

朝鮮朝代之 數學問題 取扱의 虛實(1)

군산대학교 수리정보통계학부 柳寅永

Abstract

Mathematical problems are classified into two families, i.e. the solvable ones and the others. There are some such problems in the documentary records of the Chosun Dynasty ages. In those days, a 'normal right triangle' whose ratio of the three sides in the triangle is 3:4:5 was defined and had been used tacitly.

This paper intends to introduce the problems having errors.

0. 案内

조선조대 수학에서 單位 概念이 분명하지 않다. 즉 차원을 무시하고 四則演算을 했다고 언급한 바가 있다. 수학문제 진술에서 전제에 없는 附加條件이 있다. 오류 및 참고할 부분은 표(*)를 하였다. 문제 진술이 문헌에 따라 다를 때는 原問을 모두 수록하였다[예: (14), (15), (16), (18), (21), (22)]. 또한 문제는 같고 답이 다를 경우 解答도 모두 수록하였다[예: (19), (20), (21), (22)].

본 논문은 요약과 안내의 순으로 하고 안내의 내용은 다음과 같다.

1. 계산의 오류와 약해
 2. 문제진술의 오류와 약해
 3. 문제진술이 전제에 없는 附加條件과 약해
 4. 결론
- 참고 문헌

1. 計算의 誤謬와 略解

(默思는 慶善徵의 默思集算法, 理藪는 黃胤錫의 理藪新編, 籌解는 洪大容의 籌解需用, 籌學은 邊彥廷의 籌學實用, 書計는 裴相說(1759~)의 書計瑣錄)

(1) 今有金人一十二重各千碩問該銖幾何(默思, p. 28)

答曰 九(*)億五千二百九十六萬銖

* 1碩=4鈞, 1鈞=30斤. 1斤=16兩, 1兩=4分, 1分=6銖; 관계 $12 \times 1,000 \text{碩} = 12,000 \text{碩} = 12,000 \times 4 = 48,000 \text{鈞} = 48,000 \times 30 = 1,440,000 \text{斤} = 1,440,000 \times 16 = 23,040,000 \text{兩} = 23,040,000 \times 4 = 92,160,000 \text{分} = 92,160,000 \times 6 = 5(*)52,960,000 \text{銖} \approx 952,960,000 \text{銖}$

(2) 今有錢九貫八百七十文質米五石三斗四升只有米四十五石三斗九升問計錢幾何(默思, p. 52)

答曰 八十三貫八百九十(*)文

* 전 9관 870문=9,870문; 미 5석 3두 4승=534승; 미 45석 3두 9승=4,539승; 구하는 전을 x 문이라 하면, 비례 $9,870 : x = 534 : 4,539$, $\therefore 534x = 9,870 \times 4,539$; $x = 83,895(*) \approx 83,890$

(3) 今有稅大米一千二百四十五石九斗八升七合六勺每石折綿布四疋半問合綿布幾何石法;一十五斗;疋法;三十五尺(默思, p. 69)

答曰 五千六百五疋一丈六尺一寸五(*)分八釐

* 세 대미 1,245석 9두 8승 7홉 6작=1,245石 9.876斗=1,245.6584石; 매석 절 면포 4필반=4.5疋; 1,245.6584석이 x 필 절 면포한다면 비례 $1 : 4.5 = 1,245.6584 : x$, $\therefore x = 4.5 \times 1,245.6584 = 5,605.4628 \text{疋}$; $0.4628 \text{필} \times 35 = 16.19(*)8 \text{尺} \approx 16.158 \text{尺}$

(4) 今有立圓徑五十七尺八分尺之三問積幾何(默思, p. 109)

答曰 一十萬(*)二百四十尺六寸二分六釐三毫五百一十二分毫之二百一十九

* $\pi = 3$; $\pi^2 = 9$; $2r = 57 \frac{3}{8} = \frac{459}{8}$; $(2r)^3 = \frac{96,702,579}{512}$; $V = \frac{\pi^2}{2} r^3 = \frac{9}{2} \times \left(\frac{2r}{2}\right)^3 = \frac{9}{16} \times (2r)^3 = \frac{9}{16} \times \frac{96,702,579}{512} = \frac{870,323,211}{8,192} = 106(*)240.6263427734375 \text{尺}$;
 $0.0000427734375 \times 8,192 = 0.3504$; $\therefore \frac{3,504}{8,192} = \frac{2^4 \cdot 3 \cdot 73}{2^{13}} = \frac{219}{2^9} = \frac{219}{512}$

(5) 今有金瓶一十二隻銀瓶一十五隻秤之重適等只云交換一隻而秤之金輕五兩七錢半問二色各一重幾何(默思, p. 140; 理藪, p. 94; 書計, p. 186)

答曰 金瓶一隻重二十八兩七錢半; 銀瓶一隻重二十三兩

* 금은 1척 중 각 x, y 라 하면 관계 $12x - 15y = 0 \dots \textcircled{1}$, $10x - 13y = -5.75 \text{兩} \dots \textcircled{2}$,

