

## 확장성과 안정성을 고려한 동기제어계의 구축에 관한 연구

변정환\* · 김영복\*

(2001년 9월 10일 접수, 2002년 3월 2일 심사완료)

### A Study on Construction of Synchronous Control System for Extension and Stability

Jung-Hoan Byun and Young-Bok Kim

**Key Words:** Multi-Axes Driving System(다축 구동시스템), Position Synchronous Control(위치동기 제어), Reference Model(기준모델), Robust Stability(강인한 안정성)

#### Abstract

In this study, a methodology of synchronous control which can be applied to position synchronization of a multi-axes driving system has been developed. The synchronous error is caused by model uncertainties and disturbance at each axis. To overcome these problems, the synchronous control system of each axis has been composed of reference model, speed and synchronous controllers. The speed control system has been designed to follow speed reference. And the synchronous controller has been designed to keep minimizing the position synchronous error by reference model and  $H_\infty$  approach. By the proposed method, position synchronous control system can be easily extended to two or more axes driving system. The effectiveness of the proposed method has been demonstrated by experiment.

#### 1. 서론

연속 회전하는 복수모터(multi-motor)축 간의 위치동기는 근거리 화물의 이송을 위한 크레인시스템 등 다양한 분야에서 이용되고 있다.<sup>(1)</sup> 천장 크레인(overhead crane), 갠트리 크레인(gantry crane) 시스템 등은 이송될 화물의 탑재를 위한 거드(girder)와 거드의 이동 경로인 레일(rail), 그리고 거드의 양단 끝에 설치된 복수의 모터와 모터의 회전에 의해 레일 위를 구르는 휠(wheel)로 구성된다. 이때 화물은 복수모터의 동시구동에 의해 이송된다. 그러나 모터간의 이동거리가 다를 경우에는 레일과 휠 플랜지(wheel flange)간의 마찰로 인하여 휠의 마모가 발생하게 되고, 마모현상

이 심할 경우에는 휠이 레일에서 이탈되므로 화물의 이송이 곤란하게 된다.<sup>(1)</sup>

최근 부하변동 및 과도상태에서도 모터 축간의 정밀한 위치동기를 실현하기 위해 다양한 동기제어방식이 제안되었다.<sup>(2~6)</sup> Kamano 등<sup>(2)</sup>은 적응 피드포워드 제어기의 적응 파라미터를 조정하여 추종오차와 동기오차를 동시에 영으로 수렴시키는 동기제어법을 제안하였는데, 이 방식에 의하면 외란에 대한 안정성은 고정이득의 피드백 제어기에 의존한다. 그리고 Goto 등<sup>(3)</sup>은 주축의 위치출력을 종축의 입력신호로 하고, 종축의 제어기는 종축 서보시스템의 역동역학을 이용한 동기제어법을 제안하였으며, 이 방식은 외란이 종축에 인가될 경우에는 정밀한 위치동기를 기대하기 어렵다. Nakamura 등<sup>(4)</sup>은 Goto 등<sup>(3)</sup>이 제안한 위치동기법의 특성해석과 모델오차에 대한 강인성을 검토하였다. 이 연구는 특성해석에 주목하고 있으며, 제어기 및 알고리즘은 Goto 등의 방식과 동일한 특성을 갖고 있다. 양 등<sup>(5)</sup>은 2축 중에서 상

\* 책임저자, 회원, 여수대학교 동력시스템공학과

E-mail : bjh@yosu.ac.kr

TEL : (061)659-3135 FAX : (061)659-2559

\* 부경대학교 공과대학 기계공학부

대적으로 외란이 적게 인가된 축의 속도를 감속시키지 않고 위치동기를 실현할 수 있도록  $H_\infty$  제어기법에 의한 가변구조의 동기제어법을 제안하였다. 또한 변 등<sup>(6)</sup>은 각 축에 인가되는 외란이 동기오차에 미칠 영향을 감소시킬 목적으로 외란 관측기를 이용한 동기제어법을 제안하였다.

이상의 제안된 방식들은 2축간의 위치동기에는 유용할 수 있으나, 3축 이상으로 확장하기 곤란하다. 더욱이 위치동기를 요하는 시스템은 3축 이상으로 구성되는 경우가 많으므로 이에 대한 동기제어법의 개발이 요구된다.

본 연구에서는 기준모델(reference model)과  $H_\infty$  제어기법을 이용하여 3축 이상의 복수모터에 대해서 정밀한 위치동기가 가능하고, 동기제어계의 강인한 안정성(robust stability)을 고려할 수 있는 위치동기법을 제안한다. 이 제어계는 기준모델, 속도제어기, 동기제어기 등으로 구성된다. 기준모델은 각 축에 개별적인 동기제어기의 설계가 가능하도록 선정된다. 그리고 각 축의 속도제어기는 PID제어기를 이용하여 오버슈트 없이 속도지령을 추종하도록 설계된다. 또한 각 축의 동기제어기는 동기오차의 완전한 제거 및 기준모델과 각 축간의 모델 불확실성(model uncertainty)을 고려하여  $H_\infty$  제어기법으로 설계된다. 끝으로 직류서보모터를 이용하여 위치동기 제어계를 구성한 후, 다양한 실험을 통하여 제안된 방식의 타당성을 검증한다.

