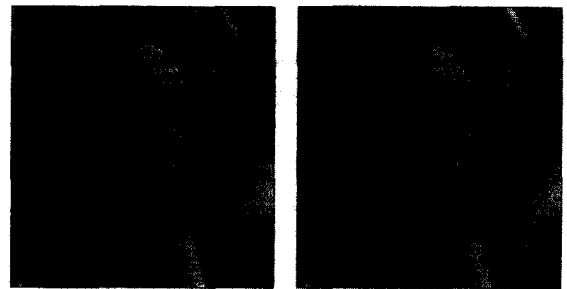


(g) $i = 5$ (h) $i = 6$

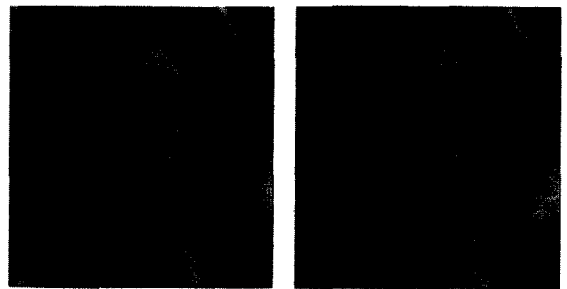
그림 3. 기존의 반복 Gauss-Seidel 방법을 사용하여 복원된 영상들

Fig. 3. The restored images using Gauss-Seidel iteration method.

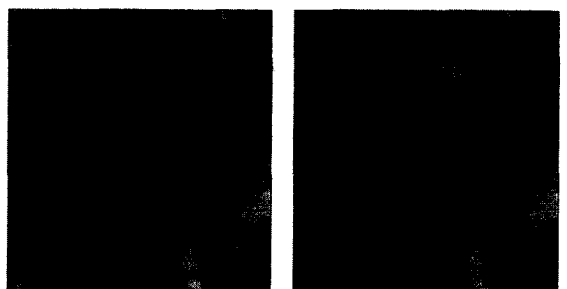
그림 3의 평균제곱오차(MSE)는 <표 1>의 좌측 열과 같다. 연산이 반복될수록 잡음이 증폭되는 단점을



(a) $i = 1$ (b) $i = 2$



(c) $i = 3$ (d) $i = 4$



(e) $i = 5$ (f) $i = 6$

그림 4. 제안된 알고리즘을 사용한 결과영상

Fig. 4. The restored images using proposed algorithm.

볼 수 있다. 제안된 방법이 사용된 그림 4의 평균제곱오차는 <표 1>의 우측 열과 같다. Gauss-Seidel의 단점인 잡음 증폭이 억제되고, 흐림 영상이 복원되는 것을 확인할 수 있다. 처리시간은 연산 전 시작시각과 연산 후 종료시각을 측정하여 두 시각간의 차를 경과시간으로 정의하였다.

III. 결론

신호는 그 형성, 감지, 기록, 전송의 단계를 거치는 동안 여러 가지 원인에 의해 훼손되며, 훼손된 신호를 처리하여 원래의 입력신호와 가장 근사한 신호를 재현

하는 기존의 많은 복원 방법은 여러 가지 단점들이 발생하였다. 기존의 처리 방법들 중 가산잡음에 의해 훼손된 신호를 처리하는 여러 가지 방법들은 선형적 흐림에 의한 훼손을 처리하지 못함으로써 실제 응용에 많은 제약들이 있으며, 흐림에 의한 훼손을 처리하는 반복 복원 방법들은 가산잡음이 있을 시 그 복원과정에서 가산잡음의 증폭을 초래하여 오히려 더 훼손된 결과를 가져온다. 즉 흐림 훼손과 가산잡음에 의한 훼손은 복원 시 서로 상보적인 관계를 가진다. 또한 흐림 훼손 신호를 반복 복원할 때 악조건이나 특이점을 가지는 경우, 항상 수렴하지 않는 단점을 가지고 있으며, 이러한 악조건과 특이점 문제를 해결하기 위한 공정이 필요하다.

그러나 이러한 공정은 전체 처리시간을 증가시키므로 단점을 가져온다. 본 논문에서 제안된 알고리즘은 흐림 훼손과 가산잡음이 있는 실제의 신호를 처리함에 있어 악조건이나 특이점에서도 수렴하는 blind deconvolution 알고리즘에 가산 잡음의 증폭을 억제하고, 제거하는 wavelet denoising 알고리즘을 적용하여 기존 알고리즘의 모든 장점들 - 가산 잡음에 대한 처리, 특이점이나 악조건에서의 수렴성을 그대로 간직한 채 메모리의 증가를 필요로 하지 않고, 반복처리의 단점인 전체 처리시간을 단축화 시킨 방법이다.

참 고 문 헌

- [1] D. L. Donoho, "De-noising by wavelet thresholding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, no. 3, pp. 613-627, May 1995.
- [2] S. G. Chang and M. Vetterli, "Spatial adaptive wavelet thresholding for image denoising," in *IEEE Proc. Int. Conf. Image Processing*, Santa Barbara, CA, October 1997, vol. 1.
- [3] M. K. Mihcak, I. Kozintsev, and K. Ramchandran, "Spatially adaptive statistical modeling of wavelet image coefficients and its application to denoising," in *IEEE Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, Phoenix, AZ, March 1999.
- [4] S. P. Ghal, A. M. Sayeed, and R. G. Baraniuk, "Improved wavelet denoising through empirical Wiener filtering," in *Proc. of SPIE*, San Diego, CA, July 1997.
- [5] Huipin Zhang, Aria Nosratinia, and R. O. Wells, Jr., "Image denoising via wavelet-domain spatially adaptive FIR Wiener filtering," in *IEEE Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, Istanbul, Turkey, June 2000.
- [6] K. Berkner and R. O. Wells, Jr., "A correlation-independent model for denoising via nonorthogonal wavelet transforms," June 1998, Technical report, Rice University, Houston.
- [7] Huipin Zhang, *Image Processing Via Undecimated Wavelet Systems*, Ph.D Thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, Rice University, April 2000.
- [8] M. Lang, H. Guo, J. Odegard, C. S. Burrus, and R. O. Wells, Jr., "Noise reduction using an undecimated discrete wavelet transform," *IEEE SP Letters*, vol. 3, no. 1, Jan. 1995.
- [9] H.C. Andrews and B. R. "Hunt, *Digital Image Restoration Englewood Cliffs*", 1977, Prentice-Hall
- [10] J. Biemond, F. G. Von der Putten and J. W. Woods "Identification and restoration of images with symmetric non causal blur", *IEEE Trans, Circuits Syst*, vol. CAS-35, pp.385-394, 1988.

저 자 소 개

權起弘(正會員)

1989년 : 영남대학교 전자과 공학사. 1991년 : 영남대학교 전자공학과 공학석사. 1995년 : 영남대학교 전자공학과 공학박사. 1991년~현재 : 대구산업정보대학 정보통신과 교수. <주관심분야 : 디지털 신호

처리, 영상신호처리>