論 文
51D-3-1

가속도 정보를 사용하지 않는 마찰계수 식별방법

Friction Identification without Information of Acceleration

金 成 烈* · 河 仁 重**
(Sungveol Kim · Injoong Ha)

Abstract - This paper describes a new identification method for friction in motion control systems, in which the friction model is not necessarily linear in parameters. The proposed method works well with any measurement data of velocity and input control force, as long as the initial and final velocities are identical. Most importantly, the proposed method does not require the information of acceleration for its implementation, in contrast with the previously known methods. This is due to the orthogonality property between acceleration and a function of velocity. In particular, if the parametric model is linear in parameters, its friction parameters can be identified in closed form without resorting to numerical search methods. To illuminate further the generality and practicality of the proposed friction identification method, we show good performance of the proposed method through some simulation results.

Key Words : 마찰력 식별, friction identification, acceleration, LSM.

1. 서 론

마찰력은 기계시스템에서 접촉하는 두 물체의 상대 운동을 방해하는 복잡한 비선형 현상이며, 제동과 같은 동작에서는 유용하게 이용될 수도 있지만 대부분의 경우 시스템의 성능을 제한하고 제어기 설계를 어렵게 한다. 특히 기계시스템의 고정밀 위치 제어에서 원하는 추종 성능을 얻기 위해서는 마찰력을 효과적으로 보상해야하며, 마찰력의 영향을 고려하지 않고 제어기를 설계하였을 경우 정상상태 추종 오차나 진동을 보일 수 있다[1].

이런 이유 때문에 마찰력의 영향을 보상하기 위해 많은 연구가 수행되고 있다[2]. 그 중에서 현재 가장 많이 사용되는 방법이 모델에 기반한 마찰력 보상 방법이다. 기본적으로 이 방법은 마찰력의 물리적 특성에 기반한 모델을 바탕으로 마찰력을 추정하여 시스템의 제어 입력에 더해주는 방법으로 마찰력을 보상하며, 대표적으로는 매개변수 식별(parameter identification)이나 적응 제어(adaptive control)를 이용하는 방법[3],[4] 그리고 비선형 관측기(nonlinear observer)를 이용하는 방법[5]이 있다. 한편 모델에 기반하지 않는 마찰력 보상 방법도 많이 제안되었데, 대표적으로, 큰 이득(high gain)을 사용해서 추종 정확성을 높이는 고이득 제어[6], 신경회로망(neural network)을 사용해서 마찰력을 근사화하는 방법[7], 그리고 반복 학습 제어(iterative learning control)([8], [9])와 반복 제어(repetitive control)([10], [11])와 같은 학습 제어(learning control) 등이 많이 연구되고 있다. 하지만 위의 경우 대부분 반복적인 실험 또는 입력신호의 지속적 여자(persistent excitation) 또는 시스템이 반복적인 동작을 하고 있다는 것을 가정하고 있으며 대부분 노이즈의 영향을 많이 받는 가속도 정보를 사용한다는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 운동 마찰력을 식별하기 위해서 운동 마찰력을 의사선형 회귀모델(pseudolinear regression model)으로 모델링한 후 가중치 있는 최소 자승법(weighted least squares method)을 사용한다. 제안하는 방법에서 요구하는 중요한 조건은, 특정 시간 구간의 시작 시점과 끝 시점에서 질량체의 표면에 대한 상대속도가 같으며 그동안 속도의 범위가 식별하려는 범위를 포함한다는 것이다. 이 경우 회귀함수들과 가속도 사이에 직교성이 성립하기 때문에, 제안하는 식별 방법에서는 가속도 정보가 필요하지 않으며, 일반적인 위치 제어 시스템의 경우 쉽게 만족시킬 수 있다.

한편 마찰력이 있는 기계시스템의 동적 특성인 정상상태진동(steady state oscillation)을 소개하고, 본 논문에서 제안하는 식별 방법과 함께 이용될 수 있음을 보였다.

본 논문의 2장에서는 마찰력의 매개변수 모델에 관해 소개하고, 문제 제기와 필요한 가정에 대해 설명한 후 제안된 문제의 해와 새로운 마찰력의 식별 방법을 제시한다. 3장에서 모의 실험 결과를 제시하며 4장에서 결론을 맺는다.

2. 새로운 마찰 계수 식별 방법

지금까지 제안되어온 마찰력 모델들은 크게 동적 마찰력 모델(dynamic friction model)과 정적 마찰력 모델(static friction model)로 나눌 수 있다. 동적 마찰력 모델은 마찰력의 비선형적인 성질까지 나타낼 수 있다는 장점이 있지만, 모델에 사용된 내부 상태 변수가 가상의 상태 변수(fictitious state)이므로 측정이 불가능하다는 문제가 생긴다. 따라서 동

* 正 會 員 : 서울大學校 電氣컴퓨터學科部 正敎授 · 工博
** 正 會 員 : 서울大學校 電氣컴퓨터學科部 博士課程
接受日字 : 2001年 6月 7日
最終完了 : 2002年 1月 25日

적 마찰력 모델을 사용해서 마찰력을 식별할 때는 많은 실험이 필요하고 직관에 의존한다는 단점이 있다. 이에 반해 정적 마찰력 모델은 다루기 쉽기 때문에 제어 또는 식별에 많이 응용되어왔다. 이런 관점에서 우리도 정적 마찰력 모델을 이용하여 마찰력을 식별하는 새로운 방법을 제안한다.

