

부가 스프링 지지를 갖고 유동유체에 의한 외팔 수직 파이프의 동적 안정성

Dynamic Stability of a Vertical Cantilevered Pipe Conveying Fluid with Additional Spring Supports

류 봉 조[†] · 정 승 호* · 이 종 원**

Bong-Jo Ryu, Seung-Ho Jung and Jong-Won Lee

(2002년 8월 8일 접수 : 2002년 11월 4일 심사완료)

Key Words : Dynamic Stability(동적 안정성), Vertical Cantilevered Pipe(외팔수직 파이프), Additional Spring Supports(부가 스프링지지)

ABSTRACT

The paper presents the dynamic stability of a vertical cantilevered pipe conveying fluid and having translational linear spring supports. Real pipe systems may have some elastic hanger supports or other mechanical attached parts, which can be regarded as attached spring supports. Governing equations are derived by energy expressions, and numerical technique using Galerkin's method is applied to the equations of small motion of the pipe. Effects of spring supports on the dynamic stability of a vertical cantilevered pipe conveying fluid are fully investigated for various locations and spring constants of elastic supports.

1. 서 론

내부 유동유체에 의한 가는 파이프 구조물들의 진동과 동적 안정성에 관한 연구는 공학적인 많은 예에서 찾아볼 수 있다. 예를 들어, 열교환기 튜브, 핵반응 연료 요소들, 항공기 엔진에서 열차단판으로 사용되는 가는 셸 구조물들, 유압기계에서의 구성요소들 등을 들 수 있다. 이러한 파이프 구조물들의 내부에 유동유체가 흐를때, 유체의 임계유속이상에서 파이프가 좌굴되기도 하고, 진동을 유발하기도 한다.

내부 유동유체에 의한 파이프 구조물의 안정성에 관한 연구의 시초는 Ashley와 Haviland⁽¹⁾에 의해 이

루어졌는데, 그들은 Trans-Arabian 송유관의 진동문제를 규명하려는 시도를 하였다. 이러한 연구는 계속되어, Benjamin^(2,3)은 2 자유도계 분절된 송수관의 동적 안정성 문제를 이론과 실험을 병행한 연구를 하였다. 그 후, Gregory와 Paidoussis^(4,5)는 외팔 파이프의 동적안정성에 관한 이론 및 실험적 연구를 유체와 파이프의 질량비 변화에 따라 행하였다.

이러한 연구들과 더불어, 파이프에 부착된 밸브 등을 집중질량으로 간주한 연구들과 파이프 구조물을 지지하는 행거 등을 병진스프링 지지된 파이프 구조물로 간주한 연구들도 이루어져 왔다.

Hill과 Swanson⁽⁶⁾은 복수 집중질량을 갖는 수평 외팔파이프의 동적 안정성에 관한 이론 및 실험적 연구를 병행하였고, Becker⁽⁷⁾는 일단고정-타단자유인 외팔 수평 파이프의 자유단만이 스프링 지지되어 있을 때, 스프링 상수의 변화가 계의 동적안정성에 미치는 영향을 연구하였다. 한편, Sugiyama⁽⁸⁾는 2자유도 분절된 수평 파이프의 동적안정성에 미치는 부가 집중질량과 지지 스프링의 영향에 대하여 연구하였

[†] 책임저자, 정회원, 한밭대학교 기계공학부
E-mail : bjryu701@hanbat.ac.kr
Tel : (042)821-1159, Fax: (042)821-1587

