

수학적 개념의 명료성에 대한 일고 I

서경대학교 수리정보통계학부 한찬욱

Abstract

In this paper, we critically survey the mathematical Platonism in respect to its abstract, ahistorical, asocial and acultural character. The uncertainty of man's concepts is investigated with special attention to evolutionary theory, philosophical and epistemological developments regarding the cognitive unconsciousness and the embodied mind. We research into the implication of the Darwin machine theory for human consciousness and Wittgenstein's philosophy of mathematics.

0. 실재론

서구의 실재론적 전통은 다음과 같은 것을 가정한다.

- (1) 실재(reality)는 인간의 정신과 두뇌 그리고 육체의 특정한 성질들과는 무관하게 존재하는 범주(categories)들로 나누어져서 나타난다.
- (2) 세계는 합리적 구조를 갖고 있다. 세계의 범주들 사이의 관계는 초월적 또는 보편적 이성에 의해 특징 지워진다. 그런데 이 이성은 인간의 정신과 두뇌 또는 육체의 특질과는 전혀 무관하다.
- (3) 정신과 두뇌 그리고 육체와는 독립적인 이성에 의해 사고되는 개념들은 정신과 두뇌 그리고 육체와는 별개인 실재의 범주들을 올바르게 특징짓는다.
- (4) 인간의 이성이란 초월적 이성 아니면 최소한 그런 이성의 일정부분을 사용할 줄 아는 인간정신의 능력이다.
- (5) 인간 이성이 인간의 두뇌에 의해서 사용되는 것은 사실이지만, 인간 이성의 구조는 초월적 이성에 의해 규정되고, 인간의 육체나 두뇌와는 무관하다. 결국 인간 이성의 구조는 탈육신화(disembodied) 되어 있다.
- (6) 그러므로 인간의 개념들은 정신과 두뇌 그리고 육체와는 독립된 실재의 객관적인 범주들을 특징짓는다. 즉 세계는 유일하고 고정된 범주 구조를 갖고 있고, 올바르게 추론할

때는 그 범주들을 사용하고 있는 것이 된다.

- (7) 우리를 본질적으로 인간이게끔 하는 것은 탈육체화된 이성에 대한 우리의 능력이다.
- (8) 초월적 이성은 문화와는 별개이므로, 우리를 인간이게끔 하는 것은 문화 또는 인간들이 서로 관계를 맺을 수 있도록 해주는 우리의 능력이 아니다.
- (9) 이성이 탈육체적이기 때문에, 우리를 인간이게끔 하는 것은 물질세계에 대한 우리의 관계가 아니다. 사물들과의 감각적, 운동적 관계와는 무관하다.

결국 서구의 실재론은 세계를 관조하고 변화시키는 주체(subject)의 문제에 있어서 탈육체적이고 탈문화적 탈사회적 탈시간적 탈공간적인 존재를 가정하고 있다. 특히 논리학자 G. Frege는 'idea'와 'sense'를 구분하는데, idea는 개인적, 주관적, 심리적인 개념으로서 경험되는 것으로 경험하는 개인이 필요하고 또 그 개인이 단 한번만 경험할 뿐만 아니라, 다른 이들은 이것이 무엇인지도 알 수가 없는 것이다. 이에 반해서 sense는 영원하고, 객관적이고, 변화가 없는 초시간적, 탈육체적, 탈문화적, 탈언어적인 것으로서, 문장(명제)은 그것이 쓰여진 언어, 사회, 개인, 시대에 무관하게 sense를 갖고 있다고 한다.

이러한 플라톤주의, 즉 감각이나 또는 경험하는 주체와는 독립적으로 존재하는 영원불변의 대상, 그리고 그 대상들 사이의 영원불변의 실재하는 믿음은 분명히 즉각적인 난관에 봉착하게 된다. 인식론적인 관점에서는 다음과 같은 의문이 플라톤주의에 대해서 제기될 수가 있다.

“시간과 공간 밖에 존재하는 대상들에 대해서 어떻게 사람들이 그에 관한 제반 사실들을 알아 낼 수가 있나?”