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -15 \\ -5.75 & -13 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & -15 \\ 10 & -13 \end{vmatrix}} = \frac{-86.25}{-6} = 14.375(\text{兩}), \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 0 \\ 10 & -5.75 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{-69}{-6} = 11.5(\text{兩})$$

(* 兩錢分釐)

(6) 今有金銀一百錠直錢一千七百二貫七百五十文只云金一錠銀七錠其價適等而錠重各五十兩二色兩價差七百五十文問金銀及每兩價各該幾何(默思, p. 140)

答曰 金二十八錠三十七兩, 每兩價錢八百七十五文; 銀七十一錠一十二(*)兩, 每兩價錢一百二十五文

* 금은 각 x, y 양; 금은 각 매양 가진 u, v 문이라 하면, 관계 $x+y=5,000$ 양...①, $u=7v$...②, $xu+yv=1,702,750$...③, ①,②→③; $7xv+yv=[(x+y)+6x]v$; $v = \frac{1,702,750}{5,000+6x}$...④; $v, 5,000+6x > 0$, x 는 자연수 $x=1,437$...⑤; $y=5,000-x=3,563$ 兩 ≈ 71.26 錠; $0.26 \times 50 = 13$ 兩 \therefore 71정13(*)양, ⑤→④; $v=125$ 문...⑥
⑥→②; $u=7v=875$ 文; $x=1,437$ 兩 ≈ 28.74 錠; $0.74 \times 50 = 37$ 양, \therefore 28정37양

(7) 今有銀二百一十六兩五錢八分欲買三色米議要之一分稻米二分稷米三分粟米稻米每斗價一錢九分二厘稷米每斗價一錢三分五厘粟米每斗價一錢二分六厘問三色米及價銀各該幾何 (默思, p. 94)

答曰 稻米二十五石七斗六分斗之五, 價銀四十九兩五錢四厘; 稷米五十一石五斗六分斗之四, 價銀六十九兩六錢一分五厘; 粟米七十七石三斗六分斗之三, 價銀九十四(*)兩四錢六分一厘

* 은 216양 5전 8분 $\approx 21,658$ 분 $\approx 216,580$ 리; 1분 도미 매 두가, 1전 9분 2리 ≈ 192 리; 2분 직미 매 두가, 1전 3분 5리 ≈ 135 리, 135 厘 $\times 2 = 270$ 厘; 3분 속미 매 두가 1전 2분 6리 ≈ 126 리, 126 厘 $\times 3 = 378$ 리; 계 840리; 도미가은 $216,580$ 厘 $\times \frac{192}{840} = 49,504$ 厘; 직미 가은 $216,580$ 厘 $\times \frac{270}{840} = 69,615$ 厘; 속미 가은 $216,580$ 厘 $\times \frac{378}{840} = 97(*)$.461厘; 도미 $49,504$ 厘 $\div 192 = 257.83333$ 斗; 0.83333 두 $\times 192 = 159.99936 \approx 160$; $\frac{160}{192} = \frac{2^5 \times 5}{2^6 \times 3} = \frac{5}{6}$, \therefore 25石 7斗 6分斗之5; 직미 $69,615$ 厘 $\div 135 = 515.66666$ 斗; $0.66666 \times 135 = 89.9991 \approx 90$, $\frac{90}{135} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5}{3^3 \cdot 5} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$; 51石 5斗 6分斗之4; 속미 $97(*)$.461厘 $\div 126 = 773.5$ 斗; 0.5 斗 $\times 126 = 63$; $\frac{63}{126} = \frac{3^2 \cdot 7}{2 \cdot 3^2 \cdot 7} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; 77石 3斗 6分斗之3

朝鮮朝代之 數學問題 取扱의 虛實(1)

(8) 今有甲乙丙三人共分銀一百三十二兩八錢只云乙如甲三分之二丙少如甲三十八兩四錢問各得幾何(默思, p. 283)

答曰 甲六十四兩八(*)錢, 乙四十二兩八錢, 丙二十五兩八錢

* 공분은 132양 8전=1,328전; 갑 을 병 분은전 각 x, y, z 라 하면 관계 $x+y+z=1,328$...①, $y=\frac{2}{3}x, z=x-384$...②; ②→① $x+y+z=x+\frac{2}{3}x+x-384=1,328$; $\therefore x=642(*)$; $y=\frac{2}{3}x=428$; $z=x-384=258$

(9) 今有松竹並生不知其長只云初日以後松日減一半而長竹日增一倍而長乃至三日半松竹各長三尺一寸九分問初日所長各幾何(默思, p. 241)

答曰 松一尺七寸六分, 竹二尺九分(*)

