

중학교(7차) 수학 교과서 내용과 관련한 몇 가지 제언(1)

길 병 문¹⁾

I. 서론

중등학교의 교과서는 학교 교육의 교육 내용을 결정하는 근간이 되기 때문에 매우 중요하다. 특히, 기본적인 개념들을 배워 나가야 하는 중등학교의 교과서의 각 개념들은 명확해야 한다. 그 정의나 설명이 불명확함으로 인하여 학습자로 하여금 혼동을 일으키게 하거나, 그럴 가능성을 내포하는 내용을 포함하여서는 안 된다. 그런 중요성을 인정하기 때문에 우리나라에서는 검인정교과서 제도를 채택하고 있다. 교육인적자원부가 마련한 편찬지침을 근거로 하여 교과서가 구성되고 있기 때문에 대부분의 내용은 유사하지만 부분적으로 약간씩의 다른 설명 방식을 취하고 있다.

본 논문은 2001학년도부터 사용하는 제7차 교육 과정에 의한 중학교 1학년 <수학7-가>, <수학7-나>와 중학교 2학년 <수학8-가>에 나타난 문제점들을 살펴 지적하고 아울러 이에 따른 해결 방법을 함께 제안함으로써 우리나라의 중학교 수학 교과서의 완성도를 높이는 데에 일조하고자하는 목적을 갖고 쓰고자 한다. 다른 어떤 분야보다도 개념을 분명히 해야 하는 중학교 수학 교과서에 있어서 불확실한 설명이나 정의들이 있어서는 안 될 것이다. 우리나라에서는 유감스럽게도 교과서에 관한 연구가 폭넓게 이뤄지지 않는다는 것도 사실이다. 본 논문은 <제언(1)>이지만 계속 연구가 이루어지는 대로 후속 논문을 통해서 발표토록 할 예정이다. 이 연구는 교과서를 집필한 집필자를 폄하하려는 것이

아니고, 앞서도 밝혔거니와 우리나라 중학교 수학 교과서의 완성도를 높이는 데에 만 오로지 사용되기를 바라는 바이다. 필요에 따라서는 미국, 일본의 중학교 교과서의 내용과 최근 국제수학올림피아드에서 좋은 성적을 올리고 있는 싱가포르의 중학교 수학 교과서의 내용을 함께 제시하여 참고가 되게 하였다. 본론의 전개는 발견된 문제들을 교과서의 단원 순서대로 설명해나가는 방식을 취했다.

II. 본론

A. 주제 : 집합 연산(상등과 합집합)

관련교과서 : [김중해(2001)] (18쪽, 21쪽)

문제점과 제언 : ① 위 교과서에서는 집합연산의 도입부에서 그림을 제시하였다. 18쪽에서 뷔페식당에서 세 사람이 접시에 담은 과일 그림을 예시하고 집합의 상등을 설명하였는데 그것이 오히려 문제를 만들게 되었다(그림 1 참조). 학생들의 이해를 돕기 위해 삽화나 사진을 곁들이는 것은 좋지만 그것이 문제를 만들어서는 안 된다.

아래 그림을 보면, 서로 다른 크기와 모양과 량을 보여 주면서 두 접시에 담긴 것이 같다는 설명을 하고 있다. 이것은 오히려 학생들에게 혼란을 주게 된다. 시각적인 접근을 통해 학생들의 이해를 돕게 하고자 하는 의도는 이해되지만 그 뜻을 정확하게 전하자면, 접시에 담긴 과일의 종류로서 두 접시에

1) 선문대학교 수학과

담긴 과일의 종류가 같다는 말로 정정해야 한다.

▶ 두 집합이 서로 같다는 것은 어떤 경우인가?

무엇을 비교할까?
서로 같은 집합을 비교할 수 없다.
비교 가능한? 서로 같다.
 $A=B, A=C$

위의 식당에서 A, B, C 세 사람이 각각의 음식에 그림과 같이 관심을 나타 왔다. 같은 종류의 과일을 담은 사람은 누구와 누구인가?

A, B, C 세 사람이 담은 과일의 집합을 각각 A, B, C라고 할 때, 두 집합

$A = \{\text{사과, 바나나, 포도}\}, B = \{\text{바나나, 사과, 포도}\}$

에 A의 모든 원소는 B의 원소가 되고, 또 B의 모든 원소는 A의 원소가 된다. 즉, $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다.