“어떠한 인과적 사슬이 있어서 한시적이고 일정한 장소에 체류할 수밖에 없는 인지자를 그것들과 맺어주고 있나?”

“인간이 어떻게 해서 그것들이 존재한다는 사실을 알 수가 있고, 또한 알 수 있다 해도 다른 사람들에게 어떻게 전달이 가능한가?”

“여러 사람이 그런 존재에 대해서 얘기할 때 과연 그 사람들이 똑 같은 존재에 대해서 얘기한다고(refer) 말할 수 있는 근거가 무엇인가?”

“더 나아가서 이런 경우에 과연 '지칭(refer)'한다는 말이 무엇을 의미하는가?”

이러한 질문들은 그래도 실제 세계를 다룰 때에는 그 어려움이 심각하게 인식되지 않는다. (그렇다고 쉽게 해결될 수 있는 성질도 아니다. N. Bohr의 상보성 원리를 상기해 보자.) 그러나 수학적 대상들처럼 인간의 상상력에 의해서 창조된(구성된) 개념들에 대해서는 전혀 다른 이야기가 된다. 여기서 인간이 창조했다고 말할 때 그것이 자의적, 임의적으로 이루어진다는 것을 암시하는 것은 물론 아니다. 인간들에 의해 발명된 발명품 등이 일정한 규칙성, 법칙성 하에서만 그 발명이 가능하듯이 객관적, 합법칙성 하에서만 수학적 개념의 창조가 가능하다. 특정한 개인이나 그룹에 의해서 구성된다고 하더라도 얼마든지 보편적, 일반적이 될 수도 있다. 실제로 '자유'라는 개념도 보편적 가치로 인정받고 있다. 마찬가지로 수학적 개념들도 통상적으로 문화와 시대를 불문하고, “역사적 우연”과는 무관한 언제 어디서나 누

구도 다 진리라고 간주하는 보편성을 가지고 있다고 믿고 있다. 수학적 진리는 한치의 오차도 허용하지 않는 명확함, 명증성을 가지고 있다고 일반적으로 교육받은 계층에게 인식되고 있는 바 이것이 플라톤주의를 지탱하는 버팀목이다. 거짓일 수 없는 사실은 실재할 수밖에 없을 것이라는 믿음으로 귀착된다. 과연 그럴까? 수학적 개념과 명제의 진리성의 의심 불가능한 이유를 여러 가지 관점에서 검토를 해보아야만 플라톤주의의 기원과 한계를 규명할 수 있을 것이다.

