Historia Mathematica Vol. 15, No. 1, 2002, 15-42

창의력 신장을 위한 변증법적 방법의 수학학습지도에 관한 연구*

단국대학교 수학교육과 **한길준**
단국대학교 대학원 수학교육과 **정승진**

Abstract

Dialectical Methods is the form in which thinking and being developed, according to Hegel. Every given definition removes itself necessarily and goes over to its contrary definition. The mutual struggle brings us to a new definition, which is richer and more concrete insofar as it embraces the original definition, but on a higher level.

The purpose of this study is to enhancing student's creative thinking in mathematics by dialectical methods. The conclusions drawn from the results obtained in this study are as follows, First, the introduction of dialectical methods to mathematics education had been made by Lakatos, Brousseau, Freudenthal. Second, the dialectical teaching methods in mathematics are developed from dialectical methods: the step of affirmation - the step of negation - the step of sublation. Third, the students who learn mathematics by dialectical teaching methods are creative in its implications.

0. 서론

0.1. 연구 목적

현대 사회에서는 수많은 정보를 탐색, 수집, 분류, 분석, 조직, 비판하여 새로운 정보를 산출해내는 능력, 즉, 새로운 정보를 발견하여 성공적으로 주어진 문제를 해결할 수 있는 창의적인 문제해결능력을 갖는 것이 바로 사회 발전의 원동력이 되는 것이다. 이러한 측면에서 볼 때, 단순하게 수학적 지식을 배우고 받아들이는 것보다는 학생 스스로 수학적 지식이 구성되고 발전되는 과정에 역동적으로 참여하여 창조적인 과정을 체험해 봄으로써 창의적인

* 이 연구는 2000학년도 단국대학교 대학연구비의 지원으로 연구되었음.

능력을 기를 수 있을 것이다.

고대 이후로 변증법은 대화를 통해 진리를 획득하는 대화법이나, 모순 또는 대립을 통하여 사물의 운동을 설명하려는 논리의 의미로 사용되었다. 특히, 헤겔은 사물이 변하는 운동과정을 정립(定立:these)→반정립(反定立:antithese)→종합(綜合:synthese) 3단계의 과정이 주기적으로 반복하는 것으로 생각하여, 사물이 발전하는 과정을 역동성 있게 설명하였다. 이러한 일련의 과정은 "선행 과정"에 포함되어 있는 긍정적인 부분과 부정적인 부분 중에서 부정적인 부분을 부정하여 새로운 발전을 지양하는 과정으로 부정적인 부분에서 발생하는 모순을 거부하지 않고, 부정을 통하여 모순을 극복하려는 과정이기 때문에 더욱 발전적인 과정이다[6].

즉, 'A는 A일뿐 ~A는 아니다.'식의 형식논리학적 표현은 모든 것을 대립과 구별을 통해서만 인식하게 되므로 끊임없이 움직이는 현실의 참된 실태는 결코 파악할 수 없지만, 유가 무로 전화(轉化)하고, 무가 유로 전화하는 사물과 사고의 운동과정을 중시하는 변증법에서는 'A는 ~A가 된다'이기 때문에, A는 ~A로 전화될 수 있는 것이다. 헤겔이 말한 것처럼 '학문의 중요성은 도달해야 할 목적에 있는 것이 아니라 거기에 이르는 도정(道程)에 있다'라면, 교육은 학문의 결과를 단순히 제시하는 것보다는 이미 겪은 혹은 겪을 수 있는 경험을 통하여 학생들이 도야와 체험을 할 수 있도록 이루어져야 한다. 따라서 변증법적인 방법론은 결과에 집착하는 경직된 인식론을 해독하려고 할 때 한번쯤 치유 과정으로 거쳐야할 참신한 처방이다[13]. 이와 같이, 변증법적인 방법은 결과 중심이 아닌 과정 중심의 방법론으로 사물이 가지고 있는 부정적인 측면을 부정을 통하여 서서히 고쳐 나가는 지양의 과정을 통하여 사물을 역동적으로 발전시킨다. 또한, 변증법에서의 발전은 사물을 정교화, 세련화시키는 과정으로 그 자체가 창의적인 과정이다. 이러한 관점을 가지고 보면, 문제의 모순을 발견하거나 문제해결 방법을 더욱 정교화시키고 세련화시키는 변증법의 역동적인 과정을 거치면서 자연스럽게 창의성은 길러질 수 있는 것이다.

이와 같이 창의성은 문제의 새로운 해결책을 창조하는 것에만 있는 것이 아니라 비판적 사고를 통해 더 좋은 해결책을 찾을 때도 길러진다. 복잡한 문제를 간단하게 해결하는 데에도 발명이라는 창의적인 요소가 필요한 것이다[21]. 특히, 학습자들이 미래사회에 능동적으로 대처하기 위해서는 기존의 지식을 축적, 활용하는 것뿐만 아니라, 새로운 행동 양식을 개발하고 환경에 적절히 대응해 나갈 수 있는 능동적인 자세와 상응하는 창의적인 힘을 키우도록 해야 한다.

다른 교과와 마찬가지로, '창의성 신장'은 수학교육에서 아주 중요하다. 그러나 신현용 · 이종옥 · 한인기[9]에 의하면, 창의성에 대한 개념 규정, 창의성 신장을 위한 방향 설정, 창의성을 구성하는 변인들, 창의성 신장을 위한 구체적인 교수-학습 자료의 개발 등과 관련된 연구들이 진행되고 있을 뿐, 확실하게 정립된 이론은 없다. 또한, 수학과에서 창의성 신장에 관련된 연구는 대부분이 창의성을 신장시킬 수 있는 학습 자료의 개발에 관련된 연구들로 '주어진 자료를 어떻게 가르쳐야 할 것인가?'하는 교수법에 관련된 연구는 찾아보기 힘들다. 특정한 학습자료를 이용하여 가르쳐야만 창의력이 신장되는 것은 아니라고 생각한다. 중요

한 것은 어떻게 가르치는 것이다. 창의성을 신장시킬 수 있는 좋은 자료를 개발하였다 하더라도 그것을 가르치는 방법이 잘못되었다면, 기대했던 효과를 보기는 힘들 것이다. 또한, 창의성을 신장시킬 수 있는 제대로 된 교수법만 있다면, 자료에 제한 받지 않고 창의성을 신장시킬 수 있을 것이다.

위에서 살펴본 바와 같이 변증법은 역동적이고 발전 지향적인 운동을 하는 방법론으로 학생들이 스스로 수학적 정리를 발견하고 정립하는 창의적인 사고를 육성하는데 사용해 볼 수 있는 방법 중의 하나라고 생각된다. 따라서, 본 연구에서는 수학적 창의력을 신장시키기 위해, 사회학 연구에서 많이 사용하는 변증법적인 방법을 수학 학습에서 이용할 수 있는 방안을 이론적으로 고찰하였고, 초등학교 6학년을 대상으로 교수-학습지도 방법을 구안 · 적용하여 그 효과를 살펴보았다.

0.2. 연구 내용

변증법적인 방법을 이용하여 6학년 학생들의 수학적 창의성을 신장하기 다음과 같은 연구 내용을 선정하였다.

첫째, 수학교육에서 변증법적인 방법을 활용할 수 있는 방안을 모색한다.

둘째, 변증법적인 방법을 적용한 교수-학습 지도 방법을 구안한다.

셋째, 변증법적 방법을 통한 수학 학습 지도가 수학적 창의성 신장에 유의미한 효과가 있는지를 검증해 본다.

0.3. 용어의 정의

① 변증법적인 방법

본 연구에서 변증법적인 방법은 헤겔의 부정과 지양의 변증법으로, 부정과 지양의 변증법은 "선행 과정"에 포함되어 있는 긍정적인 부분과 부정적인 부분 중에서 부정적인 부분을 부정하여 새로운 발전을 지양하는 과정으로 부정적인 부분에서 발생하는 모순을 거부하지 않고, 부정을 통하여 모순을 극복하려는 발전적인 과정이다. 또한, 부정과 지양의 변증법은 주어진 수학적 문제를 해결한 후 부정적인 부분을 발견하여 이를 해결함으로써 한 단계 더 발전된 문제해결 방법을 찾고, 이러한 과정을 통하여 문제 해결을 정교화, 세련화 시켜 나가는 과정을 말한다.

② 수학적 창의성

수학적 창의성이란 기존에 알고있는 지식, 개념, 원리, 문제해결 방법들을 새롭게 관련 지어 수학문제를 해결하거나, 자신이 새롭게 지식, 개념, 원리, 문제해결 방법을 창안하여 수학문제를 해결하는 능력으로 본 연구에서는 한국교육개발원에서 개발한 수학 창의적 문제해결력 검사지의 검사 점수로 한다.

1. 이론적 고찰

1.1. 수학교육에서의 변증법적 방법론

변증법은 대화를 통해 진리를 획득하는 대화법, 문답법을 의미하거나, 모순 또는 대립을 통하여 사물의 운동을 설명하려는 논리로 고대 그리스어 dialektike에서 유래하였다[5].

변증법의 역사를 살펴보면, 변증법은 진리 탐구의 방법으로 한편에서는 경멸의 대상이었지만, 다른 한편에서는 기대의 대상이 되기도 하였다. 또한, 변증법은 원래 Hegel이 창안해 낸 논리학이 아니다. 변증법이라는 용어의 본래의 뜻은 '대화를 통해 진리를 터득한다'는 것이다. 그렇기 때문에 고대 그리스의 Socrates가 대화를 통해서 진리를 획득해 가는 과정도 다름 아닌 변증법의 일종이라 할 수 있고, 가까이는 실존주의 철학자들 사이에서도 변증법적 방법을 찾아 볼 수 있었다. 그런데 Hegel에 이르러서 변증법은 그 체계가 가다듬어지고 내용도 풍부해져서 오늘날 '변증법'이라고 일컬을 때에는 Hegel의 변증법이 가장 잘 알려지게 된 것이다[6].

Thomas S. Kuhn이 변증법적 방법을 이용하여 과학의 발달 과정을 설명한 것은 수학의 발달 과정에도 시사하는 바가 많다고 생각한다. Thomas S. Kuhn은 "과학 혁명 구조"라는 책을 통하여 기존 자연 과학의 방법론에 대한 새로운 패러다임을 제시하였다. Kuhn은 과학의 발달이 수세기에 걸친 과학자들의 연구 업적이 쌓인 결과가 아닌 과학 혁명의 결과라는 이론을 수립하게 되었고, 그의 철학의 키포인트가 되는 세 가지의 개념, 즉, 패러다임, 정상과학, 과학혁명이라는 세 가지 개념을 확립하게 되었다. Kuhn에 따르면 과학 발전이란 패러다임, 정상과학, 과학 혁명, 새로운 패러다임의 과정을 거듭하는 것이다. 패러다임이란 과학 분야의 기초적인 이론, 법칙, 그리고 그 내용인 과학 지식과 사례 및 세계관과 공통된 습관 등 어떤 시기에 어떤 과학자 공동체 구성원 전체가 공유하고 있는 모든 공통된 전제이다. 이러한 패러다임에 이의가 없이 과학자 전원이 이를 공유하는 시대를 정상 과학이라 하고, 이는 패러다임의 확장과 보완이 주요 연구 과제이다. 그러나 이 패러다임으로 풀 수 없는 변칙 현상이 발생하면 과학자 공동체 내에 위기가 발생하고 그 공동체는 분열한다. 이는 곧 새로운 패러다임을 필요로 하는 대 변혁으로 연결되고, Kuhn은 이를 과학 혁명이라 지칭하였다. 과학 혁명 뒤에는 안정기인 정상 과학이 뒤따르고 이러한 반복 과정이 과학 발전의 결정적인 요소라는 것이 그의 주장이다. 따라서 과학 발전은 점진적·축적적 지식의 결과가 아니라 (패→정→혁→패)라는 변증법적인 진행과정이다. 즉, 명제(정상과학)→반제(과학혁명)→종합(패러다임)→명제(정상과학)라는 동적인 변증법적 진행결과가 오늘날의 과학이라는 것이다[22].

