

한국과 외국의 이산 수학 교육 내용 비교

한진규¹⁾ · 서종진²⁾ · 홍지창³⁾

I. 서론

컴퓨터의 발달과 더불어 21세기는 다양한 지식과 창조적인 아이디어를 바탕으로 스스로 재구성하여 활용할 수 있는 능력을 요구하고 있다. 이와 같이 학교 교육은 컴퓨터, 계산기 등을 활용할 수 있는 사회인을 배출해야 함을 요구하고 있으며, 이런 사회적 요구에 부응하여 학교 수학은 정보화 사회에 대응하여 헤쳐나갈 수 있는 학습 내용을 가르칠 것을 요구하고 있다. 또한 수학에 대한 흥미를 유발하고 수학에 대한 새로운 자극을 통하여 학생들에게 수학적 사고 능력을 신장할 수 있는 수학 내용을 담고 있는 수학을 가르쳐야 할 것이다. 이에 이산수학은 컴퓨터와 밀접하게 관련되어 있는 학문으로 컴퓨터가 정보화 시대에서 매우 중요한 위치를 차지하고 역할을 함에 따라 학문적으로 뿐만 아니라 학교 수학에서도 점차적으로 강조되고 있는 것이다.

이산수학이 학교 수학에서도 점차 강조됨에 따라 이산수학에 관한 연구가 이루어지고 있다. 이산수학과 관련된 국내 연구로서 이산수학의 역할에 관한 연구(한원규, 1987 ; 이준열, 1991), 이산수학의 소개 실험에 관한 연구(엄경애, 1992), 이산수학 도입에 관한 연구(한용수, 1992), 이산수학의 지도에 관한 연구(박현용, 1993), 이산수학 문제해결에 관한 연구(임은찬, 1993 ; 최유미, 1993 ; 김소현, 1994), 그래프 이론에 관한 연구(문혜란, 1994), 이산수학의

소개에 관한 연구(이도영, 1995), 이산수학의 주제에 관한 연구(신혜경, 1998), 점화관계에 관한 연구(김향선, 1998), 컴퓨터 기반의 이산수학에 관한 연구(김민경, 1999), 이산수학의 기초 개념 형성에 관한 연구(김보라, 2001), 이산수학 교육 과정에 관한 연구(이길주, 2001) 등이 있다. 그러나 우리나라 이산수학 교육 내용은 기존의 교육 과정에도 포함되어 있으면서도, 제 7 차 교육과정에서 그래프 이론, 의사결정과 최적화이라는 새로운 토픽을 첨가하여 고등학교 수학의 선택 과목으로 편성되어 지도하도록 되어있다. 그럼에도 불구하고 이산수학 교육 과정에 대한 체계적인 교육적 연구는 매우 미진한 상태이다.

본 논문에서는 미국, 영국, 일본, 캐나다의 이산수학의 교육 과정을 한국의 경우와 비교 고찰하여 한국 학교 수학에서의 이산수학의 연계성과 이산수학의 교육 과정의 문제점을 탐색하고 그 개선 방안을 찾아보고자 하였다.

II. 이산수학

A. 이산수학

이산(discrete)의 사전적 정의는 “다른 것들과 떨어져있는; 분리된; 떨어져 있는 부분들로 구성된; 연

1) 목원대학교 수학교육학과
2) 목원대학교 강사
3) 동해대학교 교양학부

속이 아닌”으로 정의하고 있다. 이산수학은 대부분의 대수학과 미분적분학을 기초로 한 연속수학의 전통적인 개념과 대조된다고 할 수 있으므로 이산수학은 잠재적으로 분리될 수 있는 또는 불연속 부분으로 분리될 수 있는 주제와 아이디어에 대한 연구와 관련된 수학이라 할 수 있다. 대수학과 미분적분학의 주제들은 그들 구조에 대한 영역으로 실수와 복소수를 전형적으로 다루는 반면, 이산수학은 양의 정수와 같은 개별적인 수의 집합이나 유한한 수의 집합을 다룬다. 연속수학의 주된 목적이 양을 측정하는 상황에 적합하다면, 이산수학의 주된 목적은 세기(counting)에 관계된 상황에 있다고 할 수 있다(Dossey, 1991). 또한 Dossey(1991)는 이산수학의 세기에 관련된 문제 상황을 주어진 문제에서 해의 존재성 여부를 다루는 존재 문제, 해를 갖고 있는 문제에 대해 해가 얼마나 많은지를 조사하는 세기문제, 특정한 문제에 대한 최적의 해를 찾는 데에 초점을 둔 최적화 문제 세 가지 범주로 분류하고, 이 세 가지 범주의 문제를 분석하는 것과 문제 상황에 대한 해를 구하는 알고리즘을 개발하는 것은 이산수학의 핵심이라고 하였다.

New Jersey주 수학 교과 과정에서의 이산수학은 이산적인 사물의 배열을 다루는 수학의 한 분야로 지도에 있는 한 도시에서 다른 도시로 가는 최적의 길을 찾는 것과 같은 일상 생활에서 일어날 수 있는 다양한 토픽과 기술을 포함하고 있고, 또한 피자를 토핑하는 여러 가지 조합의 수를 세는 방법이나, 해야 할 일의 목록을 계획하는 최선의 방법, 그리고 컴퓨터가 정보를 저장하고 재생하는 방법과 같은 문제들을 포함하고 있다. 이산수학은 행정공무원, 의료, 교통, 통신 담당자들이 판단을 할 때 사용하는 수학이다. 이와 같은 다양하게 사용되는 이산수학은 학생들이 실생활에서 수학의 관련성을 발견할 수 있게 해준다고 정의하고 있다(New Jersey's Core Curriculum Content Standards, 1991; Rosenstein, 1997).