## 2. 위치동기 제어계의 구성

본 연구는 3축 이상의 복수모터에 대해서도 위치동기가 가능하고, 동기제어계의 안정성을 고려할 수 있는 동기제어법의 개발에 목적을 두고 있으며, 이를 수행하기 위해 제안된 동기제어계의 계략도는 Fig. 1과 같다. 이 제어계는 기준모델  $P(s)$ 와 기준모델의 속도제어기  $K(s)$ , 각 축의 모터  $P_i(s)$ 와 모터의 속도제어기  $K_i(s)$  그리고 각 축의 동기제어기  $K_{pi}(s)$ 로 구성된다. 이때 첨자  $i$ 는  $i=1, 2, \dots, n$ 으로 각 축의 모터, 제어기 등을 의미하며, 이하의 그림 및 수식에서도 동일하다.

Fig. 1에서 각 축의 위치동기오차  $e_{pi}$ 는 속도지령  $r$ 에 대한 기준모델의 속도출력  $y$ 와 각 축의 속도출력  $y_i$ 간에 발생하는 속도차  $(y - y_i)$ 의 누적

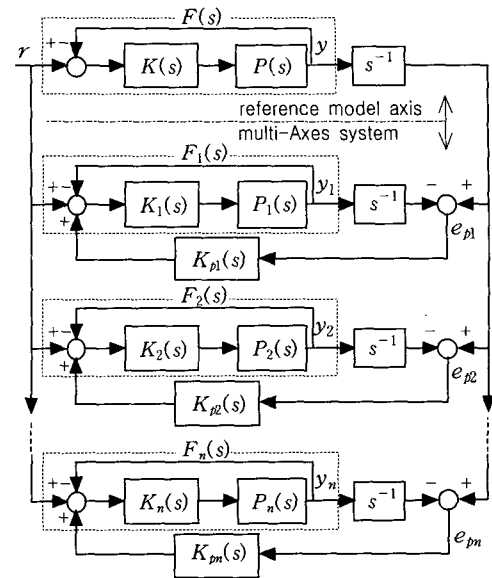


Fig. 1 The proposed position synchronous control system for a multi-axes driving system

분  $\int (y - y_i) dt$ 에 해당한다. 이 속도 차는 과도상태에서는 기준모델과 각 축의 동특성의 불일치에 의해, 정상상태에서는 각 축에 인가되는 외란에 의해 발생된다.

한편 각 모터  $P_i(s)$ 의 속도응답에 대한 기준으로 이용되는 기준모델  $P(s)$ 는 모든 모터( $P_1(s) \sim P_n(s)$ )의 동특성을 고려하여 결정된다. 이 기준모델  $P(s)$ 에 각각의 모터  $P_i(s)$ 를 개별적으로 동기시켜 3축 이상으로 확장시킴과 동시에 각 축의 동기오차  $e_{pi}$ 를 제거하기 위한 속도제어기  $K(s)$ ,  $K_i(s)$  및 동기제어기  $K_{pi}(s)$ 의 역할은 각각 다음과 같다. 속도제어기  $K(s)$ 는 기준모델  $P(s)$ 가 오버슈트 없이 속도지령을 추종하도록 한다. 또한 각 축의 속도제어기  $K_i(s)$ 는 기준모델의 속도제어계  $F(s)$ 와 각 축의 속도제어계  $F_i(s)$ 를 일치시키는 데 이용된다. 그리고 기준모델의 속도제어계  $F(s)$ 와 각 축의 속도제어계  $F_i(s)$ 간에 개별적으로 설치된 각 축의 동기제어기  $K_{pi}(s)$ 는 속도제어계  $F_i(s)$ 의 모델 불확실성을 고려하여 설계된다. 이와같이 설계된 동기제어기  $K_{pi}(s)$ 는 속도제어계  $F(s)$ 와  $F_i(s)$ 간의 동기오차  $e_{pi}$ 를 영으로 수렴시키는 역할을 한다.

### 3. 모델링

#### 3.1 모터

Fig. 1에서  $P_i(s)$ 는 전기자제어방식의 모터를 이용한다. 그리고 모터의 전달함수는 개루프상에서 전기자 전압입력  $u_i$ 에서 속도출력  $y_i$ 까지의 주파수응답 특성을 이용하여 결정된다. 본 연구에 이용되는 모터는 식 (1)과 같이 2차계의 특성을 갖는다.

$$P_i(s) = \frac{y_i(s)}{u_i(s)} = \frac{b_i}{s^2 + a_{1i}s + a_{2i}}, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

여기서  $a_{1i}, a_{2i}, b_i$ 는 모터의 계수이다.

#### 3.2 기준모델

기준모델  $P(s)$ 의 전달함수도 가능한  $P_i(s)$ 와 동특성이 일치되도록 식 (1)과 같이 2차계로 선정한다. 그리고  $P(s)$ 의 계수 값은 복수모터의 시간응답이 평가함수  $J_{oi}(t)$ 를 동시에 최소화 하도록 결정된다.

$$J_{oi}(t) = \int |y_o(t) - y_{oi}(t)| \cdot dt \quad (2)$$

여기서  $y_o(t), y_{oi}(t)$ 은 각각  $P(s), P_i(s)$ 의 단위계단응답이다.

