

과도성능 개선을 위한 강인한 직접 적응 제어기의 설계

The Design of Robust Direct Adaptive Controllers for Improved Transient Performance

李孝燮* · 梁海元**
(Hyo-Seop Lee · Hai-Won Yang)

Abstract - In this paper, the robust adaptive controller design scheme is studied for nonlinear systems in the presence of bounded disturbances. A new robust adaptive controller is designed using high-order neural networks, which avoids the singularity problem in adaptive nonlinear control. The stability of the resulting adaptive system with the proposed adaptive controller is guaranteed by suitably choosing the design parameters and initial conditions. In addition, the proposed adaptive controller provides improved transient performance and fast on-line adaptation. The ability and effectiveness of the proposed adaptive control scheme is shown through simulations of a simple nonlinear system.

Key Words : 비선형계통, 적응제어, 과도성능, 고차신경망

1. 서론

최근에는 신경망을 이용한 적응제어가 활발하게 연구되고 있으며 많은 연구 결과가 발표되었다[1,2,4,8,9]. 이러한 신경망 제어기들의 대부분은 케환 선형화 기법을 이용하였고, 공통적으로 사용된 제어기 구조는 $u = [-\hat{\alpha}(x) + v] / \hat{\beta}(x)$ 이다. 여기서 $\hat{\alpha}(x)$, $\hat{\beta}(x)$ 는 계통의 비선형성을 근사화한 것이며, v 는 새로운 제어 입력이다. 따라서 이러한 제어기들은 제어기의 특이성 문제를 회피하기 위한 추가적인 수단이 요구된다[1,8]. [6]에서는 신경망 가중치의 추정치에 관계없이 제어 입력이 유계가 되도록 억제항을 도입하는 수정 적응 신경망 제어기를 제시하였고, [3,10]에서는 일반적인 불확정성 비선형 시스템들에 대해 리아프노프 안정도 및 신경망 근사화 기법을 이용한 안정한 적응 상태 케환 및 출력 케환 제어기를 제시하였다. 또한 [11]에서는 새로운 형태의 리아프노프 함수를 이용한 비선형 직접 적응제어기를 제시하였으며, [12]에서는 [11]의 새로운 형태의 리아프노프 함수에 기초한 과도성능 개선을 위해 새로운 형태의 제어칙을 구성하여 그 효용성을 입증하였다.

한편 외부 외란이 존재하는 경우의 비선형 계통에 대하여 고차 신경망을 이용한 적응제어 기법이 소개되었다. 고차 신경망을 이용함으로써 상당히 우수한 제어성능을 보인 반면 상당히 많은 개수의 가중치들(weights)을 추정해야 하는 문제를 가지고 있어서 실시간으로 제어목적을 달성해야 하는 관점에서 상당한 부담으로 작용하고 있다[13].

본 논문에서는 리아프노프 안정성을 고려한 노드 수는 감소되고, 제어성능은 개선된 신경망 제어기 설계 기법을 제안한다. 한편 제어기는 과도성능 개선을 목적으로 기존의 제어 입력에 강인항을 추가적으로 포함시켜 구성하였다. 제시된 알고리즘은 폐루프 계통의 지역 안정도가 보장되고 제어기 특이성 문제도 회피됨을 보인다.

2. 문제기술

본 논문에서는 다음과 같은 단일 입·출력(SISO) 비선형 계통을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n &= \alpha(x) + \beta(x)u + d(t) \\ y &= x_1, \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$, $u \in R$, $y \in R$ 는 각각 상태변수, 시스템 입력 및 출력이다. 그리고 $\alpha(x)$, $\beta(x)$ 는 미지의 평활(smooth) 함수들이며 $d(t)$ 는 알고 있는 상수 $d_0 > 0$ 즉, $|d(t)| \leq d_0$ 에 의해 유계인 외란을 나타낸다.

가정 1. $\beta(x)$ 의 부호는 알고 있으며 모든 $x \in \Omega$ 에 대해 $|\beta(x)| > 0$ 이다.

본 논문에서는 $\beta(x)$ 의 부호는 알고 있다고 가정했기 때문에 앞으로는 양의 함수로 가정한다.

