한국학교수학회논문집 제 5권, 제 1호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 5, Number 1, 69-86, June 2002

일차부등식의 문제 해결과정에서 발생하는 오류유형 분석
- 중학교 교육과정을 중심으로 -

김 용 호[1] · 오 후 진[2]

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

수학과 교육과정의 성격과 목표를 보면 수학과는 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하게 하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하고 사고하는 능력을 기르게 하여, 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르게 하는데 그 목적이 있다.(박두일, 1996)

특히 수학과는 수학적으로 사고하는 능력을 길러 모두가 지켜야 할 사회적 규범이나 질서를 준수하는 태도를 가지게 하며, 건전한 민주 시민으로서 갖추어야 할 합리적이고 창의적인 사고력을 길러주는 교과로, 21C정보화 사회에 있어서 정보능력신장과 과학교육의 성공적인 학습을 위해서도 필요하다.

이러한 수학교육을 개선하기 위한 연구도 그 역사가 깊어 지금까지 상당한 정도로 그 연구 결과가 축척 되어왔다.

우리 나라에서도 1962년 「한국 수학 교육 학회」가 결성된 이래 현장교육에서 발생되는 문제점들을 개선하기 위해 진지한 연구가 행하여져 왔으며, 수학과 교육과정도 여러 차례에 걸쳐서 개정을 거듭하여 2001학년도에는 제 7차 교육과정 시행을 눈앞에 두고 있다.

제 7차 교육과정의 중학교 수학의 내용을 살펴보면 수량관계와 도형에 관한 성질을 다루기 위해 수와 식, 방정식과 부등식, 함수, 통계, 도형의 5개 영역으로 구성되어 있는데 그 중에서 2학년 과정에 편성되어 있는 일차부등식단원은 일차방정식과 연립방정식 단원에 비해 학생들의 이해력이 다소 떨어지는 경향이 있다.(박윤범, 2000)

이러한 문제의 해결은 여러 가지 방향에서 시도되어 질 수 있으나, 무엇보다도 학생들의 학습수준에 알맞은 지도를 하는 것이 중요하다.

이를 위해, 교사는 학생들에게서 자주 발생하는 오류를 파악하여, 오류에 대한 지도 방법을 고안하고 있어야 한다.

따라서, 본 연구는 일차부등식에서 발생하는 수학적 오류를 분석, 연구하여 오류의 분류 모델을 제시함으로써 학생들의 문제해결력을 신장시키는데 도움이 되고자 한다.

2. 연구의 내용

본 연구는 일차부등식의 오류를 분석하기 위한 기초작업으로 먼저 오류의 정의와 오류에 관한 실험연구사례를 알아보고, 아울러 현 중학교 교육과정의 일차부등식 단원의 내용에 대한 연구를 통해 일차부등식에 대한 교과 내용에 대한 체계를 이해하고 다음으로 상세화된 일차부등식의 단원 목표를 기준으로 평가문항을 출제하여, 오류에 대한 모델을 분류하여 문항별로 오류를 분석하고 아울러 풀이과

1) 충남 용남중학교
2) 공주대학교 응용수학과

정에 대한 오류를 분석하였다.

그리고, 끝으로 오류를 해결하기 위해서 이를 최소화 할 수 있는 효과적인 방안을 제시하였다.

II. 문제의 배경

1. 이론적 배경

1) 오류의 정의

'오류'의 정의를 국어사전에서 찾아보면 오류란 '그릇되어 이치에 어긋남' '논리, 이치에 틀린 인식' 등으로 풀이되어 있으며, 영어사전에서 찾아보면 '잘못' '과실' , '실수' 등으로 풀이하고 있다.

수학 문제풀이 과정에서 오류가 되풀이하여 발생하지 않도록 하기 위해서는 풀이과정을 정확히 살펴보는 것이 중요하므로 많은 사람들이 문제해결과정에 관심을 갖고 그 사고과정의 기술 및 분석에 관하여 연구를 진행해 왔다. 문제해결 과정 중 어떤 단계에서의 오류는 결국 옳은 해를 구할 수 없게 만든다. 여하튼 오류의 정의를 어떻게 내리든 본 논문은 문제풀이 과정에서 발생하는 수학적인 오류에만 관심을 갖고자 한다.

2) 오류에 관한 실험연구 사례

최근 수학교육 분야에서 오류 연구의 주된 관심사는 다음 5가지 항목에 초점이 맞추어졌다.

① 모든 가능한 오류 기법을 목록으로 만들기
② 연령에 따른 오류 기법의 빈도측정
③ 나눗셈을 할 때와 '0' 이 있는 연산을 할 때 부딪히게 되는 특별한 난점들을 분석하기
④ 각 개인이 범하는 오류 기법 측정
⑤ 오류들을 분류해서 집단으로 나누기

등으로 오류분석에 관한 연구의 대부분은 산술적인 오류와 관련된 것들이었다. 그러나, 최근에는 학생들이 범하는 오류에 대한 발전된 연구들은 수학에서 어려움을 느끼는 학생들을 위해 중요한 정보가 되고 있다.

대표적인 몇 가지 예를 살펴보면 Morshovitz -Hadar and Orit Zaslarsky 은 이스라엘 고등학교 학생들이 수학 졸업시험에서 반복적으로 보이고 있는 높은 비율의 공통된 실수에 관하여 체계적인 실험을 실시하였다.(Morshovitz Nitat-Hader, 1987)

이 연구는 연속적으로 두 해에 걸쳐서 18개의 주관식 문제에 대한 다음과 같은 6개의 범주를 만들었다.

① 문제의 자료를 잘못 사용하는 오류
② 문제 내용을 잘못 해석하는 오류
③ 논리적으로 부적절한 추론
④ 정리나 정의를 부적절하게 사용하는 오류
⑤ 논증되지 않은 해답
⑥ 기술적인 오류

이 6개의 범주들에 의해 첫해에는 150개의 오류들을 둘째 해에는 130개의 오류들을 분류한 구체적인 빈도수는 다음 표1.과 같다.

범주	첫번 째해	두번 째해
문제의 자료를 잘못 사용하는 오류	22	20
문제 내용을 잘못 해석하는 오류	17	18
논리적으로 부적절한 추론	2	1
정리나 정의를 부적절하게 사용하는 오류	34	32
논증되지 않은 해답	0	2
기술적인 오류	25	27

표1. 각 오류 범주별 도수(%)

표에 의하면 정리와 정의를 부적절하게 사용하는 오류가 가장 많음을 알 수 있다.

클리멘트(Clement)는 문제풀이에 대한 단계별 계통조직을 다음과 같이 구분한다.(M.A. Clements, 1980)

① 읽기 단계
② 이해 단계
③ 변환 단계
④ 처리 기술 단계

⑤ 기록 단계
⑥ 부주의

위와 같은 단계별 오류 빈도수는 표2와 같다. 즉, 학생들은 교육제도를 통해 점점 발전 하기 때문에 학년이 올라 갈수록 읽기, 이해, 변환의 오류는 점점 감소하지만 , 처리 기술, 부주의의 오류는 점차 늘어 난다고 한다.