* 죽의 초일 소장이 2척 9촌이면 3.5일 소장은 초일의 11배인 31척 9촌이고 송죽의 장이 3척 1촌 9분으로 같을 수가 없음. \therefore 송죽의 초일 각 장을 a, b 라 하면 관계; 송죽의 초일, 2일, 3일, 3.5일 각 장은 $a, a+\frac{a}{2}, a+\frac{a}{2}+\frac{a}{4}, a+\frac{a}{2}+\frac{a}{4}+\frac{a}{16}$; $b, b+2b, b+2b+4b, b+2b+4b+4b$; 송 3.5일 長=죽 3.5일 長이므로 $3.19 = \frac{29a}{16}$; $a = \frac{3.19}{\frac{29}{16}} = 1.76$ 尺; 3.19

$$=11b; b = \frac{3.19}{11} = 0.29(*)$$
尺

(10) 今有羅一十空疋二丈六尺欲染大紅只云內出羅四尺五寸換花染得一丈五尺半問出羅染羅各幾何疋法三十二尺借一尺立二率(理藪, p. 84)

答曰 染羅八疋一丈一(*)尺一寸半(四率), 出羅二疋一丈三尺八寸半

* 羅 10필 2장 6척=346척; 출라 염라 각 x, y 척이라 하면 관계 $x+y=346$...①, $4.5y=15.5x; \frac{31x}{9} - y=0$...②, $x = \frac{\begin{vmatrix} 346 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 31 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-346}{-40} = 77.85$ 尺 = 2.4328125疋; 0.4328125×32

$$=13.85$$
尺; $y=346-x=286.15$ 尺 = 8.3796875疋; $0.3796875 \times 32 = 12(*)$.15尺

(11) 今有竹七節下二節(分母)容米三升上三節(分母)容米二升問中二節及逐節各容幾何(默思, p. 152; 理藪, p. 97)

默思答曰 下初節一升二十七分升之十六, 次一節一升二十七分升之十一, 次一節二十七分升之六, 次一節一升二十七分升之一(*) , 次一節二十七分升之二十三, 次一節二十七分升之一十八, 次一節二十七分升之一十三(正答)

答曰 下初一升二十七分升之十六, 次一升二十七分升之十一, 次一升二十七分升之六, 次一

升二十七分升之二(*), 次二十七分升之二十三, 次二十七分升之一十八, 次二十七分升之一十三

* 하 초절부터 a_1, a_2, \dots, a_7 이라 하고 축절(공차)를 d 라 하면 관계 $a_1 = a_7 + 6d$,
 $a_2 = a_7 + 5d$, \dots , $a_5 = a_7 + 2d$, $a_6 = a_7 + d$, a_7 ; $a_1 + a_2 = 2a_7 + 11d = 3 \dots \textcircled{1}$, $a_5 + a_6 +$
 $a_7 = 3a_7 + 3d \dots \textcircled{2}'$, $\therefore a_7 + d = \frac{2}{3} \dots \textcircled{2} \rightarrow \textcircled{1}$, $d = \frac{5}{27} \dots \textcircled{3} \rightarrow \textcircled{2}$, $a_7 = \frac{13}{27} \dots \textcircled{4}$, 차례로 $\textcircled{3} \textcircled{4}$

를 대입 $a_1 = a_7 + 6d = \frac{13}{27} + 6 \times \frac{5}{27} = 1 \frac{16}{27}$; $a_2 = a_7 + 5d = \frac{13}{27} + 5 \times \frac{5}{27} = 1 \frac{11}{27}$;

$a_3 = a_7 + 4d = \frac{13}{27} + 4 \times \frac{5}{27} = 1 \frac{6}{27}$; $a_4 = a_7 + 3d = \frac{13}{27} + 3 \times \frac{5}{27} = 1 \frac{1}{27}$ (*);

$a_5 = a_7 + 2d = \frac{13}{27} + 2 \times \frac{5}{27} = \frac{23}{27}$; $a_6 = a_7 + d = \frac{13}{27} + \frac{5}{27} = \frac{18}{27}$

(12) 田六夫七結八十九負每結納白木一疋五尺六寸七分間白木幾何(籌解, p. 378; 籌學, p. 23)

答曰 六十三疋三十二尺四寸九分六釐三(*)毫(*)

* 1夫=8結; 1結=100負, \therefore 6夫 7結 89負=55.89結; 매결 納 1필 5척 6촌 7분=納
 1.14175필(필법 40척), \therefore 1.14175필 \times 55.89=63.812407필; 0.812407疋 \times 40=32.49628(*)尺(寸分
 釐毫絲)

(13) 綿花二十四秤六十八斤一兩每秤易綿布八疋二十五尺七寸八分九釐問布幾何(籌解, p. 380;
 籌學, p. 27)

答曰 二百十三疋十四尺二寸八分八釐六毫三絲 八忽一二五(*)

* 24칭 68근 1양=24.680625秤(秤法; 100斤); 8필 25척 7촌 8분 9리=345.789尺(필법; 40
 尺), \therefore 매칭역면포 345.789척이므로 비례 1:345.789=24.680625:x, \therefore x=345.789 \times 24.680625
 =8,534.288638125尺=213.35721595315疋; 0.35721595315匹 \times 40=14.288638126尺; 14尺 2寸 8
 分 8釐 6毫 3絲 8忽 126(*) (微纖沙)