1. 개념의 명확성

G. Frege에 의하면 $1+1=2$ 라는 명제는 어느 시대, 어느 사회, 어떤 사람들에 관계없이 항상 참이라고 한다. 이 명제의 진실성의 명확함, 틀림없음은 너무도 명백하다고 G. Frege는 주장하고 있다. 그러나 P. Davis & R. Hersh가 지적하듯이 이 명제는 두 가지로 해석될 수 있고 그 경우에 그 진리의 불가류성, 명확성은 상당히 의심스럽게 된다. 그 중의 하나는 이 명제는 셈에 관한 명제라는 것, 즉 예를 들어 하나의 소에다 다른 하나의 소를 더하면(실제의 더하기!), 두 개의 소가 된다는 의미고, 다른 하나는 추상적인 수 1과 1을 더하면(추상적인 더하기!) 2라는 추상적인 수가 된다는 명제라는 것이다. 셈하는 경우에는 셈하는 대상들이 같다고 판단해야 되고, 수가 형용사로서 쓰이고 있기 때문에 '소'라는 개념의 애매 모호성만큼이나 애매성이 존재할 뿐만 아니라, 더한다는 말이 구체적 상황에서의 의미가 강하다. 다른 경우에도 더했다고 말할 때 그 소들의 더하기와 이 소들의 더하기가 같은 더하기라고 말할 때는 우리가 그 유사성을 인정하는 것이긴 하지만 그렇다고 추상적 진리를 얘기하는 것은 아니다. 즉 구체적인 정황 하에서만 일어나기 때문에 모호함이 항상 존재한다. 극단적으로 말해서 가스로만 이루어진 세계에서는 하나의 무엇과 무엇이 합쳐져서 두 개의 무엇이 되는 경우는 발생하지 않을 것이고 셈에 관한 진실성은 사라지게 된다. 다른 한편 추상적인 관점에서 1이라는 수를 정의하고 추상적인 더하기를 정의해서 다시 $1+1=2$ 라는 명제는 수의 체계를 누가 정의하더라도 고도의 전문적 훈련을 쌓지 않은 자에게는 전혀 이해가 되지 않는다는 사실은 이미 주지의 사실이다. 가령 예를 들어 Peano의 자연수는 공집합이라는 개념에 근거하고 있는 데, 집합이라는 개념의 불명확성도 그렇고, 원소를 갖지 않는 집합들이 서로 같은 것이다라는 개념도 쉽게 수공하기 어려운 면이 있고 여기서 다시 공집합을 원소로 갖는 집합 등등 ... 이러한 것들을 받아들일 준비가 되어 있는 자만에게만 그 추상적인 명제가 참으로 나타나게 된다. 아무튼 명확하지 않음은 이미 전문적인 수학자들 사이에서도 인정되고 있다. 여기에 관련해서 M. Polanyi의 관점이 몹시 흥미롭다. 그에 따르면 우리가 어떠한 공리체계(예를 들어 Peano의 수체계)를 받아들이는 이유는 그 공리들이 자명한 진리이기 때문이 아니라, 그 공리들이 우리가 참이라고 알고 있는 여러 가지 사실들, 예를 들어 셈(counting)에 있어서의 $1+1=2$ 라는 사실 등을 유도할 수 있게 해주기 때문에 그 공리체계를 정당한 것으로 받아들인다는 것이다. 명확하다고 생각되는 것을 정당화하기

위해 불명확한 것을 우선적으로 받아들이는 전도가 일어난다는 것이다. M. Polanyi의 관점에서는 우리의 지식은 아무리 그것이 기초적이고 명백한 것이라고 생각하는 것일지라도 Tacit Dimension이 또는 background가 존재한다고 보는데, Aristoteles가 원인의 원인을 찾다가 궁극적인 원인이 존재해야 된다고 주장한 것과는 달리 Polanyi는 지식의 궁극적 기초는 없다고 본다. Polanyi는 이 “Tacit Dimension” 또는 “background”가 반드시 존재해야만 되게끔 만든 인간존재의 제조조건들, 생물학적, 진화적 또는 사회적, 문화적, 역사적인 제약 방식에 대해서는 더 이상 연구를 진척시키지는 않았다. 이쪽방면으로 최근에 많은 연구가 행해지고 있고, 사실상 많은 것들이 알려지고 있다. 우선 우리 몸이 만들어지는 방식, 구성 방식이 우리의 사고 방식과 인지 방식과 개념들을 상당 부분 결정한다는 철학적, 경험적, 생물학적 증거들이 쌓여가고 있다. Varela와 Thomson 그리고 Rosch는 이런 현상을 “체현된 정신(The Embodied Mind)”라고 부르고 있는 데 이는 G. Lakoff 와 M. Johnson이 더욱 깊이 철학적, 경험적으로 연구했다. 그들은 “인지적 무의식(cognitive unconsciousness)” 또는 “체현된 진리(embodied truth)” 또는 “은유적 사고(metaphorical thoughts)” 또는 “체현된 개념(embodied concepts)” 등등의 개념을 사용해서 이런 육체의 정신규정현상을 이해하려는 틀을 만들려고 한다. 그들의 말을 직접 들어보자.

“우리의 가장 중요한 추상적인 개념들, 가령 사랑, 원인, 도덕 등은 다중의 복합적인 은유들을 통해서 개념화된다. 그러한 은유들은 그 개념들의 필수불가결한 요소이다. 그것들이 없다면 그 개념들은 해골만 남게되고, 개념적이고 추론적인 구조의 대부분을 빼앗기게 된다. 각자의 복합적인 은유들은 다시 기본은유들(primary metaphor)로 이루어져 있고 이 기본은유들은 3가지 방법으로 체화(체현,embodied)되어 있다.