뉴우맨(Newman)역시 위의 단계별 오류 범주에 관한 빈도수를 조사하였다.(M.A. Newman, 1981) 구체적인 빈도수는 다음 표2와 같다.

오류 범주	Newman	Clements (1)연구	Clements (2)연구	PNG study
읽기	13	8	5	12
이해	22	14	8	21
변환	12	27	25	23
처리기술	26	27	32	31
기록	2	2	2	1
부주의	25	22	28	12

표2.오류 범주별 빈도수(%)

(위의 표2.에서 뉴우맨과 클리멘트(1),(2)의 연구는 오스트렐리아에서 행해졌다.)

크락슨(Clarkson)은 뉴기니아 학생들이 수학시험에서 범하게 되는 오류범주의 빈도수를 인터뷰 방법을 사용하여 조사했다. 그 결과는 위의 표의 PNG study 와 같다. 크락슨에 의하면 뉴기니아 학생들과 서구학생들과의 일반적인 오류경향은 대체로 유사하지만 현저한 차이점이 있다면 뉴기니아 학생들은 서구학생들 보다 부주의한 오류를 훨씬 덜 범한다는 것이다.

또, 크리포그(Knifong)와 휼탄(Höltan)은 어린이들이 문장제 문제에서 범한 오답을 분류하여
① 오기 및 계산상의 오류
② 그 밖의 다른 오류
범주로 구분하고, 이 두 범주를 다시 세부항목으로 구분하여 그 빈도수를 조사하였는데 그것은 다음 표3.과 같다.

오류범주	백분율
1.오기 및 계산상의 오류	
(1) 오기	3%
(2) 계산상의 오류	
① 0과 자연수	13%
② 분수	19%
③ 표기와 단위의 표준	17%
2.그 밖의 다른 오류	
(1) 평균과 면적 오류	5%
(2) 잘못된 연산 사용	6%
(3) 무반응	
①그러나 다음 문제를 계속풀 때	12%
②더 이상 문제를 풀고자 하지 않음	18%
③실마리가 마련되지 않고 틀린답	7%
합 계	100%

표3. 오류 범주별 빈도수

신현성은 중학교 3학년 학생과 고등학교 1학년 학생을 대상으로 한 문제해결 과정의 실험결과를 다음과 같이 보고하고 있다. 우수집단은 문제상황을 방정식으로 나타내려 하였으며 문제풀이 과정을 점검하는 횟수가 많았고 알맞은 해를 구하게 되었다. 반면에 우수하지 못한 집단은 그림 그리기, 시행착오 방법을 사용하여 문제를 풀려고 하였으며 문제풀이 과정을 점검하는 횟수가 많았고 알맞는 해를 구하게 되었다. 반면에 우수하지 못한 집단은 그림 그리기, 시행착오 방법을 사용하여 문제를 풀려고 하였으며 문제해결에서 실패하는 가장 큰 원인은 구조적 오류를 범하는데 있었다.(신현성, 1985)

이상에서 살펴 본 것처럼 수학에서 발생하는 오류에 대한 연구가 여러 측면에서 이루어지고 있음을 알 수 있다.

2. 일차부등식의 연구

1) 일차부등식 단원의 개관

가) 단원의 지도목표

(1) 부등식의 성질

부등식과 그 해의 뜻을 알고 그 해를 구할 수 있게 한다.

① 부등식과 그 해

부등식의 뜻을 알고 부등호를 사용하여 식을 나타내게 한다. 또 부등식의 해의 뜻을 알고 , 그 해를 구할 수 있게 한다.

· 부등호를 사용하여 식을 나타내어 부등식의 뜻을 이해하고, 주어진 집합에서 부등식을 참이 되게 하는 원소를 찾아보게 함으로써 해의 뜻을 알게 한다.

· 부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

② 부등식의 성질

· 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나, 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않고, 또 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나, 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다는 것을 알게 한다.

· 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나, 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 반대가 된다는 것을 이해하게 한다.

· 이와 같은 부등식의 성질은 일차부등식을 푸는데 기본이 됨을 알게 한다.

(2) 부등식의 풀이

일차부등식의 푸는 법을 이해하고, 일차부등식을 풀 수 있게 한다. 또, 일차부등식을 활용하여 여러 가지 활용 문제를 풀 수 있게 한다.

① 일차부등식의 풀이

부등식도 방정식과 마찬가지로 부등식의 성질을 이용하여 주어진 부등식을

$x<$(수) 또는 $x>$(수)와 같은 모양으로 고쳐서 부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

② 일차부등식의 활용

· 일차부등식의 풀이법을 이용하여 연립부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

· 주어진 문제의 뜻에 따라 부등식을 세워 일차부등식에 관한 여러 가지 활용 문제를 풀 수 있게 한다.

나) 지도상의 유의점

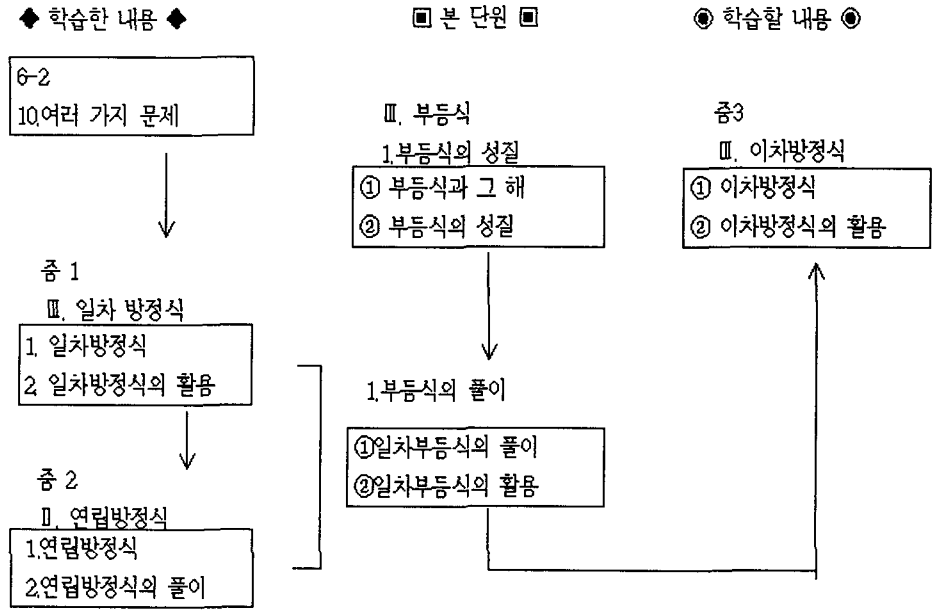
①부등식에서는 부등식의 성질과 부등식의 풀이과정을 지도하는데 중점을 두도록 한다.

②계수가 너무 복잡하여 계산에 혼란이 오는 문제는 가급적 피하도록 한다.

③문자 계수를 가지는 부등식의 문제는 다루지 않도록 한다.