* 정회원, 한국원자력연구소

** 충남대학교 대학원 기계공학과

고, Sugiyama와 그의 공동연구자들⁽⁹⁻¹²⁾은 복수의 탄성스프링으로 지지된 수평 파이프의 동적안정성, 파이프의 동적 안정성에 미치는 부가 질량과 감쇠의 영향 또는 수평파이프에 부착된 부가질량과 스프링의 복합효과에 대한 이론 및 실험적 연구를 하였다. 그 후, Sugiyama와 그의 공동연구자들^(13, 14)은 내부 유동유체가 흐르는 외팔 수직파이프의 진동제어에 관한 연구라든지, 유체속에 잠겨있는 외팔 수직파이프의 동적안정성에 관한 연구를 하였고, 국내에서도 Ryu와 그의 공동연구자들⁽¹⁵⁾이 내부 유동유체가 흐르는 외팔수직 파이프의 동적안정성 및 진동억제에 관한 연구를 수치해석 및 실험을 통하여 행하였다. 그러나, 위의 연구들은 몇몇을 제외하고는 대부분이 수평 파이프들로서, 파이프의 자중에 의한 효과는 거의 고려치 않았고, 파이프를 지지하는 행거를 병진 스프링지지로 간주한 동적 안정성 연구에 있어서도 스프링의 강성 변화에 의한 영향들을 주로 고려하였고, 위치변화는 단지 몇몇 특정위치에서만 조사된 연구들이었다. 최근, Paidoussis와 Semler⁽¹⁶⁾는 한 개의 중간 스프링 지지를 갖는 파이프의 비선형 동역학문제를 연구하였고, Paidoussis⁽¹⁷⁾는 내부유동유체에 의한 가느다란 파이프 구조물의 진동과 동적안정성에 관한 연구를 집대성하여 저서로 발표하였다.

본 논문에서는 복수 탄성스프링 지지되고 파이프의 내부감쇠와 자중효과를 모두 고려한 외팔 수직 파이프의 동적안정성을 지지 스프링의 위치 및 스프링 상수의 변화에 대해 연구하였다.

2. 이 론

2.1 수학적 모델

Fig. 1 모델에 대한 운동방정식을 얻기 위해 다음과 같은 에너지 표현식을 사용한다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L m_p \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L m_f \left\{ U^2 + 2U \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right\} dx \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 - mg(L-x) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx + \frac{1}{2} k_1 w^2(x_s, t) + \frac{1}{2} k w^2(L, t) \quad (2)$$

$$\delta W_{nc, id} = - \int_0^L E^* I \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) dx \quad (3)$$

$$\delta W_f = - m_f U \left(\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) + U \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) \delta w \Big|_{x=L} + m_f U^2 \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \quad (4)$$

식 (1)~(4)에 있어서, m_p 와 m_f 는 각각 파이프와 유체의 단위길이 당 질량을 나타내고, E 는 파이프의 영률, I 는 단면의 2차모멘트, m 은 $m_f + m_p$, g 는 중력가속도, E^* 는 내부점성저항계수를 나타낸다.

식 (1)~(4)를 다음과 같은 확장된 해밀톤 원리

$$\int_{t_1}^{t_2} \{ \delta T - \delta V + \delta W_{nc, id} + \delta W_f \} dt = 0 \quad (5)$$

에 대입하고 변분을 정리한 후, 계산상의 편의를 위하여 다음과 같은 무차원화된 파라미터들과 좌표들을

$$\beta = \frac{m_f}{m}, \quad u = UL \sqrt{\frac{m_f}{EI}}, \quad \varphi = \frac{mgL^3}{EI},$$

$$\xi_s = \frac{x_s}{L}, \quad \gamma = \frac{E^*}{EL^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad K = \frac{kL^3}{EI},$$

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad K_1 = \frac{k_1 L^3}{EI} \quad (6)$$

도입하면 식 (7)과 같은 무차원화된 운동방정식과 경계조건식 (8)~(11)을 얻게 된다.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + 2\beta^{\frac{1}{2}} u \frac{\partial^2 w}{\partial \tau \partial \xi} + u^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \varphi \left\{ \frac{\partial w}{\partial \xi} - (1-\xi) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right\} + \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + \gamma \frac{\partial^5 w}{\partial \xi^4 \partial \tau} + K_1 \delta(\xi - \xi_s) w(\xi, \tau) + K \delta(\xi - 1) w(1, \tau) = 0 \quad (7)$$

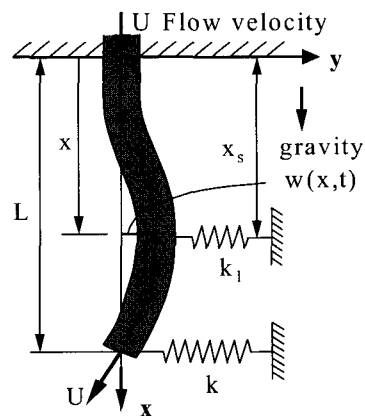


Fig. 1 A mathematical model

$$\frac{\partial^2 w(1, \tau)}{\partial \xi^2} + \gamma \frac{\partial^3 w(1, \tau)}{\partial \xi^2 \partial \tau} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^3 w(1, \tau)}{\partial \xi^3} + \gamma \frac{\partial^4 w(1, \tau)}{\partial \xi^3 \partial \tau} = 0 \quad (9)$$

$$w(0, \tau) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial w(0, \tau)}{\partial \xi} = 0 \quad (11)$$

