

論文2002-39TE-2-10

## 은닉층 노드의 생성추가를 이용한 적응 역전파 신경회로망의 학습률을 향상에 관한 연구

(On the enhancement of the learning efficiency of the adaptive back propagation neural network using the generating and adding the hidden layer node)

金銀源 \* , 洪鳳和 \*\*

(Eun-Won Kim and Bong-Wha Hong)

### 요약

본 논문에서는 역전파 신경회로망의 학습률을 향상시키기 위한 방법으로 발생한 오차에 따라서 학습파라미터와 은닉층의 수를 적응적으로 변경시킬 수 있는 적응 역전파 학습알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 역전파 신경회로망이 국소점으로 수렴하는 문제를 해결할 수 있고 최적의 수렴환경을 만들 수 있다. 제안된 알고리즘을 평가하기 위하여 배타적 논리합, 3-페리티 및 7×5 영문자 폰트의 학습을 이용하였다. 실험결과, 기존에 제안된 알고리즘들에 비하여 국소점에 빠지게 되는 경우가 감소하였고 약 17.6%~64.7%정도 학습률이 향상하였다.

### Abstract

This paper presents an adaptive back propagation algorithm that its able to enhancement for the learning efficiency with updating the learning parameter and varies the number of hidden layer node by the generated error, adaptively. This algorithm is expected to escaping from the local minimum and make the best environment for the convergence of the back propagation neural network. On the simulation tested this algorithm on three learning pattern. One was exclusive-OR learning and the another was 3-parity problem and 7×5 dot alphabetic font learning. In result that the probability of becoming trapped in local minimum was reduce. Furthermore, the neural network enhanced to learning efficient about 17.6%~64.7% for the existed back propagation.

### I. 서론

\* 正會員, 大林大學 電子情報通信學科

(Dept. of Electronic, Information & Communication)

\*\* 正會員, 世明大學校 컴퓨터數理情報學科

(Dept. of Computer aided mathematical information Science Semyung univ.)

接受日字:2002年1月30日, 수정완료일:2002年5月2日

신경회로망 알고리즘들은 인공지능(Artificial intelligent)의 한 분야로서, 인간의 뇌 기능을 가진 로봇이나 컴퓨터에 관한 연구로 진행되어 왔으며, 이와 같은 연구분야 중에서 인간의 뇌를 단순화한 신경모델을 모방하여 구현한 신경회로망 연구분야가 대두되었다<sup>[1-6]</sup>.

신경회로망은 상호 연결된 뉴런에 의해 임의의 N차원 입력공간을 M차원 출력공간으로 사상하는 것으로

생각할 수 있으며, 입력 및 출력공간과 사상특성에 따라 연상기억(Associative memory), 분류(Classification), 패턴인식 및 영상처리 분야 등에 응용될 수 있다<sup>[5-7]</sup>.

사상은 학습법칙(Learning rule)에 의해 이루어지며, 주어진 입력에 대해서 원하는 출력을 교사하는 지도학습(Supervised learning)과 교사신호가 없는 자율학습(Unsupervised learning)으로 분류된다.

지도학습은 궤환의 적응여부에 따라 적응학습(Adaptive learning)과 고정학습(Fixed learning)으로 분류가 가능하다. 고정학습의 대표적인 예는 1949년에 제안된 Hebb<sup>[6]</sup>의 가설을 들 수 있으며, 비선형적 문제에 대한 적응학습의 대표적인 예로는 1985년 Uc. Sandigo의 PDP(Parallel Distributed Processing)그룹의 Rumelhart<sup>[3]</sup> 교수에 의해 제안된 역전파 신경회로망을 들 수 있다.

또한, 자율학습의 대표적인 예로 1987년 Carpenter와 Grossberg에 의해 제안된 적응공명이론(Adaptive resonance theory)<sup>[7]</sup>과 Kohonen의 자기조직화 (Self-organization feature maps)신경회로망을 들 수 있다.

지도학습 신경회로망 알고리즘 중에서 대표적으로 이용되는 역전파 알고리즘은 미분의 반복구칙을 여러 번 반복적으로 적용하여 확률 근사치를 유도해 내는 알고리즘으로서 연결강도 공간(Connection weight space)의 결합점(Weight)에서 오차의 표면(Error space)의 기울기를 따라가는 최급강하법(Gradient descent method)으로서, 학습이 진행되는 동안 오차신호에 따라 연결강도를 층별로 바꾼다<sup>[1-3]</sup>.

역전파 신경회로망의 연결강도들이 임의의 작은 값으로 초기화된 후 학습패턴이 입력되면 전방향(Feed forward)계산에 의해 출력노드 값들이 계산된다. 그 다음, 출력층의 연결강도들은 출력노드의 오차신호에 따라 변경되는데, 출력노드의 오차 신호는 목표 값과 실제 출력 값의 차이에 시그모이드(Sigmoid) 활성화 함수의 기울기가 곱해진 값이다.

전단의 연결강도들은 출력노드의 오차신호가 연결강도를 통하여 역전파(Back propagation)된 신호에 시그모이드 활성화 함수의 기울기가 곱해진 신호에 따라 생성된다. 이러한 방법으로 모든 전단의 연결강도들이 생성된다. 이와 같이 역전파 알고리즘은 전방향 계산과 역방향 연결강도 생성의 반복계산에 의해 신경회로망을 학습시킨다. 그렇지만, 이 방법은 반복학습으로 인한 과대한 학습시간이 요구되는 문제점과 기울기 최급강

하법을 사용하여 오차를 최소화시키기 때문에 국소점(Local minimum)로 빠지는 문제점등이 야기된다<sup>[9-11]</sup>.

