

FLAC을 이용한 터널 역해석 프로그램의 개발

양형식¹⁾ · 전양수²⁾

Development of a Back Analysis Program for Rock Tunnel using FLAC

Hyung-Sik Yang and Yang-Soo Jeon

Abstract. A back analysis algorithm was developed to determine the major parameters for tunnel design; the elastic modulus(E) and the ratio of horizontal to vertical stress(K). The algorithm is based on direct search method and was coded by FISH language of FLAC, a commercial finite difference program. Developed code was applied on some models to verify the validity and estimate the efficiency of the algorithm. Verification by theoretical solutions and published results of Gens' research, was successful.

Keywords : tunnel, back analysis, direct search method, univariate method

초 록. 본 연구에서는 터널의 주요 설계정수인 탄성계수와 측압계수를 산정할 수 있는 역해석 알고리즘을 개발하였다. 해석 알고리즘은 범용 유한차분해석 프로그램인 FLAC의 해석과정 내에 직접탐색법 알고리즘을 이용한 FISH문을 삽입함으로써 구성하였다. 기존 연구에서 사용한 탄성모델에 대하여 본 연구에서 개발한 역해석 알고리즘의 적합성을 검토하였다. 본 연구에서 개발된 역해석 알고리즘은 기존 역해석 기법에 비해 더 적은 반복연산에 더 정확한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

핵심어 : 터널, 역해석, 직접탐색법, univariate 법

1. 서 론

역해석은 지반의 특성치인 탄성계수나 측압계수 등을 시공 중 계측결과로부터 정량적으로 산정할 수 있는 방법으로서 이에 대한 연구가 계속 발표되고 있다.

역해석법으로는 역순법과 직접법이 주를 이루고 있으며 이중에서도 직접법은 계측치와 계산치의 차이를 목적함수(objective function)로 정의하고 이를 최소화하는 방법으로 역해석을 수행한다. 즉 미지의 변수를 수정하기 위한 최적화 과정을 반복한다. 직접법은 복잡한 수학적 배경이 없이 비선형문제를 해결할 수 있고, simplex법이나 Rosenbrock법과 같은 수학적 프로그램의 기본 알고리즘을 그대로 사용할 수 있다는 장점이 있다. 국내의 직접법을 이용한 연구로는 최적화 기법을 기반으로 하여 경계요소법(전병승 등, 1994), 유한요소법

(이인모 등, 1994), 유한요소와 경계요소 조합(장정범, 1996, 장정범 & 김문겸, 1998)을 이용한 연구 등이 있다. 이외에도 역해석기법은 탄성이나 탄소성 문제에 국한되지 않고, 점탄성모델의 개발에 관한 연구도 지속되고 있다(Wang & Liu 1998, Yang et al, 2001).

현재까지 진행된 연구에서 개발된 역해석 프로그램의 경우 각각의 연구대상 현장에서의 비교적 정확한 역해석 결과를 도출하고 있으나, 기본을 이루고 있는 프로그램을 자체 개발하였거나 공개가 되지 않는 것이 많다. 이로 인해 많은 사람들이 범용적으로 사용할 수 있는 역해석 프로그램이 절실히 필요한 실정이다.

본 연구에서는 현재 국내에서 터널해석 및 암반공학 응용분야에서 널리 사용되고 있는 범용 프로그램 중의 하나인 FLAC(Fast Lagrangian Analysis of Continua)을 이용한 역해석 방법을 개발하였다. FLAC은 유한차분법에 근거하여 개발된 수치해석 프로그램으로 사용자가 새로운 변수나 함수를 정의할 수 있는 FISH 언어를 가지고 있으며, FISH 문을 데이터 파일내부에 삽입함으로써 FLAC 자체로는 구현할 수 없는 문제들을 사용자 정의 프로그램으로 해결할 수 있다. 이를 통하여 수치해석 입력자료인 여러 변수들을 효과적으로 규명할

이 논문은 1999년도 전남대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

¹⁾정회원, 전남대학교 자원공학과 교수

²⁾정회원, 한국지질자원연구원 연구원

접수일 : 2002년 1월 15일

심사 완료일 : 2002년 3월 5일

수 있는 역해석 방법을 제안하였다.