(14) 日十二時每刻(*)八刻問爲刻幾何(籌解, p. 382)

答曰 九十六刻

* 日十二時每時八刻問爲刻幾何(籌學, p. 30)

答曰 同前

* $12 \times 8 = 96$ 刻

(15) 麻布三(*)十三疋每疋價錢一兩三錢問錢幾何(籌解, p. 383)

答曰 二十九兩九錢

* 麻布二十三疋每疋價錢一兩三錢問錢幾何(籌學, p. 32)

答曰 二十九兩九錢

* 매필 가진 1양 3전; $33\text{필} \times 1.3\text{兩} = 42.9(*)\text{兩}$; $23\text{필} \times 1.3\text{兩} = 29.9\text{兩}$

(16) 米七百五十一石六斗每一石船價三斗問元米幾何(籌解, p. 396)

答曰 六百二十六石二斗五升

* 米七百五十一石六斗每一石船價三斗問元米幾何(籌學, p. 54)

答曰 六百二十六石二斗五升(二十六 \rightarrow 一; 二 \rightarrow 一; 五 \rightarrow 八), \therefore 고친 흔적이 있음.

* $751\text{석 } 6\text{두} = 751.4\text{石}$; $751.4 \times 3 = 2,254.2\text{斗} = 150.28\text{石}$; $751.4\text{석} - 150.28\text{석} = 601.12\text{석}$; $0.12\text{석} \times 15 = 1.8\text{斗}$, $\therefore 601\text{石}1\text{斗}8\text{升}$

(17) 官倉糶米四百五十五石一十一斗四升每石耗一斗二升問元糶米幾何(籌解, p. 397; 籌學, p. 56)

答曰 四百二十二石(*)

* $455\text{석 } 11\text{두 } 4\text{승} = 455.76\text{石}$; 매석 耗 1.2斗, $\therefore 455.76\text{석} \times 1.2 = 546.912\text{斗} = 36.4608\text{石}$; $455.76\text{석} - 36.4608\text{석} = 419.2992\text{石}$; $0.2992\text{석} \times 15 = 4.488\text{斗}$, \therefore 원 적미 419石 4斗 4升 8合 8'J (*)

(18) 有人買物人出錢二兩五錢盈六兩人出錢三(*)兩三錢適足問人錢各幾何盈適足(籌解, p. 421)

答曰 人三十, 錢六十九兩

* 有人買物人出錢二兩五錢盈六兩人出錢二(*)兩三錢適足問人錢各幾何盈適足(籌學, p. 96)

答曰 同上

* 인수 전수 각 x, y 라 하면 관계 $y = 2.6x - 6 = 2.3x$, $\therefore x = 30$; $y = 2.3x = 69$

(19) 日月一會餘分四百九十九只十二會問爲分幾何(籌解, p. 473; 籌學, p. 139)

答曰 五千八百八十八(籌解)

答曰 五千九百八十八(籌學)

* 일월 1회 여분 499분; 일월 12회 여분 x 분; $x = 499\text{분} \times 12 = 5,988\text{분} \neq 5,888\text{분}$

(20) 句二十一尺股二十八尺 問弦幾何(籌解, p. 500; 籌學, p. 197)

答曰 三十四尺(籌解)

答曰 三十五尺(籌學)

* 구고현 각 x, y, z 라 하면 관계 $z^2 = x^2 + y^2 = 21^2 + 28^2 = 441 + 784 = 1,225 = 35^2$; $z = 35 \neq 34$

(21) 今有官配粟一萬八百七十石八升於上中下三鄉從上作折半差配(謂如上鄉上等六石中鄉上等三石下鄉上等一石五斗)又上鄉三等作九一折中鄉三等作二八折下鄉三等作三七折上鄉上等五十六戶中等七十四戶下等九十八戶中鄉上等八十二戶中等一百二十戶下等一百六十戶下鄉上等九十五戶中等一百七十二戶下等一百八十戶問三鄉九等每戶及逐等配粟各該幾何(默思, p. 308)

答曰 上鄉 共粟五千二百五十一石四斗八升; 上等每戶二十六石, 該一千四百五十六石;
 中等每戶二十三石四斗, 該一千七百三十一石六斗;
 下等每戶二十六(*)石六升, 該二千六十三石八斗八升
 中鄉 共粟三千六百四十五石二斗; 上等每戶一十三石, 該一千六十六石
 中等每戶一十石四斗, 該一千二百四十八石;
 下等每戶八石三斗二升, 該一千三百三十一石二斗
 下鄉 共粟一千九百七十三石四斗; 上等每戶六石五斗, 該六百一十七石五斗;
 中等每戶四石五斗五升, 該七百八十二石六斗;
 下等每戶三石一斗八升五合, 該五百七十三石三斗