2) 중학교에서의 일차부등식 지도계통 및 지도계획

가) 지도계통



나) 지도계획

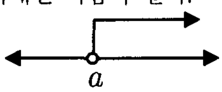
단원		차시	교과서 쪽수	지도내용	지도의 중점	용어와기호
1.부등식의 성질	①부등식과 그 해	1~2	88~92	o 준비학습문제 o 부등식 o 부등식을 푼다	o 부등식과 부등식의 해의 뜻을 알고,부등식의 해 구하기	부등식
	②부등식의 성질	3~4	93~96	o 부등식의 성질	o 부등식의 성질을 이해하기	
	기본문제 연습문제	5~6	97~98	o 부등식 o 부등식의 해 o 부등식의 성질	o 중단원의 기본사항 및 학습내용을 학습	
2.부등식의 풀이	①일차부등식의 풀이	7~9	99~105	o 일차부등식 o 일차부등식의 풀이	o 일차부등식의 뜻을 알고, 그 풀이법 알기	일차부등식 연립부등식 부등식을 푼다.
	②일차부등식의 활용	10~12	106~113	o 연립부등식 o 연립부등식의 풀이 o 일차부등식의 활용	o 연립부등식의 풀이법알기 o 일차부등식을 활용하여 여러 가지 문제 풀기	
	기본문제 연습문제	13~14	114~115	o 일차부등식 o 연립부등식 o 부등식의 활용 문제	중단원의 기본사항 및 학습내용을 복습	
	종합문제	15	116~117	o 일차부등식 o 연립부등식 o 부등식의 활용 문제	본단원의 내용을 종합적으로 복습	

3) 부등식의 해

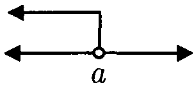
가) 일차부등식의 해

$P(x), Q(x)$ 가 같은 변수 x 에 대한 일차식일때, $P(x) > Q(x)$ 를 일차부등식이라고 한다.

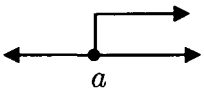
일차부등식 $P(x) > Q(x)$, $P(x) \geq Q(x)$의 해가 $x > a$, $x < a$, $x \geqq a$, $x \leqq a$라고 할 때 이것을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



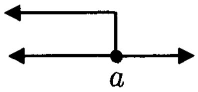
$x > a$



$x < a$



$x \geqq a$



$x \leqq a$

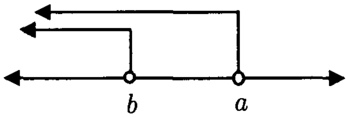
나) 연립일차부등식의 해

두 일차부등식의 공통부분을 구하는 것을 연립일차부등식을 푼다고 하고 그 공통부분을 연립 일차부등식의 해집합이라고 한다.
두 일차부등식의 해집합을 각각
$P = \{x \mid P(x) > 0\}, Q = \{x \mid Q(x) > 0\}$
로 나타낼 때, P, Q 의 공통부분을 구하면 다음과 같다.

$a > b$ 일 때 해를 구하여 수직선에 나타내면 다음과 같다.

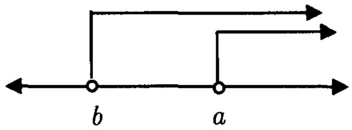
(i) $P = \{x \mid x < a\}, Q = \{x \mid x < b\}$
이면

$P \cap Q = \{x \mid x < b\}$



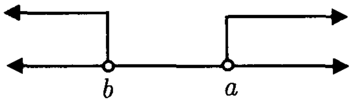
(ii) $P = \{x \mid x > a\}, Q = \{x \mid x > b\}$
이면

$P \cap Q = \{x \mid x > a\}$



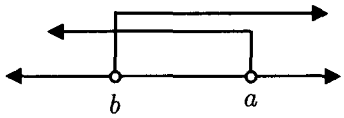
(iii) $P = \{x \mid x > a\}, Q = \{x \mid x < b\}$
이면

$P \cap Q = \varnothing$ ∴ 해는없다.



(iv) $P = \{x \mid x < a\}, Q = \{x \mid x > b\}$
이면

$P \cap Q = \{x \mid b < x < a\}$



Ⅲ. 연구의 절차 및 방법

1. 연구대상 및 연구시기와 조사방법

1) 연구대상 : Y중학교 2학년 3개 학급 123명.
2) 연구기간 : 2000. 4 ~ 2000. 12
3) 조사방법 : 평가를 실시하기전 학생들은 일차부등식의 교육과정을 모두 배웠으며, 평가시 모든 문항에서의 사고과정과 풀이 방법을 관찰하기 위해 평가문항은 모두 서술형 주관식으로 하였고, 학생들에게 답안 작성시 되도록 자세하게 풀이과정을 기록하게 하였다.

2. 평가 문항의 구성

본 연구에서 사용된 평가 문항은 문교부가 지정한 중학교 2학년 수학교사용 지도서를 바탕으로 서술형 주관식 15문항으로 구성하였으며, 일차부등식의 소단원인 부등식의 해와 성질, 일차부등식의 풀이, 연립부등식, 일차부등식의 활용에 이르기까지 전 영역에서 골고루 출제하여 일차부등식 영역 전체에

서 일어나는 오류를 알아볼 수 있도록 하였다.

유형별 구체적 평가 문항은 다음과 같다.

※평가 문제

1. x가 집합 {-2,-1,0,1,2}의 원소일 때, 부등식 $-4x+15<12$의 해를 모두 구하면?
2. 부등식 $2(x-3)>5x-6$을 풀어라.
3. 부등식 $2x+3\leq 8-x$를 만족하는 자연수의 개수는?
4. 부등식 $x+2a<0$ 의 해가 $x<3$이다. 이 때, a의 값은?
5. x가 $-2<x\leq 4$일 때, $A=-2x+3$ 라고 하면 A의 범위를 구하시오.
6. $1<a<5, -2<b<7$ 일 때, $a-b$의 범위는?
7. $a<5$ 일 때, $ax-5>5x-a$의 해집합은?
8. 연립부등식 $\begin{cases} 1-3x\leq -8 \\ 2x+3\leq x+6 \end{cases}$의 해를 구하여라.
9. 연립부등식 $-1<\frac{5-3x}{4}<2$ 를 풀어라.
10. 연립부등식 $\begin{cases} x+6>2a \\ 3x-2<4 \end{cases}$의 해가 $-2<x<2$일 때, a의 값은?
11. 부등식 $\frac{x-2}{4}-\frac{2x-1}{5}<0$을 만족시키는 가장 작은 정수는?
12. 두 집합 A={ x | $4x+2>x+8$}, B={ x | $9<2x-1$}에서 A-B를 구하시오.
13. 현재 형은 5000원, 동생은 3500원이 예금되어 있다. 다음 달부터 매월 형은 600원씩, 동생은 800원씩 예금한다면, 동생은 몇 개월 후부터 형보다 예금한 돈이 많아지겠는가?
14. 8%의 소금물 300g에 2%의 소금물을 섞어서 6%이하의 소금물을 만들고 싶다. 2%의 소금물을 몇g이상 넣어야 하는가?
15.사과를 학생들에게 나누어주는데, 한 학생에게 3개씩 나누어주면 37개가 남고 5개씩 나누어주면 3개미만의 사과가 남는다고 한다. 학생은 모두 몇 명인가?

3. 연구의 제한점

3개 반 총학생은 123명이었으나, 실험이 불가능한 18명(결시학생6명, 주관식 답안 작성을 거의 또는 전혀 하지 않은 학생12명)은 실험연구대상에서 제외시켜 105명을 연구대상으로 하였다.