위에서 언급한 역전파 알고리즘은 반복적인 연산과 학습을 수행시, 학습파라미터 값은 일정한 상수 값으로 고정하여 일률적으로 연결강도 생성에 관여하는 불합리성을 지니고 있다. 이 문제를 해결하기 위하여 Jacobs<sup>[11]</sup>는 제한된 공간상에서 국소 기울기 정보를 이용하여 여러 가지의 학습율을 부가하는 DBD(Delta-Bar-Delta)를 발표하였다.

이 알고리즘은 학습속도를 증가시키는데 효과적이지만 인위적으로 모멘텀(Momentum)를 부가함으로서 신경회로망을 수렴상태로 유도하지 못하는 문제가 발생한다. 또한, Minai와 Williams<sup>[12]</sup>는 DBD알고리즘을 개선하여 EDBD(Extended Delta-Bar-Delta) 알고리즘을 제안하였다. 이 방법은 DBD알고리즘에 비하여 시스템의 안정도 및 학습속도는 향상되었으나, 많은 부가적인 계산이 필요하고 학습파라미터에 관여하는 상수 값들의 설정에 많은 시간이 소요되는 문제점을 갖는다.

한편, Yao Zhang<sup>[13]</sup>은 최소평균자승오차를 이용하여 학습계수를 적응적으로 변경하는 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘은 위의 방법들보다 계산방법이 단순하고 효과적이지만, 학습파라미터 생성에 관여하는 상수 값들을 각 층마다 각기 다르게 설정해야하는 문제점 및 학습계수에 민감한 신경회로망일 경우, 발산하게 될 가능성성이 높다.

또한, Hirose, Yamashita와 Hijiya<sup>[14]</sup>는 표준 역전파 알고리즘의 국소점에 머무르는 문제에 대하여 최소평균자승오차를 이용하여 은닉층의 노드를 추가 또는 삭제함으로써 문제를 해결하고자 하였다. 그러나, 최소평균자승오차 자체가 오차의 기울기를 따라서 생성되기 때문에 최소평균자승오차만으로는 표준 역전파 알고리즘이 갖는 근본적인 문제를 해결하지 못하였다.

따라서, 본 논문에서는 역전파 신경회로망의 학습에 중요한 영향을 미치는 학습계수와 모멘텀 및 은닉층의 노드수를 발생한 오차에 따라서 적응적으로 생성할 수 있는 알고리즘을 제안하였다.

제안된 알고리즘에 대하여 배타적 논리합(Exclusive-OR), 3-페리티 문제, 영문자 폰트의 여러 학습패턴을 가지고 유효성을 검증하였으며, 이에 따라 역전파 신경회로망이 국소점에 빠지는 문제를 해결할 수 있었다.

## II. 역전파 알고리즘

역 전파 학습이론은 미분의 반복규칙을 여러 번 반복 적용하여 화를 근사치를 유도해내는 알고리즘으로서 연결강도 공간의 결합 점에서 오차의 표면이 기울기를 따라가는 방법이며, 일반화된 기울기 감소법(Generalized Delta Rule)이라고도 한다.<sup>[1-3]</sup>

역전파 신경회로망은 그림1에 나타낸 바와 같이 입력, 은닉 및 출력층으로 구성된 계층형 구조를 지닌다. 1986년 Rumelhart가 교사 있는 학습 이론인 역전파 학습알고리즘을 적용하여 제안한 신경회로망이다.<sup>[1-3]</sup>

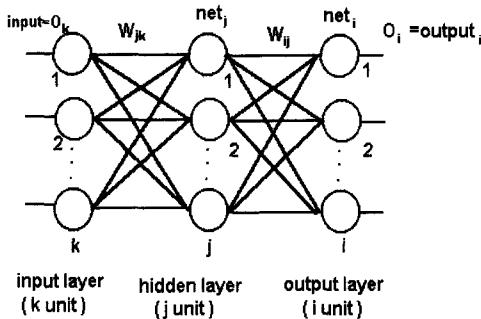


그림 1. 역전파 신경회로망의 구조

Fig. 1. The structure of back propagation neural networks.

그림 1의 학습층에 있어서 k번쨰 층의 노드를  $p^k$ , 노드 수를  $L$ 이라 하면  $k+1$ 번째 층의 노드입력  $u_p^{k+1}$ 는  $k$  번째 층 시그모이드 함수  $a_p^k$ 의 출력과 연결강도  $w_{pj}^k$ 의 내적으로서 구하며, 그 과정은 다음과 같이 기술 할 수 있다.

$$U_p^{k+1} = \sum_{j=1}^L w_{pj}^k a_p^k \quad (1)$$

식 (1)에서  $u_p^{k+1}$ 는  $k$ 층의  $p^k$ 번쨰 노드와  $K+1$ 층의  $p^{k+1}$ 번쨰 노드사이의 가중치  $w_{pj}^k$ 에 전단의 출력  $a_p^k$ 를 내적한 값이다. 노드내부에 있어서 시그모이드 함수에 의해 출력되는 값은 식 (2)와 같이 기술할 수 있다.

$$a_p^k = \frac{1}{1 + \exp(-U_p^k)} \quad (2)$$

역전파 신경회로망은 실제출력  $a_i$  와 목표출력  $T_i$  사이

평균출력오차의 총합으로 정의된 오차를 최소화하기 위하여 모든 연결강도를 갱신한다.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L (T_i - a_i^L)^2 \quad (3)$$

연결강도의 갱신문제는 입력과 훈련패턴의 집합을 기준으로 하여 식 (3)의 오차평가함수 E의 크기에 따라 연결강도를 갱신하며, 연결강도의 갱신법칙은 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} \Delta W_p^{k+1}(n+1) &= \eta \delta_p^k a_p^{k-1} + \alpha \Delta W_p^k(n) \\ \delta_p^k &= \sum_{i=1}^L \delta_p^{k+1} W_i^{k+1} : \text{학습층} \\ \delta_p^L &= a_p^L - T_p : \text{출력층} \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서  $n$ 은 반복횟수를 나타내며, 모멘텀( $\alpha$ ), 학습계수( $\eta$ )는 고정된 상수값으로서 1회의 학습에 따른 변화량을 계산하기 위하여 이용된다.