가정 2. 아래의 조건을 만족하는 평활(smooth) 함수 $\bar{\beta}(x)$ 가 존재한다.

$$|\beta(x)| \leq \bar{\beta}(x) \text{이며 } \beta(x) / \bar{\beta}(x) \text{는 모든 } x \in \Omega \text{에 대해 상}$$

* 正會員 : 漢陽大 電氣工學科 博士課程
** 正會員 : 漢陽大 電子컴퓨터工學部 教授 · 工博
接受日字 : 2002年 8月 20日
最終完了 : 2002年 10月 2日

태 x_n 에 독립적이다.

$b(x) = \beta(x)/\bar{\beta}(x)$ 라 놓으면 가정 2.로부터 모든 $x \in \Omega$ 에 대해 $0 < b(x) \leq 1$ 이다. $b(x)$ 를 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{b}(x) = \frac{d[b(x)]}{dt} = \frac{\partial b(x)}{\partial x} \dot{x} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial b(x)}{\partial x_i} x_{i+1} \quad (2)$$

(2)는 단지 시스템의 상태 x 에 종속한다.

벡터 x_d, e, e_s 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} x_d &= [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n-1)}]^T \\ e &= x - x_d = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T, \quad e_s = [\Lambda^T \ 1]e \end{aligned} \quad (3)$$

이며, 여기서 $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}]^T$ 는 다항식 $s^{n-1} + \lambda_{n-1}s^{n-2} + \dots + \lambda_1$ 이 안정하도록 선정된다.

e_s 의 도함수는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_s &= \alpha(x) + \nu_s + b(x)\bar{u} + d(t), \\ \bar{u} &= \beta(x)u, \quad \nu_s = -y_d^{(n)} + [0 \ \Lambda^T]e. \end{aligned} \quad (4)$$

가정 3. 원하는 벡터 x_d 는 연속이며 알고 있다. 그리고 $x_d \in \Omega_d$ 이고, Ω_d 는 Ω 의 부분집합이다.

3. 궤환제어와 함수 근사화

비선형 함수 $\alpha(x), \beta(x)$ 는 정확히 알고 있으며, 외란은 없는 것으로 가정한다. 그런 다음 출력 y 가 원하는 출력 $y_d(t)$ 를 추종하도록 원하는 궤환 제어 입력 u^* 를 찾는다.

보조정리 1. [13] 가정1-3.이 만족되고 $d(t) = 0$ 인 계통 (1)을 고려한다. 제어입력을 아래와 같이 선택하면

$$\begin{aligned} u^* &= \bar{u}^* / \beta(x), \\ \bar{u}^* &= -\frac{1}{b(x)} [\alpha(x) + \nu_s] - \left[\frac{1}{\epsilon b(x)} + \frac{1}{\epsilon b^2(x)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2b^2(x)} \right] e_s, \quad \epsilon > 0 \end{aligned} \quad (5)$$

이때 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$ 이 된다.

증명: [13].

(2)와 (5)로부터 원하는 궤환 제어 입력 u^* 는 x, e_s, ν_s 들의 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u^* = \frac{1}{\beta(x)} \bar{u}^*(z), \quad z = [x^T, e_s, \nu_s]^T \in \Omega_z \subset R^{n+2} \quad (6)$$

여기서 컴팩트집합 Ω_z 는 다음과 같이 정의된다.

$$\Omega_z = \{ (x, e_s, \nu_s) \mid x \in \Omega; x_d \in \Omega_d; e_s = [\Lambda^T \ 1]e; \nu_s = -y_d^{(n)} + [0 \ \Lambda^T]e \} \quad (7)$$

(6)에서 $\alpha(x), \beta(x)$ 는 모르기 때문에 $\bar{u}^*(z)$ 를 이용할 수 없다. 따라서 신경망을 이용해서 $\bar{u}^*(z)$ 를 근사화하기로 한다. 입력 벡터 z 는 x, e_s, ν_s 들로 구성되어 입력 노드의 개수는 $n+2$ 개다. 신경망의 구조는 [13]에서 이용되었던 고차 신경망 (high-order neural networks-HONNs)을 사용한다.