역해석 알고리즘은 비제약 최적화기법의 일종인 직접탐색법(direct search methods) 중 univariate 법을 채택하여 구성하였다. 또 역해석법으로는 비선형이나 탄소성 거동 등의 문제에도 적용이 수월한 직접법을 적용하였다.

2. 역해석 프로그램 설계

2.1 최적화기법을 이용한 역해석

Fig. 1은 직접탐색법의 최적점(optimal point)의 탐색 과정을 보여주는 그림이다.

Fig. 1에서 연속되는 점들을 연결한 실선은 univariate 법을 나타내는 것으로, 최적점을 찾기 위한 탐색은 좌표축에 평행한 방향을 따라서 수행된다. 특히, 이 방법은 변수의 수가 적은 경우에 아주 적합한 것으로 알려져 있다(Rao, 1978).

본 연구에서 사용한 역해석 기법은 다음과 같은 방법에 의해 진행된다.

계산변위 u_k 와 계측변위 u_k^* 에 의하여 구성된 오차함수는 식 (1)과 같이 표현되며(Sakurai, 1998), 본 연구에서는 이를 최소화하는 최적화 방법에 의하여 미지의 변수를 역해석 하였다.

$$Error = \frac{\sum_{k=1}^N [u_k - u_k^*]^2}{\sum_{k=1}^N u_k^*} \quad (1)$$

여기서 N 은 계측점의 수이다.

Fig. 2는 일반적인 최적화 방법의 반복연산과정이다. Step length λ_i^* 는 계산변위와 계측변위의 변위 비를 이용하여 구하였다.

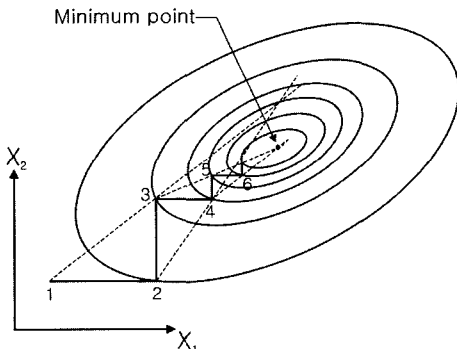


Fig. 1. Searching process for optimal point (after Rao, 1978).

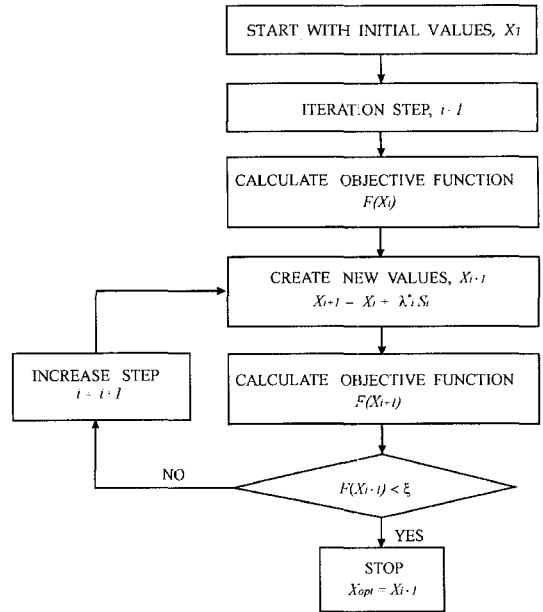


Fig. 2. General iterative optimization scheme.

역해석 과정은 미지의 변수들의 초기치를 설정한 후 정해석을 실시하고 이로부터 계측변위와 계산변위로 구성된 목적함수를 얻는다. 이 목적함수를 이용하여 모델의 수렴여부를 판단한다. 이 경우 수렴이 이루어졌으면 연산은 종료하나 그렇지 않을 경우 최적화 기법에 의하여 변수를 수정한 후 연산을 계속한다. 이러한 반복연산은 목적함수가 허용범위 이내로 수렴할 때까지 계속한다.