Thomas S. Kuhn의 이러한 논리에 따르면 "수학은 어떠한 과정으로 발전하였고, 이러한 수학의 발전 과정을 변증법적인 방법론으로 설명할 수는 없는 것일까?"에 대한 답을 과학의 발전과정 속에서 어느 정도 유추해 볼 수 있을 것이다. 왜냐하면, Hegel의 변증법은 "변화"를 설명하는 논리로 우리가 발전적인 변화를 지향할 때 거쳐야할 역동적인 과정이기 때문이

다. 특히, Hegel의 변증법은 "변화"를 설명하는 논리로 우리가 발전적인 변화를 지향할 때 거쳐야할 역동적인 과정을 잘 설명해 준다[13].

연역 논리와 달리 변증법적 논리는 명제들과의 관계를 분석하기 위한 일련의 형식적인 규칙들을 제공하지는 않는다. 형식적인 규칙이 연역 논리학에서 중심적인 중요성을 가지고 있는 이유가 연역은 내용이 아니라 오직 형식적인 관계에만 관심을 갖고 있기 때문이라는 사실을 다시 생각해 볼 필요가 있다. 그러나 변증법적 논리는 형식 논리가 아니라 내용 논리이다. 발견에 대해서 하나의 형식 논리를 구성하려는 노력을 궁극적으로 받아들이기란 아주 어려운 일이다 그리고 이러한 이유로 말미암아 발견의 논리를 구성하려는 시도는 논리와 형식논리를 동일시하는 사람들에게는 실패로 끝날 수밖에 없다. 그렇게 될 수밖에 없는 정확한 이유는 역사적인 배경에서 탐구의 구조 내용을 이해하지 않고서는 그것을 이해할 수 없기 때문이다. 변증법적 논리는 역사적 맥락에 의해서 탐구구조를 검토할 수 있는 도구를 우리에게 제공해 준다[22].

구체적으로 헤겔의 변증법에서 가장 중요한 개념인 모순, 부정, 지양의 개념에 대해서 장상호[13]의 견해를 중심으로 살펴보면 다음과 같다.

1.1.1. 모순

형식논리학과 변증법에서 가장 큰 차이를 보이고 있는 것은 "모순"에 대한 견해이다. 형식 논리학에서 모순은 우리의 사고에서 모순을 없애는 무모순의 논리로 다음과 같은 특징이 있다.

① 모순은 진리를 찾는데 장애물이다. Aristoteles나 Kant 등 대부분의 철학자는 모순은 진리를 발견할 때, 절대적으로 배제해야할 것으로 보았기 때문에, 모순이 있는 곳에는 진리가 없다.

② 모순율의 적용: 모순되거나 반대되는 두 명제가 있다면, 하나는 틀림없이 잘못되었다.

③ 변하지 않는 존재만이 절대 진리이다.

④ 영원불변하는 실재에는 모순이 없다.

따라서 형식 논리학에서는 동일률에 의하여 단지 "A는 A일뿐 ~A는 아니다"식의 표현은 모든 것을 대립과 구별을 통해서만 인식하게 되므로 끊임없이 움직이는 현실의 참된 실태는 결코 파악할 수 없다.

그러나 Hegel의 텍스트에서 '모순'이라는 표현은 매우 독특하게 사용되었다. 즉 대개 Hegel이 실제로 다루고 있는 것은 특수한 종류의 모순이며, 그는 '논리학'에서 특별히 장을 구분하여 말하고 있는 것, 이른바 '모순' 자체에 관해서는 전혀 관심이 없었으며, 있다 하더라도 예외적인 것에 불과하다. 대략 1930년대 또는 1940년대 이후 Hegel 연구 문헌 속에서 (그리고 다른 곳에서도) 이러한 종류의 모순에 대해서 '변증법적' 모순이라는 표현이 부여되었다[2]. 즉, Hegel의 변증법은 운동하는 사물의 논리학이고, 모순의 논리학이다. Hegel의 변

증법에서 모순은 모순을 용인하는 논리학으로 다음과 같은 특징이 있다.

① 모순은 발전의 원동력이다. 모순을 해결하기 위해 사물과 사고는 새로운 방향으로 변하고, 그러한 변화를 통해서 사물은 발전한다. 즉, 모순의 충돌과 적대화가 아니라 화해에 의해서 발전이 이루어진다.

② 모순율의 적용-모순이란 거기에 머무를 때만 모순이고 계속 앞으로 전진하면 모순이 아니다. 변증법에서는 유가 무로 전화(轉化)하고, 무가 유로 전화하는 사물과 사고의 운동과정을 중시하기 때문에 형식 논리학적인 모순율과 동일률은 효과가 없다. 그러나 "A는 ~A이다."가 아닌 "A는 ~A가 된다." 즉, A는 ~A로 전화됨에 따라 생겨나는 대립은 전통적인 형식논리학에서 말하는 모순이 아니므로 Hegel의 변증법은 형식논리학의 모순율을 부정하는 것이 아니라 그 전통에 속하는 것이다.

③ 만물은 유전한다. 세계는 영원한 생명 유전의 과정이며, 만물의 생성과 변화는 대립물의 투쟁이라는 변증법적 운동에 의해서 이루어진다. 영원불변하는 것이 있다면, 생성과 소멸의 과정 그 자체뿐이다. 따라서, A가 필연적으로 ~A로 전화하고, 진리는 유동적이고 상대적이다.

④ 실재 속에는 항상 모순이 살아 있다. 세계 자체는 대립물의 투쟁, 즉 모순을 해결하기 위한 운동을 하면서 끊임없는 생성과정을 밟는다. 그리고 모순은 자연계와 정신계 어디에도 살아 있으므로, 곧 모순이 사물의 진상이고, 사물의 운동성과 충돌성, 표출성은 모순의 정도에 따라 다르다.

이와 같이, Hegel은 진리의 논리로써 변증법을 사용하였다. 사고의 논리로 보았을 때 모순은 부정적이고 더 이상 발전이 없는 중단의 상태이지만, 이성의 부정적이고 긍정적인 단계를 인정한다면, 변증법은 진리의 논리가 되는 것이다. 불변하는 사물이 없듯이 이 세상의 모든 것은 변한다. 또한, 역사의 모든 단계는 질적으로 서로 다르며, 이러한 상이성도 인정되어야 한다.

1.1.2. 부정

부정은 긍정과 대립되는 말로 어떤 일이나 그러한 양태를 성립시키지 않게 하려는 의지 또는 어떤 판단이나 명제를 거짓이라 하는 이성적 행위이다. 형식 논리학에서의 부정을 살펴보면, 어떠한 명제 p의 부정(또는 반정립) ~p라 함은 p가 참이면 ~p는 거짓, p가 위이면 ~p가 참임을 의미한다. 따라서 "판단의 부정"이라는 뜻은 "판단이 오류"이거나 혹은 "판단의 배제"와 같은 소극적인 의미밖에 갖지 못한다. 또한, 형식논리에서 부정의 부정은 "긍정→부정→부정→긍정", 즉 이전의 동일성으로 다시 돌아오는 것으로, "처음의 긍정"과 "부정을 통한 긍정" 사이에는 성질이나 본질에 있어서 동일한 것이다.

그러나 Hegel의 변증법에서 부정은 형식 논리학에서의 부정과는 달리 어떠한 명제가 진리나 허위의 어느 하나에 속하는 것을 판별하는 것이 아니라, 그 내부에 동시에 가지고 있

는 부정과 긍정의 요소 중에서, 부정적 요소를 극복하려는 변화의 과정이다. 따라서 다음과 같은 특징이 있다.

① 부정은 실재적이며 발전을 위한 매개체이다. 모순을 확인한 후에 모순율을 거부하지 않고 극복하려는 일련의 과정이 부정이기 때문에 발전을 위한 매개체이다.

② 사상의 동력원 역할을 한다. 모든 모순은 절대화 될 수 없고 조만간에 해결되지 않으면 안 된다. 만약 해결되지 않으면, Hegel에게도 이것은 오류의 징표이다. 그것을 부정해서 생기는 모순은 그것을 해소하기 위한 운동을 추진하는 힘이다. 그리고, Hegel의 변증법에 있어서 부정의 부정은 형식 논리의 형식적 맥락을 떠나서 "최초의 긍정"과 "부정의 부정을 통해서 얻은 긍정"은 질적으로 결코 같은 것이 아니다. 부정은 항상 경험의 매개 과정이 포함되어 있기 때문에 새로운 긍정은 보다 발전적으로 변모하는 것이다. 즉, 생산적이고 발전적이다. 이와 같은 변화를 설명하기 위해서 Hegel은 지양이라는 말을 사용하였다.

특히, Adorno는 어떠한 절대적인 것도 인정하지 않고 부정을 통하여 그 모순 점을 발견하고 겸허하게 개선함으로써 더욱 완벽한 단계로 나가자는 부정의 변증법을 주장하였다. Adorno의 부정의 변증법은 유물론적 변증법의 새로운 해석이며 보완작업이라는데 그 의의가 있다. 모든 사물은 정지해 있지 않으며 자체 모순에 의해 다음 단계로 변화되어 간다는 변증법 논리에 따르면, 절대적인 것은 존재할 수 없다. 따라서 Adorno는 자연 해결이 신봉하는 존재라는 절대 개념도 부정하며 형이상학적인 절대성과 영원함도 부정하였다. 예를 들어 모두가 공의 밝은 면만 보고 있으면 그 공의 참 모습은 파악할 수 없다. 부정적 측면, 즉 어두운 면도 보여주어야만 그 공의 정체를 알 수 있는 것과 같은 것이다. Adorno는 부정의 변증법을 통하여 한 사회나 체계가 절대적으로 신봉하는 대상을 부정함으로써 그 정확한 실체를 부각시키려고 한 것이다[16].

1.1.3. 지양

지양은 일반적으로 사물에 관한 모순이나 대립을 부정을 매개로 하여 고차적인 단계에서 통일하는 것을 가리킨다. 원어로는 "부정하다, 보존하다, 고양하다"의 세 가지 의미가 있다. Hegel은 이러한 세 가지를 복합적으로 관련지어 사용하였다.

① 본래의 부정으로 "폐기" 혹은 "극복"의 의미이다. 형식 논리학의 오성적인 부정과 유사하지만, 완전히 그 뜻과 일치하는 것은 아니고, 다음의 ②, ③번 요소와 결합을 통하여 변증법적 부정의 중요한 측면이 된다.

② "보존"의 의미이다. 부정은 부정의 대상을 완전히 폐기하는 것이 아니라, 부정의 대상에 남아있는 중요하고 가치 있는 것은 보존하는 것이다. 즉 부정된 것이 보존을 통하여 타자로 넘어가게 된다.

③ "고양"의 의미이다. 이것은 더 높은 단계로의 발전을 의미하며, 더 낮은 단계로 변화하거나 똑같은 수준에 머무는 것은 지양이 아니다.

지양의 의미를 가진, 부정의 부정인 종합은 통일의 단계로 사물의 운동이 한순간 정지하는 것으로, 종합이 극복해야할 또 다른 부정을 야기하고 그러한 과정은 끊임없이 전개된다. 선행하는 부분은 끊임없이 후속 부분에 의해 지양되기 때문에, 모든 개별적인 판단들 보다 우위성을 가진 "구체적인 전체"로 발전하게 된다. 따라서 변증법적인 발전은 직선형의 발전이 아니라 나선형의 발전이고, 이전의 원환(圓環)과 이후의 원환(圓環)은 한 단계의 수준 차이가 있다.