- (1) 실세계에서의 육체적 경험을 통해서 체화된다. 그런데 그 경험은 감각운동적 경험과 주관적인 경험을 결합시킨다.
- (2) 원천-영역(source-domain) 논리는 감각운동 체계의 추론적 구조에서 발생한다.
- (3) 뉴런망에 의해 연결된 시냅스들의 무게 안에 뉴런적으로 객체화된다(instanciated).”

즉 우리의 이성의 구조가 우리의 감각과 지각 구조, 운동 구조에 의해 결정되고 있다는 논리이다. 이것은 어디까지나 인간 이성의 구조에 관한 이론이지 실제로 어떠한 의식이 뇌에서 발생되고, 그것이 어떠한 기제에 의하여 발생, 소멸하는지를 밝혀주는 이론은 아니다.

이 방향으로도 많은 이론이 나오고 있고, 현실의 의식(이성)이 뇌의 다윈적 과정, 즉 다윈적 도태에 의하여 발생, 선택된다는 이론(selection theory)가 설득력을 얻고 있다. 언어학자 Bickerton와 S. Pinker, 철학자 D. Dennett, 생물학자 W. Calvin 등이 주창하고 있는 이 이론은 다윈기계이론으로도 불리는데, C. Darwin의 자연도태이론을 뇌에서의 의식의 문제에도 적용하려는 시도이다. W. Calvin을 인용해 보자.

“우리의 현재의 의식적인 사고는 현재의 복제경쟁에서 우위를 차지하고 있는 패턴인 것이다. 그러나 이것 말고도 우위를 놓고 경쟁하는 많은 변종들이 있을 것이다. 그리고 다음 순간 여러분의 생각이 초점을 바꾼 것처럼 보이는 것은 이런 변종들 중의 하나가 이겼기 때문이

다.”

Dennett의 의식에 대한 다중초고이론(Multiple Draft Theory)이나 Calvin 또는 Pinker 등의 다윈적 적자생존이론 등이 광범위한 설명력에도 불구하고, 여러 가지 문제점을 갖고 있다. 과연 그 변종들이 무작위로 생기는 것일까? 선택의 기제는 과연 무엇인가? 의식의 변종들이 어떤 방식으로 생존투쟁을 벌이고 있나?

또한 이 이론은 왜 그렇게 많은 이들이 의식을 공유하고 있는지에 대한 설명력이 부족하다. 왜 $1+1=2$ 라고 많은 이들이 믿고, 이 명제의 필연성을, 불가피성을 가지는 의식이 왜 생존하는가? 필연성을 느끼는 이유가 과연 무엇인가?

2. 필연성

논리적 또는 수학적 진리의 필연성은 대체 어디서 오는 것일까? 어떤 수학적 명제가 참일 수밖에 없다고 느끼는 이유는 과연 무엇인가? 배중률은 필연적으로 참이다라고 느끼는 이유는 무엇일까? 교육학자 P. Ernest의 Wittgenstein의 수리철학에 대한 해석에 따르면, 수학은 하나의 게임이고 특히 언어게임(language game)이다.

“서로 연관이 없는 일련의 결정들에 의해서 그 (게임의) 규칙들이 정해지는 것이 아니라 의미에서 그것들은 자의적이 아니다. 도리어 그 것들의 형태와 수용은 문맥에 관련된 언어적, 사회적 실천과 함께 진화해 왔다. 결과적으로 Wittgenstein은 수학을 크게 보아 언어 게임으로, 그리고 그 게임에 깊이 뿌리박은 규칙(rules)에 기초한 활동으로 간주한다.”

논리의 필연성을 언어라는 게임의 규칙과 생활형식(forms of life)으로 설명하려는 이러한 시도는 논리의 필연성에 대한 통찰을 제공하는 것이 사실이지만, 다음과 같은 의문에 대답하여야 할 것이다. “그 규칙들은 어떻게 해서 만들어지나? 자의적? 필연적?” “자의적으로 게임의 규칙을 만들 수가 없다면, 이 필연성의 기원은 무엇인가?” “언어”라는 “게임”에 관해서도 비슷한 질문이 제기된다. “과연 현존하는 언어게임과 다른 언어게임이 가능한가?”