$$\begin{aligned} g(W, z) &= W^T S(z), \quad W, S(z) \in R^l \\ S(z) &= [s_1(z), s_2(z), \dots, s_l(z)]^T \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} s_i(z) &= \prod_{j=1}^l [s(z_j)]^{d(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, l, \\ z &= [z_1, z_2, \dots, z_{n+2}] \in \Omega_z \subset R^{n+2} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 W 는 가중치 벡터이며 $s(z_j)$ 는 아래와 같다.

$$s(z_j) = \frac{e^{z_j} - e^{-z_j}}{e^{z_j} + e^{-z_j}} \quad (10)$$

제어 입력 (6)에서의 비선형 \bar{u}^* 는 Ω_z 에서 연속함수이므로 임의의 상수 $\mu_0 > 0$ 에 대해 아래의 식을 만족하는 정수 l 와 이상적인 상수 가중치 벡터 W^* 가 존재한다[13].

$$\bar{u}^*(z) = W^{*T} S(z) + \mu_l, \quad \forall z \in \Omega_z \quad (11)$$

위에서 μ_l 은 $|\mu_l| \leq \mu_0$ 을 만족하는 신경망 근사화오차이다. W^* 는 모르기 때문에 제어기를 설계할 때 추정된다.

4. 강인한 적응 제어기의 설계

본 논문에서의 직접 적응제어기는 다음과 같이 구성된다.

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[\hat{W}^T S(z) - \eta \frac{e_s}{\epsilon} \right] \quad (12)$$

신경망 가중치의 근사를 위한 제어칙은 아래와 같다.

$$\dot{\hat{W}} = -\Gamma [S(z)e_s + \sigma \hat{W}] \quad (13)$$

여기서 $\Gamma = \Gamma^T > 0$ 는 적응 이득 행렬이며, $\sigma > 0$ 는 상수이다. 제어칙 (12)에서 $\eta e_s / \epsilon$ 은 앞장에서도 언급되었듯이 신경망의 노드 수를 감소시킴으로써 저하되는 제어성능을 보상하기 위한 측면과 설계 파라미터인 η 를 튜닝함으로써 추종오차의 수렴속도를 빠르게 하여 결국 과도성능을 향상시키기 위한 목적으로 추가된 강인한 보조입력 항이다.

(12)를 (4)에 대입하면 (4)는 다음과 같이 된다.

$$\dot{e}_s = \alpha(x) + \nu_s + b(x) \left[\hat{W}^T S(z) - \eta \frac{e_s}{\epsilon} \right] + d(t) \quad (14)$$

(14)의 우변에 $b(x)\bar{u}^*(z)$ 을 더하고 뺀 다음 (11)을 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$\dot{e}_s = \alpha(x) + \nu_s + b(x) \left[\hat{W}^T S(z) - W^*{}^T S(z) - \eta \frac{e_s}{\epsilon} - \mu_l \right] + b(x) \bar{u}^*(z) + d(t), \quad \forall z \in \Omega_z \quad (15)$$

(5)를 (15)에 대입하여 다음의 식을 얻는다.

$$\dot{e}_s = b(x) \left[\frac{\dot{b}(x)}{2b^2(x)} e_s - \frac{e_s}{\epsilon b(x)} - \frac{e_s}{\epsilon b^2(x)} - \eta \frac{e_s}{\epsilon} + \hat{W}^T S(z) - \mu_l \right] + d(t), \quad \forall z \in \Omega_z \quad (16)$$

위에서 가중치 추정오차는 $\hat{W} = \hat{W} - W^*$ 이다. 리아프노프 함수 후보를 다음과 같이 선정한다.

$$V_s = \frac{1}{2} \left[\frac{e_s^2}{b(x)} + \hat{W}^T \Gamma^{-1} \hat{W} \right] \quad (17)$$

(17)의 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_s = -\frac{e_s^2}{\epsilon b(x)} - \frac{e_s^2}{\epsilon b^2(x)} - \eta \frac{e_s^2}{\epsilon} + \frac{d(t)}{b(x)} e_s - \mu_l e_s - \sigma \hat{W}^T \hat{W} \quad (18)$$

(18)은 다음의 부등식으로 정리된다.