식 (6)의 무차원화된 파라미터들에서, β 는 유체와 유체 및 파이프의 질량비를 나타내고, u 는 무차원 유속, φ 는 중력 파라미터, ξ_s 는 중간스프링 위치, γ 는 파이프의 내부점성 저항계수, K 는 무차원화된 말단 스프링 상수, ξ 는 축방향 좌표, τ 와 K_1 은 각각 무차원 시간과 중간스프링 상수를 나타낸다.

이제, 식 (7)의 해 $w(\xi, \tau)$ 를 내부 유동유체가 없는 경우의 일단고정-타단자유의 경계조건을 만족시키는 고유함수(eigen-function)

$$\phi_j(\xi) = \cosh s_j \xi - \cos s_j \xi - \sigma_j (\sinh s_j \xi - \sin s_j \xi) \quad (12)$$

를 이용하여 다음과 같이 가정한다.

$$w(\xi, \tau) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j(\tau) \phi_j(\xi) \quad (13)$$

여기서, s_j 는 외팔보의 j 번째 고유치(eigen-value)이며, σ_j 는 다음과 같다.

$$\sigma_j = \frac{\sinh s_j - \sin s_j}{\cosh s_j + \cos s_j} \quad (14)$$

식 (13)으로 가정된 해를 식 (7)에 대입하여 Galerkin 적분을 최종 정리하면 다음과 같은 행렬형태의 방정식을 얻게 된다.

$$[A] \{\ddot{a}\} + [B] \{\dot{a}\} + [C] \{a\} = \{0\} \quad (15)$$

여기서, $[A]$, $[B]$, $[C]$ 의 성분들은 다음과 같다.

$$A_{ij} = \delta_{ij} \quad (16)$$

$$B_{ij} = (s_j^4 \gamma) \delta_{ij} + 2u\beta \frac{1}{2} \int_0^1 \phi_i \phi_j d\xi \quad (17)$$

$$C_{ij} = s_j^4 \delta_{ij} + \varphi \int_0^1 \phi_i \phi_j d\xi + (u^2 - \varphi) \int_0^1 \phi_i \phi_j'' d\xi + \varphi \int_0^1 \xi \phi_i \phi_j'' d\xi + K_1 \phi_i(\xi_s) \phi_j(\xi_s) + K \phi_i(1) \phi_j(1) \quad (18)$$

식 (15)의 변위 $a_j(\tau) = X_j e^{\lambda_j \tau}$ 로 가정되며 고유치 문제를 풀기 위하여 다음과 같은 1차 미분형태로

$$\{\dot{Z}\} = [P]\{Z\} \quad (19)$$

변환된다. 여기서,

$$\{Z\} = \begin{pmatrix} \dot{a} \\ a \end{pmatrix}, [P] = \begin{bmatrix} -[V] & -[W] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \\ [V] = [A]^{-1}[B], [W] = [A]^{-1}[C] \quad (20)$$

이고, $[I]$ 는 단위행렬을 나타낸다.

2.2 안정성 해석

이제 식 (19)의 고유치를 λ_j 라 할 때, 송수관의 안정성은 이 고유치 λ_j 에 의해 지배되며 일반적으로 감쇠가 존재하는 경우의 고유치는 다음과 같이 복소수 형태로 표현된다.

$$\lambda_j = \alpha_j \pm i \omega_j \quad (i = \sqrt{-1}) \quad (21)$$

대상계의 안정성은 복소 고유치 λ_j 의 실수부 α_j 의 부호에 의해 결정되며, 만일 α_j 가 $\alpha_j < 0$ 이면 계는 안정하고, α_j 가 $\alpha_j > 0$ 일때 $\omega_j \neq 0$ 이면 플러터 불안정, $\omega_j = 0$ 이면 발산형 불안정이 된다. 또한 $\alpha_j = 0$ 이면 이때의 유속 u 는 임계유속 u_{cr} 이 된다.