본 논문에서 다루는 시스템은, 그림 1에서처럼 마찰이 존재하는 표면 위를 한 방향의 자유도를 가지고 운동하는 단일 질량 시스템(single mass system)이다. 이 시스템의 수학적 모델은 다음과 같다.

$$m\ddot{x}(t)+F(t)=u(t)\ , \qquad (1)$$

여기서 m은 질량, $\ddot{x}$는 표면에 대한 질량체의 상대 가속도, F는 마찰력, u는 제어힘(control force)을 나타낸다.

그런데 마찰력 F는 다음과 같이 운동마찰력 F_s와 정지마찰력 F_0의 합으로 고쳐 쓸 수 있다[6]. 즉,

$$F=F_s+F_0\ .$$

여기서 F_s, F_0가 다음을 만족한다고 가정하겠다.

(A.1) i) 운동 마찰력 F_s는 속도 $\dot{x}$의 함수로 근사된다.

ii) 운동 마찰력 F_s는 속도 영역 $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$에서 $\dot{x}$에 대해 연속이고, $\dot{x}=0$일때 $F_s=0$이다.

iii) 정지 마찰력 F_0는 속도 영역 $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$에서는 0의 값을 가진다.

본 논문에서 마찰력의 식별이라고 하는 것은 운동마찰력 F_s을 식별하는 것을 의미하며, 정지마찰력 F_0까지 식별하는 것은 아니다. 따라서 운동마찰력을 위의 가정 *(A.1)*에 따라 아래와 같이 매개변수모델로 모델링하자.

$$\hat{F}_s(\dot{x})=\Psi_L^T(\dot{x},\theta_N)\theta_L\ , \qquad (2)$$

여기서 , $f_i(\dot{x},\theta_N)\in R,\ i=1\cdots p$,

$\Psi_L(\dot{x},\theta_N)\triangleq[f_1(\dot{x},\theta_N),\ldots,f_p(\dot{x},\theta_N)]\in R^p$

$\theta_L\triangleq[\theta_1\cdots\theta_p]^T$은 선형계수 벡터를 나타내며,

$\theta_N\triangleq[\theta_{p+1}\cdots\theta_n]^T$은 비선형계수 벡터를 나타낸다.

이때 비선형 계수 벡터 θ_N에 대해 다음을 가정하겠다.

(A.2) 매개변수 모델 (2)에 비선형 계수가 존재한다면, 이때 비선형 계수 벡터 θ_N이 속하는 콤팩트(compact)한 영역 $A\in R^{n-p}$을 알 수 있다.

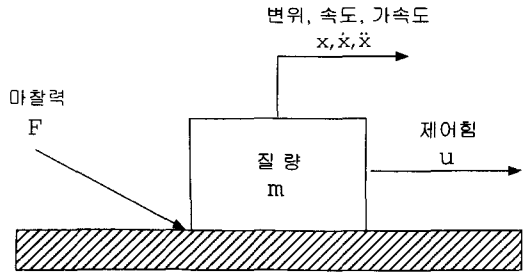


그림 1 마찰이 존재하는 1-DOF 기계시스템

Fig. 1 1-DOF mechanical system with friction

한편 매개변수모델에서 회귀함수는 실험 설계자가 정하는 내용이다. 본 논문에서는 회귀함수가 다음의 조건을 만족한다고 가정하겠다.

(Cond.) 임의의 $\theta_N\in A$에 대해, 마찰 모델 (2)의 회귀함수는 다음을 만족한다..

i) $f_i(\dot{x},\theta_N)$, $i=1\cdots p$는 속도 $\dot{x}$에 대해 조각적 연속(piecewise continuous)이다.

ii) $f_i(0,\theta_N)=0$, $i=1\cdots p$.

iii) 식별에 사용할 속도 범위에 포함되는 임의의 속도 구간에서, $f_i(\dot{x},\theta_N)$, $i=1\cdots p$는 서로 선형 독립(linearly independent)이다.

위의 조건에서 i)과 ii)는 *(A.1)*의 ii)에서 얻어진 것이다. 그리고 널리 알려진 가우스 모델(Gaussian model)이나 로렌츠 모델(Lorentzian model)[2]과 같은 마찰력 모델도 위의 조건을 만족한다.

마지막으로 표면에 대한 물체의 상대속도에 대해 다음과 같은 가정을 하자. 이 가정은 본 논문에서 제시할 식별 방법을 사용하기 위해서 필요한 가장 중요한 조건이기도 하다.

(A.3) 마찰이 있는 표면을 이동하는 물체의 속도 $\dot{x}(t)$는 다음 조건을 만족한다.

i) $\dot{x}(t_0+T_c)=\dot{x}(t_0)$ 을 만족하는 초기시간 t_0와 유한한 값 T_c 가 존재한다.

ii) $\dot{x}(t)$는 $[t_0,t_0+T_c]$에서 연속이며, 이 구간에서 상수 함수가 아니다.

이제 본 논문에서 마찰력을 추정하기 위해 사용하는 최적화 문제를 제시하겠다.

우선 $y(t)\triangleq u(t)-m\ddot{x}(t)-F_0(t)$로 정의하면, 전체 시스템 (1)은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$y(t)=\Psi_L^T(\dot{x},\theta_N)\theta_L+\triangle f(t), \qquad (3)$$

여기서 $\triangle f(t)$는 매개변수화 오차이다.

