한국소음진동공학회논문집 제 12 권 제 5 호, pp. 330~337, 2002.

다수의 층상균열이 내재하는 보의 진동해석

Vibration Analysis of a Beam Having n Through-the-width Splits

황 정 기† · 이 명 훈* · 신 영 재** · 김 재 호***

J. K. Hwang, M. H. Lee, Y. J. Shin, and C. H. Kim

(2001년 11월 9일 접수 ; 2002년 3월 21일 심사완료)

Key Words : Frequency Equation(진동수 방정식), Split Beam(균열보), Axial Load(축하중), Longitudinal Vibration(종진동), Transverse Vibration(횡진동).

ABSTRACT

A frequency equation of beam subjected to the axial load and having n through-the-width-splits is developed. The beam comprises of beam elements that are split into the upper and the lower part, and non-split beam elements. Equations of motion of each beam element are non-dimensionalized with respect to length. The frequency equation of beam is derived from that of each beam element, which satisfies the displacement of the longitudinal and transverse vibration and the boundary conditions between the beam elements. Numerical simulation and experimental work for the beam having several split beam elements are carried out to demonstrate the analytical development and its validity. The experimental results are in good agreement with those of the present frequency equation. The relationships between the split beam width and natural frequencies, and also the relationships between number of split and natural frequencies, in case that the total beam split length is same, are discussed.

기호설명

A : 보의 단면적
E : 종탄성계수 (Young's modulus)
h_{iu} : 균열 있는 영역에서 윗보의 두께
I_{zz} : 단면 2차 모멘트
M : 모멘트
P : 축방향 하중
Q : 전단력
T : 보의 두께
ρ : 보의 단위부피당 질량
ω_t : 횡방향 원주진동수
ω_k : 종방향 원주진동수
$2L_j$: 각 영역의 요소 보 길이

† 책임저자, 정회원, 경북대학교 대학원 기계공학과
E-mail : hjk@ns.kopec.co.kr
Tel : (042) 868-4137, Fax : (042) 863-4862
* 경북대학교 대학원
** 정회원, 안동대학교 기계공학부
*** 경북대학교 기계공학부

1. 서 론

재료 또는 구조물의 사소한 결함은 전체 구조물의 건전성에 영향을 미치게 된다. 제작 과정 또는 운전 중의 피로 등으로 발생하는 사소한 결함은 시간이 지남에 따라 구조물의 정적 및 동적 특성을 변화시켜 구조물의 안정성에 나쁜 영향을 끼친다. 이러한 결함의 한 형태로 층상균열이 존재할 수 있다.

층상균열에 대한 연구는 Wang 등[1]이 오일러-베르누이 보이론을 사용하여 보 내부에 하나의 층상균열이 있는 경우 층상균열이 보의 고유진동수에 미치는 영향을 규명하는 해석적 방법을 제시하였다.

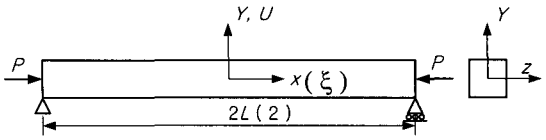

Fig. 1 Simply supported beam under axial load

Honagud 등[2]은 층간 분리가 고유진동수에 미치는 영향을 유한요소 모델을 사용하여 해석하였다. Wang 등[3,4]은 전단 변형과 비틀림 변형을 고려하여 Rayleigh Ritz방법과 유한요소법으로 좌굴 안정성과 에너지 해방률을 기초로 하여 균열 안정성을 연구하였다. 한 등[5,6]은 등방성 및 적층보 내부에 한 개의 층간 분리가 고유진동수에 미치는 영향을 해석적으로 평가하였고, 축방향 압축하중을 받는 한 개의 층상균열이 있는 보에서 균열의 위치 및 길이가 고유진동수 및 좌굴하중에 미치는 영향을 각각 연구하였다.

본 논문은 n개의 층상균열이 내재하는 단순 지지된 보에 축방향 하중이 작용할 때, 이 보의 동 특성을 해석한다. 그리고 실험을 통하여 이론 해석의 타당성을 검증한다.

2. 이론 해석

2.1 일반 보

축방향으로 하중을 받는 보의 횡 및 종방향 운동방정식은 아래와 같다. Fig. 1과 같이 보의 길이를 $2L$이라 할 때 횡방향 운동방정식을 보의 길이 ξ로 무차원화하여 표시하면 식 (1)과 같다.

$$Y(\xi)_{\xi\xi\xi\xi} + \beta^2 Y(\xi)_{\xi\xi} - \gamma Y(\xi) = 0 \tag{1}$$

여기서, $\beta^2 = \frac{P}{EI_{zz}}L^3$, $\gamma = \frac{\rho A}{EI_{zz}}L^4\omega_t^2$, $\xi = \frac{x}{L}$이고, E는 종탄성계수 I_{zz}, ρ, A는 각각 보의 단면 2차 모멘트, 길도, 단면적이고, L은 보 길이의 $\frac{1}{2}$이다.