4. 오류의 분석방법

오류분석은 학생들이 답안지의 문제풀이 과정에서 보여준 풀이경향을 보고 양적인 면보다는 질적인 면에서 분석하였다.
그러나, 다음과 같은 유형은 본 연구의 대상에서 제외시켰다.

첫째, 학생들이 어떤 문항에 대해 옳은 답을 제시했거나 전혀 어떤 답을 제시하지 않은 유형

둘째, 학생들이 주어진 문항에 답을 하는 과정에서 글자가 흐릿하거나 애매모호하여 연구자가 정확히 식별하기 난해한 경우등이다.

한 편, 동일한 문제를 푸는 과정에서 연속해서 오류가 발생하는 경우는 제일 처음 발생한 오류만을 분석하고, 선행된 오류로부터 발생한 다음단계의 오류는 고려하지 않았다.
또한 답이 맞더라도 풀이 과정이 틀린경우도 오류의 범주에 해당시켰다.

연구자는 처음에 오류모델설정을 위해 국내의 연구자료를 참고자료로 하여 검토한 결과 Nitsa Movshnitz-Hadar, Orit Zaskavksy and Sholor no Inbar가 이스라엘의 고등학교 학생들을 대상으로 오류모델로 제시했던 문제 내용을 잘못 해석하는 오류, 논리적으로 부적절한 추론, 정리나 정의를 부적절하게 사용하는 오류, 논증되지 않은 해답, 기술적

인 오류, 오용된 자료등을 본 연구단원인 일차부등식에서 발생하는 형태인 조금 변형되고 상세화한 세부항목으로 나누어 오용된 자료(Misused Data, M.D.), 잘못 해석된 문제(Misinterpreted Problem, M.P.),논리적으로 부적절한 추론(Logically Invalid Inference, L.I.I),곡해된 정리 혹은 정의(Misunderstood Theorem Or Definition , M.T.O.D), 요구되지 않은 해답(Unmatched solution, U.S.),기술적인 오류(Technical Error, T.E.)를 분류모델로 설정했다.

본 연구에서는 위의 6가지 오류모델에 따라 표본에서 추출한 594개의 오류를 분석하였다.

그 결과 오류의 94.3%에 해당하는 560개의 오류가 위의 6가지 범주로 분류되었고, 나머지5.7%에 해당하는 34개의 오류가 분류되지 않은 상태로 남았다.

따라서, 남아있는 오류중 풀이 과정이 없이 단순히 답만 제시하거나, 혹은 학생들이 문제를 풀다가 그만둔 경우, 현 단계까지의 풀이과정은 옳으나, 다음 단계의 풀이 과정이 생략된 경우등의 오류들을 묶어서 "풀이과정의 생략(Omission Of Solving Process, O.O.S.P.)"이라 명명하였다.

이렇게 하여 총7개의 오류 범주를 설정하였으며, 표본에서 뽑은 594개의 오류들은 모두 다음과 같이 분류할 수 있었다.

오용된 자료, 잘못 해석된 문제, 논리적으로 부적절한 추론, 곡해된 정리 혹은 정의, 요구되지 않은 해답, 기술적인 오류, 풀이과정이 생략된 오류로 분류되었다.

Ⅳ. 조사결과 및 분석

1. 오류 모델의 분류

본 연구에서는 학생들이 주어진 수학문제를 풀때 일어나는 오류를 종류별로 분류하고 그 명칭을 다음과 같이 붙여 분류하였다.

1)오용된 자료(Misused Data, M.D.)

오용된 자료란 문제 항목에 주어진 자료와 학생들이 그 자료를 다루는 방법사이의 어떤 모순과 관련된 오류를 포함한다. 이런 오류는 처음에 자료들을 구성할 때, 혹은 후에 자료들을 처리하는 동안에 저질러 질 수도 있다.

이러한 오류는 문제해결을 성공적으로 하는데 문제의 이해에서 얻어지는 오류의 일종이다. 세부내용을 정해보면 대체로 다음과 같다.

①문제에 주어진 정보로부터 바로 얻을 수 없고, 진술되지도 않은 것을 마치 주어진 하나의 정보처럼 지적하는 경우

② 답을 구하기 위해서 필요한 어떤 주어진 자료를 무시하고 명백히 관련이 없는 자료를 보탬으로써 정보의 부족을 보충하는 경우

③ 문제에서 요구하지 않는 것을 요구한 것으로 나타내는 경우

2) 잘못 해석된 문제
(Misinterpreted Problem, M.P.)

한 상징적인 언어 안에 표현되어 있는 수학적 사실들을 다른 상징적인 언어로 잘못 해석하는 오류를 포함한다.

① 문제에서 제시하고 있는 것과는 다른 의미로 해석하여 수학적인 용어 또는 방정식으로 나타내는 경우

② 문제 내용을 잘못 이해하여 식을 바르게 세우지 못하는 경우

3) 논리적으로 부적절한 추론
(Logically Invalid Inference, L.I.I)

일반적으로 귀납 또는 연역적인 추론 도중에 발생하는 오류로써 불합리한 추론을 포함한다. 즉, 주어진 정보 혹은 앞서 추론된 정보로부터 부적절한 새로운 정보를 끌어내는 것을 말한다.

4) 곡해된 정리 혹은 정의(Misunderstood Theorem Or Definition , M.T.O.D)

이 범주는 특정하고 동일한 규칙, 원칙, 정리 혹은 정의등이 잘못 이해되어 쓰여지는 경우이다.

①정리가 적용되는 조건이외의 곳에 정리를 적용하

는 경우
②인식할 수 있는 정의, 정리 혹은 공식을 틀리게 인용하는 경우

5) 요구되지 않은 해답
(Unmatched solution, U.S.)
이 범주 안에서의 오류들은 학생들이 문제를 푸는 각 단계는 옳지만 제시된 마지막 결과는 문제에서 요구하는 해답이 아닌 경우가 포함된다.
이 경우는 문제의 이해 과정에서 주어진 문제의 마지막 목표가 무엇인가를 확인하지 않은데서 생길 수 있는 오류이다.

6) 기술적인 오류(Technical Error, T.E.)
이 범주에 속하는 오류는 문제의 풀이 능력은 있지만 , 여러 가지 실수로 인하여 정답을 오답으로 나타내는 경우이다.

7) 풀이과정의 생략(Omission Of Solving Process, O.O.S.P.)
이 범주는 풀이 과정없이 답만 제시하거나, 현 단계까지 제시된 풀이 과정은 옳으나 그 다음 단계의 풀이 과정이 제시되지 않은 경우이다.
① 학생들의 풀이 과정이 현 단계까지 제시된 풀이 과정은 옳으나 그 다음 단계가 생략된 경우, 혹은 최종 답만 안 쓴 경우
② 풀이과정 없이 어떤 수치적 값만을 답으로 제시한 경우
위와 같은 오류모델에 대한 세부내용을 살펴보았는데 유형별 예는 뒤에서 자세히 다루기로 한다.