이와 같은 변증법적 방법을 수학에 적용하기 위하여 한길준과 정승진[15]은 변증법적인 수학 학습 방안을 다음과 같이 여섯 가지로 제시하고 있다.

첫째, 모순을 발견하고 해결하는 과정을 통하여 수학을 스스로 구성하는 기쁨을 느끼게 한다.

둘째, 세련되고 완성된 형태의 수학적 내용을 제시하기보다는 모순을 포함하고 있는 학습 내용을 많이 제공한다.

셋째, 모든 만물에는 모순이 존재하므로 수학적 지식이 영원 불변하는 절대적인 지식이라고 생각하기보다는 변증법적 운동에 의해 변할 수 있는 유동적, 상대적인 지식이라는 생각을 갖게 한다.

넷째, 모순을 확인한 후에 모순율을 거부하지 않고 극복하려는 일련의 과정이 부정이기 때문에, 모순을 발견한 후에 부정의 과정을 해결할 수 있는 충분한 시간과 이를 극복할 수 있는 자신감을 가질 수 있도록 한다.

다섯째, 부정은 부정의 대상을 완전히 폐기하는 것이 아니라, 부정의 대상에 남아있는 중요하고 가치 있는 것을 토대로 발전할 수 있으므로, 항상 부정된 대상을 신중하게 분석하여 문제 해결의 실마리를 얻도록 한다.

여섯째, 변증법적인 발전은 직선형의 발전이 아니라 나선형의 발전이므로 선행부분은 후속 부분에 의해 끊임없이 지양될 수 있으므로, 항상 탐구하는 태도를 갖도록 한다.

물론, 형식 논리학의 법칙들은 중요하고 부인할 수 없는 올바른 측면을 지니고 있다. 그 법칙들은 합리적으로 일반화시켜 이루어진 것이지 결코 찾아볼 수도 없고, 존재하지도 않는 것으로부터 독단적으로 조작하여 이루어진 것은 아니다. 그러나, 현실 세계에 존재하는 사물은 긍정적인 부분과 부정적인 부분이 동시에 존재하는 가변적 존재이기 때문에 일의적인 형식적 규정을 통해서 이해하기보다는 운동과 진화, 변화의 논리인 변증법을 통해서 이해하는 것이 훨씬 발전적이고 합리적일 수 있다[2].

NCTM[24]의 수학교육과정과 평가의 새로운 방향에서 미국 수학교육학이 당면한 문제 중에는 수학이 자의적인 규칙이라는 생각에서 규칙을 활용하는 과학으로 전환되어 탐구하고 역동적이며 진화되어 가는 과목으로써의 수학에 대한 인식이 없으면 어떤 종류의 수학 학습도 기대할 수 없다라고 제시하고 있다. 이러한 목적을 위해서 교실은 중요한 수학적 아이디

어를 사용하여 재미있는 문제를 일상적으로 탐구하는 장소가 되어야 한다. 그리고, 학생들이 무엇을 배우느냐 하는 것은 학생들이 어떻게 배우느냐에 따라 크게 좌우된다. 이러한 측면에서 볼 때, 교과의 내용도 중요하지만 그것을 가르치고 배우는 방법이 더욱 중요하다는 것을 생각해볼 필요가 있다. 수학교육학이라는 것도 "무엇을 가르쳐야하는가?"보다는 "어떻게 가르쳐야 하는가?"에 더 많은 비중을 두어야 할 것이다. 따라서, 수학을 가르치는 방법의 하나로써 변증법적 방법을 적용하는 것도 의미가 있을 것이다.

1.2. 변증법적 방법의 수학학습

Brousseau는 구체적으로 변증법적 방법론을 교수학적 상황에 적용하였다. 그는 "20으로의 경주"라는 게임을 통하여 학생들이 이론을 정립하여 나가는 단계를 설명하고 있다. 구체적으로 살펴보면 다음과 같다[18].

(1) 도입 단계: 교사가 아동들에게 "20으로의 경주"라는 게임을 설명하여 아동스스로 게임의 규칙을 내면화하는 단계이다.

(2) 행동 상황-행동의 변증법 단계: 개인 대 항 게임. "행동의 변증법"이라는 말을 사용한 것은 학생들이 스스로의 선택에 대한 결과를 예측할 수 있고, 그러한 전략이 제안(명제)으로 확인되거나 상황과의 대화 속에서 실험 결과에 의해 타당화 되기 때문이다.

(3) 형식화 상황-형식화의 변증법: 팀 대항 게임. "형식화의 변증법"은 점차적으로 모든 사람이 이해할 수 있는 언어가 확립되고, 이 언어로 해당 상황의 요소와 적절한 관련 사항들을 적합하게 고려할 수 있게 되는 것, 달리 말하면, 유용한 추론과 행동을 가능하게 하는 것이다.

(4) 타당화 상황-타당화의 변증법: 팀 대항 정리 만들기 대회. 팀 별로 정리를 만들기 위해 형식화한 제안(추측)을 하고 거기에 대한 타당성을 상대팀이 검증하는 단계이다. "타당화 상황" 전략의 타당성에 관하여 논의하는 것으로, 거짓이라고 판단한 근거를 거부하거나 의의를 제기할 수 있으며, 자신의 차례가 되면 증명할 수 있다.

"타당화의 변증법"은 학생들 나름대로 가지고 있는 의견을 수정하게 하고 거짓된 이론을 참으로 바꾸게 하는 과정으로 변증법적인 특성을 가지고 있다. 또한, 학생들로 하여금 상황을 논의하고 노하우를 타당화시키도록 하지만, 학생들의 추론은 종종 불충분하고 부정확하고 엉성하다. 따라서, 이러한 부정적인 측면을 인식하고 부정을 통하여 끊임없이 발전적으로 학습을 전개하도록 해야한다. 결과적으로 학생들이 이끌어낸 정리는 "2, 5, 8, 11, 14, 17"을 먼저 말하면 이긴다는 사실이다. 이와 같이 학생들은 검증의 대상을 확대해가면서 점점 수학적 이론을 완성해 나가게 된다.

Lakatos는 증명과 논박이라는 과정을 통하여 수학적 발견의 논리를 설명하였는데 그의 이론 또한 변증법적인 수학학습의 전개로 볼 수 있다. Lakatos[10]는 비형식적 수학 이론의 성장을 보다 강조하면서, 수학적 발견이 다음 단계들을 거치면서 이루어진다고 주장하였다.

(1) 원시적 추측

(2) 증명: 원시적 추측을 그것의 하위 추측 또는 보조정리로 분해하는 개략적인 사고 실험

(3) 전면적 반례, 즉 원시적 추측에 대한 반례의 출현

(4) 증명의 재검토: 전면적 반례가 국소적 반례가 되는 '혐의 있는 보조 정리(guilty lemma)'가 확인된다. 혐의 있는 보조 정리가 명백해지고 원시적 추측에 조건으로 부가된다. 개선된 추측으로써의 정리는 원시적 추측을 대신한다. 증명의 재검토, 즉 증명 분석은 전면적 반례가 나타나거나 확실하다고 생각하였던 증명에 대하여 의심이 생길 때 시작되며, 그러한 의심은 반례를 발견하는 계기가 된다. 그런 점에서 반례는 증명과 지식의 성장에서 매우 중요한 역할을 한다. 또한 증명 분석을 통해 발견된 증명-생성 개념과 새롭게 드러난 보조 정리들은 새로운 이론을 형성하게 된다.

Lakatos에게서 증명은 어떤 정리를 정당화하는 수단이 아니라, 증명 분석을 통하여 추측을 개선해 나가고 증명 자체를 반박함으로써 새로운 개념을 발견해 내는 발견의 수단이다. 다시 말해서 증명은 비판을 용이하게 하기 위해 추측을 가능한 한 작은 부분으로 분해하여 분석하는 사고 실험을 의미하며, 증명에 의한 비판으로부터 추측의 잘못된 부분들을 찾고 그것을 수정해 나가는 계속적인 발견의 과정이다[4]. 따라서, 증명의 과정에서 생기는 잘못된 부분 즉, 부정적인 부분은 반박이라는 부정적인 방법에 의해서 부정됨으로써 개선되는 것이다. 그러므로 반박의 과정은 증명 자체를 부정하려는 과정이 아니라 발전을 위한 모티브를 제공하는 부정으로 변증법적인 부정과 그 의미가 통한다고 볼 수 있다.

그러나 Lakatos가 말하는 증명과 반박의 과정에서 반박의 근거를 형식 논리학적 모순에만 한정시키기보다는 형식논리학적으로는 모순이 없지만 증명의 전개과정에서 좀더 정교하고 쉽게 전개할 필요가 있는 부분들도 포함하는 것이 바람직하다고 생각한다. 수학의 발전에서 중요한 것 중에 하나가 바로 창의적으로 정교화시키고 단순화하는 과정이다. 예를 들어보면, 이집트의 분수연산은 그 자체로 아무런 모순이 없었고, 피라미드 같은 위대한 건축물을 만드는데도 큰 역할을 했다. 그러나 결정적으로 중요한 것은 그러한 과정을 이해하고 수행하는데 너무나 많은 어려움이 있었기에 수학을 직업으로 하는 관리를 필요로 했고, 오늘날에는 그 방법을 전혀 사용하고 있지 않다. 분수의 계산과정이 좀더 쉽고 정교하게 세련되었더라면 일반 사람들도 쉽게 계산을 할 수 있었을 뿐만 아니라 오늘날에도 이집트 분수를 사용했을 지도 모른다. 즉, 수학의 발전과정에서 중요한 것은 모순을 해결하기 의한 반박의 과정뿐만 아니라 방법과 절차를 좀더 쉽게 일반화, 정교화시키는 과정이 있다는 것이다. 형식논리학적 측면에서 본다면, 모순을 발견하고 해결하는 절차만 인정될 수 있으나 변증법적 논리에서 보면 방법과 절차를 좀더 쉽게 일반화 정교화시키기 위해서 기존의 방법을 부정하고 좀더 새로운 방법을 찾아보게 하는 것이 발전적이고 창의적인 수학학습을 조장 할 수 있을 것이다.

기존의 방법에 대한 부정은 바로 기존의 지식의 재창조라는 발전적 과정을 의미한다.

Freudenthal은 심리발생적 원리의 입장에서, 아동이 수학을 재창조할 수 있도록 지도하여야 하며, 이를 실현하기 위한 수단으로써 교사는 사고 실험을 할 것을 제안하고 있다. Freudenthal은 가장 자연스러운 지도 방법이란 수학자가 하듯이 해보는 과정을 경험시키는 것, 즉, 학습자 스스로의 수학화 활동을 통해서 지도하는 것이며, 이것이야말로 진정한 의미의 수학 학습-지도 방법이라고 생각하였다. 아동이 수학을 재창조한다는 것은 잘 조직된 교사의 지도에 따라 학생들이 수학적 개념을 스스로 이해하고 발견하게 한다는 뜻이다[12]. 이러한 Freudenthal의 수학교육에 기초한 RME(Realistic Mathematics Education)에서는 다음과 같은 문제를 통하여 학생들의 수학화 과정을 설명하고 있다[27].

"324개의 성냥 스티커를 4명의 어린이에게 똑같이 나누어주려고 한다. 각각의 학생들은 몇 개의 성냥 스티커를 가질 수 있는가?" 학생들은 "나누어준다는 것"을 처음에는 각각의 어린이에게 성냥스티커를 한번에 하나씩 주는 것으로 알지만, 한 두 번 해본 다음에는 몫이 일정하게 점점 커짐에 따라 나눗셈을 적용할 수 있다는 것을 알게 된다. 그 과정을 표로 살펴보면 다음과 같다.