B. 학교 수학에서 이산수학의 필요성과 목적

NCTM(1989)에서는 이산수학의 중요성을 “21세

기로 가는 시점에 있어서 정보와 정보의 교환은 최소한, 물건의 생산만큼 중요한 것이 되었다. 물리적 또는 물질 세계는 미적분과 대수, 기하, 삼각함수의 필수 아이디어인 연속수학에 의해 흔히 모델화 되는 반면, 정보처리라는 비물질 세계는 이산(불연속) 수학의 사용을 요구한다. 컴퓨터 공학 역시 수학이 사용되고 창도(唱導)되는 방법에 점차 강하게 영향을 미치고 있다. 컴퓨터는 본질적으로 유한이고 이산적인 기계이다. 따라서 이산수학의 내용은 컴퓨터를 사용하는 문제해결에 필수적이다. 이런 점에서 모든 학생들로 하여금 이산수학의 개념과 방법을 경험하게 하는 것이 중요하다”라고 강조하면서, 대학을 진학하는 학생뿐만 아니라 중등학교 교육 과정에서도 이산수학을 가르칠 것을 권고하고 있다. Rosenstein(1997)은 학교 수학에 이산수학을 도입하는 이유를 제시하고 있다. 첫째, 이산수학은 학생들에게 새로운 출발점을 제공하고, 수학에 성공하지 못한 학생들에게 성공의 기회를 제공하며, 수학에 흥미를 잃은 재능 있는 학생들에게 도전의 기회를 제공하고 있다. 둘째, 이산수학은 교사들에게 수학을 어떻게 가르쳐야 하는지, 수학을 바라보는 새로운 방법과 학생들에게 접근할 수 있는 새로운 방법을 제시하고 있다. Rosenstein은 이산수학을 가르치는 그 자체의 목적뿐만 아니라 이산수학을 통하여 교사들이 새로운 교수법을 발견할 수 있으며, 학교 수학을 새로이 조직할 수 있는 도구로 보고 있는 것이다.

Hart(1991)는 이산수학이 중등학교 교육 과정에서 공헌 할 수 있는 점을 다음과 같이 설명하고 있다. 첫째, 이산수학은 새로운 진전된 문제와 미해결 문제로 가득차 있으며, 수학적 배경이 거의 없는 학생들에게 교실에서 수학을 흥미 있고 생동감 있게 하여준다. 둘째, 이산수학 연구는 학생들에게 알고리즘적 문제해결로부터 강력한 도구를 사용할 수 있는 능력을 개발시킴으로써 학생들의 문제해결 능력을 의미 있게 향상시킬 수 있다. 셋째, 이산수학은 새롭고 강력한 수학적 모델링을 풍부하게 제공한다. 넷째, 이산수학은 비즈니스, 산업, 그리고 정부에서 폭넓게 사용되듯이 많은 응용력이 있다. 다섯째, 이산수학은 전통적인 수학 교과 과정의 경쟁자도 아니며, 우리가 가르쳐온 방법이나 우리가 가르쳐온

교과서를 급격하게 변화시키려는 혁명도 아니다. 이산수학은 전통적인 교과 과정을 보충하고 풍부하게 한다. Hart의 주장에서 보듯이 이산수학은 학생들에게 새로운 수학적 내용을 소개함으로써 수학의 흥미를 유발하고 수학을 왜 하는지에 대한 의문점을 학생들에게 다소나마 인식시킬 수 있을 것이다.

Maurer(1997)는 그의 논문 "What is discrete mathematics? The many answers"에서 다음과 같이 이산수학을 가르치기 위한 목적을 기술하고 있다. 첫째, 이산수학은 증명을 적절히 도입하고 전통적인 학습에서 의식하지 않고 다루어 왔던 알고리즘과 재귀를 의식화하여 다루도록 하기 위함이다. 둘째, 모델링은 본질상 복잡하지만 이산 수학적 모델은 다루기에 간편하므로 모델링을 도입하고, 초등수준에서도 많은 실재적인 응용이 가능하므로 응용을 강조하기 위해서이다. 셋째, 연산을 연구하고 수리과학을 전공하기 위함이다. 넷째, 학교 수학에 컴퓨터를 도입하고, 학생들에게 탐구를 자극하고 창조적인 접근 기회를 제공하여 연구하도록 하기 위해서이다. 다섯째, 실험적인 수학을 장려하기 위함이다. 여섯째, 협동학습과 다른 새로운 교실 학습법을 장려하기 위함이다. 일곱째, 학생들에게 수학에 대한 흥미를 불러일으키고, 수학적으로 사고하도록 가르치기 위함이다. 위와 같은 목적은 한국의 7차 수학과 교육과정에서 추구하는 내용과 부합되고 있으며, 이산수학을 통하여 학생들 스스로가 수학적으로 생각하는 능력을 기르게 하고, 실 생활적인 문제를 그래프로 나타내고 알고리즘화 하여 간단한 프로그램을 구성할 수 있도록 해야 할 것이다

III. 국내·외 이산수학 교육 과정

A. 한국의 이산수학 교육 과정

한국의 제 7차 수학과 교육 과정은 1~10단계인 『수학』 과 11~12학년에서의 선택 과목으로 구성되는데, 선택 과목으로 『이산수학』 이 포함되어 있다,

1) 이산수학의 성격

『이산수학』은 10단계의 수학에 도달 여부에 관계 없이 학생들이 선택할 수 있는 과목으로서, 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 활용하여 실생활에서 일어나는 유한이나 불연속의 이산 상황의 문제를 수학적으로 분류하고, 논리적으로 사고하여 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기르게 한다. 이 과목은 수학에서 이산적인 내용의 학습을 경험하고자 하는 모든 학생이 이수하기에 알맞은 과목이다.

『이산수학』의 내용은 이산적인 상황에 맞는 사고의 적용을 강조하여 선택과 배열, 그래프, 알고리즘, 의사결정과 최적화 등의 4개 영역으로 하고, 수학의 이산적인 상황의 문제를 쉽고 흥미롭게 학습할 수 있도록 다양한 실생활을 소재로 하여 구성한다.