## 4. 제어계의 설계

#### 4.1 속도제어계

동기제어계에서의 속도제어기는 모터  $P_i(s)$ 가 오차 없이 목표치를 추종함과 동시에 과도상태에서 기준모델과 모터의 속도응답이 일치하도록 설계되면 이상적이다. 즉 기준모델과 모터의 속도 페루프 동특성이 일치하게 되면 외란이 인가되지 않는 한 동기오차는 발생하지 않는다.

기준모델 및 모터의 속도제어기는 PID 제어기를 이용하며, 이 제어기의 계수 값 결정 방법은 다음과 같다.

##### 4.1.1 기준모델의 속도제어기

기준모델의 속도제어기  $K(s)$ 는 식 (3)의 PID제어기를 이용한다.

$$K(s) = \tau_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) \quad (3)$$

여기서  $\tau_p$ 는 비례이득,  $\tau_i$ 는 적분시간,  $\tau_d$ 는 미분시간을 의미한다. 그리고 속도 페루프 전달함수  $F(s)$ 는 식 (1), (3)으로부터 식 (4)와 같이 된다.

$$F(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} \quad (4)$$

이때  $K(s)$ 의 계수 값은 설계조건을 만족하는 극  $\sigma_1, \sigma_2 \pm j\omega_2$ 를 지정한 후,  $(s - \sigma_1)(s - (\sigma_2 \pm j\omega_2)) = 0$ 과 특성방정식  $1 + P(s)K(s) = 0$ 의 계수를 비교하여 다음과 같이 구한다.

$$\tau_p = (\sigma_2^2 + \omega_2^2 + 2\sigma_1\sigma_2 - a_2) / b_1 \quad (5)$$

$$\tau_i = -(\sigma_2^2 + \omega_2^2 + 2\sigma_1\sigma_2 - a_2) / [\sigma_1(\sigma_2^2 + \omega_2^2)] \quad (6)$$

$$\tau_d = -(\sigma_1 + 2\sigma_2 + a_1) / (\sigma_2^2 + \omega_2^2 + 2\sigma_1\sigma_2 - a_2) \quad (7)$$

##### 4.1.2 모터의 속도제어기

Fig. 1에서 임의의 모터에 대한 속도제어기  $K_i(s)$ 는 식 (3)의 PID 제어기를 이용하며, 페루프 전달함수  $F_i(s)$ 도 식 (4)와 같은 형태가 된다. 그리고  $K_i(s)$ 의 계수 값은 과도상태에서 동기오차  $e_{pi}$ 가 발생되지 않도록 식 (8)의 조건을 만족하도록 선정한다. 이 조건은 식 (9)의 평가함수  $J_{ci}(t)$ 를 영으로 하는 것과 등가이다.<sup>(6)</sup>

$$F(s) = F_i(s) \quad (8)$$

$$J_{ci}(t) = \int |y_c(t) - y_{ci}(t)| dt \quad (9)$$

여기서  $y_c(t), y_{ci}(t)$ 는 각각  $F(s), F_i(s)$ 의 단위계단응답이다.

#### 4.2 위치동기제어계

본절에서는 Fig. 1의 다축 중에서 임의의 한축에 대한 동기제어기의 설계과정을 나타내며, 이 설계과정을 반복하여 다축동기제어계를 구축한다.

Fig. 2는 기준모델의 속도제어계  $F(s)$ , 임의의 속도제어계  $F_i(s)$ 와 동기제어기  $K_{pi}(s)$ 로 구성되는 동기제어계의 블록도이다. 이때  $F(s)$ 와  $F_i(s)$ 의 동특성 차는 동기오차  $e_{pi}$ 를 발생시킨다. 이 점을 고려하여  $K_{pi}(s)$ 를 설계하기 위해  $F(s)$ 를 공칭플랜트(nominal plant)로 둔다. 이  $F(s)$ 에 대한  $F_i(s)$ 의 불확실성을  $\Delta_i(s)$ 로 나타내면 Fig. 3과 같다. Fig. 3에서  $\Delta_i(s)$ 는 고주파 영역의 이득이 크게 되는 곱셈형 불확실성(multiplicative uncertainty),  $a_i$ 는 일정 시간동안 제거되지 않은