<표 1-1> RME에 따른 나눗셈 2단계

	Sjoerd	Bauke	Bart	Jan
324 − 40	10	10	10	10
284 −40	10	10	10	10
244 −40	10	10	10	10
……				

<표 1-2> 3단계

	Sjoerd
324 − 200	50
124 −120	30
4 −4	1
0	81

<표 1-3> 4단계

	Sjoerd
4 ⟌ 324 −320	80
4 −4	1
0	81

마지막 단계 표 Ⅱ-3에서는 피젯수보다 작은 근사값 중에서 큰 수를 찾아서 나누거나 최소한 그렇게 하려고 노력한다. 동시에, 표기법 또한 표준적인 형태와 비슷해진다. RME의 진행과정을 보면 나눗셈의 가장 기본적인 단계에서 시작하여 점차 정교화되고 세련되어 가는 즉, 점점 수학화되어 가는 과정을 알 수 있다. 2단계의 방법으로 문제를 해결했다고 해서 문제가 될 것은 전혀 없다. 그러나 여기서 주목해야 할 점은 2단계의 과정이 전혀 모순을 가지고 있지 않지만, 누구나 3, 4단계의 사고 과정으로 해결하는 것을 좀더 수학적이라고 생각할 것이다. 학생들 스스로 이렇게 수학적 생각을 세련화시키고 정교화시키는 것은 아주 중요하다. 문제를 해결하는 과정에서 학생들은 좀더 수학적인 방법을 생각하게 되는데, 이러한 수학화를 이끌어 내는 기본적인 생각은 학생 스스로 이전의 해결 방법을 부정하고 새로운 방법을 찾으려는 노력을 할 때 의미가 있다. 만약 교사가 수학화의 과정으로써 위의 단계를 인위적으로 제시한다면 학생들은 각각의 단계가 가지는 의미를 구별하거나 각각의 단계를 연결시키지 못한 채 무의미하게 암기해야하므로 오히려 학습 부담만 더 느끼게 된다. 그러나 나눗셈의 의미는 그대로 살리고 각각의 단계가 가지는 부정적인 측면 즉, 문제해결과정에서의 복잡함을 개선해야될 필요성을 느낀다면 좀더 단순하고, 정교한 발전된 형

태의 나눗셈을 충분히 전개할 수 있을 것이다.

배종수는 [7]에서 다음과 같은 수학적 일화를 소개하면서 학생 스스로 발견하게 하기 위해서는 스스로 그 해결 방법에 대해서 회의를 느끼고 부정하게 하는 방법의 중요성을 강조하고 있다.

> 약수를 배우기 위하여 6을 이용하여 약수의 정의를 다음과 같이 하였다.
> $6\div1=6$, $6\div2=3$, $6\div3=2$, $6\div4=1\cdots2$, $6\div5=1\cdots1$, $6\div6=1$, 6은 1, 2, 3, 6으로 나누어 떨어진다. 이때, 1, 2, 3, 6을 6의 약수라고 한다. 이 학습이 끝난 후 선생님은 학생들에게 500의 약수를 배운 대로 해오라는 숙제를 내주었다. 이 숙제에 대해서 학부모들이 항의를 해왔는데 이것은 담임 교사가 이상한 사람이어서 이러한 숙제를 내 준 것이 아니라, 숙제를 하는 과정에서 학생들은 수학에 대한 혐오감을 느끼고 그 숙제를 싫어하게 되는데, 그 결과 지루하고 힘들기 때문에 아이들 중에서 왜 이렇게 복잡한 방법을 사용해야 하는지에 대한 항의가 자연스럽게 일어나면서 약수를 쉽게 구하는 방법에 대해서 스스로 발견하게 된다는 것을 선생님이 확신하기 때문이다[7, 114-116].

이와 같이 기존의 방법을 부정해야할 필요성을 충분히 깨닫고 스스로 그 개선 방법을 찾아낸 학생과 교사의 안내에 따라 배운 학생 사이에는 큰 차이점이 존재하게 된다. 아이들 스스로 왜 새로운 방법이 좋은가에 대한 확신과 스스로 발견했다는 자부심을 느낄 수 있고, 더 오랫동안 유의미하게 기억할 수 있을 것이다. 그러므로 부정을 통하여 세련화시키고 정교화시키는 과정 자체도 하나의 모순을 해결해 나가는 과정이라고 볼 수 있다. 단지, 형식 논리학적으로 모순이 있어서가 아니라 종합의 단계로 지양하는 과정 자체로 볼 수 있기 때문이다.

한길준・정승진[14]은 변증법적인 방법을 이용한 분수지도에서 학생들이 분수의 나눗셈에서 가장 쉽게 사용할 수 있는 연산 방법으로 분수의 곱셈에서의 연산 방법인 $\frac{\text{분자}\times\text{분자}}{\text{분모}\times\text{분모}}$와 같은 알고리즘인 $\frac{\text{분자}\div\text{분자}}{\text{분모}\div\text{분모}}$와 같은 방법을 충분히 지도한 후, $\blacktriangle\div\frac{\blacksquare}{\bullet}=\blacktriangle\times\frac{\bullet}{\blacksquare}$, $\frac{\blacktriangle}{\bigstar}\div\frac{\blacksquare}{\bullet}=\frac{\blacktriangle}{\bigstar}\times\frac{\bullet}{\blacksquare}$와 같이 형식화 시켜야 한다고 주장하였다. 그리고 나눗셈의 원리를 학생들이 알고 있기 때문에 동수누감을 이용한 지도도 가능하다. 그 지도 순서로, 먼저 동수누감을 통하여 분수의 나눗셈의 원리를 깨닫고 이와 같은 방법으로 해결할 경우 발생하는 부정적인 측면을 발견한 후 이를 부정하고 지양함으로써 $\frac{\text{분자}\div\text{분자}}{\text{분모}\div\text{분모}}$의 방법을 적용하여 문제를 해결한다. 그러나 이 방법에서도 역시 부정적인 부분을 발견하여 이를 지양하는 과정에서 역시 젯수를 역수로 고쳐서 곱하는 방법을 발견할 수 있도록 지도해야 하다고 제시하고 있다.

또한, 한길준・정승진[15]은 역사 발생적 원리에 따른 변증법적인 학습지도 방법에서 수학이 역사적으로 발생, 발달되어온 역동적인 과정을 학생들이 재경험해 보게 하는 일련의 과

정을 효과적으로 설명할 수 있는 교수-학습 방법으로 변증법적인 방법을 제시하고 있다. 한길준 · 정승진은 수학의 역사적 발생과정을 그 과정 하나 하나에 초점을 맞추어 설명하기보다는 변증법적인 방법에 의해서 부정하고 지양하는 과정을 통하여 가장 편리하고 일반화된 방법으로 발전해온 과정을 학생들이 탐구하고 발견하게 할 수 있도록 이끌어 내고 있다.

이상으로 살펴본 바와 같이 부정과 지양의 변증법적인 수학 학습 지도 방법은 형식논리학적으로는 모순이 아니지만, 모든 사물에 존재하는 부정적인 측면을 인식하고 부정과 지양을 통해서 이를 극복하여 사물을 한 단계 더 발전된 단계로 올려놓을 수 있는 인식의 바탕을 제공해 줄 수 있다

1.3. 변증법과 수학적 창의성 신장

보통 창의성 하면 특별하고 신비스러운 것으로 생각되기도 하는데 이것은 우리가 창의성에 대하여 잘못 알고 있기 때문이다. Fisher[21]는 다음과 같이 창의성에 대해서 우리가 오해하고 있는 것을 지적하고 있다.

첫째, 창의성은 비판적 사고와 관련이 없다라고 생각하는 것이다. 창의성은 문제의 새로운 해결책을 창조하는 것에만 있는 것이 아니라 비판적 사고를 통해 더 좋은 해결책을 찾을 때도 길러진다. 복잡한 문제를 간단하게 해결하는 데에도 발명이라는 창의적인 요소가 필요한 것이다.

둘째, 창의성은 특별한 과제를 통해서만 길러진다는 것이다. Maslow[23]는 '처음 만드는 요리가 흉내내어 그리는 그림보다 창의적이다'라고 했다.

셋째, 한 가지 일만 하면 창의성은 그냥 길러진다라고 생각하는 것이다. 따라서 한가지 일을 오래하는 것 보다, 자기 일에 대하여 호기심을 갖고 오랜 시간동안 연구하고 인내할 때 창의성은 생겨나는 것이다.

넷째, IQ가 높아야 창의성이 높다고 생각하는 것이다. IQ는 창의성과 약간의 상관관계가 있을 뿐이지 가장 중요한 요소는 아니다. 모든 아이들은 태어날 때부터 선천적으로 창의성을 가지고 태어난다고 한다. 사람이 가지각색이듯이' 아이들이 가지고 있는 창의성의 분야도 다양하다.

이러한 관점을 가지고 보면, 문제의 모순을 발견하거나 문제해결 방법을 더욱 정교화시키고 세련화시키는 변증법의 역동적인 과정을 거치면서 자연스럽게 창의성은 길러질 수 있는 것이다. 그리고, 학생들에게 사물을 정적인 관점에서 보는 것보다는 동적인 관점을 가지고 사물의 역동적인 모습을 볼 수 있도록 해야 한다. 사물은 정지해 있는 것이 아니라 시시각각 그 모습을 달리하고 있지만, 정적인 관점에서만 본다면 어제와 오늘의 변화를 알 수 가 없는 것이다. 이 세상에 절대적인 것은 없고 항상 변한다는 변증법적인 진리를 통해 창의적인 태도를 길러주는 것도 바람직하다.

수학적 창의성에 대한 개념 정의는 분분하지만 잠정적인 정의를 다음과 같이 내릴 수 있

다. 수학적 창의성이란 수학의 특별한 논리-연역적인 성격과, 생성된 개념들이 수학의 중요한 핵심에 통합되는데 적절한지를 고려하면서, 문제를 풀고 구조적으로 사고하는 능력이다. 따라서, 수학적 창의성은 다음과 같은 특성을 가진다[20].

첫째, 관계적(relational)이다(Skemp의 의미에서). 수학적 창의성은 상호작용을 통해 자극을 받는다. 수학적 창의성에 의해 둘 또는 그 이상의 개념들이 서로 연결되어 그 개념들의 서로 다른 측면들이 통합된 하나의 아이디어가 창출된다. 수학적인 변화는 아이디어들의 연결이 아마 한 곳에서 재구성될 때 일어난다. 모든 재구성 가운데 어떤 것은 쓸모 없는 것들도 있다. 어떤 것은 살아남고, 형식적인 면에서는 전체적으로 옳지만 소멸되는 것들도 있다.

둘째, 선택적(selective)이다. 생물학에 비유해 볼 때, 수학 개념의 선택은 수학적인 개념들 사이의 생존 투쟁을 통해 자연스러운 선택과 적자 생존에 따라 일어난다.

셋째, 적합성(fitness)이다. 적합성이란 정의, 정리, 공리계의 가치에 대한 자격기준이다.

넷째, 압축(condensing)이다. 수학적 창의성에는 수학적 개념들을 표현하기 위해 적절한 언어와 기호를 선택하는 능력이 포함된다.

한 마디로 Ervynck의 창의성은 관계적, 선택적, 적합성, 압축성으로 특징 지워지는데 이것은 다시 말해 통합, 소멸, 적자생존, 지양으로 설명할 수 있다. 이것은 앞에서 살펴본 모순을 부정하고 새로운 것을 지양하는 변증법적인 운동의 일환으로 생각할 수 있다.