『이산수학』의 학습에서는 수학 학습에서 습득된 지식과 기능을 활용하여 실생활의 여러 가지 이산적인 상황을 수학적으로 간결히 표현하고 처리할 수 있도록 하는 데 중점을 둔다. 또, 전 영역에 걸쳐서 복잡한 계산이나 문제 해결을 위하여 계산기나 컴퓨터를 적극적으로 활용한다.

2) 이산수학의 목표

수학의 기본적인 지식과 기능을 활용하여 실생활의 이산적인 상황의 문제를 수학적으로 사고하는 능력을 기르고, 합리적으로 의사를 결정하며, 창의적으로 문제를 해결할 수 있다.

가. 일상적인 정보에서 수량적인 관계나 법칙을 계산기나 컴퓨터를 이용하여 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나. 세기의 기본이 되는 방법과 집합이나 자연수를 나누는 방법을 이해하고, 이를 이용하여 실생활에서 여러 가지 경우의 수를 구할 수 있다.

다. 사물의 현상을 그래프와 행렬 등을 이용하여 조직·해석하고, 이를 활용할 수 있다.

라. 여러 가지 문제를 알고리즘식으로 사고하고 처리하는 능력을 기른다.

마. 다양한 의사 결정 과정과 상충적인 상황에서 합리적이고 논리적인 사고를 하여 문제를 해결할 수 있다.

3) 이산수학 교육 과정의 내용

<표1-1> 한국의 초등학교, 중학교 이산수학의 내용

과정	내용
초등학교	여러 가지 양의 비교, 한가지 기준으로 사물을 분류하기 규칙적인 배열에서 규칙 찾기, 규칙에 따라 배열하기 배열 표에서 규칙 찾기, 다양한 변화의 규칙 찾기 배열 표에서 띄어 세는 규칙 찾기, 곱셈표에서 여러 가지 규칙 찾기 자료의 크기를 표와 그래프로 나타내기, 자료의 수집과 정리 규칙에 따라 여러 가지 무늬 꾸미기, 다양한 변화의 규칙을 수로 나타내고 설명하기 규칙을 추측하고 말이나 글로 표현하기 여러 가지 그래프 나타내기, 여러 가지 이동을 이용하여 규칙적인 무늬 만들기 줄기와 잎 그림
중학교	이진법, 순환소수, 다각형의 대각선의 개수, 다각형의 내각의 크기의 합 다면체에서 꼭지점의 수, 모서리 수, 면의 수 사이의 관계, 확률의 뜻과 기본 성질 확률 계산, 벤다이어그램, 수형도, 분할 분배(합집합의 개수 등)

<표1-2> 한국의 고등학교 이산수학의 내용

과정	영역	내용	
고등학교	선택과 배열	순열과 조합	· 순열 · 조합
		세기의 방법	· 배열의 존재성 · 포함배제의 원리 · 집합의 분할 · 수의 분할 · 여러 가지 분배의 수
	그래프	그래프	· 그래프의 뜻 · 여러 가지 그래프
		수형도	· 여러 가지 수형도 · 생성 수형도
		여러 가지 회로	· 오일러 회로 · 해밀턴 회로
	그래프 활용	· 행렬의 뜻 · 그래프와 행렬 · 색칠 문제	
고등학교	알고리즘	수와 알고리즘	· 수와 규칙성 · 수와 알고리즘
		점화관계	· 두 항 사이의 관계식 · 세 항 사이의 관계식
	의사 결정과 최적화	의사 결정 과정	· 2x2 게임 · 선거와 정당성
		최적화와 알고리즘	· 계획 세우기 · 그래프와 최적화

B. North Carolina주(미국)의 이산수학 교육 과정

1) 이산수학의 성격

이산수학은 선택과목으로 학생들에게 네트워크, 사회 선택, 그리고 결정 과정(decision making) 같은 수학을 경험하게 하고 학생들에게 행렬계산과 확률의 적용을 확장한다. 적용과 모델링은 이산 수학 교과 과정에서 중심 내용이며, 손으로 다루는 것부터 계산기와 응용소프트웨어에 이르기까지 적절한 과학기술은 교수와 평가에서 적당하게 사용되어야 한다.

2) 이산수학의 목표

이산수학은 다음과 같은 목표를 가진다.
 가. 학습자는 사회 선택과 결정과정(decision making)을 수반하는 문제를 해결할 수 있다.
 나. 학습자는 문제 해결을 하기 위해 그래프를 사용할 수 있다.
 다. 학습자는 행렬, 함수, 수열, 그리고 문제 해결을 위한 급수를 사용할 수 있다.
 라. 학습자는 계산과 확률을 수반하는 문제를 해결할 수 있다.

3) 이산수학의 교육 과정 내용

<표 2> North Carolina주의 이산수학의 내용 (9-12학년)

영역	내용
수 인식 계산법 수의 연산	1. 선거 방법을 포함하는 문제 해결 2. 비례 투표를 포함하는 문제해결, 투표권 3. 소유지 분할을 포함하는 문제 4. 연속적으로 규칙에 맞는 분할을 포함하는 문제 해결 5. (인구비례에 의한)의원수의 할당을 포함하는 문제