이때 속도 궤적 $\dot{x}(t)$가 주어졌을 때 다음 비용함수(cost function)를 정의하자.

$$J(\theta_L,\theta_N)\triangleq\int_{t_0+T_c}^{t_0}r(\dot{x}(t))\left|y(t)-\Psi_L^T(\dot{x},\theta_N)\theta_L\right|^2dt\ . \qquad (4)$$

위 식에서 $r(\cdot):R\to R^+$는 항상 양의 값을 가지며 조각적 연속 함수이다. $r(\dot{x})$은, (4)에서 각 속도에 대한 가중치를 결정하게 된다. 본 논문에서는 초저속 영역에서 노이즈의 영향을 줄이기 위해서 사용한다.

본 논문에서 고려하는 최적화 문제 [P]는 다음과 같다.

$$\textbf{[P]}\ :\ \min_{(\theta_L^T,\theta_N^T)\in R^p\times A}J(\theta_L,\theta_N).$$

최적화 문제 **[P]**의 비용함수 $J(\theta_L,\theta_N)$에서 $y(t)$는 정의에 의해 가속도 및 움직이는 물체의 질량 등을 포함하고 있다. 이때 **[P]**를 만족하는 최적해를 구하기 위해서 가속도 정보나 대상 물체의 질량을 이용하는 방법을 사용하면 가속도 정보를 얻는 과정에서 가속도 정보가 심하게 왜곡될 수 있으며, 질량 정보의 정확성도 마찰 계수 식별에 직접적인 영향을 줄 수 있다. 따라서 본 논문에서는 가속도 정보나 질량 정보

를 이용하지 않기 위해 다음의 성질을 이용한다.

보조정리 1. [직교성(Orthogonality Property)] 가정 *(A.3)*의 t_0, T_c와 임의의 조각적 연속함수(piecewise continuous function) $g(\cdot)$에 대하여 다음이 성립한다.

$$\int_{t_0}^{t_0+T_c} \ddot{x}(t)g(\dot{x}(t))dt = 0 .$$

증명 : 함수 $g(\cdot)$의 조각적 연속성에 의하여, 다음을 만족시키는 연속인 함수들의 수열 $g_n(\cdot)$가 존재한다:

$$\lim_{n\to\infty} g_n(\dot{x}) = g(\dot{x}), \qquad \forall\, \dot{x}\in R.$$

그러면 르베그 수렴 정리(Lebesque Convergence theorem)[12]와 가정 (A.3)의 i)에 의해서 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned}\int_{t_0}^{t_0+T_c} \ddot{x}(t)g(\dot{x}(t))dt &= \lim_{n\to\infty}\int_{t_0}^{t_0+T_c} \ddot{x}(t)g_n(\dot{x}(t))dt \\ &= \lim_{n\to\infty}[G_n(\dot{x}(t_0+T_c)) - G_n(\dot{x}(t_0))] \\ &= 0,\end{aligned}$$

여기서 $G_n(\dot{x}) \triangleq \int_0^{\dot{x}} g_n(s)ds$이다. ■

수식 전개상의 편리를 위해서 아래의 함수를 정의하자.

$$U(\theta_N) \triangleq \int_{t_0}^{t_0+T_c} r(\dot{x}(t))\,\Psi_L(\dot{x}(t),\theta_N)\Psi_L(\dot{x}(t),\theta_N)^T dt. \quad (5)$$

보조정리 2. 임의의 $\theta_N\in A$에 대해 정방행렬 $U(\theta_N)$은 가역(nonsingular)이고, 양의 정부호(positive definite)이다.

증명 : $U(\theta_N)$이 비가역이라고 가정하면 다음 식을 만족하는 영벡터가 아닌 벡터 $c\in R^p$가 존재한다.

$$\begin{aligned}&c^T U(\theta_N)c \\ &= \int_{t_0}^{t_0+T_c} r(\dot{x}(t))c^T\Psi_L(\dot{x}(t),\theta_N)\Psi_L(\dot{x}(t),\theta_N)^T c\,dt \\ &= \int_{t_0}^{t_0+T_c} r(\dot{x}(t))\,|c^T\Psi_L(\dot{x}(t),\theta_N)|^2 dt \\ &= 0.\end{aligned}$$

정의에 의해 $r(\dot{x}(t))>0$이므로,

$$c^T\Psi_L(\dot{x}(t),\theta_N) = 0, \text{ a.e. on } [t_0, t_0+T_c].$$

위의 식과 *(Cond.)*의 i)에 의해서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$c^T\Psi_L(\dot{x}(t),\theta_N) = 0, \text{ a.e. on } [\dot{x}_{\min}, \dot{x}_{\max}].$$

그런데 이 식은 (Cond.)의 iii)과 모순이다. 따라서 $U(\theta_N)$은 가역이며, 양의 정부호임도 쉽게 알 수 있다. ■

최적화 문제 **[P]**를 다루기 위해, 우선 임의의 비선형 계수 $\theta_N\in A$에 대해서 **[P]**의 비용함수 $J(\theta_L,\theta_N)$를 최소화하는, 비선형 계수의 함수로 나타나는 선형계수 $\theta_L(\theta_N)$의 최적값 $\theta_L^*(\theta_N)$을 찾는 문제를 먼저 생각해 보자. 즉,

$$\textbf{[PL]}: \min_{\theta_L\in R^p} J(\theta_L,\theta_N), \text{ for some } \theta_N\in A.$$

수식 전개상의 편리를 위해 다음의 함수를 정의하자.

$$w(g,\theta_N) \triangleq \int_{t_0}^{t_0+T_c} r(\dot{x}(t))\,\Psi_L(\dot{x},\theta_N)g(t)dt . \quad (6)$$

보조정리 3.[[PL]의 최적해] [PL]의 최적해 $\theta_L^*(\theta_N)$는 $U^{-1}(\theta_N)w(u,\theta_N)$으로 유일하게 주어진다.