수학적 창의성이 활성화되기 위해서는 형식적 이론을 잘 알 필요는 없다. 창의성의 가장 활성적인 부분은 재생성하고 혁신하고자 하는 정신 속에서 직관적으로 일어난다. Davis와 Hersh[19]에 따르면, 창의성은 조악한 것(직관적인 것)에서 시작해서 세련된 것(형식적인 것)으로 발전한다. 이러한 과정이 바로 변증법적인 발전의 과정이라고 볼 수 있다.

각 개인에게 중요한 것은 연결되지 않은 개념들을 연결시키고자 하는 정신적 활동을 할 준비가 되어 있느냐의 여부이다. 관찰한 바에 따르면, 상황과 모든 성분들을 의식하는 집중적인 활동을 거친 후 창의성이 일어난다. 그러나, 그 뒤 마음을 여유 있게 하고, 잠재적으로 조용하고 편안한 명상 속에서 아이디어들을 연결시킬 수 있으면 더욱 효과적일 것이다. 또한, 수준 높은 창의성은 덜 세련된 환경에서 이해하지 못했던 기본 패턴들을 연결시킬 수 있는 예민한 정신 구조를 요구한다. 수학적인 능력 수준에 따라 풀이 방법에 따라 세 가지 수준으로 구분한다. 이러한 분류는 방금 설명한 창의성의 발달 단계와 비슷하다. 첫 번째 수준에서는 알고리즘에 주로 의존한다. 여기에 관련된 창의성은 문제가 수학의 어떤 내용에 관련된 것인가를 알고 적절한 모델(예컨대, 연립 일차방정식 또는 진리표)을 구성하기만 하면 된다. 두 번째 수준에서는 알고리즘을 직접 적용하는 대신 수학적 모델 내에서 직접 추론을 한다. 옳은 풀이방법을 개발하기 위해서는 통찰력과 직관력이 요구된다. 환경(모델)을 일반적인 이론에서 가져오긴 했지만, 주어진 상황을 보고 직접 추론해서 문제를 푸는 것이다. 세 번째 수준은 모델이나 형식화된 이론에 의존하지 않고, 문제에 주어진 상황을 조사하면서 처음부터 추론하고 풀이를 구성한다[20].

수학적 능력에 관한 연구로 우리나라에서 빈번하게 소개되고 있는 Krutetskii(송상헌 재인용[8])는 학교 아동에게서의 주된 수학적 능력의 하나로 사고의 유연성을 제시하고 있다. 그에 의하면 수학적 능력은 문제에 대한 해법을 다양하게 접근하고, 또 문제 해결 과정에서의 어떤 한 사고 과정에서 다른 사고 과정으로 쉽고 자유롭게 전환할 때 나타난다. 그래서 능력 있는 아동은 필요시에는 문제해결의 판에 박힌 정형화된 방법에서 수많은 다른 방법으로 전환할 줄 아는 사고의 유연성을 갖고 있으며, 이러한 능력이 곧 수학적 창의성을 실제로 보여주고 있는 것이다.

실제로 Hegel의 변증법에서 경험은 "경험은 알고 보니 그게 아니다"라는 형식으로 전개되기 때문에 경험 자체에는 부정적인 요소가 들어가 있다. Hegel에 의하면 경험은 항상 반전(reveral)의 구조이거나 의식을 재구성하는 구조를 갖는다. Hegel의 철학에서 보면, 정신은 끊임없이 변하는 시간 속에서 "타자의 부정"과 "부정을 동반하는 경험"을 통하여 이전과는 다르게 변화하고 발전한다. 따라서 한 단계의 경험이 달성되면, 그것을 수단으로 다른 목표가 설정되고, 모든 것을 변하게 만드는 시간의 변증법 속에서 미완성된 상태가 긍정과 부정으로 끊임없이 반복되면서, 역사는 하나의 필연적인 방향으로 발전하게 된다[1].

한편 한국교육개발원의 수학 영재 판별 도구 개발 연구 보고서[3]에서는 수학적 창의성을 수학적 문제 상황에서 고정된 사고 방식을 탈피하여 다양한 산출물을 내는 능력으로 정의하면서 다음 <표1- 4>와 같이 4 가지 하위능력으로 구성된다고 하였다.

<표1- 4> 수학적 창의성의 4가지 하위 요인

구 분	정 의
유창성	문제 상황에 유의미한 답으로서 여러 가지 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력
융통성	서로 다른 범주의 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력
독창성	다른 사람과는 다른 참신하며, 질적으로도 수준 높은 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력
정교성	산출한 반응, 아이디어를 보다 구체화하고, 세밀하게 다듬을 수 있는 능력

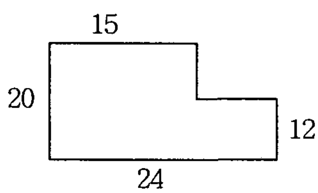
부정과 지양의 변증법을 통하여 "A는 ~A가 아니다."라고 생각하기보다는 "A는 ~A로 전화될 수 있다."라고 생각하는 것은 문제해결에 있어서 다양한 방법을 유도 할 수 있고, 실패를 두려워하지 않으며, 실패를 성공의 원천으로 생각할 수 있게 함으로써 창의성 신장에 중요한 유창성과 융통성을 길러줄 수 있다. 또한, 사물에 존재하는 부정의 대상을 무엇으로 인식하느냐에 따라 다른 사람과는 다른 참신하며, 질적으로도 수준 높은 독창적인 아이디어를 낼 수 있으며 수학적 지식을 정교화, 세련화시킬 수 있다.

한편, 가다끼리[11]는 통합한 것을 보다 넓은 범위에 적용하려 하거나 하나의 결과가 얻어졌다하더라도 다시 보다 나은 방법을 알아본다거나, 또는 이를 바탕으로 보다 일반적인, 보다 새로운 것을 발견하려는 생각을 발전적인 생각으로 정의하고 있다. 즉, 수학을 발전적 관점에서 보는 것은 기존의 수학적 지식을 답습하여 그 기능을 익히는 것보다는 수학을 끊임없이 창조, 발전시키는 대상으로 생각하는 것으로, 수학에서 발전적 학습은 대상을 고정된

것으로 보지 않고, 하나의 결과가 얻어졌더라도 보다 더 나은 방법을 알아본다거나 또는 이를 바탕으로 보다 일반적인, 보다 새로운 것을 발견하려는 창의적 학습이다. 이러한 발전적이고 창의적인 생각을 함양하기 위하여 그는 문제의 조건을 변경하는 방법과 문제를 보는 관점을 변경하는 방법을 권장하고 함수적 사고와 What if not?을 강조하였다. 이것은 기존의 지식을 부정하기 위한 부정이 아니라 발전을 위한 부정이기에 변증법적 방법의 일환으로 생각할 수 있다. 문제의 조건을 변경하는 것에 대하여 가다끼리는 어떤 사상(事象)에 대해 그것을 이용할 수 있는 경우를 적극적으로 찾아보려는 생각이고, 또한 그 사상을 수정하지 않고는 적용할 수 없는 경우를 적극적으로 찾기 때문에 대상을 발전적으로 보려는 생각이라 하였다. 즉, 주어진 문제의 조건의 일부를 다른 것으로 대체하거나 조건을 완화하든지, 문제의 장면을 바꾸는 것이다. 문제의 조건을 변경하는 것은 Brown과 Walter[17]의 What if not?과 같은 것으로 조건의 일부를 부정하여 다른 것으로 바꾸어 놓으면 결론이 어떻게 되는가를 생각해보는 것이다. 즉, 문제의 조건과 제한점을 조사하여 "만약 ~라면?"과 "만약 ~가 아니라면?"이라는 과정을 통하여 문제의 조건과 제한점을 자유로이 바꾸는 것으로 그들의 교수법은 주어진 문제의 조건이나 목표를 다양하게 변화시킴으로써 이전의 문제와는 다른 새로운 문제를 생성하는 것에 강조점을 두고 있다. 이것을 가다끼리[11]는 조건의 변화에 결론의 변화가 의존하는가를 생각해 보게 하므로 그것은 조건과 결론 사이의 함수관계를 살펴보는 것과 같다고 설명하였다. 문제의 조건을 변경하는 것은 문제설정의 한 부분이다. Silver[26]는 문제 설정은 새로운 문제를 만들거나 주어진 문제를 다르게 변형시키는 것으로 특히, 창의적 수학활동과 탐구 지향적인 교수-학습을 촉진한다고 언급하고 있다. NCTM[24]에서도 9-12학년의 학생들은 스스로 문제를 인식하고 만들어 보는 경험, 수학을 행하는 중심적 활동을 해야한다고 주장하고 있다. 이와 같이 학생들이 문제를 만들어 본다는 것은 인식의 단계를 넘어서 수학을 스스로 창조하는 발전시키는 경험을 제공할 수 있을 것이다.

가다끼리는 관점 변경에 의한 발전을 한가지 관점에 고정되지 않고 관점을 달리하여, 여러 가지 방법과 성질을 더 찾아보려는 것으로 정의하였다. 예를 들어, 오른쪽과 같은 도형의 넓이는 다음과 같이 여러 가지 방법으로 구할 수 있다.

$20\times15+12\times(24-15)=408$
$(20-12)\times15+12\times24=408$
$(20-12)\times15+12\times15+12\times(24-15)=408$
$20\times24-(20-12)\times(24-15)=408$
$20\times15+12\times24-12\times15=408$



그러나 이 중에서 어떤 한 방법으로 구했더라도 이것으로 그치지 않고, 다시 다른 방법, 또는 보다 나은 방법이 없는 지에 대해서 궁리하도록 하는 것이 중요하다. 이와 같이 관점을 달리하여 여러 가지 방법을 생각함으로써 수학 문제는 오직 한가지의 바른 해법만이 존재한다는 고정적인 생각을 하지 않게 되며, 자신의 힘으로 여러 가지 해법, 여러 가지 접근

방법을 생각할 수 있음을 인식하게 된다. 그러나 관점을 변경하기 위해서는 자신이 해결한 방법에 대한 부정적인 측면을 발견하고 이를 개선하려고 할 때 더욱 의미가 있을 것이다. 즉, 변증법적 방법을 통해서 더욱 의미 있는 관점의 변화를 촉진할 수 있다.

2. 변증법적인 방법을 적용한 교수-학습 지도 방법의 구안 및 적용

앞에서 살펴본 이론적 고찰을 종합하여 창의성을 신장시킬 수 있는 변증법적인 교수-학습 방법을 본 연구자가 다음과 같이 구안하였다. 본 지도 방안은 현장 교사 7명과 수학교육을 전공하는 박사과정 학생 3명, 수학교육을 전공한 교수 1명의 검증을 받았고, 수업을 통하여 각 단계를 검증해 보았다.

2.1 부정적 경험을 이용한 교수-학습 방법

사상과 사물의 변화에는 긍정적 측면과 부정적 측면이 존재하게 마련이다. 만물이 변화를 시작할 때는 긍정적이고 발전적인 변화를 지향하지만 그 변화에는 부정적인 측면이 존재하기 마련이다. 이러한 부정적 측면은 변화를 완성시키는데 있어서 마이너스 요인으로 작용하지만 한편으로는 이러한 부정적 측면을 보완하기 위해서 또 다른 변화를 불러일으키는 원동력으로 작용한다. 수학도 마찬가지이다. 시대의 필요에 의해서 또는 위대한 수학자에 의해서 새로운 수학이 탄생하지만 완벽한 수학적 지식으로 고정되기보다는 또 다른 수학자에 의해서 오랜 시간 동안 긍정적 측면은 부각되고 부정적 측면은 보완되어 점차 발전적인 형태를 갖추게 된다. 따라서 수학적 지식은 절대적 진리이기보다는 끊임없이 발전 지향적으로 변화하는 역동적 지식이라고 생각할 수 있다.