이와 같이 두 집합 A, B에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, 집합 A와 집합 B는 서로 같다고 하며, 이것을 기호로 $A=B$ 와 같이 나타낸다.

<그림 1>

② 같은 교과서 21쪽에서도 두 집합의 합집합을 설명하면서 두 학생의 소풍 가방 속의 물건들을 그림으로 예시하고 두 배낭에 담겨있는 물건의 집합 A, B의 합집합 $A \cup B$ 를 벤다이어그램과 더불어 설명하고 있다(그림 2 참조).

▶ 합집합은 무엇인가?

무엇을 비교할까?
두 집합 사이에서, 한 집합에 포함될 수 없다.
비교 가능한? 합집합, $A \cup B$
어느 배를 사용할까?
두 사람이 소풍에 가자! 지난 월간을 정할 때

지나와 원주는 소풍을 가기 위하여 배낭에 필요한 물건을 각각 담았다. 지나와 원주의 배낭을 각각 A, B라고 할 때, A 또는 B에 담겨 있는 물건은 무엇인가?

배낭 A, B에 담겨 있는 물건의 집합을 각각 A, B라고 하자.
두 집합 A, B에 대하여 A에 속하거나 또는 B에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 A와 B의 합집합이라 하고, 이것을 기호로 $A \cup B$ 와 같이 나타낸다.

<그림 2>

도시락이라고 해서 같은 게 아니고, 물통도 서로 다른데 이들이 같은 물건이라고 설명하면 안 된다는 것이다. 이는 마치 “가”학생의 부, 모와 “나”학생의 부, 모가 서로 같다고 설명하는 것과 같다. 위와 같은 오류를 반복하고 있는데 이는 위 ①과 같은 방법으로 정정되어야 할 사항이다.

B. 주제 : +, - 부호 읽기(정수와 유리수)

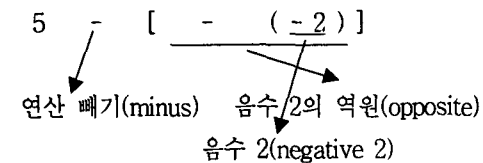
관련교과서 : 모든 교과서 공통, 7-가 (60쪽 부근)

문제점과 제언 : -현행 교과서에 공통으로 “ $+a, -a$ 를 각각 ‘플러스 a’, ‘마이너스 a’라 읽는다.”고 되어 있다. 이는 +, - 부호가 지닌 세 가지 의미를 구별하지 못한 오류를 범한 것이다.

위에서 말한 수로서의 $+a, -a$ 는 각각 “양수 a”, “음수 a”라고 읽어야 옳다. ‘플러스’, ‘마이너스’는 연산으로서의 +, -를 의미하는 것이니, 위의 읽는 법은 올바른 읽는 법이 아니므로 정정을 요한다. 실제 학생지도에 있어서 적지 않은 학생들이 $-3+(+2)$ 과 같은 연산을 배울 때, ‘--- 플러스 플러스?’와 같이 읽으면서 개념의 혼란으로 쉬운 연산이지만 머리가 복잡하다고 느끼고 있다. 읽는 방법을 구별하여 가르치면 간단히 해결될 것이다.

-참고 : ① (미; 그림 3 ; K.J.Smith, Mathematics, Brooks/Cole publishing)

위의 책에서는 다음과 같이 부호의 의미를 구별하여 읽는 방법을 안내하고 있는데, 좋은 참고가 되기에 여기에 첨부한다.<그림 3 참조>



There are three uses for the symbol "-":
Minus is used to indicate subtraction, an operation symbol.
Negative is used to indicate those numbers to the left of the origin on a number line.
Opposite is used to signify an equivalent distance from the origin, but in an opposite direction. This is a number that can be either positive or negative.
 For example,
 5 minus the opposite of negative 2
 $5 - [- (- 2)]$
 illustrates the three different uses for the symbol "-."