역전파 학습알고리즘은, 학습 시 반복횟수의 증가로 인한 수렴속도의 저하문제가 야기되므로, 발생한 오차값에 비례하여 학습파라미터를 유동적으로 갱신함으로써 학습효율과 수렴속도의 향상을 기할 수 있다.

## III. 적응 학습 알고리즘

식 (4)의 학습계수와 관성계수는 연결강도의 갱신과정에 중요한 역할을 한다. 그러나 기존에는 이를 파라미터 값을 고정시킴으로서 오차값에 상관없이 일정한 고정된 비율에 의하여 연결강도가 갱신되는 불합리성을 지니고 있다.<sup>[1-3]</sup>

본 논문에서는 지수(Exponential)함수의 성질을 이용하여 연결강도의 갱신에 중요한 역할을 담당하는 학습계수와 모멘텀(Momentum)를 각각의 오차값에 따라서 갱신할 수 있는 알고리즘을 다음과 같이 제안하였다.

신경회로망에 입력이 주어질 경우, 전방향 처리과정을 거쳐 출력층에서 식 (5)와 같이 오차를 산출하며, 식 (3)의 오차를 최소화하기 위하여 학습과정을 반복한다. 이 경우, 발생된 오차는 양의 오차와 음의 오차로 표현된다. 신경회로망에 발생한 오차를 지수함수적으로 증가 또는 감소함수 형태로 나타내면 식 (5)와 같다.

$$h(\delta_p) = A \exp(\delta_p) \quad (5)$$

그러나, 식 (5)에 있어 오차가 음으로 증가될 경우, “0”

로 근접하는 문제가 발생한다.

따라서, 음의 오차를 양의 오차가 갖는 성질로 하기 위한 방법으로 식(6)과 같이 오차의 절대치를 이용하거나 오차를 제곱하여 나타낼 수 있다.

$$\left| \begin{array}{ll} h(\delta_{ij}^2) = A \exp(\delta_{ij}^2) & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ h(|\delta_{ij}|) = A \exp(|\delta_{ij}|) & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{array} \right| \quad (6)$$

A : 상수

식(6)에서 발생한 오차에 의한 두식의 크기를 비교하면 표1과 같다.

표 1. 오차에 대한 절대치함수(Eabs)값과 제곱함수(Epow) 값의 비교

Table 1. Comparing absolute value and square value for the generating error.

| 발생한 오차( $\delta$ )        | 대소비교                              |
|---------------------------|-----------------------------------|
| $-1 < \delta < 1$         | $E_{\text{pow}} < E_{\text{abs}}$ |
| $\delta = \pm 1$          | $E_{\text{pow}} = E_{\text{abs}}$ |
| $\delta > 1, \delta < -1$ | $E_{\text{pow}} > E_{\text{abs}}$ |

표1에서 알 수 있듯이 발생한 오차가 1보다 크거나 -1보다 작을 경우, 오차의 제곱에 대한 지수함수 값이 오차의 절대치함수 값보다 큼으로써 연결강도의 생신 시 연결강도의 변동량이 커진다. 역으로, 오차가 -1과 1사이의 값을 가질 경우에는 오차의 제곱에 대한 지수함수 값이 오차의 절대치에 대한 지수함수 값보다 작게된다. 따라서, 연결강도의 생신 시, 연결강도의 변동폭을 작게 함으로써 시스템의 안정도를 향상시킬 수 있으므로 오차의 제곱에 대한 지수함수 값을 학습파라미터로 이용하는 것이 더욱 효율적이다. 식(6)을 학습계수에 적용하여 기술하면 식(7),(8)과 같다.

$$\eta_{ij}(n+1) = \eta_{ij}(n) + \Delta\eta_{ij}(n) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta\eta_{ij}(n) &= \left( \begin{array}{ll} h(\delta_{ij}^2) & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ h(|\delta_{ij}|) & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{array} \right) \\ &= A \left( \begin{array}{ll} \exp(\delta_{ij}^2) & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ \exp(|\delta_{ij}|) & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{array} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

또한, 식(4)에서 학습계수와 모멘텀은 반비례 관계가 성립되므로 모멘텀에 대응된 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_{ij}(n+1) = \alpha_{ij}(n) + \Delta\alpha_{ij}(n) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_{ij}(n) &= \left( \begin{array}{ll} \frac{1}{h(\delta_{ij}^2)} & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ \frac{1}{h(|\delta_{ij}|)} & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{array} \right) \\ &= B \left( \begin{array}{ll} \frac{1}{\exp(\delta_{ij}^2)} & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ \frac{1}{\exp(|\delta_{ij}|)} & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{array} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

따라서, 역전파 신경회로망의 연결강도 생신과정은 식(7),(8),(9),(10)를 식(4)에 대입하여 식(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta W_{ij}(n+1) &= \eta_{ij}(n) \delta_{ij} + \alpha_{ij}(n) W_{ij}(n) \\ &= \left( \begin{array}{ll} h(\delta_{ij}^2) \delta_{ij} + \frac{1}{h(\delta_{ij}^2)} W_{ij}(n), & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ h(|\delta_{ij}|) \delta_{ij} + \frac{1}{h(|\delta_{ij}|)} W_{ij}(n), & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{array} \right) \\ &= \left( \begin{array}{ll} A \exp(\delta_{ij}^2) \delta_{ij} + \frac{1}{A \exp(\delta_{ij}^2)} W_{ij}(n), & \delta_{ij} > 1, \delta_{ij} < -1 \\ A \exp(|\delta_{ij}|) \delta_{ij} + \frac{1}{A \exp(|\delta_{ij}|)} W_{ij}(n), & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{array} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)을 이용하여 기존의 역전파 신경회로망에 비하여 20~40%정도 학습효율의 향상을 시킬 수 있다.