식 (1)의 일반해는 다음과 같다.

$$Y(\xi) = C_1\sin\lambda\xi + C_2\cos\lambda\xi + C_3\sin h\bar{\lambda}\xi + C_4\cos h\bar{\lambda}\xi \tag{2}$$

여기서,

$\lambda = \sqrt{\frac{\beta^2}{2} + \sqrt{\frac{\beta^4}{4} + \gamma}}$, $\bar{\lambda} = \sqrt{-\frac{\beta^2}{2} + \sqrt{\frac{\beta^4}{4} + \gamma}}$ 이고, C_1, C_2, C_3, C_4는 보의 경계조건에 의해 결정되는 상수이다.

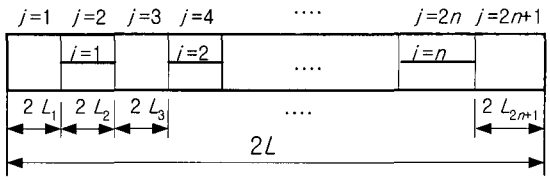

Fig. 2 Beam with n through-the-width splits

또한 보의 종진동 운동방정식을 보의 길이 ξ로 무차원화하여 나타내면 식 (3)과 같다.

$$U(\xi)_{,\xi\xi} + \mu^4 U(\xi) = 0 \tag{3}$$

여기서, $\mu^4 = \frac{\rho}{E}L^2\omega_k^2$ 이다

식 (3)의 일반해는 다음과 같다

$$U(\xi) = H_1\sin\mu^2\xi + H_2\cos\mu^2\xi \tag{4}$$

여기서, H_1과 H_2는 경계조건으로부터 결정되는 상수이다.

Fig. 1과 같이 양단이 단순지지된 보에서 횡방향 변위에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$Y(1) = 0,\ Y(1)_{,\xi\xi} = 0$$
$$Y(-1) = 0,\ Y(-1)_{,\xi\xi} = 0 \tag{5}$$

식 (5)를 식 (2)에 대입하고 정리한 진동수 방정식에서 식 (6)이 얻어진다.

$$-(\lambda^2 + \bar{\lambda}^2)^2\sin\lambda\ \cos\lambda\ \sin h\bar{\lambda}\ \cos h\bar{\lambda} = 0 \tag{6}$$

식 (6)을 만족하는 λ를 구하면 보의 축방향 하중과 횡방향 고유진동수의 관계를 구할 수 있다.

$$\omega_{tn} = \frac{n^2\pi^2}{L^2}\sqrt{\frac{EI_{zz}}{\rho A}}\left(1 - \frac{P}{n^2P_{cr}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{7}$$

여기서, ω_{tn}은 보의 n번째 횡방향 고유진동수, $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{zz}}{L^2}$ 은 최소 오일러 좌굴하중이다.

식 (7)에서 보에 압축하중이 작용하고 그 크기가 증가하면 횡방향 고유진동수는 감소한다. 반대로 보에 인장하중이 작용하면 하중의 크기에 따라 횡방향 고유진동수는 증가함을 알 수 있다.

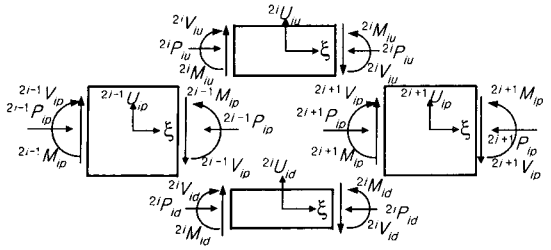

Fig. 3 Free body diagram for the beam element $j=2i$

2.2 층상균열이 n개 있는 보

(1) 가정

층상균열이 축을 따라 여러 개 존재하는 보를 Fig. 2에 나타내었다. 축방향 하중이 작용하면서 축방향으로 n개의 균열이 존재하는 보의 동특성을 구하기 위하여, 보는 균열이 있는 영역의 요소 보와 균열이 없는 영역의 요소 보로 구분한다. 단, 첫 번째 요소 보와 마지막 요소 보는 균열이 없는 것으로 가정한다. 균열이 있는 영역의 요소 보는 윗보와 아랫보로 이루어져 있고, 이 보의 두께 합은 균열이 없는 것과 동일하다. Fig. 2에서 균열의 번호는 i, 요소 보의 영역별 번호는 j로 정의하였다. 이와 같이 정의하면 보에서 균열이 없는 영역의 요소 보는 $j=2i-1$ 또는 $j=2i+1$로, 균열이 있는 영역의 요소 보는 $j=2i$의 관계가 성립한다.

각 요소 보의 좌표는 Fig. 3과 같이 각 요소 보의 중심에 원점을 설정하였다. Fig. 1을 기준으로 유도된 식을 각 요소 보에 적용하기 위하여 각 요소 보의 길이는 $2L_j$로 정의하였다.