3. 수치해석 결과 및 검토

복수 병진 스프링 지지되고, 내부 유동유체에 의한 파이프의 동적안정성에 대한 수치해는 Galerkin방법에 의한 12항 근사해에 의해 결과를 얻었으며, 참고 문헌 (15)의 부가질량이 영인 경우나 참고문헌 (17)의 부가 스프링 상수값이 영인 즉, 본 논문의 $K = K_1 = 0$ 인 조건과 비교하여 $u_{cr} = 7.38$ 로 근사한 일치를 보임으로써 본 논문의 수치해의 타당성을 검토하였다. 한편, 본 연구의 수치해석에 사용된 파라미터 β , φ , γ 값은 $\beta = 0.202$, $\varphi = 18.61$, $\gamma = 0.0174$ 이다.

Fig. 2에서 Fig. 4는 말단 스프링 상수 K 값이 $K = 1.0$ 일 때, 중간스프링 상수 K_1 값과 중간스프링 위치 ξ_s 의 변화에 따른 임계유속 값과 불안정 형태를 보여주는 그림들이다.

먼저 $\xi_s = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ 의 Fig. 2에서, 중간 스프링의 위치 ξ_s 가 $\xi_s \leq 0.4$ 인 경우에는 불안정 형태가 플러터 형태 불안정만이 일어난다. 또한, 각각의 고정된 중간스프링의 위치에서 중간스프링 상수 값이 증가될수록 임계유속 값은 증가됨을 알 수 있다.

Fig. 3은 고정된 말단 스프링 상수 값에서, 중간스프링의 위치 ξ_s 가 $\xi_s = 0.5, 0.6, 0.7$ 일 때, 중간스프링 상수 값의 변화에 따른 임계유속 값의 변화를 나타낸 그림이다.

이 그림을 통해 알 수 있는 것은 각각의 고정된 중간스프링의 위치에서 중간스프링 상수 값의 증가에 따라 파이프의 불안정 형태가 플러터 형태의 불안정에서 발산형태의 불안정으로 천이가 일어난다는 것이

다. 즉, 그림에서 알 수 있듯이, $\xi_s = 0.5$ 와 $\xi_s = 0.6$ 의 경우는 중간스프링 상수 값의 증가에 따라 플러터를 일으키는 임계유속 값이 증가되다가 특정 중간스프링 상수 값에서 임계유속 값이 상승 점프되어 발산형태의 불안정을 일으킨다. 또한, 발산형태의 불안정이 일어나면, 중간스프링 상수 값의 증가에 따라 임계유속 값은 감소된다. 그러나, $\xi_s = 0.7$ 에 있어서는 중간스프링 상수 값의 증가에 따라 불안정이 천이되는 현상은 $\xi_s = 0.5$ 와 $\xi_s = 0.6$ 의 경우와 동일하나, 플러터 불안정의 유속 값에서 하강 점프하여 발산형 불안정 임계유속 값을 나타낸다.

Fig. 4도 중간스프링의 위치 $\xi_s = 0.8, 0.9, 1.0$ 에서, 중간스프링 상수 값의 증가에 따른 임계유속 값의 변

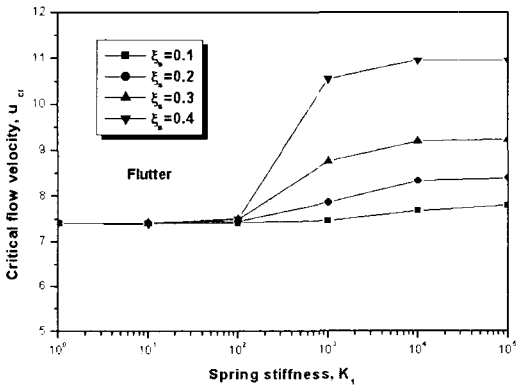


Fig. 2 Critical flow velocity and instability types depending on the spring stiffness and spring position ($\xi_s = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ and $K = 1.0$)