2. 문항별 오류분석

여기 에서는 앞절에서 설정된 오류 모델에 의해 테스트의 각 영역별로 얼마나 많은 오류를 발생시켰는가를 알아보는데 있다.
다음 표4에서 보는 바와 같이 오류의 발생빈도를 보면 곡해된 정리 또는 정의의 오류와 요구되지 않은 해답의 오류가 가장 많이 발생했음을 알 수 있다. 이는 학생들이 수학적 정리나 정의를 이해하는데 문제가 있음을 나타낸 것이며 아울러 문제를 푸는 각 단계는 옳지만 제시된 마지막 결과는 문제에서 요구하는 해답이 아닌 경우로써, 문제의 마지막 목표를 진술하지 못하는 문제가 있음을 알 수 있다.

표4.오류의 범주별 빈도

오류의 종류	빈도 (%)
오용된 자료(M.D.)	14.6
잘못해석된 문제(M.P.)	15.0
논리적으로 부적절한 추론(L.I.I.)	2.7
곡해된 정리 혹은 정의(M.T.O.D.)	22.1
요구되지 않은 해답(U.S.)	22.4
기술적인 오류(T.E.)	17.5
풀이과정의 생략(O.O.S.P.)	5.7

다음은 문항별 오류의 모델이 보인 오류의 빈도를 각 반별로 표5,표6,표7에서 제시하여 비교하였으며 표8은 전체를 제시한 것이다.

표5.문항별 오류범주의 빈도수(2-A)

오류 종류 / 문제	오용된자료	잘못해석된 문제	논리적으로 부적절한 추론	곡해된 정리 혹은 정의	요구되지 않은 해답	기술적인 오류	풀이과정이 생략된 오류	합계
1				1	2	2		5
2				4	2	5	1	12
3	1				7	1	2	11
4	5	1			1	1		8
5	4			5	1	2		12
6	9		1	9	1			20
7	5		1	2	1	3	2	14
8				2	6	6		14
9				3		5		8
10	1							1
11				3	2	8		13
12				13	18		1	32
13		3	1	1	4	2	1	12
14		8	1					9
15		12	2	1	1	1	1	18
합계	25	24	6	44	46	36	8	189
빈도 (%)	13.2	12.7	3.2	23.4	24.3	19.0	4.2	100

표6.문항별 오류범주의 빈도수(2-B)

오류종류 / 문제	오용된자료	잘못해석된 문제	논리적으로 부적절한 추론	곡해된 정리 혹은 정의	요구되지 않은 해답	기술적인 오류	풀이과정이 생략된 오류	합계
1				1	3	1	1	6
2				3	2	7	3	15
3				1	6		1	8
4	4				1	2		7
5	6	2		2	1	1		12
6	6		2	13				21
7	12	2	1	5	3		3	26
8	1			3	4	2		10
9				2		8	1	11
10	4			1		1	2	8
11		1		4	2	8	1	16
12		1		11	18	4	1	35
13		5	1	1	4		4	15
14		9	1	1		4		15
15		15	1	1			2	19
합계	33	35	6	49	44	38	19	224
빈도(%)	14.7	15.6	2.7	21.9	19.6	17.0	8.5	100

표7.문항별 오류범주의 빈도수(2-C)

오류종류 / 문제	오용된자료	잘못해석된 문제	논리적으로 부적절한 추론	곡해된 정리 혹은 정의	요구되지 않은 해답	기술적인 오류	풀이과정이 생략된 오류	합계
1				1	2	1		4
2				4	3	2	1	10
3					1	1	2	4
4	4			2		2		8
5		1		2	2	5		10
6	9		1	7				17
7	11	1	2	4	1		2	21
8				1	6	3		10
9		1		3		3		7
10	5			2	1	1	1	10
11					6	3		9
12				10	14	4	1	29
13		4			7	1		12
14		8		1		4		13
15		15	1	1				17
합계	29	30	4	38	43	30	7	181
빈도(%)	16.0	16.6	2.2	21.0	23.7	16.6	3.9	100

표8.문항별 오류범주의 빈도수(2-A,B,C)

오류종류 / 문제	오용된자료	잘못해석된 문제	논리적으로 부적절한 추론	곡해된 정리 혹은 정의	요구되지 않은 해답	기술적인 오류	풀이과정이 생략된 오류	합계
1				3	7	4	1	15
2				11	7	14	5	37
3	1			1	14	2	5	23
4	13	1		2	2	5		23
5	10	3		9	4	8		34
6	24		4	29	1			58
7	28	3	4	11	5	3	7	61
8	1			6	16	11		34
9		1		8		16	1	26
10	10			3	1	2	3	19
11		1		7	10	19	1	38
12		1		34	50	8	3	96
13		12	2	2	15	3	5	39
14		25	2	2		8		37
15		42	4	3	1	1	3	54
합계	87	89	16	131	133	104	34	594
빈도(%)	14.6	15.0	2.7	22.1	22.4	17.5	5.7	100

3. 풀이과정을 통한 오류분석

학생들이 문제를 해석할 때 나타나는 문제풀이 과정은 문제의 종류에 따라 그 풀이 과정이 다양하기 때문에 간단히 요약할 수 없다. 다만, 여기에서는 이 연구에 주어진 문제에 한하여 그 개략적인 풀이 과정이 기술되는데, 연구의 제약상 성취도가 낮은 몇 개의 문항만을 골라 정답의 예와 오류의 예를 비교하기로 한다.

이는 정답의 예와 불완전하게 진행된 예를 비교함으로써 학생들의 풀이의 특징을 간접비교하기 위한 것이다.

1)오용된 자료 (Missued Data, M.D.)

문항5. x가 $-2 < x \leq 4$일 때,
$A = -2x + 3$ 라고 하면 A의 범위를 구하시오.
(평가기준) 부등식의 성질과 이항을 이용하여 식의 범위를 구할 수 있는가 평가한다.
[정답 예] $-2 < x \leq 4$ 이므로 $-8 \leq -2x < 4$ 이고, 따라서 $-8+3 \leq -2x+3 < 4+3$ 이 되어 $-5 \leq A < 7$
[오류 예] x는 -1~4까지이며 이거를 하나씩 $A = -2x+3$에 대입하면 A는 -5~5까지 이므로 $-5 \leq A \leq 5$이다.

문항6. 14. $1<a<5$, $-2<b<7$ 일 때, a-b의 범위는?
(평가기준) 부등식의 뜻을 알고 주어진 문제를 해석하여 풀 수 있는가 평가한다.
[정답 예]

$$1<a<5$$
$$-2<b<7$$
$$-6<a-b<7$$

[오류 예] $1<a<5$이므로 a는 2, 3, 4이고, $-2<b<7$이므로 b는 -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6이다.따라서, a-b의 값의 범위는 -4에서 5까지이다. $\therefore -4 \leq a-b \leq 5$ 이다.
(오류분석) 주어진 제한된 변역에서 정수만을 골라 대입시킴으로써 A의 변역을 구할 수 있다는 잘못된 정보를 주어진 정보처럼 지적함으로써 발생한 오류이다.