* 今有某縣配粟(稻粟)一萬空八百七十石八升於上中下三鄉從上作折半差(折半謂如上鄉六碩中鄉三石下鄉一石五斗)配之又上鄉三等作九一折(十之九)中鄉三等作二八折(十之八)下鄉三等作三七折(十之七)其上鄉上等五十六戶中等七十四戶下等九十八戶中鄉上等八十二戶中等一百二十戶下等一百六十戶下鄉上等九十五戶中等一百七十二戶下等一百八十戶問三鄉九等各粟幾何(理藪, p. 112)

答曰 上鄉二百二十八戶, 共五千二百五十一石四斗八升;
 上等每戶二十六石, 五十六戶共一千四百五十六石(今只見上鄉上等次次可推其餘)

* 관배속 10,870석 8승 = 10,870.08석 = 108,700.8斗; 상중하 삼향 종상 작절반차 배지 상향 삼등 작구일절, 중향 삼등 작이팔절, 하향 삼등 작삼칠절; 상향 상등 매호 배속양 x 두라 상중하 삼향 각 a, b, c 라 하면, 호수 각 a_h, b_h, c_h 라, 배속수 각 a_s, b_s, c_s 라, 삼향 각등 $a_1, a_2, a_3; b_1, b_2, b_3; c_1, c_2, c_3$ 라 하면 $a_h = a_{1h} + a_{2h} + a_{3h} = 56 + 74 + 98 = 228; b_h = b_{1h} + b_{2h} + b_{3h} = 82 + 120 + 160 = 362; c_h = c_{1h} + c_{2h} + c_{3h} = 95 + 172 + 180 = 447$; 총 1,037호; $a_1 = x$ 이므로 $a_2 = 0.9x = 23.4$ 석, $a_3 = 0.9^2x = 21(*)0.06$ 석; $b_1 = 0.5x = 13$ 석, $b_2 = 0.8 \times 0.5x = 10.4$ 석, $b_3 = 0.8^2 \times 0.5x = 8.32$ 석; $c_1 = 0.5^2x = 6.5$ 석, $c_2 = 0.7 \times 0.5^2x = 4.55$ 석, $c_3 = 0.7^2 \times 0.5^2x = 3.185$ 석; $a_{1s} = 56x; a_{2s} = 74 \times 0.9x = 66.6x; a_{3s} = 98 \times 0.9^2x = 79.38x; a_s = a_{1s} + a_{2s} + a_{3s} = 56x + 66.6x + 79.38x = 201.98x; b_{1s} = 82 \times 0.5x = 41x; b_{2s} = 120 \times 0.8 \times 0.5x = 48x; b_{3s} = 160 \times 0.8^2 \times 0.5x = 51.2x; b_s = b_{1s} + b_{2s} + b_{3s} = 140.2x; c_{1s} = 95 \times 0.5^2x = 23.75x; c_{2s} = 172 \times 0.7 \times 0.5^2x = 30.1x; c_{3s}$

朝鮮朝代之 數學問題 取扱의 虛實(1)

$$=180 \times 0.7^2 \times 0.5^2 x = 22.05x; \quad c_s = c_{1s} + c_{2s} + c_{3s} = 23.75x + 30.1x + 22.05x = 75.9x; \quad \therefore a_s + b_s + c_s = 418.08x = 108,700.8, \quad \therefore a_1 = x = 260 \text{ 斗} = 26 \text{ 石}; \quad a_{1s} = 56x = 1,456 \text{ 石}; \quad a_{2s} = 66.6x = 1,731.6 \text{ 石}; \quad a_{3s} = 79.38x = 2,063.88 \text{ 石}; \quad a_s = 201.98x = 5,251.48 \text{ 石}; \quad b_{1s} = 41x = 1,066 \text{ 石}; \quad b_{2s} = 48x = 1,248 \text{ 石}; \quad b_{3s} = 1,331.2 \text{ 石}; \quad b_s = 140.2x = 3,645.2 \text{ 石}; \quad c_{1s} = 23.75x = 617.5 \text{ 石}; \quad c_{2s} = 30.1x = 782.6 \text{ 石}; \quad c_{3s} = 22.05x = 573.3 \text{ 石}; \quad c_s = 75.9x = 1,973.4 \text{ 石}$$

(22) 今有甲乙丙丁戊己六局共分絲四千八百六十斤令織西錦令六局從上作二八差分之其錦每疋用絲二斤四兩疋長三丈二尺問分絲織錦各該幾何(默思, p. 300)

答曰 甲絲一千三百一十七斤四百二十七分斤之一百四十一
 錦五百八十五疋一丈五尺四百二十七分尺之一百五十五
 乙絲一千五百三十三斤四百二十七分斤之三百六十九
 錦四百六十八疋一丈二尺四百二十七分尺之一百二十四(*)
 丙絲八百四十八(*)斤四百二十七分斤之三十九
 錦三百七十四疋二丈二尺四百二十七分尺之二百七十
 丁絲六百七十四斤四百二十七分斤之二百二(*)
 錦二百九十九疋二丈四尺四百二十七分尺之二百一十六
 戊絲五百三十九斤四百二十七分斤之二百四十七
 錦二百三十九疋二丈六尺四百二十七分尺之二
 己絲四百三十一斤四百二十七分斤之二百八十三
 錦一百九十一疋二丈七尺四百二十七分尺之八十七