증명 : 표기를 간단히 하기 위해 다음 함수 정의를 사용하자.

$$\Psi_L(t) = \Psi_L(\dot{x}(t),\theta_N).$$

보조정리 2에서 $U^{-1}(\theta_N)$이 존재하므로 (3), (5), (6)와 (7)에 의해,

$$\begin{aligned}&J(\theta_L,\theta_N) = \int_{t_0+T_c}^{t_0} r(\dot{x}(t))|y(t) - \Psi_L^T(t)\theta_L|^2 dt \\ &= (\theta_N - U^{-1}(\theta_N)w(y,\theta_N))^T U(\theta_N)(\theta_L - U^{-1}(\theta_N)w(y,\theta_N)) \\ &\quad + \int_{t_0}^{t_0+T_c} r(\dot{x}(t))|y(t)|^2 dt - w^T(y,\theta_N)U^{-1}(\theta_N)w^T(y,\theta_N).\end{aligned} \quad (7)$$

위 식에서 $U(\theta_N)$은 보조정리 2에의해 양의 정부호이므로, 임의의 $\theta_N\in A$에대해 $J(\theta_L,\theta_N)$을 최소화하는 $\theta_L^*(\theta_N)$은 $U^{-1}(\theta_N)w(y,\theta_N)$으로 유일하게 존재한다. 그런데 $w(y,\theta_N)$는 보조정리 1과 *(Cond.)*의 ii) 및 $F_0(t)$ 정의를 이용하면 $w(u,\theta_N)$와 같게 됨을 알 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned}w(y,\theta_N) &= \int_{t_0+T_c}^{t_0} r(\dot{x}(t))\Psi_L(t)y(t)dt \\ &= \int_{t_0+T_c}^{t_0} r(\dot{x}(t))\Psi_L(t)u(t)dt \\ &\quad - \int_{t_0+T_c}^{t_0} r(\dot{x}(t))\Psi_L(t)(m\ddot{x}(t) + F_0(t))dt \\ &= \int_{t_0+T_c}^{t_0} r(\dot{x}(t))\Psi_L(t)u(t)dt = w(u,\theta_N).\end{aligned}$$

따라서 증명이 끝났다. ■

이제 [P]를 만족하는 최적해에 대해 다시 살펴보겠다. 우선 다음 함수를 정의하자.

$$J_N(\theta_N) \triangleq -w^T(u,\theta_N)U^{-1}(\theta_N)w(u,\theta_N)). \quad (8)$$

이때 (7), (8)에서 다음 식이 성립함을 쉽게 알 수 있다.

$$J(U^{-1}(\theta_N)w(u,\theta_N),\theta_N) = \int_{t_0}^{t_0+T_c} r(\dot{x}(t))|y(t)|^2 dt + J_N(\theta_N) \quad (9)$$

정리 1. θ_N^*가 다음 최적화 문제의 최적해라고 가정하자.

$$\textbf{[PN]}: \quad \min_{\theta_N\in A} J_N(\theta_N).$$

그러면,

$$\begin{aligned}((U^{-1}(\theta_N^*)w(u,\theta_N^*))^T, \theta_N^{*T}) &\in \min_{(\theta_L^T,\theta_N^T)\in R^p\times A} J(\theta_L,\theta_N) \\ &= \min_{\theta_N^T\in A}\ \min_{\theta_L\in R^p} J(\theta_L,\theta_N)\end{aligned}$$

증명 : 보조정리 3과 (9)을 이용하면,

$$
\begin{aligned}
&J(U^{-1}(\theta_N^*)w(u,\theta_N^*),\theta_N^*)\\
&\quad=\int_{t_0}^{t_0+T_c} r(\dot{x}(t))|y(t)|^2dt+J_N(\theta_N^*)\\
&\quad=\min_{\theta_N\in A}\left[\int_{t_0}^{t_0+T_c}|y(t)|^2dt+J_N(\theta_N)\right]\\
&\quad=\min_{(\theta_L^T,\theta_N^T)\in R^p\times A} J(\theta_L,\theta_N).
\end{aligned}
$$

■

위의 정리 1의 **[PN]**에서 비선형 계수의 결정에는 다양한 수치 탐색법을 사용할 수 있으며, 지역 최소점의 존재 때문에 최적해의 유일성은 보장하기 힘들다.

이제 제안하는 마찰계수 식별 방법은 다음과 같다.

Step 1 : 마찰력 모델을 결정한다. 즉 (3)에서 $\phi(\dot{x},\theta_L,\theta_N)$을 결정한다.

Step 2 : 식별에 사용할 적절한 속도 범위로 대상 시스템을 구동시켜 $\dot{x}(t_0+T_c)=\dot{x}(t_0)$인 구간 $[t_0,t_0+T_c]$에서, 상대속도 $\dot{x}(t)$와 제어힘 $u(t)$의 정보를 얻는다.

Step 3 : Step 1에서 결정한 마찰력 모델에 비선형 계수가 포함되어 있다면, [PN]의 최적해 θ_N^*을 구한다.