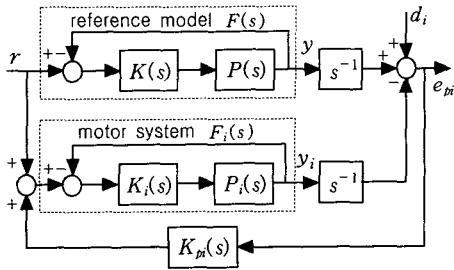


Fig. 2 Block diagram for the position synchronous controller design of each axis

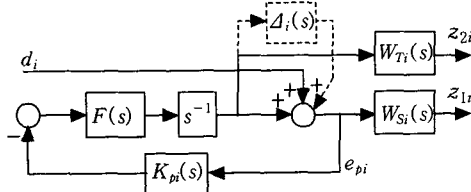


Fig. 3 Model uncertainty  $\Delta_i(s)$  and disturbance  $d_i$

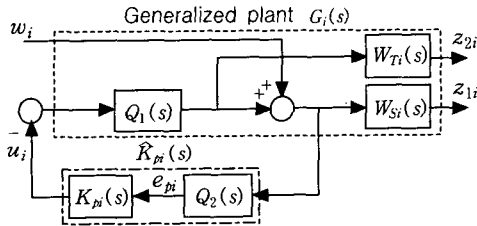


Fig. 4 Generalized plant  $G_i(s)$  with the controller

모터의 토크 외란이 위치동기에 미치는 영향을 의미한다. 이  $\Delta(s)$ 와  $d$ 를 고려하여, 동기제어기  $K_{pi}(s)$ 는  $H_\infty$  제어기법 중에서 안정성과 외란제거 성능을 동시에 고려할 수 있는 혼합감도문제<sup>(7-9)</sup>로 설계한다.

그러나 Fig. 3과 같이 제어대상  $(F_i(s) s^{-1})$ 이 적분기( $s^{-1}$ )를 포함하면 통상의 혼합감도문제로는 안정화 제어가 존재하기 위한 가정을 만족시키지 못하므로 감도함수의 하중함수에 적분기를 포함시켜 표준문제의 가정을 만족시키는 설계기법을 이용하여 동기제어기  $K_{pi}(s)$ 를 구한다.<sup>(10,11)</sup>

이 설계기법을 이용하여 구성된 일반화 플랜트  $G_i(s)$ 는 Fig. 4와 같다. 이때 적분기를 포함한 제어대상  $(F_i(s) s^{-1})$ 을 식 (10)과 같이 표현하면,  $Q_1(s)$ 는 허축 상에 극점과 영점이 없는 전달함수이며,  $Q_2(s)$ 는 극이 허축 상에 있고 분자와 분모의 다항식의 차수가 같은 전달함수로서 일반화

플랜트에서 제외된다.

$$Q(s) = Q_2(s) Q_1(s) \\ Q_1(s) = F(s) \frac{1}{s+\alpha}, Q_2(s) = \frac{s+\alpha}{s}, \alpha > 0 \quad (10)$$

그리고 식 (11)과 같이 감도함수에 대한 하중함수  $W_{Si}(s)$ 의  $Q_2(s)$ 에 제어대상  $(F_i(s) s^{-1})$ 의 적분기를 포함시킨다.

$$W_{Si}(s) = Q_2(s) \cdot \widehat{W}_{Si}(s), \widehat{W}_{Si}(s) \in RH_\infty \quad (11)$$

또한  $\Delta_i$ 의 정보로부터 상보감도함수에 대한 하중함수  $W_{Ti}(s)$ 를 결정하여 일반화 플랜트를 구성한다.

한편 일반화 플랜트  $G_i(s)$ 는 식 (10), (11)을 이용하면 식 (12)와 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} z_{1i} \\ z_{2i} \\ e_{pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{Si}(s) & -W_{Si}(s) Q_1(s) \\ 0 & -W_{Ti}(s) Q_1(s) \\ Q_2(s) & -Q_2(s) Q_1(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_i \\ u_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서  $w_i$ 는  $d_i, \Delta_i$  등의 외부입력,  $u_i$ 는 제어입력,  $z_{1i}, z_{2i}$ 는 제어량,  $e_{pi}$ 는 동기오차를 의미한다. 이때  $w_i$ 에서  $z_{1i}, z_{2i}$ 로의 전달함수는 식 (13)와 같고, 이것은 일반적인 혼합감도문제로 된다.

$$T_{zw_i}(s) = \begin{bmatrix} W_{Si}(s) & S_i(s) \\ W_{Ti}(s) & T_i(s) \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서  $T_i(s) = Q_1(s) K_{pi}(s) Q_2(s) \cdot (I + Q_1(s) K_{pi}(s) Q_2(s))^{-1}$ ,  $S_i(s) = (I + Q_1(s) K_{pi}(s) Q_2(s))^{-1}$ 이며,  $S_i(s)$ 는 외란제거 성능,  $T_i(s)$ 는 강인한 안정성의 지표가 되는 전달함수이다. 이  $S_i(s)$ 와  $T_i(s)$ 에 대한 적절한 하중함수  $W_{Si}(s), W_{Ti}(s)$ 를 선정하여 식 (14)의 부등식을 만족하는 제어기  $K_{pi}(s)$ 를 구할 수 있다.

$$\|T_{zw_i}(s)\| < \gamma \quad (14)$$

$W_{Si}(s), W_{Ti}(s)$ 의 선정기준은 다음과 같다. 본 연구에서는 식 (15)와 같이 고주파 영역의 모델 불확실성을 상세히 표현할 수 있는 곱셈형 불확실성  $\Delta_i(s)$ 를 이용한다.

$$\Delta_i(s) = \frac{\widehat{F}_i(s) - F(s)}{F(s)} \quad (15)$$

여기서  $\widehat{F}_i(s)$ 는 모델링 오차를 포함한 실제모터를 의미한다.  $W_{Ti}(s)$ 는  $\Delta_i(s)$ 의 정보로부터 이득이 저주파 영역에서 작고, 고주파 영역에서 크도록 선정한다. 또한  $W_{Si}(s)$ 는 저주파 영역의 감도