공간감각 측정 기하학	<ol style="list-style-type: none"> 1. 그래프 (모서리, 정점, 차수, 경로, 회로, 연결, 분리, 그리고 trees)와 관련된 용어를 정의 2. 유한 그래프와 수반행렬을 사용하는 문제 상황 묘사 3. 프로그램평가검토기법(Program Evaluation & Review Technique) 을 사용한 엄밀한 경로 찾기 4. Euler회로나 경로 찾기 5. Hamiltonian회로나 경로 찾기 6. Euler회로나 Hamiltonian 회로를 포함하는 문제 해결하기 7. 주어진 그래프에 대한 수행도를 측정하는데 소요되는 최소 비용 찾기 8. 네 가지 채색원리와 채색 수를 사용하여 실세계 문제를 해결하기 위해 그래프 채색하기 9. 광택 표시법과 역 광택 표시법에서 문제 해결을 위한 이진 표현 tree diagram 사용하기 10. 큰 상자 포장을 수반하는 문제 해결
데이터 확률 통계	<ol style="list-style-type: none"> 1. 교집합과 합집합을 수반하는 계산 문제를 해결하기 위해 Venn diagram사용 2. 복잡한 Venn diagram 문제를 해결하기 위해 기본적인 논리 법칙을 사용 3. 덧셈과 곱셈 법칙을 사용하여 문제 해결 4. 독립적인, 종속적인, 서로 배타적인, 그리고 순환성을 포함하고 있는 순열, 조합을 수반하는 문제 해결 5. 실험 확률과 확률 모형에 대한 모의실험 사용 6. 기대값 찾기와 공정성 결정 7. 이산확률변수를 알고 문제를 해결하기 위해 그것을 사용 8. 이항 확률 이론의 유도와 적용

C. 미국 Missouri주의 이산수학 교육 과정

1) 이산수학의 성격

이산수학은 서로서로 또는 별개로 분리된 점, 아이디어, 대상들에 대한 연구 분야로 그래프 이론, 계산 방법, 행렬과 결정 과정을 포함하고, 일에서 원리, 컴퓨터 과학 그리고 실생활 문제와 연관되어 있는 많은 응용을 포함한다. 이산수학은 수학적인 연결 과정을 증진시키고, 과학 기술적인 환경을 제공하고 그리고 비평적인 생각과 수학적 추론에 대한 기회를 제공한다. 이산수학은 실제로 일을 하기 위한 그리고 과학기술 사회에서 기능을 할 수 있고, 추론력과 문제 해결 기술을 가진 건물이 넓은 시민을, 우리 사회에서 수학의 중요성을 인식하는 건물을

이 넓은 시민을, 그리고 새롭고 더 세련된 분석적이고 전문적인 수단(tools)을 필요로 하는 미래 직업을 위해 준비되어야할 건물이 넓은 시민을 교육할 목적을 성취하기 위한 흥미롭고 적절한 매체이다.

2) 이산수학의 목표 (9-12학년)

가. 그래프 이론을 수반하는 응용 문제를 탐구하고 해결할 수 있다.

나. 문제해결 도구로서 트리 다이어그램(Tree diagram), 벤다이어그램(Venn diagram), 또는 학생이 개발한 다이어그램(diagram)을 사용할 수 있다.

다. 유효하고 무효한 논쟁을 인식하는 논리 and/or 나 진리표로부터 개념을 사용할 수 있다.

라. Pascal의 삼각형, 순열, 조합 그리고 피보나치 수열 같은 세기 기법에서 적용을 탐구할 수 있다.

마. 게임 이론의 개념을 조사할 수 있다. 선거 이론으로부터 개념을 탐구 할 수 있다.

바. 공정한 할당, 분배에 대한 다른 접근을 조사한 후 그것의 응용을 탐구할 수 있다.

사. 응용 문제를 해결하기 위해 수학에서의 반복 개념을 사용할 수 있다.

3) 이산수학의 교육 과정 내용

<표 3> Missouri주의 이산수학의 내용

과정	영역	내용
초등	네트워크와 경로	- 네트워크나 격자(grid)에 대한 두 포인트 사이의 경로 찾기
	세기	- 속성(attributes)에 의한 분류 - 벤다이어그램(Venn diagram) - 순서가 문제가 되는 상황 또는 문제가 되지 않는 상황에서 배열의 수 찾기 - 기하적·산술적 패턴
	공정한 분할	- 항목이나 항목들을 분할
	논리와 추론	- 연역적 추론 - 귀납적 추론
	행렬	- 테이블 형태로 정보를 조직

중등	네트워크와 경로	-네트워크나 격자에서 경로 찾기 - Tree graphs
	세기	- 기하적 · 산술적 패턴 - Tree and Venn diagrams - 조합과 순열 - 확률 - Pascal 삼각형
	공정한 분할	- 품목 또는 품목들의 공정한 분할
고등	논리와 추론	- 연역적 추론 - Tree and Venn diagrams
	행렬	- 날짜를 조직하기 위해 행렬을 사용 - 행렬의 덧셈과 뺄셈 - 수식연산 프로그램의 일종인 스프레드시트 프로그램의 사용
	네트워크와 경로	- 회로 - 네트워크와 경로 - 지도채색 - Tree graphs
	세기	- 조합, 순열, 그리고 Pascal의 삼각형과 같은 계산 기법 - 확률 - 기하적 · 산술적 반복
고등	공정한 분할	- 소유지를 공정하게 분배하는 것과 같은 공평한 분배 - 주 사이에 의원 수를 할당하는 것과 같은 인구 비율에 의한 의원 수 할당
	논리와 추론	- 진리표와 Venn diagram과 같은 논리 - 전략을 포함하는 게임 이론 - 각각의 집단 결정으로 개인적인 선호도를 돌리는 과정을 수반하는 선거이론
	행렬	- 문제 해결을 위한 행렬의 덧셈, 뺄셈, 그리고 곱셈 사용 - 방정식 체계를 해결하기 위해 행렬 사용

D. 캐나다 ontario의 이산수학 교육 과정

12학년 대학 준비 과정으로 이 코스가 학생들이 수학적인 지식과 추상적인 수학 주제들과 복잡한 문제 해결의 기술들을 넓힐 수 있게 한다. 학생들은 기하학적이고, Cartesian 벡터, 그리고 3차원에서 선

과 평면의 교차에 관한 것을 포함한 문제들을 해결하고, 또한 증명을 이해하고, 추론을 사용하고, 대수와 벡터 그리고 간접적인 방법들을 발견할 수 있다. 그리고 증명에서 수학적 귀납법을 사용하고 계산 기술을 포함한 문제들을 해결할 것이다. 이 과정을 끝내기 위해 학생들은 계산 기술을 사용한 문제 해결, 결과를 증명하기 위해 수학적 귀납법을 사용한 증명을 할 수 있어야한다.