인간사회에 존재했거나 현존하는 언어들과 다르거나, 새로운 규칙들을 사용하는 언어를 창조하는 것이 가능하다는 것을 증명하지 못하면 이 언어 게임적 관점은 중대한 난관에 봉착할 것이다. N. Chomsky의 보편문법이론에 따르면 지금까지의 인류가 발명한 모든 언어들 은 뿌리가 하나이고 그것의 변종들에 불과하다. 유전적으로 그런 언어만이 가능하도록 프로그램되어 있다고 한다. 뇌의 구조에 의해서 언어의 구조가 결정된다면 이것은 게임의 규칙의 문제는 더 이상 아니다. 다른 한편 바둑과 같은 게임에서도 수학의 명제처럼 일정한 연관성, 강제성이 나타난다. 이런 현상을 게임의 규칙에 의해서 결정된 것이라고 말할 때는 주체의 문제를 빠뜨린 것처럼 보인다, 왜 같은 규칙이라도 전문 프로기사에게는 필연적으로 보이고, 일반 아마추어에게는 자유의 영역으로 보이는가? 규칙만으로는 연관성을 통찰할 수 없다, Tautology인가를 판별하는 것은 결국 인간이다. 그런 연관성의 유무를 밝혀 내는 것

도 인간이다. 또한 이 이론은 어떤 과정을 통해서 그런 게임의 규칙들이 인간 주체에게 필연성을 강제하는 지를 설명할 수 있어야겠다. 규칙들이 합의를 갖는 이유는 무엇인가? 규칙들이 서로 연관을 갖는 이유는 무엇인가? 그리고 게임마다 그 함축성과 오묘함이 다 다르다. 그런 차이가 과연 규칙에 의해서만 발생하는가? Wittgenstein의 언어게임철학은 수학의 게임적 성격을 올바르게 지적하긴 했지만 .그것은 수학의 일면적 성격에 초점을 맞춘 것 같다.수학적 개념과 이론들이 갖는 깊은 연관성과 통일성을 규명해 내지 못하고 있다. 다른 관점에서의 검토가 필요할 것이다.

참고 문헌

1. Bickerton, D., 언어와 행동, 한국문화사, 서울, 1996.
2. Calvin, W.H., 지능은 어떻게 진화하는가, 두산동아, 서울, 1996.
3. Damas, A., *Descartes' Error*, Quill, New York, 2000
4. Davis, P.J. & R. Hersh, 수학적 경험 상·하, 경문사, 서울,1995.
5. Dennett, D.C., *Consciousness Explained*, Little, Brown & Company, 1991.
6. Ernest, P., *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, SUNY Press, Albany, 1997.
7. Foner, E., *The Story of American Freedom*, Norton, New York, 1998.
8. Hahn, H., "The crisis in intuition" in *The World of Mathematics* vol. 3(J.R. Newman ed.), 1988.
9. Hersh, R., *What is Mathematics Really?*, OUP, New York, 1997.
10. Johnson, C., *Japan Who Governs?*, Norton, New York, 1995.
11. Lakoff, G. & M.Johnson, *Philosophy in the Flesh*, Basic Books, New York, 1999.
12. Peirce, C.S., "The essence of mathematics" in *The World of Mathematics* vol. 3.
13. Pinker, S., *How the Mind Works*, Norton, New York, 1997.
14. Polanyi. M., *Personal Knowledge*, The University of Chicago Press, 1958.
15. Rotman, B., *ad Infinitum*, SUP, Stanford, 1993.
16. Rotman, B., *Mathematics as Sign*, SUP, Stanford, 2000.
17. Varela, Thomson & Rosch, 인지과학의 철학적 이해, 옥토, 서울, 1997.
18. Vygotsky, L.S., *Thought and Language*, The M.I.T. Press, Cambridge Massachusetts, 1970.