**Table 1** Value of motor1, 2 parameters

	$a_{1i}$	$a_{2i}$	$b_i$
$P_1(s)$	61.67	833.30	2150.00
$P_2(s)$	67.62	952.40	2524.00

**Table 2** Value of model parameters

	$a_1$	$a_2$	$b$	$J_{o1}(t)$	$J_{o2}(t)$
$P(s)$	67.61	952.38	2523.80	0.037804	0.000001
	<del>64.44</del>	<del>888.89</del>	<del>2324.40</del>	<del>0.018850</del>	<del>0.018955</del>
	61.67	833.33	2179.20	0.014928	0.022876

저감화를 위하여 이득이 저주파 영역에서 크고, 고주파 영역에서 작도록 하면서 식 (11)을 만족하도록 선정한다. 그리고 선정된 주파수 하중함수  $W_{Ti}(s)$ ,  $W_{Si}(s)$ 에 대해, 식 (14)를 만족하는 제어기  $\hat{K}_{pi}(s)$ 는 MATLAB의 Robust Tool<sup>(12)</sup>을 이용하여 구하고, Fig. 4에서 임의의 축에 대한 동기제어기  $K_{pi}(s)$ 는 식 (16)과 같이 된다.

$$K_{pi}(s) = \hat{K}_{pi}(s) \cdot Q_2^{-1}(s) \quad (16)$$

즉 식 (5)~(7)로부터 공칭모델  $F(s)$ 를 결정한 후, 식 (8), (9)를 이용하여 각 축의 속도제어계  $F_i(s)$ 를 구하고, 식 (10)~(16)의 설계과정을 확장하고자 하는 축의 수와 동일하게 반복하여 각 축의 동기제어기를 구한다. 이와같이 공칭모델 ( $F(s)$ )와 각 속도제어계 ( $F_1(s), F_2(s), F_3(s), \dots$ )간의 모델불확실성 ( $\Delta_1(s), \Delta_2(s), \Delta_3(s), \dots$ )을 고려하여 각각의 동기제어기 ( $K_{p1}(s), K_{p2}(s), K_{p3}(s), \dots$ )가 설계되므로, 각 축의 안정성과 외란제거 성능을 확보하면서 Fig. 1과 같이 3축이상으로 확장이 가능할 수 있게 된다.

### 5. 제어기 계산 및 실험

#### 5.1 기준모델 및 모터의 계수값

제안된 위치동기법의 검증에는 편의상 2대의 모터를 이용한다. 그리고 모터의 특성변화를 고려하기 위해 장시간 동안 다양한 주파수역(0.1~100[rad/s])에서 주파수 응답실험을 통하여 결정된  $P_1(s)$ ,  $P_2(s)$ 의 계수값은 Table. 1과 같다.

한편 기준모델  $F(s)$ 의 계수값( $a_1, a_2, b$ )은  $P_1(s)$ ,  $P_2(s)$ 의 시간응답이 식 (2)의 평가함수  $J_{oi}(t)$ 를 동시에 최소로 하도록 결정된다. 즉 Table 2에서와 같이 계수값을 변동시켜  $J_{o1}(t)$ 와  $J_{o2}(t)$ 가 최대

**Table 3** Value of speed controller parameter

	$\tau_{pi}$	$\tau_{ii}$	$\tau_{di}$
$K(s)$	0.36872	0.069174	0.006293
$K_1(s)$	0.37372	0.069174	0.006793
$K_2(s)$	0.36372	0.069174	0.005793

로 근접하는 것을  $P(s)$ 의 계수값으로 선정한다. 선정된 계수값은 빗금친 부분이며,  $J_{o1}(t)$ 와  $J_{o2}(t)$ 는 각각  $J_{o1}(t)=0.018850$ ,  $J_{o2}(t)=0.018955$ 이다.

#### 5.2 기준모델 및 모터1, 2의 속도제어기 계수값

Table 3은 기준모델 및 모터1, 2의 속도제어기 계수 값을 나타내고 있다. 기준모델의 속도제어기  $K(s)$ 의 계수값은 오버슈트를 갖지 않도록 극점을 poles=-11.55, -29.14 ± j14.95로 지정한 후, 식 (5)~(7)을 이용하여 결정한다. 그리고 모터1, 2의 속도제어기  $K_1(s)$ ,  $K_2(s)$ 의 계수값은 식 (9)의 평가함수  $J_{oi}(t)$ 로부터 각각  $J_{o1}(t)=0.0010484$ ,  $J_{o2}(t)=0.0010422$ 일 경우에 해당한다.