EXAMPLE 3 Practice with the "-" symbol
 Indicate whether "minus," "negative," or "opposite" best describes the use of "-".
 a. $(-2) + (+9)$ b. $-(+6) + (+4)$ c. $(+4) - (+7)$ d. $-x$
 e. $x - 3$
Solutions:
 a. $(-2) + (+9)$ **Negative**
 b. $-(+6) + (+4)$ **Opposite**
 c. $(+4) - (+7)$ **Minus**
 d. $-x$ **Opposite; when the "-" symbol appears alone in front of a variable, as in this example, it always means opposite.**
 e. $x - 3$ **Minus; when the "-" symbol appears between two variables, as in this example, it always means subtraction (minus).**

94 Foundation: The Power of Mathematics
Correct Use of a Symbol
 This symbol "-" is read "the opposite of x" and should not be read "negative x" or "minus x." If you remember to do this, you will save yourself a lot of confusion.

<그림 3>

② 미국의 교과서 중 하나인 <R.E.Eicholz 외, Mathematics(Grade 6), Addison-Wesley>에서는 다음과 같이 분명히 구분하고 있다.

<+3 is read "positive three", "-8 is read "negative eight". The opposite of +3 is -3.>

③ (싱가포르 [Lee Peng yee 외(2001)])

"부호 '-'가 붙은 수를 "음수"라고 읽는다. 이 때, 부호 '-'는 "음의 부호"라고 읽는다"라고 중학교 1학년 과정의 교과서에서 기록하고 있다.

C. 주제 : 동류항 정의(문자와 식)

관련교과서 : 모든 교과서 공통, 7-가 (90쪽 부근)

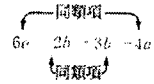
문제점과 제언 : 현행 교과서에 공통적으로 "동류항이란 문자와 차수가 같은 항"이라고 정의하고 있

는데, 이렇게 되면 예를 들어 $2a^2b, 3ab^2$ 와 같은 서로 다른 두 항의 경우, 문자는 a, b 로 같고 차수는 3차로 같기 때문에 위와 같은 정의에 의해서는 혼동을 일으킬 수 있다. 그렇기 때문에 이를 "문자 부분이 서로 같은 항을 동류항이라 한다."로 바꿔 그 의미를 분명히 함이 옳다.

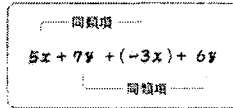
-참고 : 일본 중학교 교과서(신편 새 수학 2, 동경서적, 평성 10년 ; 그림4)에서는 "문자 부분이 똑같은 항을 동류항이라 한다."고 정의 하고 있음을 참고할 필요가 있다.

同類項

$6a - 2b - 3b - 4a$ のような式で,
 $6a$ と $-4a$, $-2b$ と $3b$
 のように, 文字の部分(部分)が同じ項を同類項(同類項)という。



たとえば, $5x + 7y - 3x + 6y$ で
 $5x$ と $-3x$
 $7y$ と $6y$
 のように, 文字の部分(部分)が同じ項を同類項(同類項)という。



<그림 4>

D. 주제: 순환소수의 대소(유리수와 소수)

관련교과서 : 모든 교과서 공통, 8-가 (15쪽 부근)
 문제점과 제언 : ① 현행 교과서에서 유리수 단원에서 순환소수를 설명하고 있는데, 그 크기를 비교하는 방법을 설명함에 오류가 있다. 현 교과서에서는 "순환소수의 크기는 먼저 정수 부분의 크기를 비교하고, 그 다음에는 소수점 아래 첫째 자리, 그 다음에는 소수점 아래 둘째 자리, ... , 이렇게 순서대로 비교하면 알아낼 수 있다.

예를 들어
 $2.4545 \dots < 2.5151 \dots$, $0.19019 \dots > 0.18989 \dots$ "([고성은 외(2001)] 17쪽)"
 와 같이 기록되어 있는데,

이렇게 되면 $1=1.00000 \dots > 0.99999 \dots$ 와 같은 결과가 인정되어야 한다는 문제가 일어나게 된다. 그러므로 순환소수의 대소 비교는 “순환소수를 분수로 고친 후에 그 크기를 비교함이 원칙이다. 그러나 경우에 따라서는 대응되는 자리 수의 수를 비교하여 그 크기를 비교 할 수도 있다.”로 바로 잡아야 한다.