Step 4 : Step 3에서 구한 θ_N^*에 대해 보조정리1을 이용해서 최적의 선형 파라미터 θ_L^*을 결정한다.

일반적으로 Step 2에서 $\dot{x}(t_0+T_c)=\dot{x}(t_0)$을 만족하는 T_c을 미리 알 수 없다. 그러나 마찰력을 가진 기계시스템에서 주기적인 위치 입력에 대하여 적절한 PD제어기를 사용하면 정상 상태에서 위치 입력과 동일한 주기적 응답 특성을 나타낸다는 사실이 알려져 있다. 아래에 이와 관련된 정리를 간략히 소개하였다.

정리 2. [정상 상태 진동][13] 운동 마찰력이 속도에만 의존하며 다음 조건을 만족한다고 가정하자.

(Ai) 다음 조건을 만족하는 함수 $F_n(\cdot)$와 상수 K_v 그리고 양의 상수 F_M이 존재한다.

$$
\begin{aligned}
&F_s(\dot{x})=K_v\dot{x}+F_n(\dot{x}),\\
&|F_n(v)|\le F_M,\ \forall\ \dot{x}\in R,\\
&F_n(0)=0.
\end{aligned}
$$

(Aii) 다음 조건을 만족하는 상수 K_F가 존재한다.

$$
\frac{F_s(\dot{x}_1)-F_s(\dot{x}_2)}{\dot{x}_1-\dot{x}_2}\ge K_F,\quad \text{if}\quad \dot{x}_1\neq\dot{x}_2.
$$

이때 그림 2와 같이 시스템을 구성할 때, PD제어기의 이득이 다음 조건을 만족하도록 충분히 크게 잡는다.

$$
K_p>0,\qquad K_d>\max(-K_F,-K_v).
$$

그리고 위치명령 $r(t)$는, 미분이 연속이고 주기 T을 갖는 함수로 택한다. 그러면 이 시스템의 응답 $Z(t)=[x(t)\ \dot{x}(t)]^T$는, 주기 T인 절대연속함수(absolutely continuous function) $\bar{Z}(t)=[\bar{x}(t)\ \bar{\dot{x}}(t)]^T$로 수렴한다. 즉,

$$
\lim_{t\to\infty}\|Z(t)-\bar{Z}(t)\|=0.
$$

■

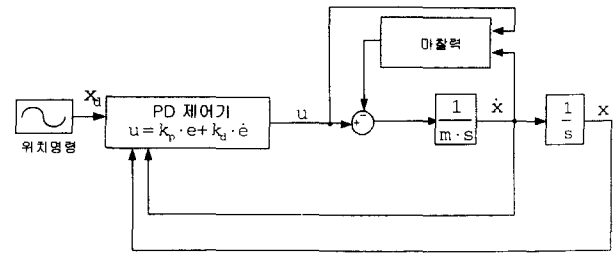


그림 2 PD 제어기를 갖는 폐루프 시스템

Fig. 2 Closed loop system using a PD controller

이후부터 우리는 궤적 명령의 주기와 동일한 주기를 갖는 함수 $\bar{z}(t)$를 정상상태진동(Steady-state Oscillation)이라고 부르겠다.

정상 상태 진동을 사용하면 앞에서 제안한 마찰계수 식별 방법의 Step 2를 다음 과정으로 대체할 수 있다.

Step 2′ : 적절한 PD 제어기를 갖는 폐루프 시스템을 구현해서 정상 상태에 도달할 만큼 충분한 시간이 흐른 후에 궤적 명령의 주기와 같은 시간 동안의 상대속도 $\dot{x}(t)$와 제어힘 $u(t)$의 정보를 얻는다.

3. 모의 실험 결과

이번 장에서는 새로운 마찰력 식별 방법의 실제적인 유용성을 보이기 위해 모의 실험 결과를 제시한다.

모의실험에서는 운동마찰력 $F_s(\cdot)$이 속도에만 의존하는 비대칭 가우스 모델로 나타난다고 보았다. 즉,

$$
F_s(\dot{x})=F_s^+(\dot{x})\mu_+(\dot{x})+F_s^-(\dot{x})\mu_-(\dot{x}),
$$

여기서, $F_s^+(\dot{x})\triangleq F_{v+}|\dot{x}|+F_{c+}+F_{s+}e^{-|\dot{x}/v_{s+}|^2}$,

$$
\begin{aligned}
&F_s^-(\dot{x})\triangleq F_{v-}|\dot{x}|+F_{c-}+F_{s-}e^{-|\dot{x}/v_{s-}|^2},\\
&\mu_+(\dot{x})\triangleq\begin{cases}1 & \text{if}\quad \dot{x}>0\\ 0 & \text{if}\quad \dot{x}\le 0\end{cases}\\
&\mu_-(\dot{x})\triangleq-\mu_+(-\dot{x}).
\end{aligned}
$$

위 식에서 F_{v+}, F_{v-}, F_{c+}, F_{c+}, F_{s+}, F_{s-}, v_{s+}, v_{s-}가 마찰 계수이다. 특히, v_{s+}, v_{s-}는 비선형 마찰 계수이며, 나머지는 모두 선형 계수이다. 위의 비대칭 가우스 모델은 스트라이벡 현상을 포함하며, 움직임 방향에 따라 비대칭인 마찰력 특성을 나타낼 수 있다. 모의 실험에서 사용한 시스템의 상수들은 (표1)에 주어져 있으며, 운동마찰력 $F_s(\dot{x})$의 형태는 그림 6에서 확인할 수 있다.