한편 Table 1, 3에서 기준모델  $P(s)$  및 속도제어기  $K(s)$ 의 계수 값을 식 (4)에 대입하면 위치 동기제어기의 설계에 이용되는 공칭플랜트  $F(s)$ 는 식 (17)같이 된다.

$$F(s) = \frac{5.3935s^2 + 857.0588s + 12389.9435}{s^3 + 69.8379s^2 + 1745.9477s + 12389.9435} \quad (17)$$

#### 5.3 위치동기제어기

##### 5.3.1 모터1의 위치동기제어기

$\alpha > 0$ 를 만족하는 값을  $\alpha=3$ 으로 선정하고, 식 (17)을 식 (10)에 대입하면 적분기를 포함한 제어 대상  $Q(s)$ 은 다음 식과 같이 된다.

$$Q(s) = \frac{s+3}{s} \cdot F(s) \cdot \frac{1}{s+3} \quad (18)$$

그리고 주파수응답실험을 통하여 구한  $\Delta_1(s)$ 정보로부터  $T_1(s)$ 에 대한 하중함수  $W_{T1}(s)$ 는 다음과 같이 선정한다.

$$W_{T1}(s) = \frac{(s+2)^2}{8300} \quad (19)$$

또한  $S_1(s)$ 에 대한 하중함수  $W_{S1}(s)$ 는 식 (11)을 만족하면서 제어기가 적분기를 갖도록 다음과 같이 선정한다.

$$W_{S1}(s) = \frac{1770}{s^2} \quad (20)$$

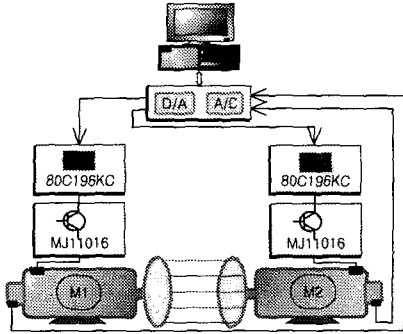


Fig. 5 Schematic diagram of experimental apparatus

이와같이 선정된 하중함수에 대해  $\gamma=1$  일 때, 식 (14)를 만족하는 동기제어기는 다음과 같다.

$$K_M(s) = \frac{2347140.8s^4 + 232161877.4s^3 + 8863896757.7s^2 + 148228732781.5s + 845520385956.1}{s^4 + 1814.8s^3 + 473202.2s^2 + 36821459.0s + 477314405.5} \quad (21)$$

### 5.3.2 모터2의 위치동기제어기

모터2의 동기제어기도 식 (18)의  $Q(s)$ 를 이용하여 모터1의 동기제어기 설계순서를 반복하여 구한다.  $\Delta_2(s)$ 를 이용하여  $T_2(s)$ 에 대한  $W_{T2}(s)$ 와  $S_2(s)$ 에 대한  $W_{S2}(s)$ 는 다음과 같이 선정한다.

$$W_{T2}(s) = \frac{(s+2)^2}{9500} \quad (22)$$

$$W_{S2}(s) = \frac{2100}{s^2} \quad (23)$$

그리고 식 (22), (23)의 하중함수에 대해  $\gamma=1$  일 때, 식 (14)를 만족하는 모터2의 동기제어기는 다음과 같다.

$$K_M(s) = \frac{8555072.8s^4 + 867826692.8s^3 + 33817968059.9s^2 + 578028321480.8s + 3349724003689.8}{s^4 + 5156.8s^3 + 1490799.3s^2 + 121810426.6s + 1594957230.2} \quad (24)$$

### 5.4 실험장치의 구성

본 연구에서 제안된 동기제어방식의 타당성을 검증하기 위한 실험장치는 Fig. 5와 같다. 이 장치는 속도검출용 타코제너레이터(15[rad/s]/1[V])가 장착된 200[W]급의 직류서보모터, 마이크로프로세서(80c196kc)와 트랜지스터(MJ11016)로 제작된 모터 드라이버, 데이터의 수수를 위한 12 bit 분해능의 A/D, D/A 변환기와 컴퓨터 등으로 구성된다. 그림에서 모터 축의 원판사이에 연결된 0.7 mm 연필심은 위치동기의 정밀도를 가시적으로 나타내기 위해 설치된 것이다.

### 5.5 실험 및 고찰

Fig. 6~11은 모터의 속도응답과 동기오차를 나타내고 있다. 속도응답에서 실선, 점선, 일점쇄선은 각각 기준모델, 모터1, 모터2의 응답이다. 그리고 동기오차에서 점선, 일점쇄선은 각각 기준모델과 모터1, 기준모델과 모터2의 동기오차이며, 실선은 모터1, 2간의 동기오차이다.

Fig. 6~8에서는 계단상의 속도지령(37.5[rad/s])과 운전영역의 변화에 따른 동기제어기의 동기오차 제거성을 확인한다. 또한 Fig. 9~11에서는 각 모터에 인가된 계단상의 토크외란이 위치동기에 미치는 영향과 외란에 의해 발생한 동기오차의 제거 가능성을 확인하고, 3대 이상 모터로의 확장 가능성을 검토한다.

Fig. 6은 동기제어기가 없을 경우, 과도상태의 속도 및 동기오차를 나타내고 있다. 속도제어계는 식 (9)의 평가함수를 이용하여 기준모델과 모터1, 2의 속도응답이 거의 일치 되도록 설계되었다. 그러나 모델링 오차로 인하여 과도상태에서 기준모델과 모터1, 2간에 속도 차가 발생되고, 이 속도 차가 누적되어 정상상태에서도 동기오차가 계속 잔존됨을 알 수 있다. 따라서 이 오차를 제거하기 위해서 동기제어기가 필요하게 된다.