① 문제해결하기

새로운 문제상황을 해결하는데 기존의 알고리즘과 수학적 지식을 이용하는 단계로 이 단계에서 학생들은 새로운 문제해결 방법을 인식하기보다는 기존의 알고리즘을 이용하여 문제를 해결하거나 교사의 안내에 의해서 문제 상황을 해결한다.

인간이란 전혀 경험하지 않은 생소한 것에서 모티브를 얻어 문제를 해결하기보다는 유사한 경험을 바탕으로 문제를 해결하려는 경향이 있으므로 이 단계에서는 유추적 사고에 의해서 문제를 해결한다.

② 새로운 문제해결 방법 인식하기

새로운 문제 상황을 기존의 알고리즘이나 수학적 지식으로는 해결하기에는 문제 해결과정이 너무 복잡하거나 난해하여 문제를 해결하는데 어려움을 겪는 단계로 알고리즘이 갖고 있는 부정적인 측면을 인식하는 단계이다. 이 단계는 기존의 알고리즘이 가지고 있는 변증법적인 모순을 발견하고 해결하려는 절차로 기존의 알고리즘을 좀더 쉽게 일반화 정교화시키는 역동적인 발전의 과정이다. 그러나 변증법적인 모순은 형식 논리학의 모순과는 다른 사

물에 존재하는 부정적인 측면이기 때문에 사람마다 인식하는 부정적 요소가 약간씩은 다를 수 있다. 따라서, 교사는 학생들이 이러한 부정적인 부분을 잘 인식할 수 있도록 기존의 알고리즘의 장단점을 확실하게 학생들이 인식할 수 있도록 부정의 단계를 구성하는 것이 좋다. 특히, 부정의 단계에서 중요한 것은 보다 발전적인 알고리즘이 필요하다는 것을 학생들이 기존의 알고리즘이 가지고 있는 부정적 측면을 통하여 확실하게 인식해야 한다는 점이다. 이러한 확실한 인식이 이루어져야 만이 학생들은 새로운 알고리즘을 발견해야할 필요성을 느끼고, 적극적으로 발전적인 알고리즘을 찾으려고 노력할 것이다.

또한, 이 단계에서는 통합한 것을 보다 넓은 범위에 적용하려 하거나, 하나의 결과가 얻어졌다 하더라도 더욱 나은 방법을 알아본다거나 또는 이를 바탕으로 더욱 일반적인 보다 새로운 것을 발견하려는 발전적, 창의적 사고가 중요하다(이용률 외, 1999).

③ 새로운 해결 방법 탐색하기

이전의 단계에서 발견한 부정의 대상을 부정하여 기존의 알고리즘을 대체 할 수 있는 보다 발전적인 알고리즘을 지양하는 단계이다. 발견한 모순을 해결하기 위해서 앞에서 풀었던 문제들을 세밀하게 검토해봄으로써 새로운 알고리즘이나 개념을 만들어 보는 단계이다. 그러나 학생 스스로 새로운 개념이나 알고리즘을 구성한다는 것은 어렵기 때문에 교사의 안내가 중요한 단계이다.

◈ 새로운 개념의 지도: 곱셈의 개념

현장에서 수업을 하다 보면 의외로 학생들이 곱셈구구는 잘 외우고 있지만 곱셈의 개념에 대해서는 잘 모르고 있다는 것을 많이 발견할 수 있다. 이것은 곱셈에 대한 개념을 도입할 때 학생들이 왜 곱셈을 배우는가에 대해서 스스로 절실하게 생각해 보고 발견해 보는 경험이 부족했기 때문이라고 생각한다.

① 문제해결하기

다음과 같이 같은 수를 더하게 한다.

2+2+2+2+2+2+2= 5+5+5+5+5+5+5= 10+10+10+10+10+10+10+10=

위의 문제는 덧셈을 할 줄 아는 학생은 모두 계산할 수 있는 문제로 학생들은 아주 쉽게 기존의 지식을 이용하여 문제를 해결할 수 있을 것이다. 이 정도의 문제이면 학생들은 크게 곱셈의 필요성을 느끼기보다는 덧셈을 이용하여 문제를 해결하려고 할 것이다

② 새로운 문제해결 방법 인식하기

다음과 같이 아주 지루하고 복잡한 계산을 통해서 같은 수의 덧셈을 쉽게 할 수 있는 방법과 그 표현 방법에 대한 필요성을 깨닫게 한다.

· 2를 35번 더하는 과정을 덧셈식으로 나타내고 계산하시오.
· 4를 53번 더하는 과정을 덧셈식으로 나타내고 계산하시오.
· 7을 67번 더하는 과정을 덧셈식으로 나타내고 계산하시오.

위의 문제에 대해서 학생들은 문제 자체가 어렵다고 인식하기보다는 너무나 지루하고 많

은 시간이 걸리며 식으로 나타내는 것이 너무 복잡하다는 것을 인식하게 될 것이다.

③ 새로운 해결 방법 탐색하기

학생들이 새로운 계산 방법이나 계산식에 대한 필요성을 충분히 인식하였을 때 교사는 계산식을 편하게 쓰기 위해서 새로운 기호를 도입하는 것이 좋을 것이라는 의견을 제시하고 학생들에게 어떻게 덧셈식을 수학적으로 표현해야 될지 학생들에게 생각해 보게 한다. 이렇게 곱셈식을 도입한다면 학생들은 곱셈 기호가 길고 복잡한 덧셈식을 얼마만큼 편리하게 만들어 주는지 알게 될 것이다.

식에 대한 도입이 끝난 후, 2와 5의 묶어 세기와 뛰어 세기를 통하여 규칙을 발견하게 함으로써 같은 수를 더하기 위해서는 곱셈을 이용하는 것이 편리하다는 것을 발견하게 하거나 깨닫게 한다.

◈ 추상화 과정 지도: 분수의 덧셈

일반적으로 수학수업은 구체물→반구체물→추상화의 과정을 통하여 이루어진다. 특히 저학년의 경우에는 구체물을 이용한 활동이 강조되고 있고, 고학년으로 갈수록 점점 반구체물을 이용한 수업이 많아진다. 교과서에 보면 실생활 장면을 통해서 구체적 활동을 하고, 그림이나 수직선을 통해서 반구체적으로 활동한 후 추상화시키는데 학생들이 각각의 연결 고리를 찾지 못할 경우에는 각각의 단계를 독립적인 요소로 생각할 수 도 있다. 이러한 경우에는 각각의 활동 자체가 학생들에게는 또 다른 학습 부담으로 작용하게 되어 오히려 역효과를 가져 올 수 있다. 따라서, 이전 단계를 부정하고 새로운 방법을 찾으려는 경험이 필요하다.

분모가 다른 진분수의 덧셈에 대한 학습 지도안을 다음과 같이 작성하여 추상화 과정에서 왜 최소공배수를 이용하여 통분하는지의 과정을 적용하였다.

① 문제해결하기

교과서에서는 구체물의 조작을 통하여 분모가 다른 분수의 덧셈을 할 때는 통분하여 더한다라고 제시한 후, 통분 방법으로서 최소 공배수를 이용하는 것이 간편하다고 제시하고 있다. 그러나 구체물을 가지고 분수를 조작하는 데에는 등분에 따른 문제가 발생할 수 있다. 따라서, 분수막대를 이용하여 분수의 덧셈을 지도함으로서 쉽게 분수의 덧셈을 할 수 있으며, 크기가 같은 분수 즉, 통분한 분수도 쉽게 인식할 수 있다. 계산기가 있으면 계산을 정확하고 쉽게 할 수 있듯이 분수 막대를 가지고 있으면 분수의 덧셈도 쉽게 할 수 있다

② 새로운 문제해결 방법 인식하기

문제는 분수 막대에 모든 분수를 표시할 수는 없기 때문에 분수 막대를 이용하여 계산하는 것은 한계가 있다. 이것이 바로 분수 막대를 이용한 분수의 덧셈의 부정적인 측면이다.

③ 새로운 해결 방법 탐색하기

학생들은 이러한 부정적인 측면을 인식하고 부정과 지양을 통하여 새로운 방법 즉, 대수적인 방법을 찾게 된다. 대수적인 해결 방법에서도 왜 통분이 필요한지, 분수막대로 계산하

는 방법과 대수적인 계산방법의 차이점, 공배수를 이용한 통분과 최소공배수를 이용한 통분의 차이점등을 부정과 지양을 통하여 해결함으로써, 종국적으로 학생들은 분수의 덧셈 어떻게 하는 것이 가장 간단하고 편리한지를 깨닫게 될 것이다.

여기서 주의 할 점은 단순하게 분수막대를 이용한 해결 방법과 대수적으로 해결하는 방법을 비교하는 것이 아니라 그 필요성에 의해서 좀더 간편하고 편리한 방법을 찾아가는 역동적인 과정으로 학생들이 인식하도록 문제를 구성하는 것이다.

◈ 쉽고 간단한 알고리즘 찾기 지도

다양한 방법으로 문제를 해결하거나 관점을 바꾸어 문제를 해결함으로써 학생들에게 창의성과 수학의 해가 다양하게 존재한다는 것을 인식시키는 거도 중요하지만, 다양한 방법으로 문제를 해결함으로서 좀더 쉽고 간단한 방법을 찾는 방향으로 지도되는 것이 더 중요하다. Polya(1957) 또한 문제해결단계에서 반성의 단계를 설명하면서 풀이의 개선을 통하여 문제에 대한 확신을 얻어야 함을 강조하고 있다.

오른쪽과 같은 도형의 넓이는 다음과 같이 여러 가지 방법으로 구하게 한 후 어떤 방법이 가장 간단하고 어떤 방법이 가장 복잡한 지를 학생들이 토론해 보도록 하였다. 특히, 다양한 방법을 찾기란 그리 쉽지 않으므로 토의 학습을 통하여 여러 사람의 풀이 방법을 서로 비교, 평가하도록 한다.

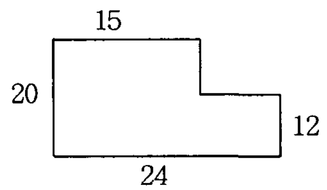
$20\times 15+12\times (24-15)=408$

$(20-12)\times 15+12\times 24=408$

$(20-12)\times 15+12\times 15+12\times (24-15)=408$

$20\times 24-(20-12)\times (24-15)=408$

$20\times 15+12\times 24-12\times 15=408$



2.2 기존 개념의 부정을 통한 교수-학습 방법

변증법의 부정은 단순한 논리적인 모순을 해결하기 위한 수단이기보다는 발전을 위한 수단으로 이용되고 있다. 따라서 학생들이 기존의 개념을 정교화하거나 세련시키는 방법으로 부정을 이용할 수 있다.

다음과 같이 학생들에게 부정을 통하여 발전적으로 평면 도형의 개념을 학습시킨다면 학생들은 도형을 개념을 좀더 쉽게 구조화시키고 그 위계를 쉽게 파악할 수 있을 것이다.

① 개념 이해

정사각형과 직사각형의 개념을 학습하였으므로 정사각형의 개념을 이용하여 점차 포괄적인 개념으로 학습을 진행한다.

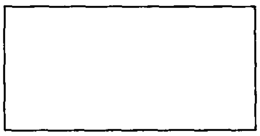
· 다음과 같은 사각형은 무슨 사각형인지 알아보자.