* 今有官細絲四千八百六十斤欲織西錦令甲乙丙丁戊己六局從上作二八差(十分之六(*))分之每疋用絲二斤四兩問分絲織錦各幾何疋法三十二尺(理藪, p. 110)

答曰 甲絲一千三百一十七斤四百二十七分斤之一百四十一
 錦五百八十五疋一丈五尺四百二十七分尺之一百五十五
 乙絲一千零五十三斤四百二十七分斤之三百六十九
 錦絲四百六十八疋一丈二尺四百二十七分尺之一百五十五(*)
 丙絲八百四十三(*)斤四百二十七分斤之三十九
 錦三百七十四疋二丈二尺四百二十七分尺之二百七十
 丁絲六百七十四斤四百二十七分斤之二百零二(*)
 錦二百九十九疋二丈四尺四百二十七分尺之二百一十六
 戊絲錦
 己絲錦皆倣上求之

* 6국 공분사 4,860근 = 77,760양; 갑을병정무기 각 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 라 하고 6국 종상작 이팔차분; 갑금 전체를 x 필이라 하면 $\therefore a_1 = x; a_2 = 0.8x; a_3 = 0.8^2x; a_4 = 0.8^3x;$

$a_5 = 0.8^4x$; $a_6 = 0.8^5x$ 이고; 기금 매필 용사 2근 4양 = 36양; 필법 32척 갑을병정무기 각 용사 양 a_{1s} , a_{2s} , a_{3s} , a_{4s} , a_{5s} , a_{6s} 라 하면 관계 $a_{1s} = 36x$ 양; $a_{2s} = 36 \times 0.8x$ 양; $a_{3s} = 36 \times 0.8^2x$ 양; $a_{4s} = 36 \times 0.8^3x$ 양; $a_{5s} = 36 \times 0.8^4x$ 양; $a_{6s} = 36 \times 0.8^5x$ 양이고 $\therefore 77,760 = 36x(1 + 0.8 + 0.8^2 + 0.8^3 + 0.8^4 + 0.8^5)$; $2,160 = x(1 + 0.8 + 0.64 + 0.512 + 0.4096 + 0.32768) = 3.68928x$,

$$\therefore a_1 = x = 585.48009\text{필}; \quad 0.48009 \times 32 = 15.36288\text{척}, \quad \frac{36,288}{100,000} = \frac{154.94976 \times 234.19203}{427 \times 234.19203}$$

$$\cong \frac{155}{427} \text{척}; \quad a_{1s} = 36x = 36 \times 585.48009 = 21,077.283\text{양} = 1,317.3301\text{근}, \quad \therefore \frac{3,301}{10,000} =$$

$$\frac{140.9527 \times 23.419203}{427 \times 23.419203} \cong \frac{141}{427} \text{근},$$

$$a_2 = 0.8x = 468.38407\text{필}; \quad 0.38407 \times 32 = 12.29024\text{척}, \quad \therefore \frac{29,024}{100,000} = \frac{123.93248 \times 234.19203}{427 \times 234.19203} \cong$$

$$\frac{124(*)}{427} \text{척}; \quad a_{2s} = 36 \times 0.8x = 36 \times 468.38407 = 16,861.826\text{양} = 1,053.8641\text{근}, \quad \therefore \frac{8,641}{10,000} =$$

$$\frac{368.97071 \times 23.419203}{427 \times 23.419203} \cong \frac{369}{427} \text{근},$$

$$a_3 = 0.8^2x = 374.70725\text{필}; \quad 0.70725 \times 32 = 22.632\text{척}, \quad \therefore \frac{632}{1,000} = \frac{269.864 \times 2.3419203}{427 \times 2.3419203} \cong \frac{270}{427}$$

$$\text{척}; \quad a_{3s} = 36 \times 0.8^2x = 13,489.461\text{양} = 843(*) .09131\text{근}, \quad \therefore \frac{9,131}{100,000} = \frac{38.989371 \times 234.19203}{427 \times 234.19203}$$

$$\cong \frac{39}{427} \text{근},$$

$$a_4 = 0.8^3x = 299.7658\text{필}; \quad 0.7658 \times 32 = 24.5056\text{척}, \quad \therefore \frac{5,056}{10,000} = \frac{215.8912 \times 23.419203}{427 \times 23.419203} \cong \frac{216}{427}$$

$$\text{척}; \quad a_{4s} = 36 \times 0.8^3x = 10,784.368\text{양} = 674.023\text{근}, \quad \therefore \frac{23}{1,000} = \frac{9.8210003 \times 2.3419203}{427 \times 2.3419203} \cong$$