Fig. 7은 동기제어기가 있을 경우, 과도상태의 속도응답 및 동기오차를 나타내고 있다. 과도상태부터 기준모델과 모터1, 2의 속도응답이 거의 일치하기 때문에 동기오차는 Fig. 6에 비해 매우 작다. 그리고 정상상태에서는 속도지령을 추종하면서 동기오차는 영으로 수렴된다. 이것은 동기제어기가 과도상태부터 기준모델과의 속도 차가 누적되어 발생하는 동기오차를 제거하기 위해 각각의 모터를 가·감속시켜 가능하게 된다.

Fig. 8은 동기제어기가 있을 경우, 다양한 변속지령에 대한 속도응답 및 동기오차를 나타내고 있다. 변속지령에 대해 과도상태에서 발생한 미소한 동기오차는 정상상태에서 영으로 수렴되며, 동기오차의 응답이 유사한 특성을 갖고 있다. 따라서 운전영역이 달라도 정밀한 동기가 가능함과 동기제어계가 강인함을 확인할 수 있다.

Fig. 9는 Fig. 6의 연속응답으로 동기제어기가 없고, 모터1에 외란이 인가될 때의 속도 및 동기오차를 나타내고 있다. 모터2에는 외란이 없으므로 기준모델과 모터2간의 동기오차에도 변화가 없다. 그러나 모터1과 기준모델간에는 속도 차가 누적되어 동기오차는 더욱 증가된다. 따라서 외란에 의해 발생한 실제 모터간의 동기오차를 제거하기 위해서 동기제어기가 필요로 된다.

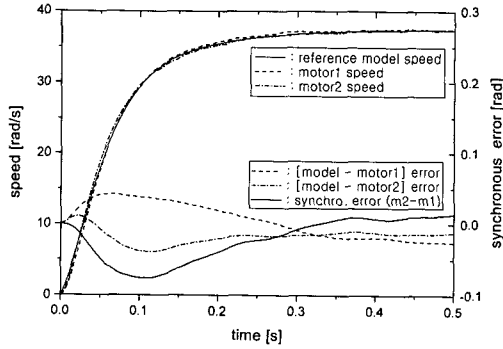


Fig. 6 Speed responses, synchronous errors of transient state without synchronous controllers

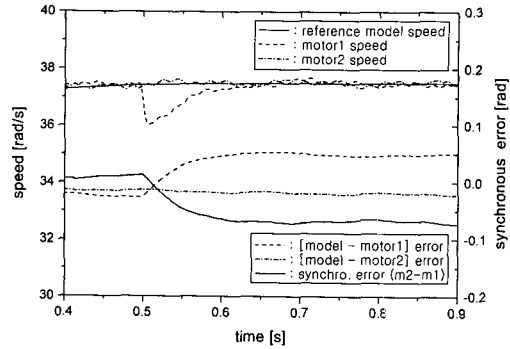


Fig. 9 Synchronous errors under disturbance of motor1 without synchronous controllers

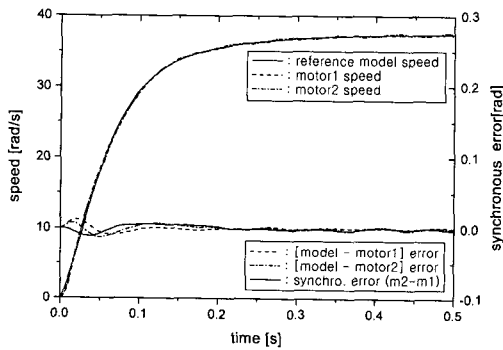


Fig. 7 Speed responses, synchronous errors of transient state with synchronous controllers

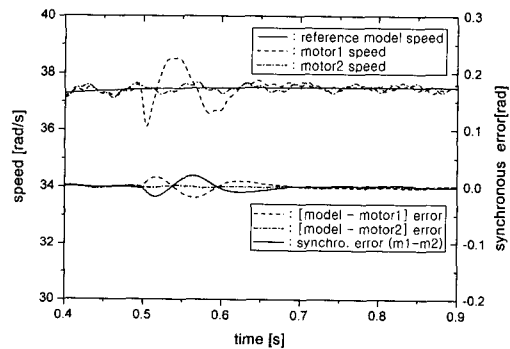


Fig. 10 Synchronous errors under disturbance of motor1 with synchronous controllers

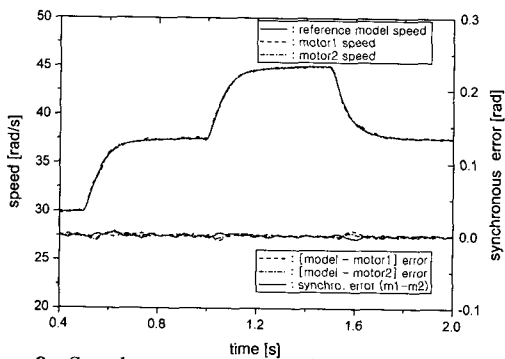


Fig. 8 Speed responses, synchronous errors to various speed commands with synchronous controllers

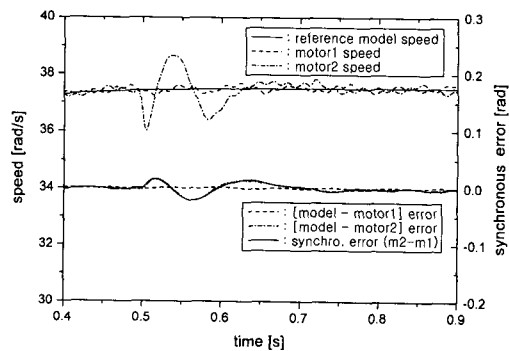


Fig. 11 Synchronous errors under disturbance of motor2 with synchronous controllers

Fig. 10과 Fig. 11은 Fig. 9에서와 동일한 외란이 모터에 인가될 때 동기제어기가 있을 경우의 속도응답 및 동기오차를 나타내고 있다.