(2) 경계조건 및 진동수방정식

Fig. 2에서 i번째 층상균열이 있는 보에 축방향 하중, P가 작용할 때 인근의 각 요소 보에 작용하는 축방향 하중은 식 (8)로 나타난다.

$$\begin{aligned} {}^{2i-1}P_{ip} &= P \\ {}^{2i+1}P_{ip} &= P \\ {}^{2i}P_{iu} &= (h_{iu}/T)P \\ {}^{2i}P_{id} &= ((T-h_{iu})/T)P \end{aligned} \tag{8}$$

여기서, h_{iu}는 균열이 있는 영역에서 윗보의 두께, T는 보의 두께, 위첨자 $2i-1$, $2i$, $2i+1$은 각 요소 보의 영역 번호를, 아래첨자 ip는 균열이 없는 영역의 요소 보를, iu, id는 균열이 있는 영역의 요소 보에서 각각 윗보와 아랫보를 나타낸다.

Fig. 3에서 i번째 균열이 있는 영역의 요소 보 경계에서 윗보와 아랫보는 다음을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} {}^{2i}Y_{iu}(-1) &= {}^{2i}Y_{id}(-1) \\ {}^{2i}Y_{iu}(1) &= {}^{2i}Y_{id}(1) \\ {}^{2i}Y_{iu}(-1)_{,\xi} &= {}^{2i}Y_{id}(-1)_{,\xi} \\ {}^{2i}Y_{iu}(1)_{,\xi} &= {}^{2i}Y_{id}(1)_{,\xi} \end{aligned} \tag{9}$$

식 (9)를 식 (2)에 대입하여 정리하면 윗보와 아랫보 사이의 횡방향 변위에 대한 관계식을 구할 수 있다.

$${}^{2i}\{C_{iu}\}_m = {}^{2i}[S]_{mm}\ {}^{2i}\{C_{id}\}_m \ , \ (m=4) \tag{10}$$

여기서, ${}^{2i}\{C_{iu}\}_m$, ${}^{2i}\{C_{id}\}_m$는 경계조건으로부터 결정되는 계수 행렬을, m은 행렬의 크기를 나타내고, ${}^{2i}[S]_{mm}$는 식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned} {}^{2i}[S]_{mm} &= {}^{2i}\begin{bmatrix} \sin(-\lambda) & \cos(-\lambda) & \sinh(-\bar{\lambda}) & \cosh(-\bar{\lambda}) \\ \sin\lambda & \cos\lambda & \sinh\bar{\lambda} & \cosh\bar{\lambda} \\ \lambda\cos(-\lambda) & -\lambda\sin(-\lambda) & \bar{\lambda}\cosh(-\bar{\lambda}) & \bar{\lambda}\sinh(-\bar{\lambda}) \\ \lambda\cos\lambda & -\lambda\sin\lambda & \bar{\lambda}\cosh\bar{\lambda} & \bar{\lambda}\sinh\bar{\lambda} \end{bmatrix}_{iu}^{-1} \\ &\bullet\ {}^{2i}\begin{bmatrix} \sin(-\lambda) & \cos(-\lambda) & \sinh(-\bar{\lambda}) & \cosh(-\bar{\lambda}) \\ \sin\lambda & \cos\lambda & \sinh\bar{\lambda} & \cosh\bar{\lambda} \\ \lambda\cos(-\lambda) & -\lambda\sin(-\lambda) & \bar{\lambda}\cosh(-\bar{\lambda}) & \bar{\lambda}\sinh(-\bar{\lambda}) \\ \lambda\cos\lambda & -\lambda\sin\lambda & \bar{\lambda}\cosh\bar{\lambda} & \bar{\lambda}\sinh\bar{\lambda} \end{bmatrix}_{id} \end{aligned} \tag{11}$$

보가 횡방향 운동을 할 때 균열이 없는 영역의 요소 보는 축 방향 중심선이 운동의 중립축이 된다. 또한 균열이 있는 영역에서 축 방향 운동 중심선은 균열이 없는 영역에 있는 요소 보의 축 방향 운동 중심선과 일치하기 위해서는 윗보와 아랫보의 각 중립축에서 종방향 운동변위는 식 (12)를 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} {}^{2i}E_{iu}\,{}^{2i}A_{iu}\,{}^{2i}U_{iu,\xi} + {}^{2i}E_{id}\,{}^{2i}A_{id}\,{}^{2i}U_{id,\xi} &= 0 \\ {}^{2i}U_{iu} &= {}^{2i}U_{id} - {}^{2i}e\,{}^{2i}Y_{id,\xi} \end{aligned} \tag{12}$$

여기서, ${}^{2i}e$는 윗보와 아랫보의 중립축간의 거리를 $2L_{2i}$로 나누어서 무차원화한 값이다.