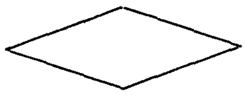

네 변의 길이가 모두 같고, 네 각이 직각인 사각형

② 개념 부정

다음과 같이 정사각형의 조건 중에서 한가지를 부정하여 정사각형이 아닌 새로운 도형이 만들어짐을 학생들이 깨닫게 한다.

· 다음과 같이 사각형은 무슨 사각형인지 알아보자


네 각이 직각인 사각형


네 변의 길이가 모두 같은 사각형

위의 문제에 대해서 학생들은 정사각형의 조건 중에서 한 가지 조건을 부정함으로써 정사각형이 아닌 새로운 도형이 만들어진다는 것을 인식하게 될 것이다.

③ 새로운 개념

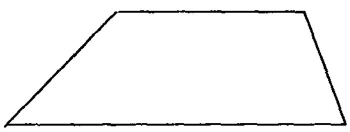
학생들이 새로운 도형에 대하여 충분히 인식하였을 때 교사는 새로운 도형에 이름을 붙여주기 위하여 새로운 기호를 도입하는 것이 좋을 것이라는 의견을 제시하고 학생들에게 이 도형의 특징을 가장 잘 나타낼 수 있는 이름을 짓도록 해보고 나서 그 도형의 이름을 제시한다. 그리고 나서, 새로운 도형과 정사각형과의 같은 점과 다른 점을 찾아보게 하여 각각의 도형에 대한 성질을 발견하게 한다.

이와 같은 단계의 반복에 의해서 평행사변형과 사다리꼴도 도입하면 된다.

① 개념 이해

사다리꼴에 대한 학습이 이루어진 다음에 교사는 다음과 같이 학습을 시작할 수 있다.

· 다음과 같은 사각형은 무슨 사각형인지 알아보자.


마주 보는 한 쌍의 변이 평행인 사각형

② 개념 부정

다음과 같이 사다리꼴의 조건을 부정하여 사다리꼴이 아닌 새로운 도형이 만들어짐을 학생들이 깨닫게 한다.

· 다음과 같이 사각형은 무슨 사각형인지 알아보자

마주 보는 두 쌍의 변이 평행인 사각형

위의 문제에 대해서 학생들은 사다리꼴의 조건에 대해서 부정하였으나 이 도형 역시 사다리꼴임을 인식할 수 있을 것이다. 그러나 이 도형과 기존의 사다리꼴을 비교했을 때 다른 점이 분명히 존재하기 때문에 이를 차별화하기 위해서 새로운 도형으로 인식할 필요성을 깨달아야 한다.

③ 새로운 개념

학생들이 새로운 도형에 대하여 충분히 인식하였을 때 교사는 새로운 도형에 이름을 붙여주기 위하여 새로운 기호를 도입하는 것이 좋을 것이라는 의견을 제시하고 학생들에게 이 도형의 특징을 가장 잘 나타낼 수 있는 이름을 짓도록 해보고 나서 그 도형의 이름을 제시한다.

2.3. 변증법을 이용한 게임 교수-학습 방법

브로소의 방법과 지도단계를 이용하여 다음과 같이 게임 형식으로 수업을 진행한다. 이 과정 속에서 학생들은 자연스럽게 증명과 반박의 과정을 거치게 된다. 이 게임은 그 규칙을 일반화 할 수 있는 소재를 이용하여 학생들이 게임의 단계를 높여감에 따라 점점 일반화된 방법을 찾을 수 있도록 하고, 반드시 승패의 원인을 분석해 보도록 한다.

① 게임 설명하기: 교사가 아동들에게 게임을 설명하여 아동스스로 게임의 규칙을 내면화하는 단계

② 개인별 게임하기

③ 모둠별 게임하기

④ 게임의 규칙 일반화하기

3. 연구의 방법 및 절차

본 연구에서 변증법적 방법을 통한 수학 학습이 수학적 창의력 신장에 효과가 있는지를 검증하기 위하여 다음과 같이 실험 연구를 실시하였다.

3.1. 연구 대상

본 연구를 위한 실험 수업은 2001년 4월과 5월 두 달에 걸쳐 이루어 졌고, 경기도 소재 S시와 Y시의 교육청에서 직접 운영하는 6학년 특기적성 교육 반 40명(실험집단 20명, 비교집단 20명)을 대상으로 하였다. 이 학생들은 시에서 실시하는 특기적성 교육을 받기 위하여

선발된 학생들로 여러 학교의 학생들로 구성되어 있기 때문에 사회, 문화적 환경은 이질적이지만, 수학 학습 능력은 모두 우수한 학생들이다.

3.2. 검사 도구

본 연구에서 실시한 검사는 특기적성 선발 평가, 사전 수학 창의적 문제해결력 검사, 사후 수학 창의적 문제해결력 검사이다. 특기적성 선발 평가는 특기적성반을 선발하기 위한 검사이고, 사전 수학 창의적 문제해결력 검사는 실험집단과 비교 집단의 동질성 여부를 검증하기 위한 것이며, 사후 수학 창의적 문제해결력 검사는 변증법적 방법을 통한 수학학습이 수학적 창의력 신장에 유의미한 효과가 있는지를 알아보기 위한 것이다.

① 수학반 선발 평가지

수학반 선발 평가지는 수학반 대상자를 선정하기 위한 것으로 초등학교 5학년에서 6학년 1학기까지의 학습 내용이며, 총 20문항으로 특기적성교육을 실시하는 교육청에서 연합하여 제작한 것이다.

② 사전 수학 창의적 문제해결력 검사

사전 수학 창의력 문제해결검사는 변증법적 방법을 적용하기 전에 연구 결과의 타당성 저해 요인을 최대한 감소시켜 동질 집단을 구성하기 위한 것으로, 본 연구자가 구안한 것으로, 검사지의 문항 내용은 수학적 사고의 유창성, 융통성, 독창성의 수학적 창의성에 관한 것이며, 이 검사 도구의 신뢰도를 확인하기 위하여 Kuder-Richardson Formulas 21에 의해 내적 일치도를 구하였다. 사전 검사 결과를 바탕으로 동질집단을 구성하기 위하여 실험반 26명중에서 20명을, 비교반 25명 중에서 20명을 사후 수학 창의적 문제해결력 검사 대상자로 확정하였다.

③ 사후 수학 창의적 문제해결력 검사 1부

사후 수학 창의적 문제해결력 검사는 변증법적 방법을 통한 수학 학습이 수학적 창의력 신장에 유의미한 효과가 있는지를 알아보기 위한 것으로, 8주에 걸쳐 총 16시간에 걸쳐 지도를 받은 실험반과 같은 내용을 전통적인 방법으로 수업한 비교반에 각각 실시하였다. 검사지의 문항 내용은 수학적 사고의 유창성, 융통성, 독창성의 수학적 창의성에 관한 것이며, 9문항으로 한국 교육 개발원에서 제작한 것이다.

3.3. 실험처치 방법 및 절차

실험에 참가한 학생 40명중에서 실험반은 본 연구자가 개발한 학습 자료로 변증법적인 학습 지도 방법을 본 연구자로부터 지도 받은 교사가 지도하였고, 비교반은 실험반과 같은 학습 내용을 방법을 달리하여 다른 지도 교사에게 총 16시간의 수업을 받았다. 변증법적인 방법의 지도는 앞에서 언급한 3가지 방법을 적용한 것으로 그 내용을 살펴보면 표 3-1과 같다.

<표 3-1> 변증법적인 수학학습 지도 내용

영 역	영 역 별 주 제 수	변증법적 방법
논 리	맞으면 틀리고, 틀리면 맞고	변증법의 이해
	말에 따라 달라지는 현상	변증법의 이해
수와 연산	고대 여러 나라의 기수법 탐구하기	기존개념의 부정을 통한 교수 학습
	이집트 분수의 탐구	쉽고 간단한 알고리즘 찾기
	다양한 방법으로 곱셈하기	기존개념의 부정을 통한 교수 학습
	분수의 덧셈	추상화 과정 지도
	여러 가지 방법으로 (분수÷분수)하기	쉽고 간단한 알고리즘 찾기
도형	사각형 분류하기, 삼각형 분류하기	기존개념의 부정을 통한 교수 학습
	입체 도형 탐구	기존개념의 부정을 통한 교수 학습
	패턴 블록을 이용하여 다양한 모양 만들기	쉽고 간단한 알고리즘 찾기
	패턴 블록을 이용한 우주정거장 게임	변증법을 이용한 게임
문자와 식	덧셈 만들기, 뺄셈 만들기	새로운 개념의 지도
	곱셈만들기, 나눗셈 만들기	새로운 개념의 지도
	수학 기호 만들기	새로운 개념의 지도
	학귀산 문제의 다양한 접근법	쉽고 간단한 알고리즘 찾기
규칙성	피보나찌 수열을 이용한 자연 현상 탐구	쉽고 간단한 알고리즘 찾기

4. 연구 결과 및 분석

4.1. 사전 · 사후 수학창의적문제 해결력 검사결과

수학 영재 학습 자료를 적용하기 전에 연구 결과의 타당성 저해 요인을 최대한 감소시켜 동질 집단을 구성하기 위하여 실험집단과 비교집단의 점수를 백분율로 환산하여 평균의 차를 t-검증한 결과는 $p < .05$ 수준에서 유의미한 차이가 나타나지 않아 두 집단은 동질 집단임이 확인되었다.

변증법적인 방법의 수학학습지도의 효과를 검증하기 위해서 비교반과 실험반을 구성하여 수학 영재 지도를 한 후 두 집단의 수학 창의적 문제 해결력을 검사하였다. 창의적 문제해결력 검사지는 총 9문항으로 유창성, 융통성, 독창성 3분야에 걸쳐 각각 90점 만점이고, 세 영역의 합은 270점이다. 창의적 문제해결력 검사 결과는 표 4-1과 같다.

<표 4-1> 사후 수학 창의적 문제 해결력 검사 결과

검사 내용	집 단	N	M	SD	t	df	p
독창성	비교집단	20	11.20	7.70	-1.543	38	0.131
	실험집단	20	14.90	7.45			
유창성	비교집단	20	40.95	9.11	-1.243	38	0.222
	실험집단	20	45.25	12.50			
융통성	비교집단	20	32.95	6.71	-2.313	38	0.026
	실험집단	20	38.35	7.99			
총 점	비교집단	20	85.10	19.30	-2.439	38	0.020
	실험집단	20	100.60	20.85			

표 4-1을 살펴보면, 비교집단과 실험집단은 평균에서 많은 차이를 나타내고 있으며, 두 집단의 점수의 평균의 차를 t-검증한 결과는 $p< .05$ 수준에서 유의미한 차이를 나타내고 있다. 이러한 결과로 보아 실험집단의 수학 창의적 문제해결력이 비교집단보다 높다는 것을 알 수 있다. 구체적으로 그 내용을 분석해 보면, 독창성, 유창성, 융통성의 평균이 비교집단보다는 실험집단이 더 높았다. 그러나 세 영역에 대한 t-검증의 결과를 보면 독창성과 유창성에서는 유의미한 차이가 없고, 융통성에서만 유의미한 차이가 있다는 것을 알 수 있다.

4.2. 논의

본 연구는 변증법적 방법의 수학 학습지도 방법을 모색하고 변증법적 방법을 통한 학습이 창의력 신장에 효과가 있는지를 조사해 보는데 목적이 있다. 따라서, 변증법적인 방법의 수학학습지도 방법의 효과를 검증하기 위하여 변증법적인 방법과 전통적인 학습 지도 방법으로 지도를 받은 학생 사이에는 수학 창의적 문제해결력에 유의미한 차이가 있는지를 검사하였다. 이에 따른 검사의 분석 결과를 선행 연구와 관련지어 논의해 보면 다음과 같다.