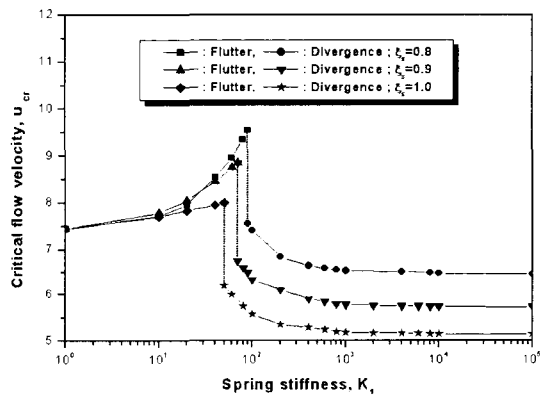


Fig. 4 Critical flow velocity and instability types depending on the spring stiffness and spring position ($\xi_s = 0.8, 0.9, 1.0$ and $K = 1.0$)

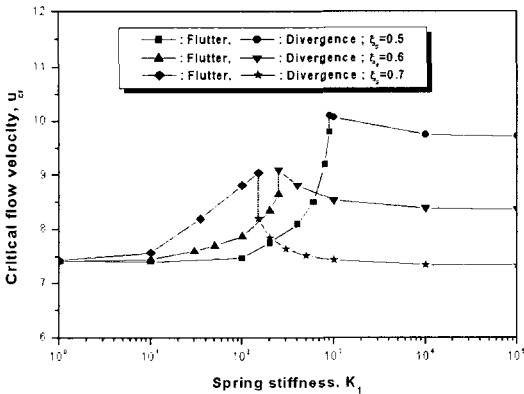


Fig. 3 Critical flow velocity and instability types depending on the spring stiffness and spring position ($\xi_s = 0.5, 0.6, 0.7$ and $K = 1.0$)

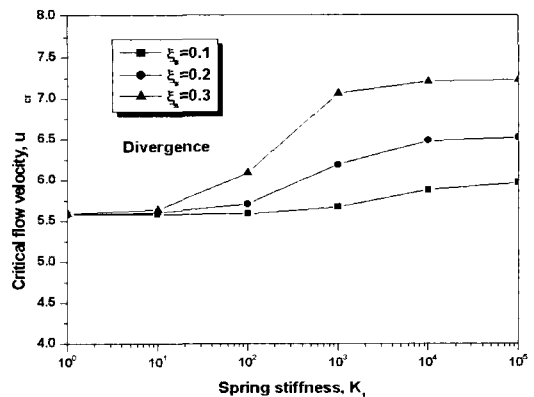


Fig. 5 Critical flow velocity and instability types depending on the spring constant and spring position ($\xi_s = 0.1 \sim 0.3$ and $K = 10^2$)

화를 나타낸 그림이다. 이 경우도 $\xi_s=0.7$ 의 경우에서와 같이 스프링 상수 값이 증가함에 따라 플러터 형태에서 발산형 불안정으로 천이가 일어나고, 임계 유속 값이 점프 하강하게 된다.

Fig. 5에서 Fig. 7은 말단 스프링 상수 값이 $K=10^2$ 일 때 중간스프링 상수 값 K_1 과 중간 스프링 위치 ξ_s 의 변화에 따른 불안정 형태와 임계 유속 값을 나타낸 그림들이다.

먼저, ξ_s 가 $\xi_s=0.1$ 부터 0.3까지의 Fig. 5에서는 중간 스프링 상수 값에 관계없이 발산형태의 불안정난이 일어나며, 중간스프링 상수 값의 증가에 따라 임계 유속 값은 증가됨을 알 수 있다. 그러나, ξ_s 가 $\xi_s=0.4$ 부터 0.7까지의 Fig. 6에서는 중간스프링 상

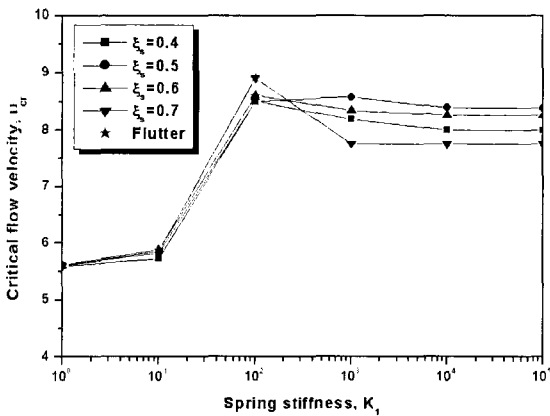


Fig. 6 Critical flow velocity and instability types depending on the spring constant and spring position ($\xi_s=0.4\sim 0.7$ and $K=10^2$)