균열이 있는 영역에서 윗보와 아랫보의 횡방향운동은 이들 보의 종방향 변위를 지배하게 되므로 종방향 운동주파수는 횡방향 운동주파수와 같게 된다. 이

때 윗보와 아랫보의 양단경계에서 종방향 계수와 횡방향 계수와의 관계는 식 (12)를 식 (4)와 식 (2)에 대입하여 얻을 수 있다.

$$ {}^{2i}\{H_{iu}\}_n = {}^{2i}[R]_{nm}\ {}^{2i}\{C_{id}\}_m,\ (m=4, n=2) \quad (13) $$

여기서, ${}^{2i}\{H_{iu}\}_n$는 종방향 계수 행렬, m과 n은 행렬의 크기를 나타내고, ${}^{2i}[R]_{nm}$은 식 (14)에 나타나 있다.

$$ {}^{2i}[R]_{nm} = -{}^{2i}e \left[[g_{iu}] + \frac{(EA)_{iu}}{(EA)_{id}} [g_{id}] \left[g_{id,\xi} \right]^{-1} \left[g_{iu,\xi} \right] \right]^{1} \bullet {}^{2i} \begin{bmatrix} \lambda\cos(-\lambda) & -\lambda\sin(-\lambda) & \bar{\lambda}\cosh(-\bar{\lambda}) & \bar{\lambda}\sinh(-\bar{\lambda}) \\ \lambda\cos\lambda & -\lambda\sin\lambda & \bar{\lambda}\cosh\bar{\lambda} & \bar{\lambda}\sinh\bar{\lambda} \end{bmatrix}_{id} \quad (14) $$

여기서, $[g_{iu}]$, $[g_{id}]$, $[g_{iu,\xi}]$, $[g_{iu}]$는 식 (15)와 같다.

$$ [g_{iu}] = \begin{bmatrix} \sin(-\mu^2) & \cos(-\mu^2) \\ \sin\mu^2 & \cos\mu^2 \end{bmatrix}_{iu} $$

$$ [g_{id}] = \begin{bmatrix} \sin(-\mu^2) & \cos(-\mu^2) \\ \sin\mu^2 & \cos\mu^2 \end{bmatrix}_{id} $$

$$ [g_{iu,\xi}] = \begin{bmatrix} \mu^2\cos(-\mu^2) & -\mu^2\sin(-\mu^2) \\ \mu^2\cos\mu^2 & -\mu^2\sin\mu^2 \end{bmatrix}_{iu} $$

$$ [g_{id,\xi}] = \begin{bmatrix} \mu^2\cos(-\mu^2) & -\mu^2\sin(-\mu^2) \\ \mu^2\cos\mu^2 & -\mu^2\sin\mu^2 \end{bmatrix}_{id} \quad (15) $$

Fig. 2에 나타난 것 같이 균열이 없는 영역의 요소 보와 균열이 있는 영역의 요소 보가 서로 만나는 경계영역은 기하학적 및 역학적 연속 조건을 식 (16)과 같이 각각 만족해야 한다.

$$ {}^{2i-1}\begin{Bmatrix} Y_{ip} \\ Y_{ip,\xi}/L_{ip} \\ M_{ip} \\ V_{ip} \end{Bmatrix}_{\xi=1} = {}^{2i}\begin{Bmatrix} Y_{id} \\ Y_{id,\xi}/L_{id} \\ M \\ V \end{Bmatrix}_{\xi=-1} \quad (16a) $$

$$ {}^{2i}\begin{Bmatrix} Y_{id} \\ Y_{id,\xi}/L_{id} \\ M \\ V \end{Bmatrix}_{\xi=1} = {}^{2i+1}\begin{Bmatrix} Y_{ip} \\ Y_{ip,\xi}/L_{ip} \\ M_{ip} \\ V_{ip} \end{Bmatrix}_{\xi=-1} \quad (16b) $$

여기서, Y_{ix}는 각 요소 보의 변위, $Y_{ix,\xi}/L_{ix}$는 각 요소 보의 기울기, M과 V는 균열이 있는 영역에서 각 요소 보 및 요소 보간에 작용하는 모멘트와 전단력이고, M_{ip}와 V_{ip}는 균열이 없는 영역의 요소 보에 작용하는 모멘트와 전단력으로 아래와 같이 정의된다.

$$ M_{ip} = -\left(\frac{E_{ip}I_{ip}}{L_{ip}^2}\right) Y_{ip,\xi\xi} \quad (17a) $$

$$ V_{ip} = -\left(\frac{E_{ip}I_{ip}}{L_{ip}^3}\right) Y_{ip,\xi\xi\xi} - P_{ip}Y_{ip,\xi} \quad (17b) $$

$$ M = -\left(\frac{E_{iu}I_{iu}}{L_{iu}^2}\right) Y_{iu,\xi\xi} - \left(\frac{E_{id}I_{id}}{L_{id}^2}\right) Y_{id,\xi\xi} + e E_{iu} A_{iu} U_{iu,\xi} \quad (17c) $$

$$ V = -\left(\frac{E_{iu}I_{iu}}{L_{iu}^3}\right) Y_{iu,\xi\xi\xi} - \left(\frac{E_{id}I_{id}}{L_{id}^3}\right) Y_{id,\xi\xi\xi} - P_{iu}Y_{iu,\xi} - P_{id}Y_{id,\xi} \quad (17d) $$

여기서, E_{ix}는 각 해당 요소 보의 종탄성계수, I_{ix}는 각 해당 요소 보의 단면 2차 모멘트를 나타낸다.