문항4.. 부등식 $x+2a<0$의 해가 $x<3$이다. 이 때, a의 값은?
(평가기준) 서로 다른 부등식이지만 해가 같을 경우의 관계를 이해 하는가 평가 한다.
[정답 예]

$$x<-2a$$

$x+2a<0$을 풀면 그런데, $x+2a<0$의 해가 $x<3$이므로 $-2a=3$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}$$

[오류 예] $x+2a<0$ …①, $x<3$ …②이므로 ②식에서 $x<3$라고 했으니 3미만이므로 ①식에 2를 대입하면 $2+2a<0$ 가 되므로 $a<-1$ 이되어 $\therefore a=-1$

(오류분석) 답을 구하기 위해서 필요한 어떤 주어진 자료를 무시하고 명백히 관련이 없는 자료를 보탬으로써 정보의 부족을 보충하여 발생한 오류이다.

2) 잘못 해석된 문제
(Misinterpreted Problem, M.P.)

문항14. 8%의 소금물 300g에 2%의 소금물을 섞어서 6%이하의 소금물을 만들고 싶다. 2%의 소금물을 몇g이상 넣어야 하는가?
(평가기준) 농도의 개념과 주어진 문제의 뜻을 이해하고 미지수를 정하여 일차부등식을 세워서 이를 풀 수 있는가 평가한다.
[정답 예] 2%의 소금물을 xg이상 넣었다 하면

$$300 \times \frac{8}{100} + x \times \frac{2}{100} \leq (300 + x) \times \frac{6}{100}$$
$$2400 + 2x \leq 1800 + 6x$$
$$-4x \leq -600$$
$$\therefore x \geq 150$$

답: 150g이상
[오류 예]

$$300 \times \frac{8}{100} + x \times \frac{2}{100} = (300 + x) \times \frac{6}{100}$$
$$2x + 2400 = 1800 + 6x$$
$$4x = 600$$
$$x = 150\text{g}$$

(오류분석) 문제에서 제시하고 있는 것과는 달리 문제를 해석하여 방정식을 세워서 문제를 풀어 오류가 발생하였다.

문항15. 사과를 학생들에게 나누어주는데, 한 학생에게 3개씩 나누어주면 37개가 남고 5개씩 나누어주면 3개미만의 사과가 남는다고 한다. 학생은 모두 몇 명인가?
(평가기준) 주어진 문제의 뜻을 이해하고 미지수를 정하여 연립부등식을 세울 수 있고, 이를 풀어 연립부등식의 해를 구해 주어진 조건에 맞는 값을 구할 수 있는가 평가한다.

[정답 예] 학생 수를 x명이라 하면, 사과 수는 $3x+37$개이고 문제의 뜻에서

$$0\le(3x+37)-5x<3\ (\text{또는}\ 5x\le 3x+37<5x+3\ )$$

$$0\le -2x+37<3$$

$$-37\le -2x<-34$$

$$18.5\ge x>17$$

x는 자연수이므로 $x=18$. 답: 18명

[오류 예]

$$5x+2<3x+37\le 5x+3$$

$$5x+2<3x+37\cdots①$$

$$3x+37\le 5x+3\cdots②$$

$$2x<35 \qquad 34\le 2x$$

$$x<17.5 \qquad x\ge 17$$

①, ②에 의해 $17\le x<17.5$

x는 자연수이므로 $x=17$

(오류분석) 문제에서 3개미만의 사과가 남는다는 의미를 잘못 이해하여 식을 바르게 세우지 못함으로써 발생한 오류이다.

문항7. $a<5$ 일 때, x에 관한 일차부등식 $ax-5>5x-a$의 해집합은?

(평가기준) 부등식의 성질과 이항을 이용하여 미지수a가 들어 있는 일차부등식을 풀 수 있는가 평가한다.

[정답 예]

$$ax-5>5x-a$$

$$ax-5x>-a+5$$

$$(a-5)x>-(a-5)$$

$$a<5\ \text{이므로}\ a-5<0$$

∴ 양변을 $a-5$ 로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

$$\therefore\ x<-\frac{(a-5)}{a-5}$$

$$\therefore\ x<-1$$

답: $\{\ x\mid x<-1\ \}$

[오류 예]

$$ax-5>5x-a\ \cdots①$$

①에서 $ax+a>5x+5$

$$(x+1)a>5(x+1)$$

$$a>\frac{5(x+1)}{(x+1)}$$

$$\therefore a>5$$

(오류분석)

답을 구하기 위해서 x에 관하여 풀어야 함에도 a에 관하여 풀어서 생긴, 즉 문제 내용을 잘못 이해하여 식을 바르게 세우지 못하여 발생한 오류이다.

3) 논리적으로 부적절한 추론
(Logically Invalid Inference, L.I.I.)

문항15. 사과를 학생들에게 나누어주는데, 한 학생에게 3개씩 나누어주면 37개가 남고 5개씩 나누어주면 3개미만의 사과가 남는다고 한다. 학생은 모두 몇 명인가?

(평가기준) 주어진 문제의 뜻을 이해하고 미지수를 정하여 연립부등식을 세울 수 있고, 이를 풀어 연립부등식의 해를 구해 주어진 조건에 맞는 값을 구할 수 있는가 평가한다.

[정답 예] 학생 수를 x명이라 하면, 사과 수는 $3x+37$개이고 문제의 뜻에서

$$0\le(3x+37)-5x<3\ \ (\text{또는}\ 5x\le 3x+37<5x+3\ )$$

$$0\le -2x+37<3$$

$$-37\le -2x<-34$$

$$18.5\ge x>17$$

x는 자연수이므로 $x=18$. 답: 18명

[오류 예] 3개씩 나누어주면 37개가 남는다고 했으므로, 학생 수를 x명이라 하면 사과의 개수는 $3x+37$이다.

학생 수 x에 1,2,3을 차례로 대입하여 5로 나누었을 때 3개미만의 수를 찾으면

$x=1$을 대입→ $3+37=40$, 40개를 1명에게 5개 주면 나머지가 35개(×)

$x=2$를 대입→ $3\times2+37=43$, 43개를 2명에게 5개씩

주면 나머지가 33개(×)

x=3을 대입→ 3×3+37=46, 46개를 3명에게 5개씩 주면 나머지가 31개(×)

3개미만의 수 1,2,3을 차례로 대입하여도 만족하지 않으므로 해가 없음.

(오류분석) 주어진 정보 혹은 앞서 추론된 정보로부터 부적절한 새로운 정보를 끌어내어 x의 값을 1,2,3으로 국한하여 생긴 오류이다.

4) 곡해된 정리 혹은 정의(Misunderstood Theorem Or Definition , M.T.O.D)

문항12. 두 집합 A={ x | $4x+2>x+8$}, B={ x | $9<2x-1$}에서 A-B를 구하시오.

(평가기준) 일차부등식의 푸는 법을 알고, 주어진 조건의 문제를 이해하여 풀 수 있는가를 평가한다.

[정답 예]

$$4x+2>x+8$$
$$\therefore A=\{x \mid x>2\}$$
$$9<2x-1$$
$$\therefore B=\{x \mid x>5\}$$

이를 수직선에 나타내면

$$\therefore A-B=\{x \mid 2<x\le 5\}$$

[오류 예]

$4x+2>x+8$을 풀면 $x>2$

$9<2x-1$을 풀면 $x>5$

A-B= $x>2-\ x>5\ =\ x>-3$

$$\therefore A-B=\{x \mid x>-3\}$$

(오류분석) 인식할 수 있는 정의, 정리 혹은 공식을 틀리게 인용하는 경우로 A-B의 정의를 틀리게 인용하여 발생한 오류이다.