<표 4> 캐나다 ontario주의 이산수학의 내용

계산 기술을 사용한 문제 해결	수학적 귀납법을 사용한 증명 결과
<ul style="list-style-type: none"> ○ 덧셈과 곱셈의 계산원리를 사용한 문제 해결 ○ 표준 조합 기호를 사용하여 순열과 조합에 관한 답을 표현하기 ○ 접근적인 방법(손으로, 계산기로 등)을 사용한 팩토리얼(!)의 해결과 표현 ○ 조건이 필요한 경우의 문제 해결을 순열과 조합으로 문제해결하기 ○ 정확성과 명백함을 필요로 하는 계산 문제 해결하여 설명하기 ○ 파스칼 삼각형과 이항계수와의 관계 설명 ○ 2진법의 확장과 이진법을 이용한 문제 해결 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 수학적 귀납법의 원리 이해 ○ 수열 합(sigma) 사용법을 익히기 ○ 수학적 귀납법을 사용하여 수열의 합 공식 증명 ○ 수학적 귀납법을 이용하여 이항정리 증명 ○ 수학적 귀납법을 이용하여 파스칼 삼각형의 계수사이의 관계 증명

E. 영국의 수학 교육 과정

영국의 England와 Wales의 교육과정은 단계별 수준별 교육 과정으로 1단계, 2단계, 3단계, 4단계로 나누어져 있으며, 성취목표는 「수학을 이용하고 응용하기」, 「수와 대수」, 「도형, 공간, 측정」, 「자료처리」 등의 내용을 기술하고 있다.

1). 수학 교육의 목표

○ 3단계 및 4단계

수학을 사용하고, 수학적으로 의사소통하고, 추론하는 것은 다른 분야의 수학적 맥락 속에서 이루어져야 한다. 측정은 자료 처리와 기하와 관련될 뿐만 아니라 수와 관련되어 가르쳐야 하며. 비율과 비례는 확률, 기하와 연결되어 있어야 하며, 수치적 문제를 푸는 것과 연결되어야 한다. 변수, 동치, 차수, 역과 같은 중요한 개념은 수, 대수, 기하에서 발달되어야 한다.

2). 이산수학의 내용

<표 5> 영국의 이산수학의 내용

3-4 단계	도형 공간 측정	<ul style="list-style-type: none"> ■ 측정을 이해하고 사용하기 이산적인 측정과 연속적인 측정 사이의 차이에 관한 이해를 발달
	자료 처리	<ul style="list-style-type: none"> ■ 자료 수집 1. 자료 모음 종이를 디자인하여 사용하고, 표나 목록, 컴퓨터 데이터베이스에서 필요한 정보를 입수하고, 적절한 때에 자료를 그룹으로 묶어 나타내는 도수분포표 만들기 2. 가능한 편견을 고려해가면서, 조사 목적에 따라 필요가 있는 자료를 뽑아내 가정을 검증하기 위해 설문지와 실험을 디자인하기 ■ 자료를 표현하고 분석 3. 막대 그래프, 선의 그래프, 파이 차트, 빈도 다각형, scatter 다이어그램, 누적 빈도 다이어그램을 포함하여 이산적이거나 연속적인 자료를 표현하기 위해 다이어그램과 그래프를 구성하기 4. 처음에는 이산적인 자료에서 시작하여, 그룹으로 묶여 있거나 연속적인 자료로 나아가면서, 최빈값, 중간값, 평균 등의 집중 경향에 대한 적절한 측정을 계산하고, 어렵하고 사용하기 5. 이산적이거나, 그룹으로 묶여 있거나, 연속적인 자료를 적용할 구간 혹은 4 분의 1 구간을 포함하여 퍼져 있는 정도를 적절하게 선택하고 계산하거나 어렵하기

F. 일본의 교육과정

1). 수학 교육의 목표

수량이나 도형에 대한, 산수적 활동을 통하여 기초적인 지식과 기술을 익혀서 일상적인 사실과

현상에 대한 통찰력을 가지고 조리 있게 생각하는 능력을 기르고, 활동의 즐거움이나 수리적인 처리의 좋은 점을 깨달아서 나아가 생활에 활용하려는 태도를 기른다.

2) 이산수학의 내용

<표 6> 일본의 고등학교 이산수학의 내용(이길주, 2001)

수학 I	개수의 처리	가. 수세기 원칙 나. 자연수의 열
	확률	가. 확률의 그 기본적인 법칙 나. 독립적인 시행과 확률 다. 기대치
수학 A	수열	가. 수열과 그 합 나. 이항정리 다. 점화식과 수학적 귀납법
	계산과 컴퓨터	가. 컴퓨터의 조작 나. 순서도와 프로그램 다. 컴퓨터에 의한 계산
수학 B	확률분포	가. 확률의 계산 나. 확률분포 - 확률 변수와 확률분포 - 이항분포
	계산법과 컴퓨터	가. 컴퓨터의 기능 나. 여러 가지 계산법의 프로그램
수학 C	행렬과 선형 계산	가. 행렬 - 행렬과 그 연산 합, 차, 실수 배 - 행렬의 곱과 역행렬 나. 연립일차방정식 - 행렬에 의한 표현 - 소거법에 의한 풀이
	통계 처리	가. 통계자료의 정리 - 대표치와 산포도 - 상관 나. 통계적 추측 - 모집단과 표본 - 정규분포 - 통계적 추측의 사고

위 <표 5> 와 <표 6>에서는 영국과 일본의 고등학교 수학과 교육 과정에 이산 수학 과목이 교육 과정 상에 없으므로 고등학교 수학과 교육 과정에서 이산 수학적 내용을 기술하였다. 교육과정에 이산 수학이 한 과목으로 제시되어 있지는 않지만 이산 수학 내용이 다소 포함되어 있음을 알 수 있다. 특히 일본의 경우 학생들이 컴퓨터를 사용하여 계산하고 프로그램을 구성할 수 있도록 수학A, 수

학B 과목에 제시되어 있는 것은 한국의 제 7차 수학과 교육 과정에서 일반 선택 과목 중의 하나인 실용 수학의 계산기와 컴퓨터 영역과 유사함을 보여준다. 영국과 일본의 이산수학 내용은 한국의 선택 과목 중의 하나인 이산수학 과목에 있는 내용에 비해 다소 미약하다고 할 수 있다.