또한, 본 논문에서는 역전파 신경회로망에 영향을 미치는 요소로 은닉층의 노드수를 최소자승평균오차(LMS: Least Mean Square)<sup>[6]</sup> 알고리즘을 이용하여 유동적으로 설정하고자 한다.

#### IV. 은닉 노드수의 생신 알고리즘

역전파 알고리즘은 오차가 급격한 경사를 이루며 감소하는 알고리즘에 기초를 두고 있으므로 국소점에 피할 수 없다. III절에서 신경회로망이 국소점에 안주되는 문제를 최소화하기 위하여 발생한 오차에 따라서 적응적으로 학습파라미터를 생신할 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 제안한 이 알고리즘에 연결강도 생신과정에 중요한 역할을 수행하는 은닉층의 노드수를 식(12)에 나타낸 최소자승평균오차의 증감에 따라서 적응성 있게 생신할 수 있는 알고리즘을 제안하였다.

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M (a_i^{k+1} - T_i^{k+1})^2 \quad (12)$$

식(12)에서 t는 반복학습 횟수를 나타내며, M은 출력층 노드의 수를 나타낸다. 식(12)을 이용한 은닉층 노

드의 추가 과정은 다음과 같은 방법으로 수행한다.

① 참고문헌[14]에서와 같이 발생된 최소자승평균오차( $E(t)$ )을 매 100번의 연결강도 수정 후 검사한다. 만약 자승평균오차( $E(t)$ )가 전단의 평균값보다 1%이상 변화하지 않는다면 식 (13)에 따라서 온너노드수가 생성되며, 만약 최소자승평균오차( $E(t)$ )가 1%이상 변화한다면 노드의 생성 없이 연결강도는 또다시 100번을 재신한다.

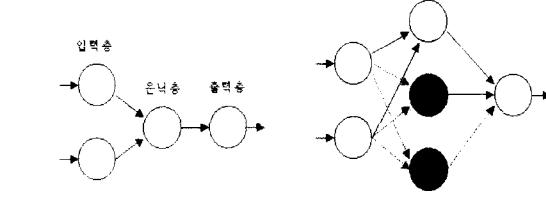
$$\text{Hidden}_{\text{node}}(n) = \begin{cases} \text{Hidden}_{\text{node}}(n) + 1 & n : 짹수 \\ \text{Hidden}_{\text{node}}(n) + 2 & n : 홀수 \\ \text{단}, n \geq 1 \text{ 인 정수} \end{cases} \quad (13)$$

역전파 신경회로망에서 온너층의 노드수와 반복학습횟수의 관계는 홀수개의 노드를 갖는 경우가 짹수개의 노드수를 갖는 경우에 비하여 학습효율이 우수하다.<sup>[9]</sup>

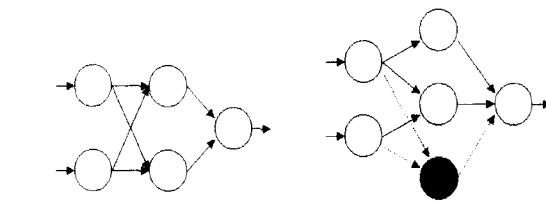
따라서, 본 논문에서는 온너층의 노드수를 홀수로 설정하기 위하여 식 (13)과 같이 온너층의 노드수에 1 또는 2를 부가한다.

② 온너층에 추가된 온너노드와 다른 노드사이의 초기 연결강도는 불특정하게 설정하여 역전파 학습을 수행한다.

③ 본 논문에서 제안한 알고리즘은 적응학습파라미터와 온너층의 노드수를 동시에 유동적으로 생성할 수 있기 때문에 온너층의 계속적인 증가문제 없이 학습을



(a) 온너층 노드가 홀수일 경우 (b) 2개의 노드 추가



(c) 온너층 노드가 짹수일 경우 (d) 한 개의 노드추가

그림 2. 온너층 노드의 생성추가과정

Fig. 2. The processing of the generating and adding the hidden layer node.

수행할 수 있다.

그림 2는 배타적 논리합의 학습에 대하여 본 논문에서 제안한 역전파 신경회로망의 온너층 노드의 생성추가 과정을 나타낸다.

이 신경회로망은 두개의 입력 노드와 한 개의 출력 노드가 필요하다. 즉, 그림 2(a)과 같이 신경회로망의 초기상태로서 입력과 온너 그리고 출력층이 요구된다.

역전파 신경회로망의 초기 연결강도는 임의로 지정되고 초기 전체오차  $E$ 는 크다. 만약, 온너층의 노드수가 1개일 경우 315번의 학습수행 후,  $E(t)$ 는 0.09로 감소한다. 100번의 학습수행에서  $E(t)$ 가 1%이상 변화하면 온너 노드는 추가되지 않으며, 100번의 학습수행 후  $E(t)$ 가 1%이하로 변화하면 온너층의 노드수가 홀수이므로 시스템의 안정도 및 반복학습 횟수를 감소시키기 위하여 2개의 새로운 온너노드를 추가한다.

즉, 위의 과정을 나타내는 신경회로망의 구조는 그림 2(b)의 것으로 변한다. 검은색으로 표시된 원은 새로 추가된 노드이고, 점선은 새로운 노드의 추가에 의한 연결강도를 나타낸다.

만약, 온너층의 노드수가 그림 2(c)와 같이 짹수개일 경우, 100번의 학습 후  $E(t)$ 가 1%이하이면, 그림 2(d)와 같이 1개의 새로운 온너노드가 추가하여 시스템의 안정도 및 학습능률을 향상시킨다. 그림 3은 본 논문에서 제안한 알고리즘의 흐름을 나타낸다.