$$\dot{V}_s \leq -\frac{e_s^2}{2\epsilon b(x)} [1 + 2\eta b(x)] - \frac{\sigma}{2} \|\hat{W}\|^2 + \frac{\epsilon}{2} \mu_0^2 + \frac{\epsilon}{2} d_0^2 + \frac{\sigma}{2} \|W^*\|^2 \quad (19)$$

위의 (19)에서 새로 도입된 $\eta (>0)$ 는 설계 파라미터로써 (19)의 우변 첫 번째 항을 더욱 큰 음의 값으로 만들며, 양의 값으로 적절히 선정되면 추종 오차의 수렴속도를 빠르게 하면서 전체 제어시스템에 개선된 과도성능을 가져다 준다.

(17)과 $\hat{W}^T \Gamma^{-1} \hat{W} \leq \bar{\lambda} \|\hat{W}\|^2$ ($\bar{\lambda}$ 는 Γ^{-1} 의 최대 고유치)을 이용하여 부등식 (19)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_s \leq -\frac{1}{\alpha_0} V_s + \frac{\epsilon}{2} \mu_0^2 + \frac{\epsilon}{2} d_0^2 + \frac{\sigma}{2} \|W^*\|^2$$

위식에서 $\alpha_0 = \max\{\epsilon/\bar{\eta}(x), \bar{\lambda}/\sigma\}$ 이며, $\bar{\eta}(x) = 1 + 2\eta b(x)$ 는 $1 < \bar{\eta}(x) \leq 2\eta$ 의 범위에 존재하는 함수 값이다.

정리 4.1 [24] (과도성능)

페루프 적응계통 (1), (12), (13)에 대해 $x(0) \in \Omega_0$ 와 설계 파라미터 $l \geq l^*$, $\bar{\lambda} < \lambda^*$ 그리고 $\epsilon \leq \epsilon^*$ 이면

(1) 추종오차의 과도 경계는 다음과 같다.

$$|e_1(t)| \leq k_0 \left[\|\xi(0)\| e^{-\lambda_0 t} + t e^{-\lambda_0 t} \sqrt{2V_s(0)} + \frac{\sqrt{\alpha_0}}{\lambda_0} (\epsilon \mu_0^2 + \epsilon d_0^2 + \sigma \|W^*\|^2)^{1/2} \right],$$

$\lambda_s = \min\{\lambda_0, 1/2\alpha_0\}$, $\alpha_0 = \max\{\epsilon/\bar{\eta}(x), \bar{\lambda}/\sigma\}$, k_0, λ_0 들은 양의 상수이며, $\bar{\eta}(x)$ 는 η 와 $b(x)$ 에 의해 결정되는 함수이다. 양의 상수 $V_s(0)$ 는 $x(0)$ 와 $\hat{W}(0)$ 에 종속이다. (20)

(2) L_∞ 추종오차 경계는 다음과 같다.

$$\sup_{t \geq 0} |e_1(t)| \leq k_0 \left[\|\xi(0)\| + \frac{\sqrt{2V_s(0)}}{\lambda_0} + \frac{\sqrt{\alpha_0}}{\lambda_0} (\epsilon \mu_0^2 + \epsilon d_0^2 + \sigma \|W^*\|^2)^{1/2} \right] \quad (21)$$

증명 : [24].

(20)에서 $\alpha_0 = \max\{\epsilon/\bar{\eta}(x), \bar{\lambda}/\sigma\}$ 이며, $\bar{\eta}(x) = 1 + 2\eta b(x)$ 는 양의 수인 η 와 $0 < b(x) \leq 1$ 에 의해 결정되며 그 값은 $1 < \bar{\eta}(x) \leq 2\eta$ 의 범위에 존재하는 함수 값이다 $\epsilon/\bar{\eta}(x)$ 는 ϵ 보다 훨씬 작은 값으로 α_0 를 더욱 작은 값으로 되도록 하며 이는 V_s 를 더욱 큰 음의 값으로 만든다. 또한 α_0 는 $\epsilon, \eta, \bar{\lambda}$ 그리고 σ 등의 값에 따라 $\epsilon/\bar{\eta}(x)$ 또는 $\bar{\lambda}/\sigma$ 중의 최대 값으로 결정된다.