G. 한국, 미국(North Carolina주), 캐나다의 이산수학의 내용 비교

아래 <표 7>은 한국, 미국(North Carolina주), 캐나다의 이산수학의 내용을 비교한 표이다.

<표 7> 이산수학의 내용 비교 (고등학교)

영역	내용	한국	노스캐롤라이나주	미주리주	온타리오주
확률 통계	순열, 조합	○	○	○	○
	이산 확률변수		○		
	이항확률 이론		○		
	이항계수				○
	실험확률, 확률모형		○		
	기대값		○		
논리 추론	의사결정	○	○	○	
	진리표			○	
	공정한 분할(분배)	○	○	○	
패턴 관계 합수	수학적 귀납법		○	○	○
	점화 관계	○	○	○	
	알고리즘	○	○	○	
	선형체계		○	○	
	수열(유한, 무한)의 수렴 발산	○	○		○
네트워크와 경로, 그래프	회로(오일러, 헤밀턴)	○	○	○	
	통신망		○	○	
	채색(그래프, 지도 등)	○	○	○	
	tree diagram	○	○	○	
	최적화	○	○	○	
	여러 가지 그래프	○	○	○	
	행렬사용	○	○	○	

이상에서 살펴본 것과 같이, 우리나라 제 7 차 수학과 교육 과정과 외국의 수학과 교육 과정에서의

이산수학 내용이 수학과 교육 과정에 전반적으로 분포되어 있지만 한국과 미국, 캐나다 교육 과정과 일본, 영국의 교육과정에서는 뚜렷한 차이점을 보이고 있다. 한국의 경우는 11-12 학년, 미국의 North Carolina주의 9 -12학년, Missouri주는 K-12 학년, 캐나다 Ontraio주는 12학년에 이산 수학이라는 과목으로 교육 과정에 제시되어 있는 반면, 일본과 영국의 교육 과정에는 제시되어 있지 않음을 알 수 있다. <표 7>에서는 이산 수학이 고등학교 수학과 교과 과정에 제시되어 있는 우리나라, 캐나다(ontario 주), 미국(Carolina주, Missouri주) 세 나라의 이산수학의 내용을 비교하였으며, 일본, 영국은 이산수학적인 내용이 수학 교과 과목에 포함되어 있지만 교육 과정에 이산수학이란 영역으로 제시되어 있지 않으므로 비교에서 어려운 점이 있으므로 제외시켰다. <표 7> 에서 보듯이 한국과 Missouri 주와는 거의 유사함을 알 수 있고, 캐나다(ontario주)는 이산수학이 12학년의 대학 예비 과정으로 편제되어 있으므로 한국과 내용상 많은 차이를 보이고 있다. 그리고 North Carolina주에 비해 한국은 확률, 통계, 수열, 행렬, 수학적 귀납법 부분에서 큰 차이를 보이고 있다. 확률과 통계 과목이 한국의 제 7 차 수학과 교과 과정의 선택 과목 중 하나로 제시되어 있듯이, North Carolina의 경우도 고등학교 수학과 교과 과정에 Advanced Placement Statistics 라는 과목으로 제시되어 있다. 한국의 확률과 통계 과목과 North Carolina주의 Advanced Placement Statistics 과목에 내재해 있는 내용을 비교 할 경우, North Carolina주가 한국에 비해 더 많은 내용을 포함하고 있다. 이에 한국의 경우도 확률, 통계 과목의 내용을 강화하거나, 이산수학 과목에 확률, 통계 내용을 조금 더 보강해야할 필요성을 요구한다.

H. 한국과 미국(Missouri 주)의 이산수학의 내용 비교

아래 <표 8 >은 한국과 Missouri 주의 이산수학의 내용을 비교 분석한 것으로, Missouri 주의 이산수학에 나타나 있는 내용을 중심으로 비교하였다. Missouri 주는 한국과 다르게 K-12 학년까지 이산

수학의 내용을 수학과 교육 과정에 제시하고 있으므로 그 내용 비교에서 의미가 있다고 할 수 있을 것이다. 아래 <표 8>에서 보듯이 한국과 Missouri 주의 이산수학의 내용 면에서 다음과 같은 많은 차이점을 알 수 있다. 초등학교의 경우 네트워크와 경로 찾기, 벤다이어그램에서 내용 상 차이가 있을 뿐 거의 차이가 없음을 보이고 있다. 반면 초등학교와는 달리 중학교에서는 많은 차이를 보이고 있다. 한국의 제 7차 수학과 교육 과정에서 순열, 조합, 행렬은 고등학교에서 다루고 있지만 Missouri주에서는 중학교 수준에서 간략하게 다루고 있으며, 회로, 네트워크와 경로, Tree graphs와 같은 내용을 포함하고 있다.