2.1.1 탄성계수의 보정

탄성계수의 보정에 있어서, 초기치 X_i 부터 다음 단계의 새로운 점 X_{i+1} 는 다음의 식 (2)와 같이 계산되며,

$$X_{i+1} = X_i + \lambda_i^* S_i \quad (2)$$

이때 step length λ_i^* 는 다음의 식 (3)과 같이 정의할 수 있다.

$$\lambda_i^* = X_i(\beta_i + 1) \text{ or } \lambda_i^* = X_i(\beta_i - 1) \quad (3)$$

여기서 β_i 는 보정계수로서 계측변위 u_k^* 와 i 번째 계산변위 u_k^i 에 의하여 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\beta_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{u_k^i}{u_k^*} \right| \quad (4)$$

여기서 N 은 계측점의 수이다. 본 연구에서, 식 (3)에

나타낸 바와 같이 step length는 i 번째 발생 변위에 따라 다음 식 (5)의 β_m 을 이용하여 다르게 적용하였다.

$$\beta_m = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{u_k^i \times u_k^*}{|u_k^*|} \quad (5)$$

2.1.2 측압계수의 보정

측압계수의 보정에 있어서, 초기치 X_i 로부터 다음 단계의 새로운 점 X_{i+1} 는 탄성계수의 경우와 마찬가지로 식 (2)와 같이 계산되며, 이때 step length λ_i^* 는 다음의 식 (6)과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_i^* &= X_i(1 + \beta_i) \quad \text{or} \\ \lambda_i^* &= X_i(1 - \beta_i) \quad \text{or} \\ \lambda_i^* &= X_i(1 - \beta_i)/\beta_i \end{aligned} \quad (6)$$

본 연구에서는 위의 식의 step length λ_i^* 를 i 번째 발생 변위에 따라 식 (5)의 β_m 과 다음 식 (7)의 β_i 에 따라 다르게 적용하였다.

$$\beta_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{|u_k^i - u_k^*|}{|u_k^*|} \quad (7)$$

2.2 최적화 알고리즘

본 연구에서 적용한 최적화 알고리즘은 univariate 법으로 한번에 하나의 변수만을 변화시키면서, 최적해를 찾아가는 방법이다. 즉, i 번째 반복연산 과정에서 초기치를 X_i 라고 할 때, n 개의 변수 중 $n-1$ 개의 변수는 고정을 시키고 나머지 변수만을 변화시켜서 새로운 기준점 X_{i+1} 을 얻게된다. 이 과정은 새로운 탐색방향으로 탐색을 계속해간다. 이 새로운 탐색방향은 이전에 고정되었던 $n-1$ 개의 변수중의 하나를 변화시킴으로써 얻을 수 있다. 따라서 이 과정은 두 개의 좌표를 교대로 변화시킴으로써 계속된다. n 개의 변수에 대한 탐색이 끝나면 첫 번째 반복연산은 끝나며, 이러한 연산은 더 이상의 목적함수 개선이 없을 때까지 계속된다. Fig. 3은 본 연구에서 적용한 univariate 알고리즘을 이용한 역해석 프로그램의 흐름도이다.

3. 프로그램의 검증

본 연구에서는 터널의 설계정수인 탄성계수(E)와 측압계수(K)를 역해석할 수 있는 알고리즘을 현재 국내에서 지반공학 분야에서 가장 많이 사용되고 있는 유한차분 프로그램인 FLAC을 기반으로 개발하였다. 개발된 역

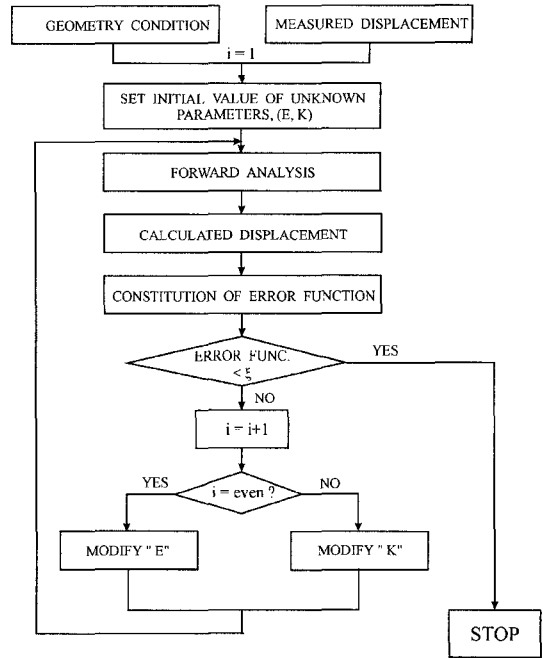


Fig. 3. Flow chart of optimization procedure.