5. 모의실험 및 고찰

시뮬레이션에 사용된 플랜트와 제어기는 아래와 같다.

1) 플랜트[13]

$$\alpha(x) = \frac{0.5 \sin(x_1)(1 + 0.5 \cos(x_1))x_2^2 - 10 \sin(x_1)(1 + \cos(x_1))}{0.25(2 + \cos(x_1))^2}$$

$$\beta(x) = \frac{1}{0.25(2 + \cos(x_1))^2}, \quad d(t) = d_1(t) \cos(x_1)$$

$$x = [x_1, x_2]^T = [\theta, \dot{\theta}]^T, \quad u = T, \quad d_1(t) = \cos(3t)$$

2) 기준신호 : $y_d(t) = (\pi/6) \sin(t)$

3) HONNs의 구조 : (8)

- 입력벡터 = $[x_1, x_2, e_s, \nu_s]^T$, $\nu_s = -y_d^{(n)} + [0 \ A^T]e$

- 신경망 가중치는 : $W = [w_1, w_2, \dots, w_{14}]^T$.

4) 제안된 적응제어기 구조 : (12), (13)

5) 설계 파라미터 및 초기 값

$$\bar{\beta} = 1, \quad A = 10.0, \quad \Gamma = \text{diag}\{4.0\}, \quad \epsilon = 0.25, \quad \sigma = 0.005$$

$$[x_1(0), x_2(0)]^T = [0, 0]^T, \quad \eta = 10.0, \quad \hat{W}(0) = 0.0$$

아래 그림 1.와 2.은 참고문헌 [13]과 본 논문에 대한 시뮬레이션 결과를 각각 보여주고 있다. 그림 1.의 (a)는 추종 오차를 나타내고 있으며, 약 10초까지는 다소의 과도상태를 거친 후 오차가 작은 값 범위내로 수렴함을 볼 수 있다. 제어입력 또한 그림 1.의 (b)에서처럼 일정한 범위 내로의 유계성을 나타내고 있다.

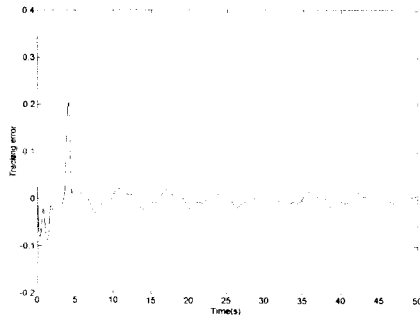
반면 본 논문에서 제시한 직접 적응제어기를 이용한 시뮬레이션 결과를 살펴보면, 추종오차의 추종성능 및 과도성능을 그림 2. (a)에서 확인할 수 있다. 즉, 그림 2.(a)를 고찰하면 5초 이전부터 추종오차가 작은 범위 내로 수렴함을 확인할 수 있으며, 이는 제어기 (12)에서 새롭게 추가된 강인항에 의해 과도상태가 개선됨을 보여주고 있다. 따라서 [13]에 비해 본 논문에서 제시한 알고리즘이 훨씬 양호한 과도성능을 제공하고 있음을 확인할 수 있다. 한편 그림 2.(b)는 제어입력의 유계성을 보여주고 있으며 초기의 아주 짧은 기간 동안의 과도상태를 거친 후 바로 그림 1.(b)와 마찬가지로 일정 범위로의 유계성을 나타내고 있다.

6. 결 론

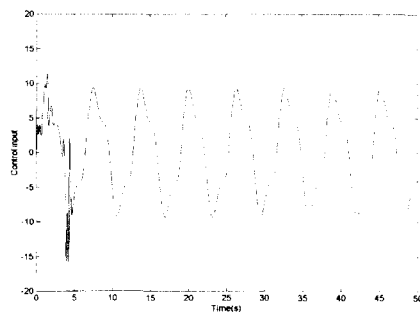
본 논문에서는 유계인 외란을 포함하는 비선형 계통에 대해 고차 신경망을 이용한 강인한 직접 적응 제어기를 제시하였다. 제어기 파라미터를 적절히 선택함으로써 전체 페루프 계통의 리아프노프 안정도가 보장됨을 보였다. 특히 제시된 알고리즘은 입력 노드 수를 줄여 추정해야 할 가중치 개수를 감소시켜 온-라인 추정이 유리하도록 하였으며, 제어칙에 인가된 강인항은 적응제어 계통의 개선된 과도성능과 제어성능을 보장한다. 펜듈럼을 대상으로 컴퓨터 시뮬레이션 해 본 결과 응답의 과도상태가 대폭 개선되어 만족할만한 결과를 보여 줌으로써 본 논문의 효용성과 적용성을 입증하였다.