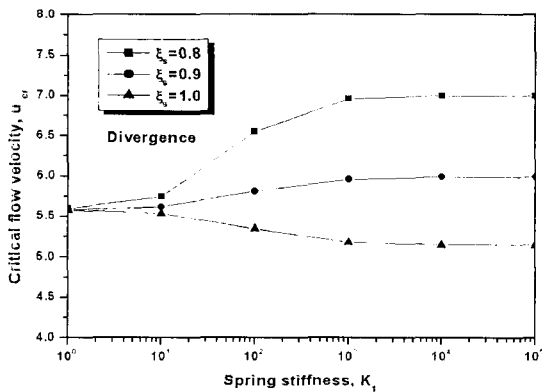


Fig. 7 Critical flow velocity and instability types depending on the spring constant and spring position ($\xi_s=0.8\sim 1.0$ and $K=10^2$)

수 값의 증가에 따라 불안정 형태가 발산에서 플러터, 다시 플러터에서 발산형태로의 천이가 일어남을 알 수 있고, 임계유속 값도 K_1 의 증가에 따라 증가했다 감소됨을 알 수 있다.

한편, Fig. 7의 $\xi_s=0.8$ 부터 0.9에서는 K_1 값에 관계없이 발산형 불안정만이 일어나고, K_1 값의 증가에 따라 임계유속 값이 증가되는 현상은 Fig. 5와 유사하지만, $\xi_s=1.0$ 에 있어서는 K_1 값의 증가에 따라 오히려 감소됨을 알 수 있다.

Fig. 8과 Fig. 9는 말단 스프링 상수가 큰 $K=10^5$ 인 경우에 있어서, 중간 스프링 상수 값과 중간 스프링 위치변화에 따른 임계유속 값과 불안정 형태를 나타낸 그림들이다.

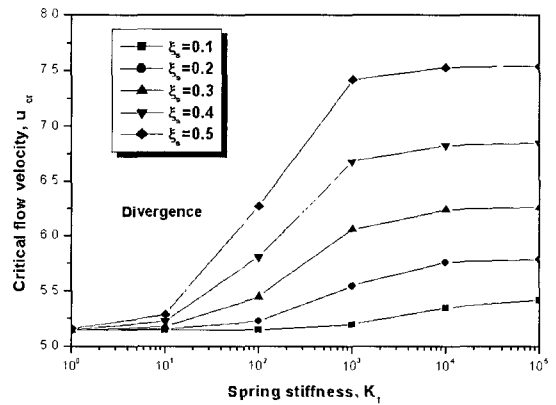


Fig. 8 Critical flow velocity and instability types depending on the spring constant and spring position ($\xi_s=0.1\sim 0.5$ and $K=10^5$)

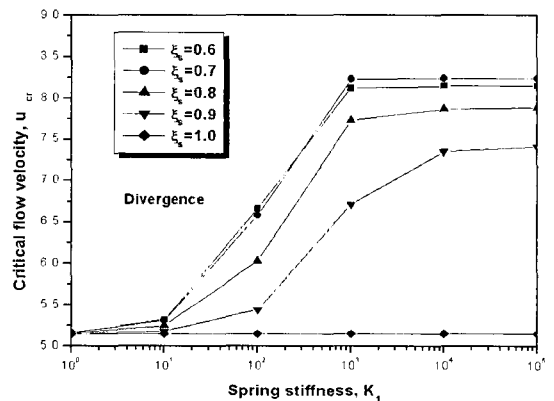


Fig. 9 Critical flow velocity and instability types depending on the spring constant and spring position ($\xi_s=0.6\sim 1.0$ and $K=10^5$)

이 그림들을 통해 알 수 있는 것은 말단 스프링 상수 값이 큰 경우에 있어, 중간스프링 상수 값과 위치에 상관없이 항상 발산형 불안정만이 일어난다는 것이다. 또한, Fig. 8의 $\xi_s = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ 의 경우에는 고정된 ξ_s 의 값에 대해, 임계 유속 값은 중간 스프링 상수 값의 증가와 함께 증가된다. Fig. 9의 $\xi_s = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$ 의 경우에 있어서도 Fig. 8과 유사한 경향을 보이지만, 중간 스프링 상수 값 K_1 이 $K_1 \geq 10^4$ 에서는 중간 스프링 상수 값이 증가하더라도 임계유속 값의 변화가 거의 없음을 알 수 있다.