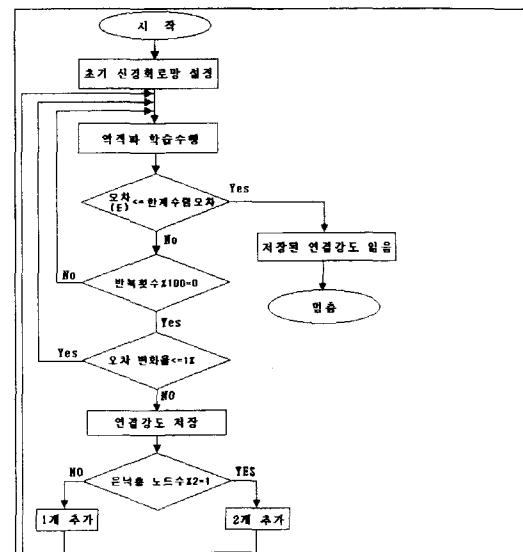


그림 3. 온너층 노드의 생성추가흐름도

Fig. 3. The flowchart of the generating and adding the hidden layer node.

## V. 모의실험 및 검토

본 논문에서 제안한 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 3종류의 입력패턴을 가지고 모의실험을 수행하였다.

첫 번째는 배타적 논리합에 대하여 학습을 수행했으며, 두 번째는 3-페리티에 대하여 학습을 수행하였다.

세 번째는 보다 복잡한 예로써  $7 \times 5$  영문자 알파벳 폰트(Alphabet font)의 학습을 수행하였다.

비교를 위하여 표준적인 역전파 알고리즘(SBP)과 기존에 제안된 방법(DBD알고리즘, EDBD 알고리즘, ABP알고리즘, HNAD알고리즘)과의 반복학습횟수를 비교 분석하였다.

실험에 사용한 역전파 신경회로망의 구조는 입력, 은닉 그리고 출력층을 갖는 3층 구조를 갖는 신경회로망을 사용하였으며, 충과 충사이의 연결강도는 신경회로망의 모의실험에 가장 많이 이용되는 범위(-0.5~0.5)값을 이산적으로 발생하여 실험하였다. 실험을 위한 제한 조건으로 최대수렴오차를  $10^{-5}$ 로 하였으며, 그 때의 반복횟수를 검사하여 수렴여부를 판단하였다.

### 1. 배타적 논리합의 학습

배타적 논리합의 학습은 단순하고 비선형적인 이유로, 신경회로망의 실험에 자주 이용된다. 모의실험에 있어 본 논문에서 제안한 역전파 알고리즘의 학습파라미터  $\eta_{init}$ 와  $\alpha_{init}$ 는 신경회로망에서 가장 일반적으로 사용되는 값인 0.9와 0.7로 하였고 전체오차 E가  $10^{-5}$  아래로 감소하였을 때 신경회로망은 수렴하게 하였다. 신경회로망이 수렴에 무관하게 연결강도 개선과정은 5,000번 후에 정지한다.

그림 4는 배타적 논리합에 대한 오차수렴과정을 나타낸다. 실험에 있어 역전파 신경회로망이 가장 안정적으로 수렴하는 구조를 갖는 입력층의 노드수 2개, 은닉층의 노드수 4개, 출력층 노드수 1인 신경회로망 구조를 사용하였고, 학습과정에 이용되는 학습상수들에 있어 DBD알고리즘과 EDBD알고리즘은 참고문헌[13]에 기술한 값( $K=0.95$ ,  $\phi=0.1$ ,  $K_l=0.95$ ,  $K_m=0.1$ ,  $\phi_l=0.1$   $\phi_m=0.3$ ,  $\gamma_l=0.1$ ,  $\gamma_m=1.0$ )으로 하였으며, ABP알고리즘은 비교적 빠르게 수렴하는 상수값( $\eta_i^{k+1}_{init}=0.95$ ,  $\eta_j^{k+1}_{init}=0.95$ ,  $\alpha=0.85$ ,  $\epsilon=1.0$ ,  $\gamma=1.0$ ,  $\beta=1.0$ ,  $\mu=1.0$ )으로 하여 실험하였다. 또한, 일반적

인 역전파 신경회로망은 가장 보편적으로 이용되는 학습계수( $\eta$ )와 모멘텀( $\alpha$ )을 각각 0.9, 0.7로 설정하여 실험하였다.

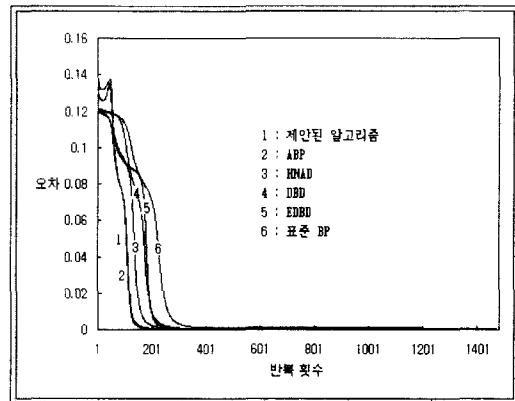


그림 4. 배타적 논리합의 학습에 대한 여러 가지 BP 모델의 오차수렴과정

Fig. 4. The error convergence processing of various BP models for the exclusive-OR learning.

실험결과, 표준 역전파 신경회로망은 최대한계수렴오차( $10^{-5}$ )에 이르는데 까지 1479회의 반복학습 횟수를 나타내었으며, DBD알고리즘은 1191회의 반복학습 횟수를 나타내었다. 또한, EDBD알고리즘 및 ABP알고리즘은 각각 959회, 695회의 반복학습 횟수를 나타내었고, HNAD알고리즘은 표준 역전파 신경회로망과 같은 학습파라미터 집합으로 설정하였을 경우, 최대 한계수렴오차에 이르는데 1163회의 반복학습 횟수를 나타내었다. 반면, 본 논문에서 제안한 알고리즘은 619회의 반복학습 횟수를 보임으로서 제안된 알고리즘이 기존의 방법들에 비하여 안정되고 적은 반복학습 횟수를 나타내었다.