정상 상태 진동을 이용하지 않고 Step 1에 나타난 조건 체크를 통한 식별 과정도 쉽게 구현 될 수 있으므로 여기서는 정상 상태 진동의 존재와 식별 방법의 유효성을 동시에 보이기 위해서 정상 상태 진동을 이용하는 경우만 제시하겠다.

한편 최근의 제어기는 대부분 DSP 등을 사용한 디지털 제어기인 점을 감안해서 모의 실험에서 사용한 시스템도 기계시스템은 연속시간(continuous time)으로 구성하였고, 제어 및 식별이 이루어지는 과정은 샘플링 시간이 500 μsec인 이

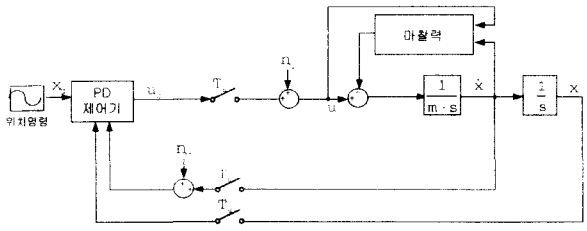


그림 3 모의 실험의 블록 다이어그램

Fig. 3 Block diagram for simulation

산시간(discrete time)으로 구성하였다. 그리고 속도 정보 및 제어힘에는 평균 0인 노이즈를 더하였다. 그림 3이 모의 실험의 블록 다이어그램(block diagram)이다.

폐루프 시스템에서 PD제어기의 제어이득(gain) K_d와 K_p는 정상 상태 진동이 존재하도록 다음 값으로 정하였다.

$$K_d = 50[N \cdot s/m],\quad K_p = 5000[N/m].$$

그리고 폐루프 시스템의 입력은 다음과 같은 주기 함수로 선택하였다.

$$x_d(t) = 0.01 \sin \frac{2\pi}{0.3} t[m].$$

식별 과정에서는 운동마찰력에 대해 두 가지 매개변수 모델을 가정하고 각각에 관해서 결과를 구하였다. 여기서 주의할 점은 식별에 사용하는 두 모델과 실제의 마찰력 모델이 구조적으로 다르다는 점이다.

첫번째는 (3)이 아래 식만으로 구성되는, 비선형 부분을 포함하지 않는 비대칭 쿨롱+점성 마찰력 모델이다.

$$\Psi_L(\dot{x}) \triangleq [|\dot{x}|\mu_+(\dot{x}), \mu_+(\dot{x}), |\dot{x}|\mu_-(\dot{x}), \mu_-(\dot{x})]^T,$$
$$\theta_L \triangleq [\hat{F}_{v+}, \hat{F}_{c+}, \hat{F}_{v-}, \hat{F}_{c-}]^T.$$

두 번째는 (3)이 아래 식으로 구성되는 비대칭 로렌쯔 모델(Lorentz model)이다.

$$\Psi_L(\dot{x}) \triangleq [|\dot{x}|\mu_+(\dot{x}), \mu_+(\dot{x}), \frac{1}{1+|\dot{x}/v_{Ls+}|^2}\mu_+(\dot{x}),$$
$$|\dot{x}|\mu_-(\dot{x}), \mu_-(\dot{x}), \frac{1}{1+|\dot{x}/v_{Ls-}|^2}\mu_+(\dot{x})]^T,$$
$$\theta_L \triangleq [\hat{F}_{v+}, \hat{F}_{c+}, \hat{F}_{s+}, \hat{F}_{v-}, \hat{F}_{c-}, \hat{F}_{s-}]^T,$$
$$\theta_N \triangleq [v_{Ls+}, v_{Ls-}]^T.$$

비대칭 로렌쯔 모델에서 **[PN]**을 만족하는 비선형 마찰계수 θ_N을 구하기 위해 다음과 같은 방법을 사용하였다. 일반적으로 스트라이벡 마찰력의 모델에 포함되는 스케일링 계수