Fig. 10과 Fig. 11은 말단과 중간스프링의 어떤 특정 스프링 상수 값과 중간스프링의 어떤 특정 위치에 대해, 유속 값의 변화에 따른 가장 낮은 처음 3개의

고유치의 변화를 보여주는 그림이다.

먼저, Fig. 10은 유속 값이 $u=0.0$ 에서 점차 증가됨에 따라 1차와 3차 모드는 안정함을 보여주지만, 2차 모드에 있어서는 $u_{cr}=7.50$ 이 임계유속 값으로, 이를 중심으로 유속 값이 증가됨에 따라 고유치의 실수부가 양(positive)의 값으로 되어 플러터 형태의 불안정을 일으킴을 알 수 있다.

한편, Fig. 11은 유속 값이 $u=0.0$ 에서 점차 증가됨에 따라 고유치의 실수부는 양으로 되지만 허수부가 영으로 되는 발산형태의 불안정을 보여주는 고유치 변화 그림을 나타낸다.

4. 결 론

복수 스프링 지지된 외팔 수직파이프의 동적안정성에 관한 수치해석 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 말단 스프링 상수 값 K 가 작은 경우, 중간스프링의 위치 ξ_s 가 $\xi_s \leq 0.4$ 에서는 플러터 형태의 불안정만이 발생되며, 스프링 상수 값이 증가됨에 따라 임계유속 값이 증가된다. 그러나, $\xi_s = 0.5$ 이상에서는 중간스프링 상수 값이 증가됨에 따라 플러터에서 발산형태의 불안정으로의 천이가 일어난다.

(2) 말단 스프링 상수 값 K 가 $K=10^2$ 일 때, 중간스프링 위치 ξ_s 가 $\xi_s = 0.4$ 부터 0.7까지는 중간스프링 상수 값의 증가에 따라 불안정 형태가 발산에서 플러터, 다시 플러터에서 발산으로의 천이가 일어나며, 그 외의 ξ_s 의 위치에서는 중간 스프링 상수 값에 관계없이 발산형태의 불안정만이 일어난다.

(3) 말단 스프링 상수 값 K 가 큰 경우, 중간스프링 상수 값과 위치변화에 관계없이 항상 발산형 불안정만이 일어나며, 고정된 중간스프링의 위치에 대해 전반적으로 임계유속 값은 중간스프링 상수 값의 증가와 함께 증가된다.

참 고 문 헌

(1) Ashley, H. and Haviland, G., 1950, "Bending Vibrations of a Pipeline Containing Flowing Fluid", *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 17, pp. 229~232.

(2) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a

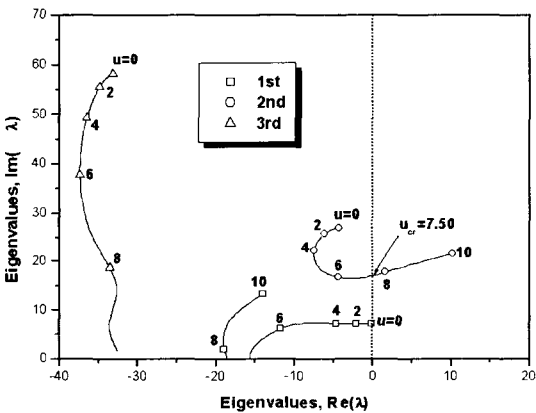


Fig. 10 Eigenvalue trajectories depending on the flow velocities ($\xi_s = 0.3, K_1 = 10^2, K = 1.0$)