온너노드의 수를 변화시키는 역전파 알고리즘으로 시행한 계산에서 오차의 변화량과 반복학습 횟수를 검사하는 조건으로서 참고문헌[14]에서 설정한 값( $\eta=0.9$ ,  $\alpha=0.7$ , 한계수렴오차= $10^{-5}$ )과 동일하게 설정하여 실험하였다. 즉,  $E(t)$ 를 매 100회의 연결강도 개선 후에 검사하여  $E(t)$ 의 오차 변화율이 1%보다 크게 감소하지 않고 온너노드가 홀수 일 경우에는 2개의 새로운 온너노드를 생성추가하고 온너노드가 짝수일 경우에는 1개의 새로운 온너노드가 생성 추가함으로서 시스템의 안정도 및 학습효율을 향상시킨다.

그림 5는 초기 은닉층 노드수를 1개로 설정할 경우,

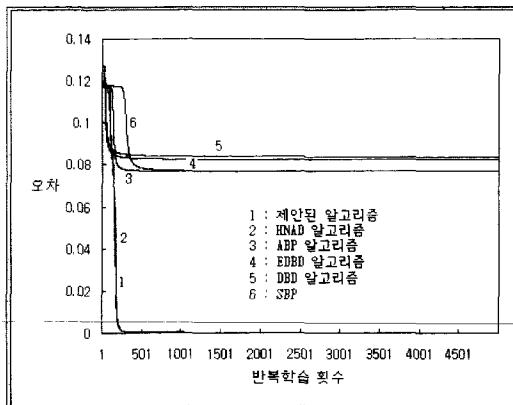


그림 5. 배타적 논리합에 대하여 은닉층 노드수가 1개를 갖는 경우, 여러 가지 BP모델의 오차수렴 과정

Fig. 5. The error convergence processing of various BP models with one hidden node for the exclusive-OR.

배타적 논리합에 대한 역전파 신경회로망의 오차수렴 과정을 나타낸다. 그림 5에서 알 수 있듯이 초기 은닉층 노드수를 1개로 설정할 경우, 학습파라미터 값들을 변경하여도 표준 역전파 신경회로망(SBP), DBD, EDBD 및 ABP알고리즘은 한계수렴오차에 도달할 수 없는 반면, HNAD알고리즘과 본 논문에서 제안된 알고리즘은 각각 1103회와 1051회의 학습 후에 한계수렴오차에 도달하였다. 실험 결과로부터 알 수 있듯이 본 논문에서 제안된 알고리즘을 이용한 역전파 신경회로망이 기존에 제안되었던 알고리즘에 비하여 약 11%~58%정도의 반복학습 횟수를 줄일 수 있음을 고찰하였다.

## 2. 3-페리티 문제의 학습

3-페리티 문제의 학습에 있어서 실험환경은 참고문헌[13]에서 사용한 배타적 논리의 합과 같은 학습파라미터 집합(DBD학습상수:  $K=0.95$ ,  $\phi=0.1$ , EDBD학습 상수:  $K_i=0.95$ ,  $K_m=0.1$ ,  $\phi_i=0.1$   $\phi_m=0.3$ ,  $\gamma_i=0.1$ ,  $\gamma_m=1.0$ , ABP학습상수:  $\eta_i^{k+1}_{init}=0.95$ ,  $\eta_i^k_{init}=0.95$ ,  $\alpha=0.85$ ,  $\beta=1.0$   $\varepsilon=1.0$ ,  $\gamma=1.0$ ,  $\mu=1.0$ )을 사용하였다.

모의실험에 있어 그림 6과 같이 은닉층의 노드수를 3개로 설정할 경우, 기존에 제안되었던 알고리즘과 본 문에서 제안한 알고리즘을 적용한 역전파 신경회로망을 비교하였다.

실험결과 그림 6에 나타낸바와 같이 표준 역전파 신

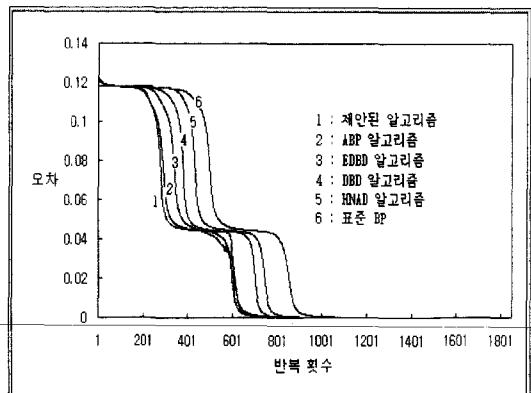


그림 6. 3-페리티 문제에 대한 여러 가지 BP모델의 오차수렴과정

Fig. 6. The convergence processing of various BP models for the 3-parity problem.

경회로망(SBP)은 1848회의 반복학습 횟수를 나타내었으며, DBD및 EDBD알고리즘은 각각 1529와 1443회의 반복학습 횟수를 나타내었다. 또한, ABP알고리즘과 HNAD알고리즘은 각각 1232와 1621회의 반복학습 횟수를 갖는 반면, 본 논문에서 제안된 알고리즘의 경우 1032회 반복횟수만에 한계수렴오차에 도달하였다. 따라서, 3-페리티 문제의 학습에 있어서도 본 논문에서 제안한 알고리즘을 적용한 역전파 신경회로망이 약 27.9~44.2%의 반복학습 횟수가 감소함을 알 수 있다.