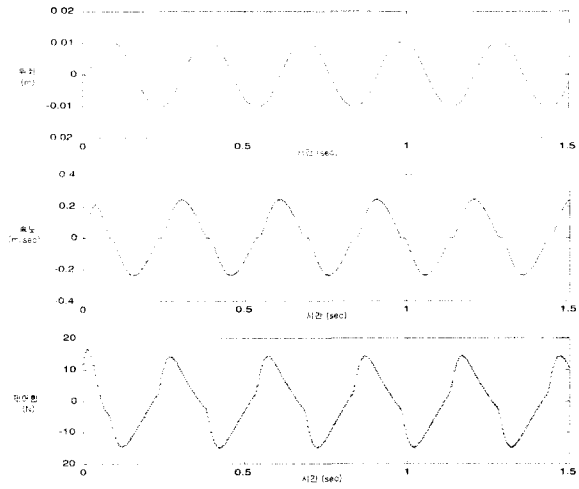


그림 4 모의 실험으로 얻은 변위, 속도, 제어힘

Fig. 4 Position, velocity and control force

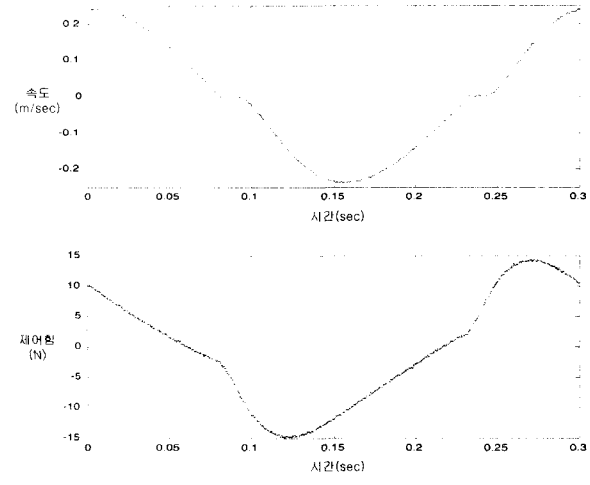


그림 5 모의실험에서 얻은 속도, 제어힘의 정상상태파형

Fig. 5 Steady-state velocity and control-force

(scaling parameters) v_{Ls+}와 v_{Ls-}가 가지는 값의 범위는 기존의 연구 결과들로부터 알 수 있다[2]. 따라서 적절한 영역 $[v_1, v_2]\times[v_1, v_2]$에서 균일하게 분포된 $N\times N$개의 순서쌍 (v_{Ls+}, v_{Ls-})을 잡고, 시뮬레이션에서 얻은 정상상태의 속

표 1 시뮬레이션에서 사용한 모델 상수값 및 식별 결과

Table 1 True and identified values of model parameters used in simulation

1) True values of model parameters

2) Identified values of model parameters using the asymmetric Coulomb+viscous model

3) Identified values of model parameters using the asymmetric Lorentzian model

	m [kg]	F_{v+} [Ns/m]	F_{v-} [Ns/m]	F_{v+} [N]	F_{v+} [N]	F_{v+} [N]	F_{v+} [N]	F_{v+} [N]	F_{v+} [N]
1)참값(가우스 모델)	1.3	24	29	3.6	3.8	2.6	2.3	0.015	0.015
2)비대칭 쿨롱+점성 마찰력 모델	×	22.5	27.0	3.85	4.15	×	×	×	×
3)비대칭 로렌쯔 모델	×	24.2	29.5	3.50	3.66	1.26	1.85	0.016	0.016

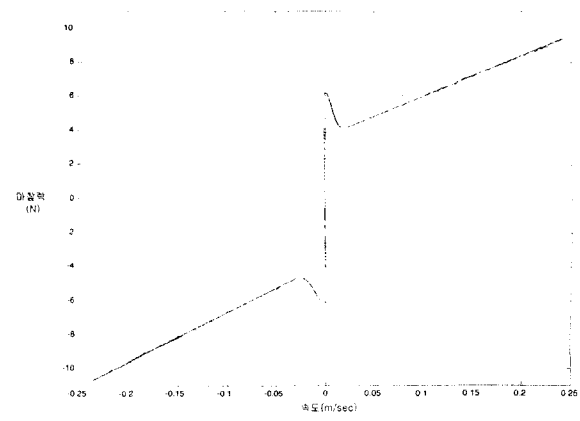


그림 6 모의 실험에서 사용한 마찰력과 식별된 마찰력
실선 : 모의 실험에서 사용한 마찰력 그래프
쇄선 : 비대칭 쿨롱+점성 마찰력 모델로 식별된 결과
점선 : 비대칭 로렌쯔 모델로 식별된 결과

Fig. 6 True friction and identified frictions in simulation
Solid line : True friction
Dashed line : Identification using asymmetric Coulomb+viscous model
Dotted line : Identification using asymmetric Lorentzian model

도와 제어힘을 이용하여 앞에서 잡은 각 순서쌍에 대해서 **[PN]**의 비용함수를 최소화하는 값을 택한다. 본 논문에서는 $N=20, v_1=0.001[m/s], v_2=0.02[m/s]$로 선택하였다.

한편 속도에 비선형인 회귀함수의 경우 저속 영역에서 노이즈의 영향을 크게 받을 수 있다. 이 경우 (4)의 가중치 $r(\dot{x})$을 사용하면 저속 영역에서 노이즈의 영향을 줄일 수 있다. 모의 실험에서는 다음과 같은 $r(\dot{x})$을 사용하였다.

$$r(\dot{x}) \triangleq \begin{cases} 1 & \text{if } \dot{x} > v_c \\ 0.01 & \text{if } \dot{x} \le v_c \end{cases}, \quad v_c = 0.05 \ m/\sec .$$

위의 식에서 v_c을 너무 크게 잡으면 저속 영역에서 식별 결과가 나빠질 수 있다.

모의 실험에서 사용한 위치 및 속도 명령과 응답 궤적은 그림 4 및 그림 5에 나타나 있다. 특히 그림 5는 정상상태에서 한 주기 동안의 속도와 제어힘의 그래프이다. 식별 결과는 두 가지 모델에 대해 각각 (표1)에서 확인할 수 있다. 그리고 그림 6에서 실제 마찰력과 식별된 마찰력의 형태를 비교하였다. 그림 6에서 알 수 있듯이 속도 영역 $[-v_c, v_c]$에서는 식별 오차가 다른 영역에 비해 비교적 큼을 알 수 있다. 하지만 그 밖의 영역에서는 오차가 0에 가깝다. 그리고 구조적으로 가우스 마찰력과 비슷한 로렌쯔 마찰력 모델의 경우가 더 좋은 식별 결과를 보여줌을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 기계 시스템의 운동 마찰력을 식별하기 위한 새로운 방법에 대해 고려하였다. 운동 마찰력을 의사 선형 회귀 모델으로 모델링한 후 가중치 있는 최소자승법을 사용하는데, 가속도와 회귀함수들 간의 직교성을 이용할 수 있었다. 따라서 일반적으로는 마찰력을 식별하기 위해서 오차가 큰 가속도 정보를 사용해야하지만 새로운 식별 방법에서는 시작 속도와 끝 속도가 같으며, 충분히 넓은 범위의 값을 갖는 속도 궤적이 나타난다는 비교적 쉬운 조건만 만족되면 가속도 정보 없이 마찰계수를 구할 수 있었다. 위의 조건은 마찰력이 있는 기계시스템의 정상상태진동을 사용하면 매우 쉽게 만족된다. 그리고 시뮬레이션을 통해서 노이즈가 있는 경우에도 새로운 마찰력 식별 방법이 잘 동작함을 확인하였다.