해석 알고리즘은 원형공동의 이론해와 기존 연구에서 사용한 탄성모델에 대한 역해석을 실시하여 신뢰성을 검증하였다. 이를 통해 Gens 등(1987)이나 장정범(1996) 등의 기존 연구 결과들과 비교하고, 본 연구에서 개발한 알고리즘들에 대한 역해석의 적합성을 검토하였다.

3.1 이론해에 의한 검증

등방 탄성 매질 내의 원형공동을 대상으로 탄성계수와 측압계수를 역해석 하였다. 역해석의 입력자료인 계측변위는 원형공동의 일반해인 Kirsch의 해를 통해 계산된 변위를 이용하였다. 이때 사용된 지반의 탄성계수와 포아송비는 각각 6.778 GPa과 0.21을 적용하였으며, 공동은 30 MPa의 정수압 상태 하에 존재하는 것으로 가정하였다.

정수압 조건하에서는 접선방향의 변위는 0이 되고, 역해석 입력자료인 변위는 공동의 벽면으로부터 일정거리 이격된 3지점의 반경방향의 변위(u_r)를 사용하였으며, 계산된 u_r 는 Table 1과 같다.

Table 1. Calculated displacements from Kirsch's solution.

	Distance from hole center (m)		
	5	5.275	5.575
u_r (mm)	26.778	25.382	24.016

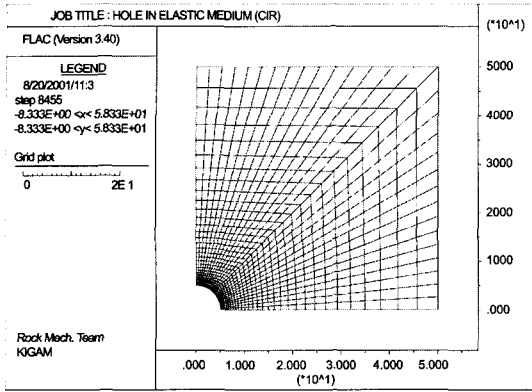


Fig. 4. Zone geometry of cylindrical hole in an elastic medium.

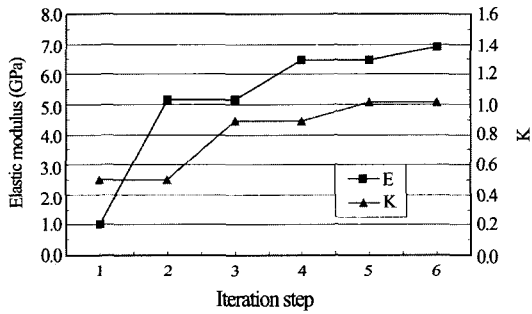


Fig. 5. Back calculated E and K.

해석모델은 반경 5m의 공동이 단위중량 2,500 kgf/m³의 탄성 지반 내에 존재하는 것으로 Fig. 4와 같이 모델링 하였다.

그림에서 모델의 상부와 우측부는 공동 반경의 10배로 하여 자유경계로 설정하였으며, 모델에 작용하는 연직응력은 30 MPa로 가정하였다. 역해석 대상인 탄성계수와 축압계수의 초기치는 각각 1 GPa과 0.5로 입력하였다. Fig. 5는 탄성계수와 축압계수의 역해석 결과를 나타낸 그림이며, 탄성계수와 축압계수는 6회의 반복연산 후에 허용오차범위 내로 수렴되었다. 탄성계수는 6.903 GPa로 오차율이 약 1.84%이고, 축압계수는 1.011로 오차율이 약 1.1%인 계산결과를 획득하였다. 이는 FLAC의 오차율이 약 1~2%임을 감안할 때 우수한 역해석 결과이다. 이로써 탄성모델에 대한 역해석의 신뢰성을 검증할 수 있었다.