첫째, 전통적인 학습지도 방법으로 학습을 한 집단과 변증법적인 방법으로 학습한 집단간에는 수학 창의적 문제해결력에 통계적으로 유의미한 차이가 있었다. 이것은 변증법적인 학습지도 방법이 본 연구의 대상인 6학년 학생들에게 수학 창의적 문제해결력을 향상시키는데 효과적인 자료임을 보여주는 것으로 창의성 신장을 위한 학습 방법으로 변증법적 방법을 도입할 수 있는 가능성을 보여준 것이다. 그러나 본 연구는 연구 대상이 제한되어 실시된 연구이므로 앞으로 이를 좀더 일반화하기 위하여 더 많은 연구가 이루어져야 할 것이다.

둘째, 수학 창의적 문제해결력의 내용 요소인 독창성, 유창성, 융통성의 평균 점수를 t-검증한 결과 실험집단과 비교집단간에 통계적으로 유의미한 차이가 있는 내용 요소는 융통성이었고, 독창성과 유창성은 유의미한 차이가 없었다.

독창성은 다른 사람과는 다른 참신하며, 질적으로도 수준 높은 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력을 말한다. 그러나 변증법적인 학습지도 방법에서는 독창성보다는 주어진 학습 내용을 세련화시키고 정교화시키는 활동이 주를 이루기 때문에 비교 집단과 비교해 큰 유의미한 차이는 없었던 걸로 생각된다.

또한, 문제 상황에 유의미한 답으로서 여러 가지 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력인 유창성에는 실험집단과 비교집단 간에 통계적으로 유의미한 차이가 없었던 것은 전통적인 학습 자료나 본 연구자가 개발한 학습자료 모두 문제 상황에 유의미한 답을 요구하기 때문인 것 같다. 융통성은 서로 다른 범주의 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력으로, 실험집단과 비교집단간에 통계적으로 유의미한 차이가 있다는 것은 본 학습 자료가 다양한 문제 해결 방법들이 변증법적인 과정을 거치면서 적절하게 세련화되고 활용 될 수 있는 다양한 문제를 포함하고 있기 때문인 것 같다. 한 문제의 풀이 또는 답을 여러 가지로 표현 할 수 있지만, 풀이 방법이 학생들의 인지 수준이나 교육받은 내용에 따라 다양하게 나온다는 것을 변증법

적인 과정을 통해서 인식할 수 있다. 예를 들어, 거북이와 학의 다리수의 합을 이용하여 학과 거북이의 수를 구하는 문제는 일원일차 방정식 또는 이원 일차방정식을 이용하여 해결하는 방법, 표 그리기, 남고 모자라는 관계를 따져 푸는 방법, 예상하고 확인하기 방법 등 다양한 방법으로 해결할 수 있다. 그러나 초등학교 6학년 수준에서 사용할 수 있는 방법과 없는 방법이 있다. 이러한 방법들의 관계를 변증법적인 과정으로 설명한다면, 표 그리기와 예상하고 확인하기 전략에서 출발하여, 남고 모자라는 관계를 따져 푸는 방법을 거쳐 일원일차 방정식 또는 이원 일차방정식으로 해결해야 한다. 그리고 중요한 것은 방정식을 사용했을 때와 사용하지 않았을 때의 해결 전략의 비교를 통하여 왜 방정식으로 푸는 방법이 나왔는가를 학생들이 이해하고 그 필요성을 느낄 수 있어야 한다. 이러한 일련의 과정은 변증법적인 방법을 이용하여 효과적으로 지도 할 수 있다.

5. 결론

요즘 강조되고 있는 수학학습지도 방법은 학생 스스로 문제 해결의 주체가 되어 능동적으로 문제를 해결할 수 있도록 교수학습을 이끌어 가는 것으로, 학생들이 능동적으로 문제를 해결할 수 있도록 하기 위해서는 학생들에게 이러한 동기를 유발 할 수 있는 학습자료와 지도 방법이 우선 되어야 한다. 특히 수학은 그 발달과정에서 발생과 발달의 역동적인 과정을 쉽게 느낄 수 있는 학문이기 때문에 수학학습 자료와 지도 방법은 그러한 과정을 잘 내포하고 있어야 한다. 이러한 측면에서 볼 때, 변증법적 방법은 학생 스스로 수학적 정리를 이끌어 낼 수 있는 방법을 보다 구체적이고, 현실적으로 제공한다. 또한, 변증법적 방법은 학생들이 새로운 정보를 찾거나 새로운 정보에 도달하기 위해서 정보를 탐구, 조작, 변환하는 창조적인 과정으로 자체내의 모순을 확인하고 발전시켜 수학적 정리를 획득하는 과정을 정교하게 설명하고 있다. 즉, 변증법은 역동적이고 발전 지향적인 운동을 하는 방법론으로 학생들이 스스로 수학적 정리를 발견하고 정립하는 창의적인 사고를 육성하는데 사용해 볼 만한 방법이다.

따라서 본 연구에서는 수학적 창의력을 신장시키기 위해, 사회학 연구에서 많이 사용하는 변증법적인 방법을 수학 학습에서 이용할 수 있는 방안을 이론적으로 고찰하였고, 초등학교 6학년을 대상으로 현장에서 사용할 수 있는 교수-학습안을 구안·적용하여 그 효과를 검증하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 수학교육에서 변증법적인 방법을 활용할 수 있는 방안을 모색할 수 있었다. Lakatos, Brousseau, Freudenthal을 통하여 수학교육에 나타나 있는 변증법적 방법의 활용 가능성을 살펴 볼 수 있었다. 또한, 변증법적 방법을 통하여 수학을 지도함으로써 수학적 원리, 개념, 방법 등을 학생 스스로 발견할 수 있는 수학적 힘을 길러 줄 수도 있고, 수학의 역사 발생적 원리에 따라 수학의 역동적인 발생과정을 학생들이 탐구해 봄으로서 학생들에게 유의미한 학습을 조장할 수도 있다.

둘째, 변증법적인 방법을 적용한 교수-학습 지도 방법으로 부정적인 경험을 이용한 교수-학습 방법, 기존 개념의 부정을 통한 교수-학습 방법, 변증법을 이용한 게임 교수학습 방법을 구안 적용하였다. 이러한 변증법적인 학습 방법을 통하여 학생들은 더 좋은 수학적 아이디어를 찾아볼 수 있고, 이러한 활동을 통하여 수학을 발전적으로 더욱 정교화, 세련화시킬 수 있을 것이다.

셋째, 변증법적 방법을 통한 수학 학습 지도가 수학적 창의성 신장에 유의미한 효과가 있음을 알 수 있었다. 즉, 변증법적 방법을 통하여 수학을 지도함으로써 창의력을 향상시킬 수 있었으며, 특히 융통성을 길러주는데 유의미한 효과가 있었다. 이것은 변증법적인 학습지도 방법이 본 연구의 대상인 6학년 학생들에게 수학 창의적 문제해결력을 향상시키는데 효과적인 자료임을 보여주는 것으로 창의성 신장을 위한 학습 방법으로 변증법적 방법을 도입할 수 있는 가능성을 보여준 것이다. 그러나 본 연구는 연구 대상이 제한되어 실시된 연구이므로 앞으로 이를 좀더 일반화하기 위하여 더 많은 연구가 이루어져야 할 것이다.

이상으로, 창의성 신장을 위한 변증법적 방법의 수학학습지도 방법에 대한 연구 결과를 모두 살펴보았다. 변증법적인 방법이 주로 사회학에서 이용되는 방법론이기에 수학교육에서 그 연구가 많이 이루어지지는 않았다. 그러나, 변증법적인 역동적 발전 과정은 모든 사물의 발전 과정을 설명할 수 있는 방법중 하나이기에 학생들에게 수학적 지식의 발전 과정을 경험해 보게 하고, 창의적으로 탐구해 볼 수 있게 한다는 점에서는 어느 정도 가치가 있을 것이라고 생각한다. 이러한 가능성을 좀더 일반화하기 위하여 앞으로 이와 관련된 더 많은 연구가 이루어지길 기대해 본다.

참고 문헌

1. 강대석, **독일 관념철학과 변증법**, 서울: 한길사, 1988.
2. 김종기(역), **모순이란 무엇인가?**, 서울: 동녘, 1997.
3. 김홍원 · 김명숙 · 송상헌, **수학 영재 판별 도구개발 연구(I) -기초 연구편-**, 한국 교육개발원 연구보고 CR96-26, 서울: 한국 교육 개발원, 1996.
4. 나귀수, **증명의 본질과 지도 실제의 분석**, 서울대학교 대학원 박사학위 논문, 서울: 서울대학교, 1998.
5. 두산세계백과사전편집부, **두산세계대백과사전 99**, 서울: (주) 두산, 1999.
6. 박종홍, **辨證法的 論理**, 서울: 박영사, 1996.
7. 배종수, **초등수학교육 내용지도법**, 서울: 경문사, 1999.
8. 송상헌, **수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구**, 서울대학교 대학원 박사학위 논문, 서울: 서울대학교, 1998.
9. 신현용 · 이종욱 · 한인기, "창의성 신장을 위한 수학학습자료 개발", **수학교육 학술지** 4

(1999), 33-52.
10. 우정호 역, I. Lakatos, **수학적 발견의 논리**, 서울: 민음사, 1991.
11. 이용률 · 성현경 · 정동권 · 박영배(공역), 가다끼리, **수학적인 생각의 구체화**, 서울: 경문사, 1999.
12. 정영옥, **Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구**, 서울대학교 대학원 박사 논문, 서울: 서울대학교, 1997.
13. 장상호, **학문과 교육(상)**, 서울: 서울대학교 출판부, 1999.
14. 한길준 · 정승진, "변증법적 방법을 이용한 분수의 나눗셈 지도 방안 고찰", **교과교육연구** 4(2000), 127-148, 서울: 단국대학교부설교과교육연구소.
15. ______________, "역사-발생적 원리에 따른 변증법적 방법의 수학학습지도 방안", **수학교육 논문집** 12(2001), 67-82. 서울: 한국수학교육학회.
16. 홍승용 역, T. Adorno, **부정변증법**, 서울: 한길사, 1999.
17. Brown, S. & Walter, M., "What if not? An Elaboration and School Illustration", *Mathematics Teaching*, 51(1970), 9-17.
18. Cooper, B. N., Sutherland, M. R. & Warfield, V., *Theory of Didactical Situation in Mathematics*, 제 25회 수학교육학 집중세미나. 서울: 대한수학교육학회, (1999).
19. Davis, P. J. & Hersh, R.(1981), *The Mathematical Experience*, 양영오, 허민(공역), **수학적 경험**, 서울: 경문사, 1995.
20. Ervynck, G., "Mathematical Creativity," In Tall, D.(Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1994.
21. Fisher, R., *Teaching Children to Think*, England: Basil Blackwell, 1990.
22. Harold, I. B., *Preception, Theory and Commitment: The New Philosophy of Science*, The University of Chicago Press. 신중섭(역), 새로운 과학철학. 서울: 서광사, (1987).
23. Maslow, A. H., *The Father Reaches of human Nature*, New York: Viking Press, (1971).
24. National Council of Teachers of Mathematics, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA: NCTM, 1989.
25. Polya, G., *How to solve it,* New York: Doubleday, 1957.
26. Silver, E.A., "A Study on the Mathematical Problem Posing," *The Journal of the Institute of Science Education*, 16(1995).
27. Verschaffel, L. & Corte, E. D., "Number and Arithmetic". In Alan J. Bishop, Ken Clements, Cristine Keitel, Jeremy Kilpatrik & Colette Laborde(Eds.) *International Handbook of Mathematical Education*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.