5) 요구되지 않은 해답 (Unmatched solution, U.S.)

문항1. x가 집합 {-2,-1,0,1,2}의 원소일 때, 부등식 $-4x+15<12$의 해를 모두 구하면?

(평가기준) 부등식을 이해하고, 주어진 변역 안에서 해를 구할 수 있는가를 평가한다.

[정답 예]

$$-4x+15<12$$
$$-4x<-3$$
$$x>\frac{3}{4}$$

따라서, 주어진 x값 중에서 위 조건을 만족하는 x를 구하면 1 과 2

답: 1, 2

[오류 예]

$$-4x+15<12$$
$$-4x<-3$$
$$x>\frac{3}{4}$$

따라서, 주어진 x값 중에서 위 조건을 만족하는 x를 구하면

$$\therefore x=\{0, 1, 2\}$$

(오류분석) 위의 결과와 같이 문제를 푸는 각 단계는 옳지만 제시된 마지막 결과는 문제에서 요구하는 해답이 아닌 경우이다.

문항3. 부등식 $2x+3\le 8-x$를 만족하는 자연수의 개수는?

(평가기준) 부등식을 풀고 이 부등식을 만족하는 자연수를 구할 수 있는가 평가한다.

[정답 예]

$$2x+3\le 8-x$$
$$3x\le 5$$
$$\therefore x\le\frac{5}{3}$$

따라서, 위조건을 만족하는 자연수 x는 1뿐이다.

답: 1개

[오류 예]

$$2x+3\le 8-x$$
$$3x\le 5$$
$$\therefore x\le\frac{5}{3}$$

따라서, 조건을 만족하는 수는 0과 1이다.

$\therefore$2개

(오류분석) 위의 결과와 같이 문제를 푸는 각 단계는 옳지만 제시된 마지막 결과는 문제에서 요구하는 해답이 아닌 경우로써, 문제의 마지막 목표인 자연수의 개수를 구하지 못했다.

문항8. 연립부등식 $\begin{cases} 1-3x \leq -8 \\ 2x+3 \leq x+6 \end{cases}$의 해를 구하여라.

(평가기준) 일차부등식의 푸는 법을 알고 연립부등식을 풀 수 있는가 평가한다.

[정답 예]

$1-3x \leq -8 \cdots ①$ $\quad 2x+3 \leq x+6 \cdots ②$

$-3x \leq -9$ $\quad 2x-x \leq 6-3$

$\therefore\ x \geq 3$ $\quad \therefore x \leq 3$

①,②에 의해 $x=3$

답: $x=3$

[오류 예]

$1-3x \leq -8 \cdots ①$ $\quad 2x+3 \leq x+6 \cdots ②$

$-3x \leq -9$ $\quad 2x-x \leq 6-3$

$\therefore\ x \geq 3$ $\quad \therefore x \leq 3$

①,②에 의해 $3 \leq x \leq 3$

오류답: $3 \leq x \leq 3$

(오류분석) 위의 결과와 같이 문제를 푸는 각 단계는 옳지만 제시된 마지막 결과는 문제에서 요구하는 해답이 아닌 경우로써, 문제의 마지막 목표를 정확하게 나타내지 못한 경우이다.

문항11. 부등식 $\frac{x-2}{4}-\frac{2x-1}{5}<0$을 만족시키는 가장 작은 정수는?

(평가기준) 일차부등식을 풀 수 있는가를 알아보고 조건에 맞는 값을 구할 수 있는가 평가한다.

[정답 예]

양변에 20을 곱하면

$$5(x-2)-4(2x-1)<0$$

$$5x-10-8x+4<0$$

$$-3x<6$$

$$x>-2$$

$\therefore$가장 작은 정수는 -1

답: -1

[오류 예]

양변에 20을 곱하면

$$5(x-2)-4(2x-1)<0$$

$$5x-10-8x+4<0$$

$$-3x<6$$

$$x>-2$$

$\therefore$가장 작은 정수는 -3

(오류분석) 문제를 푸는 각 단계는 옳지만 제시된 마지막 결과는 문제에서 요구하는 해답이 아닌 경우이다.

문항13. 현재 형은 5000원, 동생은 3500원이 예금되어 있다. 다음 달부터 매월 형은 600원씩, 동생은 800원씩 예금한다면, 동생은 몇 개월 후부터 형보다 예금한 돈이 많아지겠는가?

(평가기준)주어진 문제의 뜻을 이해하고 미지수를 정하여 일차부등식을 세울 수 있고, 이를 풀어 일차부등식의 해를 구할 수 있는가 평가한다.

[정답 예]

x개월 후부터 동생이 형보다 많아진다고 하면,

x개월 후의 형의 예금액은 $5000+600x$

x개월 후의 동생의 예금액은 $3500+800x$

동생의 예금액이 형의 예금액보다 많으므로

$$3500+800x>5000+600x$$

$$x>\frac{15}{2}=7.5$$

답: 8개월 이후부터

[오류 예]

x개월 후부터 동생이 형보다 많아진다고 하면,

x개월 후의 형의 예금액은 $5000+600x$

x개월 후의 동생의 예금액은 $3500+800x$

동생의 예금액이 형의 예금액보다 많으므로

$$3500+800x>5000+600x$$

$$x > \frac{15}{2}$$

∴7개월 이후부터

(오류분석) 위의 결과와 같이 문제를 푸는 각 단계는 옳지만 제시된 마지막 결과는 문제에서 요구하는 해답이 아닌 경우로써, 문제의 마지막 목표를 진술하지 못하여 발생한 오류이다.

6) 기술적인 오류(Technical Error, T.E.)

10. 연립부등식 $\begin{cases} x+6>2a \\ 3x-2<4 \end{cases}$의 해가 일 때, a의 값은?

(평가기준) 일차부등식의 푸는 방법을 알고 연립부등식을 풀어 조건에 맞는 값을 구할 수 있는가 평가한다.

[정답 예]

$$x+6>2a\text{에서 } x>2a-6$$
$$3x-2<4\text{에서 } x<2$$
$$\therefore 2a-6<x<2$$

그런데 $-2<x<2$가 연립부등식의 해이므로

$$2a-6=-2$$
$$\therefore a=2$$

답: $a=2$

[오류 예]

$$x+6>2a\text{에서 } x>2a-6$$
$$3x-2<4\text{에서 } x<2$$
$$\therefore 2a-6<x<2$$

그런데 $-2<x<2$가 연립부등식의 해이므로 $2a-6=-2$ 가 되어야 한다.

$$\therefore 2a=-8$$
$$\therefore a=-4$$

(오류분석) 문제의 풀이 능력은 있지만, 실수로 인하여 정답을 오답으로 나타내 발생한 오류이다.

9. 연립부등식 $-1<\frac{5-3x}{4}<2$ 를 풀어라.

(평가기준) 가로로 나열되어 있는 연립부등식을 풀 수 있는가 평가한다.