최적화 문제의 비용함수 (4)에서 알 수 있듯이 새로운 마찰력 식별 방법에서는 식별에 사용하는 속도 궤적을 잘 설계하는 것이 식별 결과에 큰 영향을 준다. 하지만 속도 궤적을 임의의 형태로 만드는 것은 쉬운 일이 아니기 때문에 속도에 대한 가중치 $r(\dot{x})$을 도입하였다. 각 실험의 목적에 따라 이 가중치는 다르게 잡혀질 수 있으며, $r(\dot{x})$의 최적선택 방법은 향후 연구 과제이다. 한편 스트라이백 현상이 나타나는 초 저속 영역에서는 모델의 구조적인 차이와 노이즈의 영향 때문에 다른 영역에 비해 식별 결과가 그다지 좋지 않았다. 본 논문에서는 초저속에서 노이즈의 영향을 줄이기 위해 속도에 대한 가중치 $r(\dot{x})$을 사용하였는데, 정상 상태 진동의 경우에는 정상 상태에서 여러 주기를 평균한 궤적을 사용함으로써 노이즈의 영향을 줄일 수 있다.

참 고 문 헌

[1] B. Friedland, Advanced Control System Design. Prentice Hall, 1996.

[2] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, and C. Canudas de Wit, "A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction," Automatica, vol. 30, no. 7, pp. 1083-1138, 1994.

[3] J. W. Gilbart and G. C. Winston, "Adaptive Compensation for an Optical Tracking Telescope," Automatica, vol. 10, no. 2, pp. 125-131, 1974.

[4] C. G. Baril and P. Gutman, "Performance Enhancing Adaptive Friction Compensation for Uncertain Systems," IEEE Control Systems Technology, vol. 5, no. 5, pp. 466-479, Sep, 1997.

[5] B. Friedland and Y. J. Park, "On Adaptive Friction Compensation," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 37, no. 10, pp. 1609-1612, Oct, 1992.

[6] S. C. Southward, C. J. Radcliffe, and C. R. MacCluer, "Robust Nonlinear Stick-Slip Friction Compensation," ASME J. Dynamic Syst., Meas. and Contr., vol. 113, pp. 639-645, Dec, 1991.

[7] H. Du and S. S. Nair, "Low Velocity Friction Compensation," IEEE Control Systems Magazine, vol. 18, no. 2, pp. 61-69, Apr, 1998.

[8] S. Arimoto, S. Kawamura, F. Miyazaki and S. Tamaki, "Learning Control Theory for Dynamical Systems," Proc. of IEEE 24th CDC, vol. 3, pp. 1375-1380, 1985.

[9] S. H. Han, Y. H. Kim, and I. J. Ha, "Iterative Identification of State-Dependent Disturbance Torque for High Precision Velocity Control of Servo motors," IEEE Trans. Automat. Contr. pp. 724-729, May, 1998.

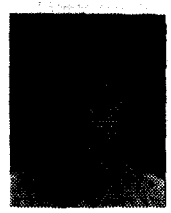
[10] S. Hara, Y. Yamamoto, T. Omata, and M. Nakano, "Repetitive Control Systems: A New Type Servo System for Periodic Exogeneous Signals," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 33, no. 7, pp. 659-667, 1988.

[11] E. D. Tung, G. Anwar, and M. Tomizuka, "Low Velocity Friction Compensation and Feedforward Solution Based on Repetitive Control," ASME J. Dynamic Syst., Meas. and Contr., vol. 115, pp. 279-284, 1993.

[12] H. L. Royden, Real Analysis. Macmillan Publishing Company, third edition, 1989.

[13] S. J. Kim and I. J. Ha, "A frequency-domain approach to the identification of mechanical systems with friction," IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 46, no.6, pp 888-893, June, 2001.

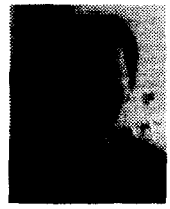
저 자 소 개



김 성 열 (金 成 烈)

1974년 8월 17일생. 1998년 서울대 전기공학부 졸업. 2000년 동 대학원 전기공학부 석사과정 졸업. 2000년~현재 동 대학원 박사과정

Tel : 02) 877-7404
Fax : 02) 878-8198
E-mail : yalu@asri.snu.ac.kr



하 인 중 (河 仁 重)

1951년 3월 10일생. 1973년 서울대 공대 전자공학과 졸업. 1985년 미국 Univ. of Michigan 졸업(공박). 현재 서울대 공대 전기공학부 교수

Tel : 02) 877-7404
Fax : 02) 878-8198
E-mail : ijha@asri.snu.ac.kr