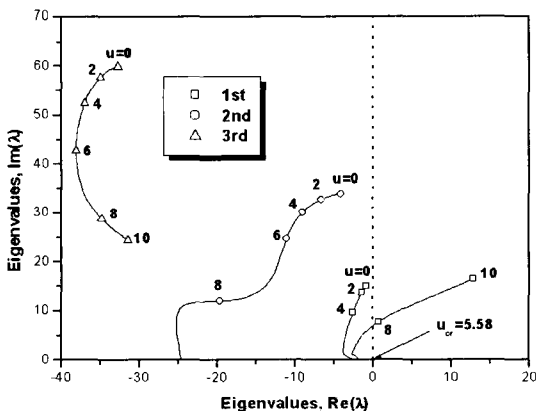


Fig. 11 Eigenvalue trajectories depending on the flow velocities ($\xi_s = 0.1, K_1 = 10, K = 10^2$)

System of Articulated Pipes Conveying Fluid (I. Theory)", Proceedings of the Royal Society, Series A, Vol. 261, pp. 457~486.

(3) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid (II. Experiment)", Proceedings of the Royal Society, Series A, Vol. 261, pp. 487~499.

(4) Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., 1966, "Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid (I. Theory)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 293, pp. 512~527.

(5) Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., 1966, "Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid (II. Experiment)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 293, pp. 528~542.

(6) Hill, J. L. and Swanson, C. P., 1970, "Effects of Lumped Masses on the Stability of Fluid Conveying Tube", Journal of Applied Mechanics, Vol. 37, pp. 494~497.

(7) Becker, O., 1979, "Zum Stabilitätsverhalten des Durchströmten Geraden Rohres mit Elastischer Querstützung", Maschinenbautechnik, Vol. 28, pp. 325~327.

(8) Sugiyama, Y., 1984, "Studies on Stability of Two-Degree-of-Freedom Articulated Pipes Conveying Fluid (The Effect of a Spring Support and a Lumped Mass)", Bulletin of the JSME, Vol. 27, pp. 2658~2663.

(9) Sugiyama, Y., Tanaka, Y., Kishi, T. and Kawagoe, H., 1985, "Effect of a Spring Support on the Stability of Pipes Conveying Fluid", Journal of Sound and Vibration, Vol. 100, pp. 257~270.

(10) Sugiyama, Y., Kumagai, Y., Kishi, T. and Kawagoe, H., 1986, "Studies on Stability of Pipes

Conveying Fluid(The Effect of a Lumped Mass and Damping)", Bulletin of JSME, Vol. 29, pp. 929~934.

(11) Sugiyama, Y., Kawagoe, H., Kishi, T. and Nishiyama, S., 1988, "Studies on the Stability of Pipes Conveying Fluid (The Combined Effect of a Spring Support and a Lumped Mass)", JSME International Journal, Series 1, Vol. 31, pp. 20~26.

(12) Sugiyama, Y., Katayama, T., Åkesson, B. and Sällström, J.H., 1991, "Stability of Cantilevered Pipes Conveying Fluid and Having Intermediate Spring Support", 11th International Conference on SMIRT, ToKyo, Paper J10/1.

(13) Sugiyama, Y., Katayama, T., Kanki, E., Nishino, K. and Åkesson, B., 1992, "Active Flutter Suppression of a Vertical Pipe Conveying Fluid", Proceedings 3rd International Symposium on Fluid-Induced Vibration and Noise, Vol. 8, pp. 76~86.

(14) Sugiyama, Y., Katayama, T., Kanki, E., Chiba, M., Shiraki, K. and Fujita, K., 1996, "Stability of Vertical Fluid Conveying Pipes having the Lower End Immersed in Fluid", JSME International Journal, Series B, Vol. 39, pp. 57~65.

(15) 류봉조, 정승호, 강용철, 1998, "유체유동을 갖는 외팔 송수관의 동적 안정성과 진동제어에 관한 연구" 한국소음진동공학회논문집, 제 8 권, 제 1 호, pp. 171~179.

(16) Paidoussis, M. P. and Semler, C., 1998, "Nonlinear Dynamics of a Fluid-conveying Cantilevered Pipe with an Intermediate Spring Support", Journal of Fluids and Structures, Vol. 7, pp. 269~298.

(17) Paidoussis, M. P., 1998, "Fluid-structure Interactions Slender Structures and Axial Flow", Academic Press, Vol. 1, pp. 196~276.