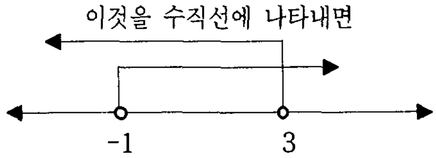
(정답 예)

$$-1<\frac{5-3x}{4} \cdots ①$$
$$\frac{5-3x}{4}<2 \cdots ②$$

①을 풀면 $-4<5-3x$, $x<3$

②를 풀면 $5-3x<8$, $x>-1$

이것을 수직선에 나타내면



$$\therefore -1<x<3$$

답: $-1<x<3$

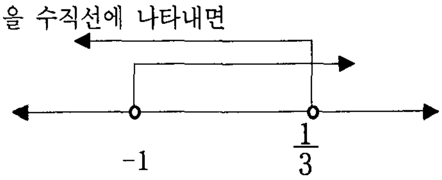
(오류 예)

$$-1<\frac{5-3x}{4} \cdots ①$$
$$\frac{5-3x}{4}<2 \cdots ②$$

①을 풀면 $-4<5-3x$, $3x<5-4$, $3x<1$, $x<\frac{1}{3}$

②를 풀면 $5-3x<8$, $x>-1$

이것을 수직선에 나타내면



$$\therefore -1<x<\frac{1}{3}$$

(오류분석) 문제의 풀이 능력은 있지만 , 간단한 수의 계산을 실수로 인하여 정답을 오답으로 나타내는 경우이다.

7) 풀이과정의 생략
(Omission Of Solving Process, O.O.S.P.)

문항2. $2(x-3)>5x-6$을 풀어라.

(평가기준) 부등식의 성질과 이항을 이용하여 일차

부등식을 풀 수 있는가 평가한다.

[정답 예]

$$2(x-3)>5x-6$$
$$-3x>0$$
$$\therefore x<0$$

[오류 예]

$$2(x-3)>5x-6$$
$$2x-6>5x-6$$
$$-3x>0$$

(오류분석) 학생들의 풀이 과정이 현 단계까지 제시된 풀이 과정은 옳으나 그 다음 단계가 생략되어 발생된 오류이다.

V. 결 론

앞에서 살펴본 일차부등식의 오류분석을 통하여 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

첫째, 학생들은 그들이 배운 부등식의 성질, 이항의 성질, 부등식의 해 등과 같은 용어의 개념을 정확히 알지 못하거나, 알고 있으면서도 활용할 수 있는 능력이 부족하여 문제 이해의 단계부터 오류가 발생한다는 것이다.

둘째, 학생들은 주어진 문제를 해결하기 위해 어떤 조건을 주었을 때, 자료를 간과하거나, 잘못 해석하여 사용하는 경우가 있다.

셋째, 학생들은 의외로 계산상의 착오를 많이 일으키는데 특히, 이항등에서 많이 나타났으며, 긴 문항일수록 성취도가 낮았다.

넷째, 학생들은 주어진 문제에 해당하는 규칙이나 공식이 있을 경우, 무조건 규칙이나 공식에 맞추어 문제를 해결하려는 경향이 있다.

위와 같은 오류를 해결하기 위해서는 이를 최소화 할 수 있는 효과적인 방안이 제시되어야 한다. 따라서, 연구자는 일차부등식의 풀이과정에서 발생하는 오류에 대한 분석을 통하여 학생들을 지도함에 있어 다음과 같은 점을 강조하고자 한다.

첫째, 부등식의 성질에 대하여 이해를 철저하게 함으로써 일차부등식 문제를 해결하는데 있어서 이를 활용 할 수 있는 지도에 중점을 두어야 한다.

둘째, 일차부등식의 지도시 학생들이 범하기 쉬운 오류들을 파악하여 학생들에게 비슷한 유형의 문제를 강화시킴으로 학생들의 오류를 최소화해야 한다.

셋째, 평가 후에는 반드시 학생들에게 그 결과를 알려주어 그와 같은 오류를 범하지 않도록 다양한 방법으로 여러 형태의 문항을 제시해 주어야 한다.

결국, 1차부등식의 풀이 과정에서 지도교사는 오류가 어디에 있는가를 알고 학생들의 오답을 분석하여 미리 예측해놓고 오류를 범하지 않도록 지도상의 방법을 연구하여 수업에 임할 때, 학생들의 이해가 훨씬 빠르고 수업에 호기심과 흥미를 갖고 의욕적으로 수업에 임할 것임을 확신한다.

참 고 문 헌

박두일 외(1996), 「중학교 수학 2 」서울;(주)교학사.

박두일 외(1996), 중학교 수학 교사용지도서, (주)교학사.

박윤범 외(2000), 중학교 수학 교사용지도서, (주)대한교과서.

박혜숙(1991), "문제해결에서 전략에 의한 문제유형의 분류", 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

서미자(1997), "문제해결력 신장을 위한 중학교 수학과 문제해결전략", 경희대학교 교육대학원 석사학위논문.

손영필(1991), 이차방정식의 해법에 관한 오류분석연구, 동국대학교 교육대학원 석사학위논문.

신현성(1985), 「수학적 문제 해결 과정의 분석 및 풀이과정의 탐색, 석사학위논문, 강원대학교 교육대학원.

이상원(1993), 고등학교 학생의 대수문제해결전략과 오류분석, 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

Clarkson Philip(1980), Types of errors made by Papua New Guinean students, Mathematics Education Center ; Papua New Guinea University of Technology.

Clements, M.A.(1980), "Analyzing children's errors on written mathmatical tasks, "Educational studies in Mathematics II; 1~21.

J. Dan Knifong & Boyd Höltan(1976), " An analysis of children's written solutions to word problems, " Journal for Reserch in Mathematics Education , pp. 106~112.

M.A. Newman(1981), "comprehension of the language of mathematics," Mathmatics Education Reserch of Australia, Adelaide.

Nitsa Moshovitz-hadar and Orit zaslarsky(1987). "An empirical classifical model for errors in high school mathematics", journal for Research in Mathmatics, Education, Vol 18. No. 1.pp.3~14.

Analysis of Error on the process of solving the liner inequality
- Focusing on curriculum of the middle school -

Yong Ho Kim[1] · Oh, Hoo Jin[2]

Abstract

This study accordingly brought the analysis of the error into focus to instruct the liner inequality efficiently.

Students, in result ,committed errors: misused data(14.6%), misinterpreted problem(15.0%) , logically invalid inference(2.7%) , misunderstood theorem or definition(22.1%) , unmatched solution(22.4%) , technical error(17.5%) , omission of solving process(5.7%).

Through the analysis of preceding errors, I try to emphasize the following in instructing students:

First , you must emphasize studying of concept of the liner inequality and instruct students in the use of that.

Second , you must minimize the error by searching for the error that students are apt to commit and showing the anti-example when you instruct them in the liner inequality.

Third , after evaluation , you must tell the result to students, and show many forms of the liner inequality with various means lest they should commit the same error.

Therefore, if an instructor gives lessons to the students studying the instructive methods in order not to make errors about the contents mentioned above , it will help students understand much faster and arouse their curiosities and interests in lessons, and so they will take lessons willingly.

1) Chung Nam Youngnam Middle School
2) Department of Applied Mathematics, Kongju National University, Kongju, 314-701, Korea