$$\frac{10(*)}{427} \text{근},$$

$$a_5 = 0.8^4x = 239.81264\text{필}; \quad 0.81264 \times 32 = 26.00448\text{척}, \quad \therefore \frac{448}{100,000} = \frac{1.91296 \times 234.19203}{427 \times 234.19203} \cong$$

$$\frac{2}{427} \text{척}; \quad a_{5s} = 36 \times 0.8^4x = 8,633.255\text{양} = 539.57843\text{근}, \quad \therefore \frac{57,843}{100,000} = \frac{246.98961 \times 234.19203}{427 \times 234.19203}$$

$$\cong \frac{247}{427} \text{근},$$

$$a_6 = 0.8^5x = 191.85011\text{필}; \quad 0.85011 \times 32 = 27.20352\text{척}, \quad \therefore \frac{20,352}{100,000} = \frac{86.903042 \times 234.19203}{427 \times 234.19203} \cong$$

$$\frac{87}{427} \text{척}; \quad a_{6s} = 36 \times 0.8^5x = 6,906.6039\text{양} = 431.66274\text{근}, \quad \therefore \frac{66,274}{100,000} = \frac{282.98998 \times 234.19203}{427 \times 234.19203}$$

$$\cong \frac{283}{427} \text{ 근}$$

* 참고; 수학사학회지 제 13 권 제 1 호(2000) p. 30 “計算 未盡한 部分”

2. 問題 陳述의 誤謬와 略解

(23) 今有黑白二色馬白馬雄一雌三黑馬雄二雌八只云二色雄馬共一千七百九十二疋雌馬共二千三百一十八疋問二色馬雌雄各該幾何(默思, p. 137)

答曰 白馬雄一千三百五十八疋,雌五百八十二疋; 黑馬雄四百三十四疋,雌一千七百三十六疋

* 백마 자웅 각 y, x 라 하고 흑마 자웅 각 y_1, x_1 이라 하면 관계 $y=3x \cdots ①$, $y_1=4x_1 \cdots ②$, $x+x_1=1,792 \cdots ③$, $y+y_1=2,318 \cdots ④'$, ①, ② \rightarrow ④'; $3x+4x_1=2,318 \cdots ④$,

③과 ④에서 $x = \frac{\begin{vmatrix} 1,792 & 1 \\ 2,318 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = 4,850$; $x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1,792 \\ 3 & 2,318 \end{vmatrix}}{1} = -3,058$; $y=3x=14,550$;

$y_1=4x_1=-12,232$, \therefore 오류 문제

* 만일 백마웅 $\frac{7}{3}$ 백마자 1이면 백마 웅자 x, y ; 흑마 웅자 x_1, y_1 이라면 $y = \frac{3}{7}x \cdots ①$, $y_1=4x_1 \cdots ②$, $x+x_1=1,792 \cdots ③$, $y+y_1=2,318 \cdots ④'$, ①, ② \rightarrow ④'; $\frac{3}{7}x+4x_1=2,318 \cdots ④$,

③, ④에서 $x = \frac{\begin{vmatrix} 1,792 & 1 \\ 2,318 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \frac{3}{7} & 4 \end{vmatrix}} = 1,358$; $x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1,792 \\ \frac{3}{7} & 2,318 \end{vmatrix}}{\frac{25}{7}} = 434$; $y = \frac{3}{7}x = 582$; $y_1 = 1,736$

(24) 今有大中小方田各一段共積一萬二千九百三十(*)步只云大中小各方差步適等其三方面共和得一百九十二步問大中小方面幾何(默思, p. 363)

答曰 大方面八十二步, 中方面六十四步, 小方面四十六步

* 공적 $S=82^2+64^2+46^2=12,936$ 이므로 공적을 12,936으로 고치면 됨. 대중소 각 방면을 x, y, z 라 하고 관계 $x^2+y^2+z^2=12,936 \cdots ①$, $x-y=y-z \cdots ②$, $x+y+z=192 \cdots ③$, ②에서 $y = \frac{x+z}{2} \cdots ④$, ④ \rightarrow ③; $x+z=128 \cdots ⑤$, ⑤ \rightarrow ③; $y=64 \cdots ⑥$, ⑥ \rightarrow ①; $x^2+z^2=8,840 \cdots ⑦$, ⑤ \rightarrow ⑦; $H(x)=x^2-128x+3,772=0$; $3,772=2^2 \cdot 23 \cdot 41$; $H(82)=0$; $x=82$; $z=128-x=46$

3. 問題 陳述의 前提에 없는 附加條件과 略解

(25) 今有句股田只云句弦和取二分之一股弦和取九分之二共得一百八步問句股弦各幾何(默思, p. 322)

答曰 句五十四步, 股七十二步, 弦九十步

* 구고현 각 x, y, z 라 관계 $z^2 = x^2 + y^2 \cdots ①$, $\frac{1}{2}(x+z) + \frac{2}{9}(y+z) = 18 \cdots ②'$, ②'는 $9x + 4y + 13z = 1,944 \cdots ②$, ②→①, 정돈 $H(x, y) = 88x^2 + 153y^2 + 34,992x + 15,552y - 72xy - 3,779,136 = 0$; $H(54, 72) = 0$; $x=54$; $y=72$; $z=90$ 이 불가해(부정 방정식); 그런데 정구고 전임을 가정하면, 즉 $x=3k, y=4k, z=5k \cdots ③$ 임을 가정 ③→② $\therefore k=18 \cdots ④$, ④→③; $x=3k=54$; $y=4k=72$; $z=5k=90$. 이하 유사 사문.