## 3. 7x5 영문자 폰트 학습

배타적 논리합의 학습, 3-페리티 문제의 학습을 위한 신경회로망은 작고 은닉노드의 수가 많아야 10개 내외이다. 7×5 영문자 폰트(Alphabet font)학습을 위하여 구성한 보다 큰 신경회로망에 본 논문에서 제안한 알고리즘을 적용하여 실험하였으며, 실험에 이용한 신경회로망의 구조는 그림 7과 같다.

실험에 사용된 각 문자는 그림 7에 나타낸바와 같이 7×5도트들로서, 각 도트는 35개의 입력노드중의 한 개에 해당되며, 도트가 흰색일 경우, 그에 해당하는 노드에 “0”이 입력되고 도트가 흑색일 경우, “1”이 입력된다. 또한, 교사문자들은 26개의 영문 대문자를 2진 코드화 하여 8비트로 구성하였으며, 각 26개의 출력노드 각각은 영문자 한 개에 해당한다.

알파벳 영문자의 학습과정에 있어 표준 역전파 알고리즘(SBP)의 학습계수( $\eta$ )와 모멘텀( $\alpha$ )은 모의실험의 일반성을위하여 배타적 논리합과 3-페리티문제의 학습과 마찬가지로 각각 0.9, 0.7로 하여 실험하였다. 각 출

력노드의 교사데이터와 실제 출력값 사이의 차이가  $10^{-5}$ 보다 작을 때 신경회로망은 수렴하는 것으로 고려 한다. 또한, 신경회로망은 수렴에 상관없이 32000번의 반복 후에는 정지한다.

또한, 본 논문에서 제안한 적응 역전파 신경회로망의 초기학습파라미터 값( $\alpha_{init}$ 와  $\eta_{init}$ )의 경우도 기존의 알고리즘들과 마찬가지로 각각 0.7과 0.9로 하여 반복학습과정을 수행하였다. 최소자승평균오차 E(t)는 매 100번의 연결강도 개선 후 조사하여 E(t)가 1%이상 감소하지 않고 은닉층의 노드수가 홀수이면 “2”개를 추가하고 은닉층의 노드수가 짝수이면 “1”개의 새로운 은닉노드가 신경회로망에 추가된다.

표 2는 표준 역전파 알고리즘, 기존에 제안되었던 알-

고리즘 및 본 논문에서 제안한 알고리즘의 학습과정을 비교한 것이다.

표 2에서 알 수 있듯이 표준 역전파 신경회로망은  $\eta$  값에 따라 수렴정도의 차이는 있지만 평균적으로 26069번의 학습을 수행하여야만 수렴에 도달한다. 또한, DBD와 EDBD 알고리즘은 각각 24753회, 22319회의 반복학습 횟수를 나타냈으며, ABP와 HNAD 알고리즘은 각각 20383회, 23300회의 반복학습 횟수를 나타내었다. 반면, 본 논문에서 제안한 알고리즘은 16792회의 반복학습 횟수를 보임으로서 기존에 제안되었던 알고리즘들에 비하여 약 17.6%~35.6%정도의 반복횟수를 줄일 수 있음을 고찰하였다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 지도학습 신경회로망의 대표적인 학습알고리즘인 역전파 알고리즘에 있어, 올바르지 못한 학습파라미터 및 은닉층 노드수의 설정에 의한 지연현상을 줄이고 시스템의 안정도를 향상시킬 수 있는 학습파라미터의 설정방법 및 은닉층의 노드수 설정방법을 제안하였다. 우선, 연결강도 개선과정에 이용되는 학습파라미터 값을 발생한 오차에 따라서 적응성 있게 변화시킴으로서 불필요한 학습을 줄이고 시스템의 안정도를 향상시킬 수 있다.

다음은 은닉층의 노드수를 발생한 오차의 평균변화량에 따라서 동적으로 추가시킬 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 이 방법은 학습수행 시, 올바르게 설정되지 않은 은닉층의 노드수로 인하여 과대하게 수행되는 학습의 횟수를 줄일 수 있고 최적의 수렴환경을 구축할 수 있었다.

제안한 역전파 신경회로망의 학습파라미터 설정 방법을 배타적 논리합, 3-패리티 문제 및  $7 \times 5$  영문자 폰트의 분류에 대하여 고정상수 값을 학습파라미터로 이용하는 표준 역전파 신경회로망(SBP)과 기울기 정보를 이용하는 DBD, EDBD 및 적응성 있는(ABP) 방법 그리고 최소평균자승오차를 이용하여 은닉층의 노드를 추가 또는 삭제(HNAD) 할 수 있는 방법과 비교하였다.

모의실험 결과, 표준 역전파 알고리즘(SBP)은 고정적인 학습파라미터를 이용함으로서 불필요한 학습을 과도하게 수행하여 반복학습 횟수가 증가되는 문제점이 나타났다. DBD, EDBD 및 ABP 방법은 고전적인 역전파 알고리즘에 의한 학습에 비하여 반복학습 횟수를

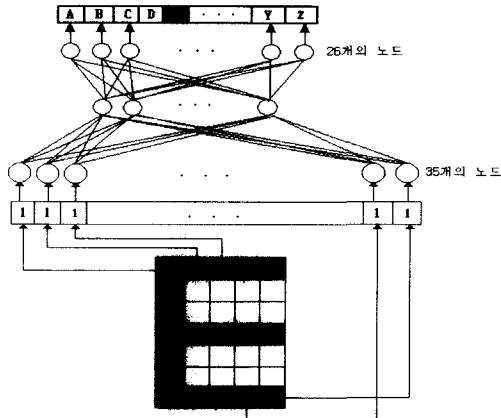


그림 7. 영문자 학습을 위한 BP 모델의 구성  
Fig. 7. The configuration of BP model for alphabet font learning.