참 고 문 헌

- [1] F.C. Chen, C.C. Liu, Adaptively controlling nonlinear continuous-time systems using multilayer neural networks, *IEEE Trans. Automat. Control* 39(6) (1994) 1306-1310
- [2] S.S. Ge, Robust adaptive NN feedback linearization control of nonlinear systems, *Internat. J. Systems Sci.* 27 (1996) 1327-1338.
- [3] S.S. Ge, C.C. Hang, T. Zhang, Nonlinear adaptive control using neural networks and its application to CSTR systems, *J. Process Control* 9 (1998) 313-323.
- [4] S.S. Ge, T.H. Lee, C.J. Harris, *Adaptive Neural Networks Control of Robotic Manipulators*, World Scientific, London, 1998.
- [5] P.A. Ioannou, J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.
- [6] K.S. Narendra, A.M. Annaswamy, *Stable Adaptive System*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
- [7] G. Nurnberger, *Approximation by Spline Functions*, Springer, New York, 1989.
- [8] J.T. Spooner, K.M. Passino, Stable adaptive control using fuzzy systems and neural networks, *IEEE Trans. Fuzzy Systems* 4 (3) (1996) 339-359.
- [9] A. Yesidirek, F.L. Lewis, Feedback linearization using neural networks, *Automatica* 31 (11) (1995) 1659- 1664.
- [10] T. Zhang, S.S. Ge, C.C. Hang, Adaptive output feedback control for general nonlinear systems using multilayer neural networks, *Proceedings of the American Control Conference*, Philadelphia, 1998, pp. 520-524.
- [11] S.S. Ge, C.C. Hang, T. Zhang, A direct adaptive controller for dynamic systems with a class of nonlinear parameterizations, *Automatica*, 35 (1999) 741-747.
- [12] 이효섭, 양해원 “새로운 형태의 Lyapunov 함수를 이용한 직접 적응제어기의 설계”, *제어 자동화 시스템공학회, 논문지*, 8권, 7호, PP 533-538, 7, 2002
- [13] S.S. Ge, C.C. Hang, T. Zhang, A direct method for robust adaptive nonlinear control with guaranteed transient performance, *System & Control Letters*, 37 (1999) 275-284.



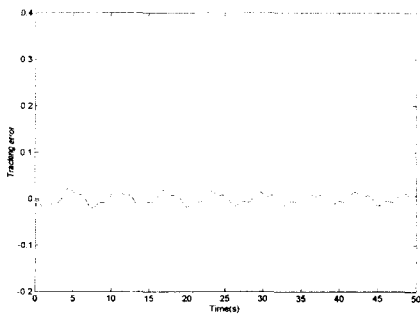
(a) 추종오차(Tracking Error)



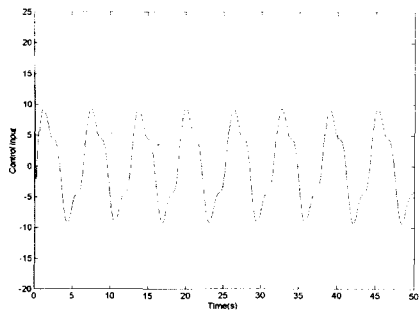
(b) 제어입력(Control Input)

그림 1 참고문헌 [13]의 시뮬레이션 결과

Fig. 1 Simulation Results of The Reference [13]



(a) 추종오차(Tracking Error)



(b) 제어입력(Control Input)

그림 2 제안된 알고리즘의 시뮬레이션 결과

Fig. 2 Simulation Results of The Proposed Algorithm