3.2 기존 연구결과와 비교를 통한 검증

개발한 역해석 알고리즘의 신뢰성을 검토하기 위해서, 기존 연구(Gens 등, 1987; 장정범, 1996)의 역해석

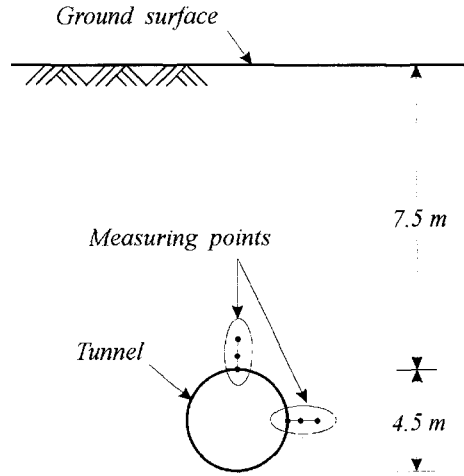


Fig. 6. A verification model.

Table 2. Mechanical properties of the verification model.

elastic modulus, E	10 MPa
unit weight, γ	2,038 kgf/m ³
Poisson's ratio, ν	0.49
ratio of horizontal to vertical stress, K	1.0

조건을 사용하여 그들의 연구결과와 비교함으로써 프로그램의 타당성을 검증하였다.

Gens 등이 사용한 해석모형은 직경이 4.5m인 원형 터널로서 그 중심이 지표로부터 9.75m 깊이에 위치한다. 해석모형은 등방 탄성체로 하였으며, 측벽부와 천단부 각각 3지점씩 총 6지점의 FLAC 정해석 결과를 측변위로 이용하였다. 검증에 사용된 모형을 Fig. 6에 도시하였다. 역해석에 사용한 해석영역의 지반 물성은 Table 2와 같으며, 이 중 탄성계수와 축압계수를 역해석 대상으로 하였다. 미지 변수의 실제값은 탄성계수는 10 MPa, 축압계수는 1.0으로 하였다.

기존 연구와 동일한 해석조건으로 동일한 초기치를 적용하여 역해석한 결과를 기존 연구결과와 비교하였다. 탄성계수와 축압계수의 비교 결과를 각각 Fig. 7과 8에 나타내었다. 그림에 나타난 바와 같이 기존의 연구결과에 비해 훨씬 적은 연산횟수를 보이고 있음을 알 수 있다.

이러한 결과를 Table 3에 나타내었다. 결과에 나타난 바와 같이 descent method를 사용한 Gens 등(1987)의 방법은 다른 방법에 비해 비교적 큰 오차를 보이고 있는데, 이는 Gens 등의 방법이 계측결과에 대한 계측기기의 오차영향을 고려할 수 있는 계수를 오차함수에 적

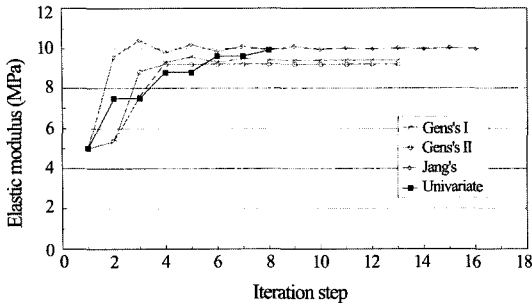


Fig. 7. Comparison of convergence of E with other research results.

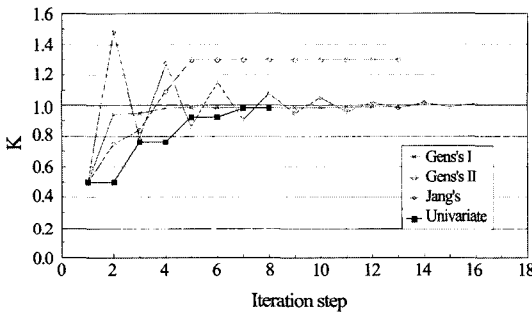


Fig. 8. Comparison of convergence of K with other research results.

Table 3. Comparison of back analysis results with other research results.

	E = 10 MPa		K = 1.0		Iteration Step
	Result	Error(%)	Result	Error(%)	
This study	9.913	0.87	0.983	1.69	8
Jang	9.970	0.30	1.010	1.00	16
Gens I	9.400	6.00	0.990	1.00	13
Gens II	9.200	8.00	1.300	30.00	13

용한 방법인데, 이 과정에서 오차영향을 고려할 수 있는 계수를 가정함으로써 계측기기의 오차영향을 충분히 고려하지 못한 것으로 사료된다.