식 (16)을 식 (17)의 정의에 따라 정리하고, 이 식에 나타나는 ${}^{2i}\{C_{iu}\}_m$, ${}^{2i}\{H_{iu}\}_n$에 식 (10)과 식 (13)을 대입하면 식 (18)을 얻는다.

$$ {}^{2i-1}[T(1)_{ip}]_{mm}\ {}^{2i-1}\{C_{ip}\}_m = {}^{2i}[T(-1)_{id} + W(-1)S + Z(-1)R]_{mm}\ {}^{2i}\{C_{id}\}_m \quad (18a) $$

$$ {}^{2i+1}[T(-1)_{ip}]_{mm}\ {}^{2i+1}\{C_{ip}\}_m = {}^{2i}[T(1)_{id} + W(1)S + Z(1)R]_{mm}\ {}^{2i}\{C_{id}\}_m \quad (18b) $$

여기서, $[Z(\xi)]$, $[W(\xi)]$, $[T(\xi)]$는 다음과 같다.

$$ [Z(\xi)] = e \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ EA\mu^2\cos(\mu^2\xi) & EA\mu^2\sin(\mu^2\xi) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{iu} \quad (19a) $$

$$ [W(\xi)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{EI}{L^2}\lambda^2 a & (\frac{EI}{L^3}\lambda^2 - P)\lambda b \\ 0 & 0 & \frac{EI}{L^2}\lambda^2 b & -(\frac{EI}{L^3}\lambda^2 - P)\lambda a \\ 0 & 0 & -\frac{EI}{L^2}\bar{\lambda}^2 c & -(\frac{EI}{L^3}\bar{\lambda}^2 - P)\bar{\lambda} d \\ 0 & 0 & -\frac{EI}{L^2}\bar{\lambda}^2 d & -(\frac{EI}{L^3}\bar{\lambda}^2 - P)\bar{\lambda} c \end{bmatrix}^T_{iu} \quad (19b) $$

$$ [T(\xi)] = \begin{bmatrix} a & \frac{\lambda b}{L} & \frac{EI}{L^2}\lambda^2 a & (\frac{EI}{L^3}\lambda^2 - P)\lambda b \\ b & \frac{\lambda a}{L} & \frac{EI}{L^2}\lambda^2 b & -(\frac{EI}{L^3}\lambda^2 - P)\lambda a \\ c & \frac{\bar{\lambda} d}{L} & -\frac{EI}{L^2}\bar{\lambda}^2 c & -(\frac{EI}{L^3}\bar{\lambda}^2 - P)\bar{\lambda} d \\ d & \frac{\bar{\lambda} c}{L} & -\frac{EI}{L^2}\bar{\lambda}^2 d & -(\frac{EI}{L^3}\bar{\lambda}^2 - P)\bar{\lambda} c \end{bmatrix}^T \quad (19c) $$

여기서, $a = sin(\lambda\xi)$, $b = cos(\lambda\xi)$, $c = sinh(\bar{\lambda}\xi)$, $d = cosh(\bar{\lambda}\xi)$ 이다.

식 (18a)와 식 (18b)를 연립하면 식 (20)이 구해진다.

$$ {}^{2i-1}\{C_{ip}\}_m = {}^{2i}[SL]_{mm}^{-1}\,{}^{2i}[SR]_{mm}\,{}^{2i+1}\{C_{id}\}_m \tag{20} $$

여기서, ${}^{2i}[SL]_{mm}$ 과 ${}^{2i}[SR]_{mm}$ 은 균열이 있는 보 영역의 양단 경계에서 각각 왼쪽과 오른쪽에 있는 균열이 없는 요소 보와의 결합관계를 나타내는 식으로 아래와 같다.

$$ \begin{aligned} &{}^{2i}[SL]_{mm}^{-1} \\ &= {}^{2i}\left[T(-1)_{id} + W(-1)S + Z(-1)\;\; R\right]_{mm}^{-1\;\;2i-1}\left[T(1)_{ip}\right]_{mm} \\ &{}^{2i}[SR]_{mm} \\ &= {}^{2i}\left[T(1)_{id} + W(1)S + Z(1)\;\; R\right]_{mm}^{-1\;\;2i+1}\left[T(-1)_{ip}\right]_{mm} \end{aligned} \tag{21} $$

보에서 층상균열이 n개 있을 때 식 (20)을 연립하여 정리하면 각 영역 보 사이의 경계부분을 만족하는 일반식이 유도된다.