<표 8> 한국, 미국(Missouri주)의 이산수학의 내용 비교

과정	영역	내용	한국	미주 리주
초등	세기	사물 분류, 배열	○	○
		기하학적이고 산술적인 패턴	○	○
		벤다이어그램		○
	논리/추론	테이블 형태로 정보 조직	○	○
		연역적 추론, 귀납적 추론	○	○
	패턴, 관계, 행렬	테이블 형태로 정보조직	○	○
네트워크와 경로	네트워크나 grid에 대한 경로 찾기		○	
	기하학적, 산술적 패턴	○	○	
중등	세기	확률	○	○
		순열, 조합		○
		분할, 분배	○	○
		수형도, 벤다이어그램	○	○
		파스칼 삼각형		○
		연역적 추론	○	○
	논리/추론	수형도, 벤다이어그램	○	○
		행렬의 덧셈과 뺄셈		○
	패턴, 관계, 행렬	날짜를 조직하기 위해 행렬사용		○
		spreadsheet 프로그램사용 (수식연산 프로그램)		○
	네트워크와 경로	네트워크와 경로		○
		tree graph		○

고등	세기	확률, 순열, 조합	○	○
		분할, 분배	○	○
	논리/추론	의사결정 (선거, 게임)	○	○
		진리표		○
	패턴, 관계, 행렬	점화 관계	○	○
		알고리즘	○	○
		행렬(방정식 체계)		○
	네트워크와 경로	회로(오일러, 해밀턴)	○	○
		채색	○	○
		수형도	○	○
		네트워크, 경로	○	○
		여러 가지 그래프, 최적화	○	○
그래프에서 행렬사용		○	○	

그리고 수식연산 프로그램의 일종인 spreadsheet 프로그램을 다루고 있다는 것은 특이할 만한 사항이다. 고등학교 이산수학 내용 체계에서는 한국, 미국(Missouri주)의 이산수학의 내용은 두 나라 모두 수학과 교육 과정에 이산수학을 제시하고 있으며, 내용적인 면에서 볼 때에 거의 차이가 없다고 할 수 있으며, 유사성을 띄고 있음을 알 수 있다.

IV. 결론 및 제언

지금까지 살펴 본바와 같이, 고등학교 이산수학 내용 비교 <표 7>에서 North Carolina주에 비해 한국은 확률, 통계, 수열, 행렬, 수학적 귀납법 부분에서 큰 차이를 보이고 있다. 한국의 경우도 확률, 통계 과목의 내용을 강화하거나, 이산수학 과목에 확률, 통계 내용을 조금 더 보강해야 할 것으로 사료된다.

한국과 Missouri주의 이산수학의 내용 비교 <표 8>에서 살펴본 바와 같이, Missouri주는 이산수학 내용이 K-12 학년까지 전체에 걸쳐 다양한 이산 수학적 내용을 포함하고 있으므로 이산수학의 연계성을 보이고 있는 반면, 한국의 경우 제 7차 수학과 교육 과정상 이산 수학적 내용이 초등 수준에서

는 어느 정도 내포하고 있지만 중학교 이후부터는 기하적·산술적 패턴, 확률, 분할, 분배, 연역적 추론 내용을 제외하면 이산 수학적 내용이 거의 포함되어 있지 않아 고등학교 이산수학 과목과의 연계성이 다소 미약한 상황이므로 선택 과목으로 이산수학을 선택한 학생들이 다소나마 어렵게 받아들일 수 있을 것이다. 그러므로 그러한 문제점을 해결하기 위해 제 6 차 중학교 수학과 교과 과정에 포함하고 있었지만, 제 7 차 중학교 수학과 교과 과정에서는 삭제된 이산 수학적 내용인 한붓그리기, 피비우스 띠를 중학교 수학과 교육과정에 포함시키고, 네트워크와 경로, tree graph 등 다양한 이산수학 내용을 보강 해야 할 것이다.

NCTM(1989)에서는 중등학교에서 이산수학 과정의 분리를 옹호하거나 주장하는 것이 아니라 교육 과정을 통해 통합되어야 한다고 주장하고 있으며, Hart(1991)도 이산 수학을 중등학교 수학과에서 독립된 영역으로서 가르치는 것보다 전통적인 교육 과정의 내용을 보충해주는 견지에서 수학 교육 과정에 포함 시켜야 한다고 주장하고 있다. 이와 같이 이산수학의 연계성을 강화하기 위해 중등학교에서 이산수학 내용을 보강하고, 중학교 수학과 교육 과정에서 이산수학 내용을 한 단원으로 제시하거나 기존의 수학 교과 과정에 통합하여 제시함으로써 연계성을 강화할 수 있을 것이다. 또한 콜로라도 대학에서 교사를 위한 여름 과정 프로그램을 운영하고 있는 것처럼 한국도 이산수학 과목에 관한 교사 연수를 통하여 교사들의 이산수학 교육의 중요성과 이해도를 높인다면 연계성의 미약함에서 오는 문제점들을 보완하고 방안들을 모색할 수 있는 계기가 될 것이다.

이상에서 본 연구의 결론은 다음과 같다.

첫째, 미국의 이산수학 교육 과정은 다양한 주제들을 다루고 있으며, 논리와 추론을 많이 강조하고, 그리고 네트워크와 확률과 통계를 강화하고 있다는 것이다.

둘째, 한국과 마찬가지로 외국의 경우도 정보화 시대에 적용할 수 있는 사회인을 배출하기 위해 컴퓨터의 사용을 강조하고 있다.

셋째, 한국의 제 7차 초등학교 수학과 교육 과정

에는 이산 수학적 내용이 많이 포함되어 있다고 할 수 있지만, 중학교의 경우 그 내용상에서 미약함으로 고등학교 이산수학과 연계성에 있어서 미약함을 보이고 있다.

넷째, 한국의 고등학교 선택 과목인 이산수학의 내용적 측면에서 볼 때, 확률과 통계에 관한 내용을 보강해야 할 것으로 사료된다.

다섯째, 캐나다의 경우 이산수학은 대학 진학자들을 위한 예비 과정으로 되어 있다는 것이다.

한국의 이산수학 교육 과정 개정 방안을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 이산수학 교과목을 대학 진학자와 취업자로 분류하여 교육 과정을 진술하거나, 이산수학의 내용이 수학과 교육 과정에 고르게 분포 할 수 있도록 해야 한다.