표 2. 각 학습알고리즘의 오차와 반복학습횟수의 비교  
Table 2. The comparison of error and learning iteration of the algorithm the each other.

| 수렴조건      | 알고리즘        | 반복 횟수 | 한계수렴오차  | 최대반복횟수 |
|-----------|-------------|-------|---------|--------|
| SBP       | 표준 역전파 알고리즘 | 26069 | 0.00001 | 32000  |
| DBD 알고리즘  | DBD 알고리즘    | 24753 | 0.00001 | 32000  |
| EDBD 알고리즘 | EDBD 알고리즘   | 22319 | 0.00001 | 32000  |
| ABP 알고리즘  | ABP 알고리즘    | 20383 | 0.00001 | 32000  |
| HNAD 알고리즘 | HNAD 알고리즘   | 23300 | 0.00001 | 32000  |
| 제안한 알고리즘  | 제안한 알고리즘    | 16792 | 0.00001 | 32000  |

줄일 수 있었지만 연결강도 개선에 관여하는 학습파라미터들의 초기 값을 올바르지 않게 선택하면 일반화 성능은 오히려 좋지 못하다. 또한, HNAD방법도 고전적인 역전파 알고리즘에 비하여 반복학습 횟수를 줄일 수 있었지만 온너층의 노드수가 올바르지 않게 설정되면 국소점에 안주할 가능성이 오히려 높다. 제안한 방법은 오차에 따라서 학습파라미터와 온너층의 노드수를 적응성 있게 변경시키면서 학습을 효율적으로 수행 할 수 있으며, 그 결과는 다음과 같다.

첫째 제안된 알고리즘을 배타적 논리합에 대하여 적용한 결과, 표준 역전파 신경회로망에 비하여 약 58% 정도 반복학습 횟수가 감소하였고 DBD와 EDBD 알고리즘에 비하여 각각 48%, 35.1%정도 반복학습 횟수가 감소하였다. 또한, ABP와 HNAD 알고리즘에 비하여 각각 11%와 46.8%정도 반복학습 횟수가 감소함을 고찰하였다.

둘째 제안된 알고리즘을 3-패리티 문제의 학습에 적용한 결과, SBP에 비하여 약 44.2%~67.5%정도 반복학습 횟수가 감소하였고 DBD와 EDBD 알고리즘에 비하여 약 32.5%~63.6%와 48.3%~63.6%정도 반복학습 횟수가 감소하였다. 또한, ABP와 HNAD 알고리즘에 비하여 약 31.5%~58.9%와 32.2%~64.7%정도 반복학습 횟수가 감소함을 고찰하였다.

셋째 제안된 알고리즘을  $7 \times 5$  영문자 패턴의 학습에 적용한 결과, SBP에 비하여 약 35.6%정도 반복학습 횟수가 감소하였고 DBD와 EDBD 알고리즘에 비하여 32.2%와 24.8%정도 반복학습 횟수가 감소하였다. 또한, ABP와 HNAD 알고리즘에 비하여 17.6%와 27.9%정도 반복학습 횟수가 감소함을 고찰하였다.

앞으로의 연구 방향은 본 논문에서 제안한 학습방법을 이용하여 온라인 필기체 문자인식, 영상처리 및 패턴인식 등의 응용분야에서 응용될 수 있도록 실험데이터의 확장과 하드웨어의 구현 등이 이루어져야 할 것이다.

## 참 고 문 현

- [1] D .E. Rumelhart, G. E. Hinton & R. J. Williams, Learning internal representations by error propagation, parallel distributed processing, vol. 1, pp. 318~362. MIT Press, 1986.
- [2] D. E. Rumelhart, J. L. McClelland and the PDP Reserch Group(Eds.), Parallel Distributed Processing : Explorations in the Microstructure of Cognition, vol. 1 and 2, MIT Press, 1986.
- [3] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, & R. J. Williams, "Learning representation by back propagation errors", Nature, vol. 323, pp. 533~536, 1986.
- [4] T. J. Sejnowski, & C. R. Rosenberg, "Parallel networks that learn to pronounce English text", Complex Systems, vol. 1, pp. 145~168, 1987.
- [5] Yoh-Han Pao, Adative Pattern Recognition and Neural Networks. Addison Wesley pp. 113~139, 1989.
- [6] DARPA Neural Network study, AFCEA international press, 1988.
- [7] James A. Freeman, David M. Skapura, Neural Networks Algorithms, Applications, and Programming Techniques, Addison Wesley pp. 89 ~125, 1991.
- [8] Jacek M. Zurada, Introduction to Artificial Neural System, West, pp. 163~248, 1992.
- [9] 홍봉화, 김은원, 조원경, "역전파 신경회로망에서 온너층 노드수에 따른 오차 및 적응학습파라미터의 변화에 관한 연구", 전자공학회논문지, 제38권 TE편, 제1호, 1~10쪽, 2001년 3월
- [10] 홍봉화, "적응 역전파 신경회로망의 초기연결강도 설정에 관한 연구", 한국정보기술전략학회 논문지, 제4권 제1호, 71~79쪽, 2001년 3월
- [11] R.A Jacobs, "Increased Rates of Convergence through Learning Rate Adaptation", Neural Networks, vol. 1, pp. 295~307, 1988.
- [12] Ali A. Minai and Ronald D. Williams, "Acceleration of back propagation through learning rate momentum adaptation", International Joint Conference on Neural Network, vol. 1, Nagoya Japan, pp. 676~679, Oct ., 1993.
- [13] Yao Zhang, "Updating learning rates for back propagation network", International Joint Conference on Neural Networks, vol. 1 Nagoya Japan, pp. 569~572, Oct. 1993.
- [14] Yoshio Hirose, Koichi Yamashita and Shimpei Hijiya, "Back-Propagation algorithm which

varies the number of hidden units", IEEE Transaction on Neural Networks, vol. 4, pp.

61-66. 1991.

---

저자소개

金銀源(正會員) 第38卷 TE編 第2號 參照

洪鳳和(正會員) 第38卷 TE編 第1號 參照