$$ {}^{1}\{C_{ip}\}_m = \prod_{i=1}^{n}\{{}^{2i}[SL]_{mm}^{-1}\,{}^{2i}[SR]_{mm}\}^{2n+1}\{C_{ip}\}_m \tag{22} $$

또한, Fig. 2에서 층상균열이 없는 첫번째 요소보는 $\xi=-1$에서, 마지막 요소 보는 $\xi=1$에서 계의 경계조건을 만족하여야 한다. 이것을 식 (2)에 대입하면 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$ [A]_{mm}\,{}^{1}\{C_{ip}\}_m = 0 \tag{23a} $$

$$ [B]_{mm}\,{}^{2n+1}\{\Gamma_{ip}\}_m = 0 \tag{23b} $$

식 (22)와 식 (23)을 정리하면 식 (24)가 유도된다.

$$ \begin{bmatrix} [A]_{mm} & [B]_{mm} \\ I & -\prod_{i=1}^{n}{}^{2i}[SL]_{mm}^{-1}\,{}^{2i}[SR]_{mm} \end{bmatrix}_{2m\,2m} \cdot \begin{Bmatrix} {}^{1}\{C_{ip}\} \\ {}^{2n+1}\{C_{ip}\} \end{Bmatrix}_{2m} = 0 \tag{24} $$

여기서, I는 단위 행렬이다.

식 (24)는 균열이 n개 존재하고 축방향으로 하중을 받는 보의 진동수 방정식이다.

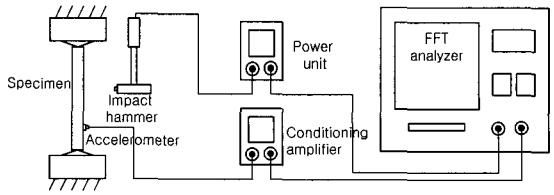

Fig. 4 Simply supported beam under axial load

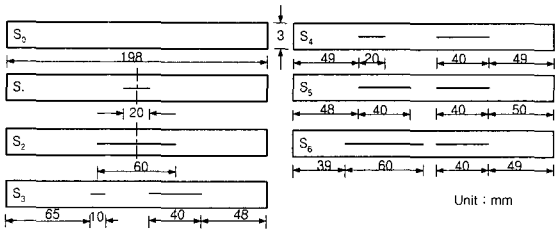

Fig. 5 Experimental specimens

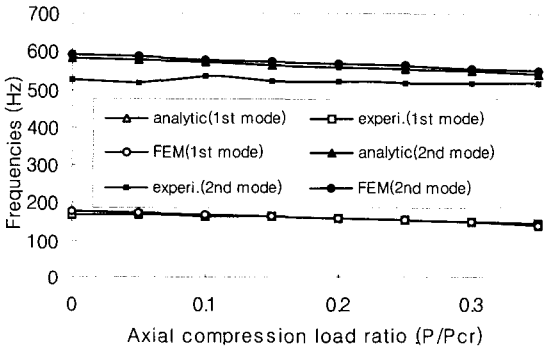

Fig. 6 Natural frequencies under axial compression loads with a split (60mm) for simply supported condition, specimen S_2

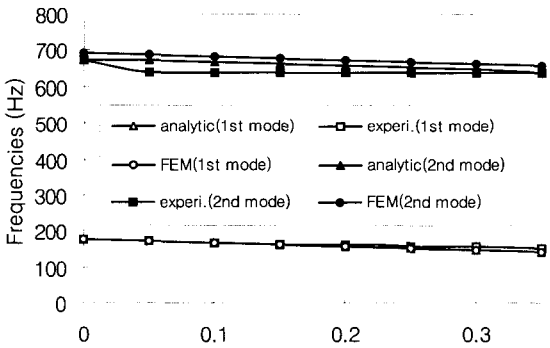

Fig. 7 Natural frequencies under axial compression loads with two splits (20, 60mm) for simply supported condition, specimen S_4

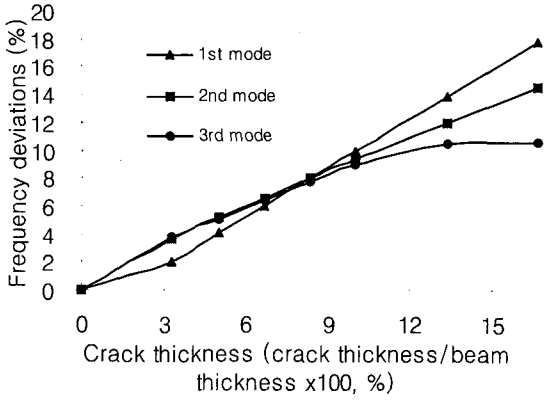

Fig. 8 Natural frequency variation due to split thickness for clamped-pinned condition, specimen S_4 model