둘째, 학생들의 수준을 고려하여 다양한 주제들을 다루어야 하고, 각 지역, 학교, 학생들 상황에 알맞은 다양한 교과서의 개발이 필요하다.

셋째, 한국의 제 7차 수학과 교과 과정에서 컴퓨터 사용을 강조하고 있지만, 학교 현장에서는 아직까지 컴퓨터 사용이 미약할 정도이므로 정보화 시대에 발맞추어 실질적으로 컴퓨터 사용을 평가할 수 있는 틀을 만들고 평가에 직접 활용하여야 할 것이다.

넷째, 논리와 추론을 강화해야 할 것이다.

다섯째, 이산수학의 내용 과정에 확률과 통계와 같은 자료 처리를 강화해야 할 것이다.

여섯째, 연계성 강화를 위해 초등학교에 이산수학의 내용을 보강하고, 중학교 수학과 교육 과정에 이산수학 내용을 한 단원으로 제시하거나, 교과서의 각 단원에서 이산수학과 관련지어질 수 있는 내용을 찾아 이산 수학적 내용을 강화 해야 할 것이다. 예를 들면, 제 6 차 중학교 수학과 교과 과정에 포함하고 있었지만, 제 7 차 중학교 수학과 교과 과정에서는 삭제된 이산 수학적 내용인 한붓그리기, 피비우스 띠를 중학교 수학과 교육과정에 포함시키고, 네트워크와 경로, tree graph 등 다양한 이산수학 내용을 보강 해야 할 것이다. 그리고 이산수학 과목에 관한 교사 연수를 통하여 이산수학 과목에 대한 교수법을 가르치고, 학교 수학 교육에서 이산 수

학의 중요성과 이해도를 높여야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 교육부(1997) 교육부고시 제 1997-15호 [별책8], 수학과 교육과정. 대한교과서 주식회사
- 김민경(1999) 컴퓨터 기반의 이산수학에 관한 연구, 한국수학교육학회지시리즈 A<수학교육>. 38(2). pp.189-197, 서울: 한국수학교육학회
- 김보라(2001) 이산수학의 기초 개념 형성에 관한 조사 연구, 한국교원대학교 석사학위 논문
- 김소현(1994) 이산수학과 문제해결, 전남대학교 석사학위 논문
- 김향선(1998) 이산수학의 한 분야인 점화관계에 관한 연구, 전남대학교 교육대학원 석사학위 논문
- 문혜란(1994) 이산 수학에서의 그래프 이론에 관한 고찰, 성균관대학교 석사학위 논문
- 박현용(1993) 중학교 학생을 위한 이산수학의 지도에 관한 연구, 연세대학교 석사학위 논문
- 신혜경(1998) 고등학교 이산수학의 주제연구, 연세대학교
- 이길주(2001) 이산수학 교육과정에 대한 고찰, 서울대학교대학원 석사학위논문
- 이도영(1995) 초등학교 고학년에서 이산수학의 소개에 관한 연구, 한국교원대학교 석사학위 논문
- 이준열(1991) 수학과 교육 과정에서 이산 수학의 역할, 한국수학교육학회지<수학교육>, 30(2) pp.97-106, 서울: 한국수학교육.
- 임은찬(1993) 이산수학 문제해결 과정에서 사용된 전략의 특징, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문
- 엄경애(1992) 중학생을 대상으로 한 이산수학의 소개 실험연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문
- 최유미(1993) 중학교 수학을 위한 이산수학의 내용과 수학적 문제해결, 성균관대학교 석사학위 논문
- 한용수(1992) 중등학교 수학과 교육과정에서 이산수학 도입에 관한 연구, 한국교원대학교 석사학위 논문
- 한원규(1987) 이산교육에 있어서 이산수학의 역할, 고려대학교 석사학위 논문
- Dossey, John A.(1991), "Discrete mathematics : The Math for Our Time." *Discrete mathematics across the curriculum, K-12. 1991 Yearbook. NCTM.* 1-9
- Hart, E. W.(1991). "Discrete mathematics: An exciting and necessary addition to the secondary school curriculum". *Discrete mathematics across the curriculum, K-12. 1991 Yearbook NCTM.* 67-77
- Hon David Blunkett & William stubbs(1999). *Mathematics. The National Curriculum for england. London*
- Maurer, Stephen B.(1997) "What is Discrete Mathematics? The Many Answers", *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, Volume 36. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Ministry of Education(2000) *The Ontario Curriculum Grades 11 and 12 Mathematics*
- NCTM(1989) *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* Reston, VA.
- Rosenstein, Joseph G.(1997) "Discrete Mathematics in the School: An Opportunity to Revitalize School Mathematics." *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, Volume 36. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- North Carolina of Board of Education(1999) <http://www.ncpublicschools.org>
- University Colorado at Boulder. <http://www.colorado.edu/cu4k12>
- Missouri State Board of Education(1996) <http://www.dese.state.mo.us/index.html>

The Comparison of Educational Contents between Korea and Foreign Countries

Han, Jin Kyu¹⁾ · Seo, Jong Jin²⁾ · Hong, Jee Chang³⁾

Abstract

In case of Korea, while discrete mathematics is included in the traditional school curriculum, the 7th Educational Reform adds a new topic of Graph Theory making it an optional subject of highschool mathematics. However, a systematic research on the curriculum of discrete mathematics is still unsatisfactory. This study is focused on comparing the curriculum of discrete mathematics in Korea with that of other countries including the United States, Britain, Japan, and Canada. Consequently, it looks into problems concerning the school curriculum of discrete mathematics in Korea to devise a proper measure to improve.

1) Mokwon University Department of Mathematics Education, Daejeon, 302-729, Korea

2) Mokwon University Instructor, Daejeon, 302-729, Korea

3) Donghae University, Kang-Won, 240-713, Korea