② 순환소수 부분에서 순환되지 않는 무한 소수(무리수)에 관하여, 비교 설명을 해 둠으로서 무리수를 도입하고자하는 전 단계로서의 순환소수의 역할이 보다 적절해 질 것이다. 이러한 언급이 거의 대부분 빠져 있다. [15]에서는 ‘파이’에 관해서 페이지 하단에 약간 언급하였음.

E. 그 밖의 문제점과 제언[김병호 외]

참고문헌[6]의 논문에서도 좋은 지적을 해 주었다. 위 논문에서 언급한 사항도 함께 묶어 놓는 게 도움이 될 것이라는 의미에서 한 항목을 추가 한다. (관련 교과서는 필자가 확인한 범위에서 기록하였음)

① 관련 교과서: [박두일 외(2001)]-19쪽/ [신항균(2001)]-21쪽

합집합 $A \cup B$ 를 “두 집합 A, B 에 대하여 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소들의 집합”이라고 정의하였는데, 두 집합 A, B 에 대하여 A 에 속하거나 B 에 속하는 모든 원소들의 집합이라고 정정하여야 한다.

② 관련 교과서: [황석근 외(2001)] 58쪽
수직선에서 절대값을 설명하는 부분에서 “원점과 어떤 수 사이의 거리를 그 수의 절대값이라고 한다”라고 하고 있는데, 이는 원점과 어떤 수를 나타내는 점과의 거리를 절대값이라고 한다면 정정해야 한다.

③ 관련 교과서: 위 논문 [김병호 외] 참조

①과 유사한 오류로서 함수의 그래프 부분에서 “함수의 그래프에서 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 좌표

평면 위에 나타낸 것을 함수의 그래프라 한다”라고 정의한 교과서가 있다. 위의 경우도 정의역의 모든 x 에 대한 순서쌍 (x, y) 를 모두 나타내야 한다는 점을 명확히 해야 한다.

④ 관련 교과서: 위 논문 [김병호 외] 참조
유리수를 정의함에 있어서 “ $+1/4, -1/4$ 과 같이 분수에 부호가 붙은 수”로 정의 한 교과서가 있다. 이렇게 되면 정수는 유리수에 포함되지 않는다고 생각하게 할 수 있다. 그렇기 때문에 분자와 분모(0이 아님)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수를 유리수라 한다고 확실히 정의해야 한다.

III. 결 론

자칫 쉽게 넘기기 쉬운 대목도 있을 것이다. 그러나 정확한 개념을 형성해 나가는 과정인 중학생들을 가르치는 교과서에 있어서는 작은 오류 또는 명확치 않은 개념이 있어서는 안 된다고 생각한다. 필자도 우연한 기회에 중학교 교과서의 내용을 보게 되었는데, 모두 살살이 살피지 못하였음에도 상당한 부분들을 지적하게 되었다. 이러한 지적이 우리나라의 중학교 교과서를 보다 완전하게 하는데 도움을 줄 수 있기를 바라는 마음 뿐이다.

참 고 문 헌

- 강옥기 외(2001), 중학교수학7-가, 7-나, 8-가, 8-나, 두산
고성은 외(2001), 중학교수학7-나, 8-가, 8-나, 블랙박스
금중해 외(2001), 중학교수학7-가, 7-나, 고려출판사
김병호 외, 중학교수학 7-가 교과서의 비교연구, 한강행고 외(2001), 중학교수학7-가, 7-나, 중앙교육진흥연구소
박규홍 외(2001), 중학교수학7-가, 7-나, 8-가, 두레교육
박두일 외(2001), 중학교수학7-가, 교학사
배중수 외(2001), 중학교수학7-가, 7-나, 8-가, 8-나,

한성교육연구소

- 신항균(2001), 중학교수학7-가, 형설출판사
양승갑 외(2001), 중학교수학7-나, 금성출판사
이영하 외(2001), 중학교수학7-가, 7-나, 교문사
전평국 외(2001), 중학교수학7-가, 7-나, 교학연구사
최용준(2001), 중학교수학7-가, 7-나, 천재교육
황석근 외(2001), 중학교수학7-가, 7-나, 8-가, 한서
출판사
Lee Peng Yee 외(2001), New Syllabus
Mathematics 1, Shinglee publishers, 한국학교수
학회논문집 제5권 제1호(pp. 43-51)