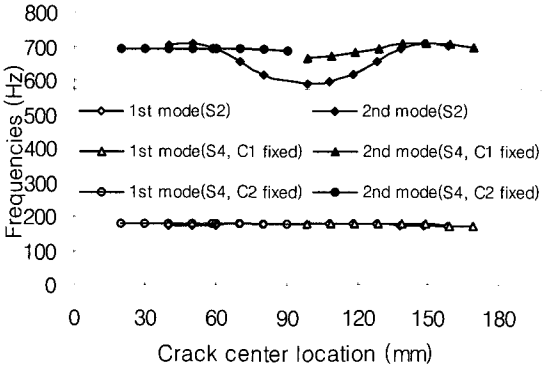

Fig. 9 Natural frequency variation due to split location both S_2 and S_4 specimen for simply supported condition

3. 실 험

Fig. 4는 실험장치의 개략도로써 측정 장치와 시편 고정 장치, 시편으로 구성되어 있다. 시편 고정 장치는 축 방향으로 압축력을 가하면서 필요한 경계조건을 얻을 수 있도록 칼날 형상의 삼각 기둥이다. 축방향 압축하중은 HST2/12 좌굴 시험기를 이용하였다. 신호 분석기는 HP35665A를 사용하였다. 가속도계는 B&K4393으로 무게가 2.2 g, 민감도가 0.314 pC/ms^{-2} 이고, 사용주파수 범위는 0.2 Hz에서 12000 Hz이다. 충격 해머는 PCB086C03이고, 민감도가 2.07 mV/N, 사용범위는 0 lb에서 500 lb이다.

실험에 사용된 시편은 길이가 198 mm, 폭이 20 mm, 두께가 3 mm인 알루미늄 보를 사용하였다. 사용된 보의 물성치는 종탄성계수가 71 GPa, 밀도가 2710 kg/m^3 이다. 시편은 층상균열이 없는 것, 층상균열이 1개 있는 것, 층상균열이 2개 있는 것을 각각 준비하였다. 시편의 기호와 층상균열의 위치 및 크기는 Fig. 5에 나타나 있다. 층상균열은 0.3 mm 드릴로 시편의 폭 방향으로 구멍을 낸 후 와이어 가공을 하였다. 가공된 층상균열의 간극은 0.25 mm로 나타났다.

실험은 시편을 좌굴시험기에 고정하고 축방향 하중을 가한 후 실시하였으며, 실험값은 시편에 10번 충격을 가한 후 얻은 평균 값이다.

4. 결과 및 고찰

층상 균열이 n개 존재하는 보의 동 특성을 파악하기 위하여 해석 및 실험을 수행하였다. 이 연구에 적용된 경계조건은 양단이 단순지지된 것으로 하였다. 단, 시편 가공시 발생한 층상 균열의 간극에 대한 동특성 영향을 파악하기 위한 보의 경계조건은 해석의 편의성을 위하여 한쪽은 고정, 다른 한쪽은 단순지지된 것을 적용하였다. 식 (24)의 해석은 경계조건에서 $[A]_{mm}$, $[B]_{mm}$를 결정한 후 MATLAB[7]을 이용하였다. 또한 유한요소법을 이용하는 ANSYS[8]를 사용하여 해석의 타당성을 검증하였다. 이 유한요소법 해석에 사용된 요소는 셸(shell) 요소이다. 유한요소 모델은 윗보와 아랫보를 각각 모델링한 후 균열이 없는 부분의 절점은 병합하였고, 균열이 있는 부분은 윗보와 아랫보에 해당하는 절점이 각각 존재하게 하였다.

Fig. 6은 층상균열이 1개 존재하고, 균열의 크기가 60 mm인 시편 S_2에, Fig. 7은 층상균열이 2개 존재하는 시편 S_4에 축방향 하중을 가하였을 때 얻은 결과를 나타낸 것이다.

Fig. 6과 Fig. 7은 시편 S_2와 S_4의 해석 값, 실험값 및 유한요소[13] 해석 값을 나타낸 것으로 축방향 하중이 증가할 때 고유 진동수는 감소하고, 이들 값이 잘 일치함을 확인할 수 있다.

실험 시편의 가공에서 층상 균열의 간극이 발생될 수 있고 이에 따른 고유진동수의 영향을 Fig. 8에 나타내었다. 실험에 사용된 시편의 실제 균열 간극이 보 두께의 약 8 %에 해당하고 층상 균열은 존재하지만 간극이 없는 이상적인 것과 고유진동수를 비교하면 약 8 %의 오차가 존재함을 나타낸다.