또 유한요소와 경계요소를 조합한 장정법의 결과는 오차율은 다른 방법에 비해 낮으나 실제값에 근접하면서 진동을 보이며 연산횟수가 많이 소요되는 것으로 나타났다. 이는 초기값의 영향과 두 개의 변수를 동시에 변화시키는 과정에서 발생된 수렴의 지연으로 사료된다. 이러한 현상은 초기값과 실제값의 차이가 많이 날 경우는 step length가 과도하게 계산되어 연산횟수의 증가나, 잘못된 결과(K가 음의 값을 가지는 등)로 탐색하게 되어 수렴되지 못할 수 있음을 의미한다.

그러나 본 연구의 역해석 결과는 두 개의 변수를 교대로 변화시키는 univariate method를 채택함으로써 비교적 적은 연산횟수에 안정적으로 실제값을 탐색하고 있음을 보여준다.

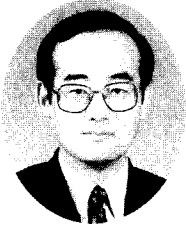
위와 같은 연구결과를 살펴볼 때 터널의 주요 설계정수인 탄성계수와 축압계수를 역해석 시 변수의 수가 적은 경우에 적합한 univariate method를 채택함으로써 효율적인 역해석이 가능할 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서는 범용 유한차분해석 프로그램인 FLAC에 직접탐색법 알고리즘을 이용한 FISH 문을 삽입한 역해석 프로그램을 개발하고 그 적용성을 검증하였다. 원형공동의 이론해를 이용한 역해석 결과, 탄성계수 축압계수는 공히 계산오차 이내인 결과를 얻었다. 또 기존 연구에서 사용한 탄성모델에 대한 역해석 결과, 기존 연구에 비해 더 적은 반복연산에 더 정확한 결과를 얻었다.

참고문헌

- Gens A., A. Ledesma and E.E. Alonso, 1987, Maximum likelihood parameter and variance estimation in geotechnical back analysis, Proc. 5th Int. Conf.
- Rao S.S., 1978, Optimization Theory and Applications, Wiley Eastern Limited, 771p.
- Sakurai S., 1998, Lessons learned from field measurements in tunnelling, Tunnelling and Underground Space Technology, 12, 453-460.
- Wang Z. and H. Liu, 1988, Back analysis of measured rheologic displacement of underground openings, In Proc. Numerical Methods in Geomechanics, Innsbruck, 2291-2297.
- Yang Z., Z. Wang, L. Zhang, R. Zhou and N. Xing, 2001, Back-analysis of viscoelastic displacements in a soft rock road tunnel, Int. J. of Rock Mech. and Min. Sci., 38, 331-341.
- 이인모, 김동현, 박영진, 백동호, 최수일, 1994, 지하구조물 건설 시 역해석에 의한 지반특성치 산정, 한국지반공학회 가을 학술발표회 논문집, 191-198.
- 장정법, 1996, 유한요소와 경계요소의 조합에 의한 지하구조체의 역해석, 연세대학교 대학원 박사학위논문
- 장정법, 김문걸, 1998, 역해석에 의한 지하구조체의 거동예측에 관한 연구, 터널과 지하공간(한국암반공학회지), 8(2), 139-145.
- 전병승, 이상도, 나경웅, 김문걸, 1994, 다층 구조계내 터널 거동의 역해석, 터널과 지하공간(한국암반공학회지), 4(1), 17-23.

양 형 식

1979년 서울대학교 자원공학과, 공학사
 1981년 서울대학교 대학원 자원공학과,
 공학석사
 1987년 서울대학교 대학원 자원공학과,
 공학박사
 Tel : 062-530-1724
 E-mail : hsyang@chonnam.ac.kr
 현재 전남대학교 건설지구환경공학부 교수

전 양 수

1996년 전남대학교 공과대학 자원공학과,
 공학사
 1998년 전남대학교 대학원 자원공학과,
 공학석사
 2002년 전남대학교 대학원 자원공학과,
 공학박사
 Tel : 042-868-3243
 E-mail : ysjeon@kigam re.kr
 현재 한국지질자원연구원 탐사개발부 연
 구원