(26) 今有句股田只云句弦和取六分之一以減於股弦和三分之二內餘有四十二步問句股弦各幾何(默思, p. 323)

答曰 句二十七步, 股三十六步, 弦四十五步

* 구고현 각 x, y, z 라 관계 $z^2 = x^2 + y^2 \cdots ①$, $\frac{2}{3}(y+z) - \frac{1}{6}(x+z) = 42 \cdots ②$, ②→①; $H(y, z) = 17y^2 + 8z^2 + 24xy - 2,016y - 1,512z + 63,504 = 0 \cdots ③$; $H(36, 45) = 0$; $y=36$; $z=45$; $x=27$; 그런데 ③은 부정 방정식. 만일 정구고이면, 즉 $x=3k$; $y=4k$; $z=5k \cdots ④$, ④→② $\therefore k=9$, $\therefore x=3k=27$; $y=4k=36$; $z=5k=45$

(27) 今有句股田只云句弦和取七分之四股弦和取七分之六二數相較以少減多餘有三十三步問句股弦各幾何(默思, p. 325)

答曰 句三十一步半, 股四十二步, 弦五十二步半

* 구고현 각 x, y, z 라 관계 $z^2 = x^2 + y^2 \cdots ①$, $\frac{6}{7}(y+z) - \frac{4}{7}(x+z) = 33 \cdots ②$, ②→①; $H(x, y) = 12x^2 + 32y^2 - 48xy + 1,848x - 2,772y + 53,361 = 0 \cdots ③$; $H(31.5, 42) = 0$; $x=31.5$; $y=42$; $z=52.5$; 그런데 이는 부정 방정식. 만일 정구고 조건이면 $x=3k$; $y=4k$; $z=5k \cdots ④$, ④→②; $22k=231$, $\therefore k=10.5 \cdots ⑤$, ⑤→④; $x=3k=31.5$; $y=4k=42$; $z=5k=52.5$

(28) 今有句股田只云股弦和取三分之一不及句弦和八分之五其不及數一十四步問句股弦各幾何(默思, p. 327)

答曰 句二十一步, 股二十八步, 弦三十五步

* 구고현 각 x, y, z 라 관계 $z^2 = x^2 + y^2 \cdots ①$, $\frac{5}{8}(x+z) - \frac{1}{3}(y+z) = 14 \cdots ②$, ②→①;
 $H(x, y) = 176x^2 + 15y^2 - 240xy - 10,080x + 5,376y + 112,896 = 0 \cdots ③$; $H(21, 28) = 0$; $x=21$; $y=28$;
 $z=35$; 그런데 ③은 부정 방정식. 만일 정구고이면 $x=3k$; $y=4k$; $z=5k \cdots ④$, ④→②; $48k =$
 336 ; $k=7 \cdots ⑤$, ⑤→④; $x=3k=21$; $y=4k=28$; $z=5k=35$

4. 結論

한 권의 책을 편찬함에는 오류가 없을 수 없고 수학에서 문제 해결법은 유일한 것만은 아니라고 생각한다. 본 논문에서 열거한 문제들은 지극히 당연한 것을 부연 설명한 것에 불과하다. 다시 말하면 吹毛覓疵하는 것이 아니고 탈자 오자 등을 교정하는 것이 시대차를 생각하게 하는 매개로 쌓이 먼지 일부를 청소하는 것일 뿐이다. 옛 날의 산대(籌算) 계산에서 오늘날의 컴퓨터 계산의 차이만 있을 뿐이라고 본다.

참고 문헌

1. 韓國科學技術史資料大系
2. 九章算術
3. 한국수학사학회지
4. 한국수학사학회 콜로키엄, 每月 第三週 火 17:00 漢陽女子大學校 研究棟 세미나실.
5. 柳寅永, “默思集算法의 瑕疵,” 한국수학사학회지 제 12 권 제 2 호(1999), 63-68.
6. _____, “理藪新編의 管見,” 한국수학사학회지 제 13 권 제 1 호(2000), 27-32.
7. _____, “朝鮮王朝代의 秤法과 疋法,” 한국수학사학회지 제 13 권 제 2 호(2000), 23-32.
8. _____, “朝鮮王朝代 古, 徽密, 新率의 圓 및 立圓積,” 한국수학사학회지 제 14 권 제 1 호(2001), 1-16,
9. _____, “朝鮮朝代之 高次方程式의 虛實,” 한국수학사학회지 제 14 권 제 2 호(2001), 1-