보에 존재하는 전체 층상 균열의 길이가 같은 시편 S_2와 S_4에 대하여, 축방향 하중이 없을 때 균열의 위

Table 1 Comparison of analytical and experimental frequencies on specimens for simply supported condition (P/Pcr =0)

Specimen	Mode								
	n=1			n=2			n=3		
	Analyti -cal (Hz)	Experi -mental (Hz)	Error (%)	Analyti -cal (Hz)	Experi -mental (Hz)	Error (%)	Analyti -cal (Hz)	Experi -mental (Hz)	Error (%)
S_0	174	174	0.0	696	728	-4.6	1567	1458	7.0
S_1	174	171	1.7	690	724	-4.9	1566	1458	6.9
S_2	174	168	3.4	574	506	11.8	1471	1300	11.6
S_3	177	176	0.6	692	652	5.8	1393	1340	0.5
S_4	177	176	0.6	690	660	4.3	1380	1230	10.9
S_5	176	176	0.0	675	618	8.4	1254	1064	15.2
S_6	174	175	-0.5	638	572	10.3	1111	998	10.2

치와 길이에 대한 고유진동수의 영향을 Fig. 9에 나타내었다. 시편 S_2는 층상균열의 중심위치를 이동시켰을 때, 시편 S_4는 두개의 층상 균열 중 하나는 본래 위치에 고정하고 다른 하나의 중심 위치를 이동시켰을 때 고유진동수의 영향을 나타낸 것이다. 층상 균열의 위치에 대한 영향은 위에 언급한 3가지 경우에서 균열이 보의 양단에서 멀어지고 중앙에 가까워 질수록 1차 고유진동수가 증가하고, 2차 고유진동수는 균열이 양단에 서 멀어질수록 증가하지만 보의 중앙에 가까워지면 감소하는 특성을 나타낸다. 균열의 이동에서 균열의 크기에 따른 1차 고유진동수의 변화는 각각 0.1 %, 1.4 %, 3.5 %이고, 2차 고유진동수 변화는 각각 0.8 %, 6.5 %, 16.7 %로 나타났다. 층상균열이 1개 또는 2개일 때 고유진동수의 변화는 1개 균열의 길이에 따라 영향을 크게 받고, 균열의 길이가 클수록 고유진동수의 변화폭이 증가함을 실험을 통하여 확인하였다. 이러한 현상은 단위 균열의 길이가 길수록 보의 강성저하가 크기 때문인 것으로 판단된다. 또한 균열이 있는 영역의 요소 보 사이에 있는 균열이 없는 영역의 요소 보가 균열이 있는 영역의 윗보와 아랫보의 운동 변위를 제한하기 때문이라고 생각된다.

층상 균열이 보 중심선과의 거리에 대한 영향을 시편 S_4 모델로 해석을 수행하였으며, 층상 균열이 보의 중심선에서 멀어질수록 고유진동수의 감소 폭이 급격히 증가함을 확인하였다.

Table 1은 축방향 하중이 작용하지 않을 때 각 시편에 대한 이론해석 및 실험 값을 나타낸 것이다. 층상균열이 존재하는 경우 1차 모드에서 해석 및 실험 값은 매우 잘 일치하고 2차 및 3차 모드로 갈수록 오차가 증가한다.

5. 결 론

축방향 하중이 작용하고 n개의 층상균열이 내재하는 보의 고유진동수를 구하는 해석 방법을 제시하고 이것에 대한 해석과 실험을 수행하였으며, 이론해석과 실험에 의한 결과는 잘 일치함을 확인하였다. 단순지지된 보의 경우, 층상 균열의 위치가 경계조건에서 멀어지고 보의 중앙에 가까울수록 1차 고유진동수가 증가하는 것으로 나타났다. 또한 균열의 전체 길이가 동일할 때 고유 진동수는 균열의 수보다는 균열의 길이에 영향을 크게 받으며, 1차 고유진동수 보다는 2차 고유진동수의 변화 폭이 큰 것으로 나타났다

참 고 문 헌

(1) Wang, J. T. S., Ltu, Y. and Gibby, J. A. 1984, "Vibration of Split Beams," Journal of Sound and Vibration, Vol. 4, pp. 491~502.

(2) Nagash, G. A. Babu and Hanagud, S. 1990, "Delaminations in Smart Composite Structives : Aparametric Study on Vibrations," 31st SDM Conference, Long Beach, pp. 2417~2426.

(3) Wang, S. S., Zahlan, N. M. and Suemasu, H., 1985, "Compressive Stability of Delaminated Random Short-fiber Composites, Part I : Modeling and Methods of Analysis," Journal of Composite

Materials, Vol. 19, pp. 296~315.

(4) Wang, S. S., Zahlan, N. M. and Suemasu, H., 1985, "Compressive Stability of Delaminated Random Short-fiber Composites, Part Ⅱ : Experimental and Analytical Result," Journal of Composite Materials, Vol. 19, pp. 296~315.

(5) 한병기, 이성희, 1997, "이중 층상균열보의 자유진동해석," 대한기계학회논문집, 제 22 권, 제 12 호, pp. 2008~2018.

(6) 한병기, 이성희, 1998, "축방향 하중을 받는 층상균열이 있는 보의 진동해석," 대한기계학회논문집, 제 22 권, 제 6 호, pp. 1055~1062.

(7) MATLAB, 1993, User's Guide, The Math Works Inc.

(8) ANSYS, 1998, User's Manual, ANSYS Inc.