Fig. 10은 모터1에 외란이 인가된 경우의 응답이다. 기준모델과 모터2간에 동기오차는 발생되지 않으나, 기준모델과 모터1간에 동기오차가 발생되므로 모터1의 동기제어기가 모터1의 속도를 조절함으로써 기준모델과의 속도 차에 의해 발생된 동기오차를 제거한다.

Fig. 11은 모터2에 외란이 인가된 경우의 응답이다. Fig. 10에서와 동일한 방법으로 모터2의 동기제어기가 모터2만의 속도를 조절함으로써 동기오차를 제거한다. 이때 속도응답 및 동기오차의 최대치는 Fig. 10과 유사하다.

이상의 응답결과로부터 과도상태 및 외란 등에 의해 동기오차가 발생될 경우 각각의 모터는 기준모델과 비교하여 동기오차가 발생된 모터 측만의 속도를 조절하여 동기오차를 제거함을 확인할

수 있다. 즉 각각의 모터에 대응해 설계된 동기 제어기는 개별적으로 동작된다. 따라서 3축 이상의 복수모터에 대해서도 제안된 제어방식의 적용이 가능함을 확인 할 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서는 기준모델의 속도제어계와 각 축의 속도제어계간에 동기제어기를 개별적으로 설치하여 3축 이상의 복수모터에 대해서 정밀한 위치동기와 동기제어계의 강인한 안정성을 동시에 고려할 수 있는 위치동기 제어방식이 제안되었다. 그리고 설계된 속도제어기와 동기제어기를 이용하여 다축 동기제어계를 구성한 후, 실험을 통하여 다음 사항을 확인 할 수 있었다.

(1) 각 모터의 특성이 유사할 경우 기준모델의 설정이 가능하였으며, 평가함수( $J_{ci}(t)$ )를 이용하여 기준모델의 속도제어계와 각 축의 속도제어계의 응답을 일치시킴으로써 동기오차를 감소시킬 수 있었다.

(2) 각 축의 동기제어기는 기준모델과 각 축간의 동특성 불일치에 의해 발생된 동기오차를 각 축의 속도를 조절하여 제거할 수 있었다. 또한 임의의 축에 외란이 인가된 경우, 기준모델과 외란이 인가된 축에만 동기오차가 발생되므로 다른 축의 운전속도를 변화시키지 않고 동기오차를 제거할 수 있었다.

(3) 다양한 운전영역에서 정밀한 위치동기가 가능하였으므로 기준모델의 속도제어계와 각 축의 속도제어계간의 모델 불확실성을 고려하여 설계된 동기제어계가 강인함을 확인할 수 있었다.

이상의 결과로부터 제안된 방식은 3축이상의 위치동기시스템에 유용하게 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

## 참고문헌

- (1) 안승욱, 최만수, 박영준, 김재훈, 1998, "2축구동방식을 갖는 대형 겐트리 로봇시스템의 주행축 동기제어," 한국정밀공학회 춘계학술 대회논문집, pp. 436~439.
- (2) Kamano, T., Suzuki, T., Iuchi, N. and Tomizuka, M., 1993, "Adaptive Feedforward Controller for Synchronization of Two Axes Positioning System," *SICE*, Vol. 29, No. 7, pp. 785~791.
- (3) Goto, S., Nakamura, M., Oka, S. and Kyura, N., 1994, "A Method of Synchronous Position Control for Multi Servo Systems by Using Inverse Dynamics of Slave Systems," *SICE*, Vol. 30, No. 6, pp. 669~676.
- (4) Nakamura, M., Hiyamizu, D. and Kyura, N., 1997, "A Method for Precise Contour Control of Mechatronic Servo Systems with Master-Slave Axes by Use of Synchronous Position Control," *SICE*, Vol. 33, No. 4, pp. 274~279.
- (5) 양주호, 변정환, 김영복, 정석권, 1997, "다축 구동시스템의 정밀위치동기제어(II)," 한국정밀공학회지, Vol. 14. No. 3, pp. 98~106.
- (6) 변정환, 여동준, 2001, "외란 관측기를 이용한 2축 구동 시스템의 동기제어," 대한기계학회논문집, Vol. 25. No. 2, pp. 242~249.
- (7) Zhou, K. and Khargonekar, P. P., 1998, "An Algebraic Riccati Approach to  $H_\infty$  Optimization," *Systems & Control Letter*, Vol. 11, pp. 85~90.
- (8) Doyle, J. C., Glover, K., Khargonekar, P. P. and Francis, B. A., 1989, "State-space Solutions to Standard  $H_2$  and  $H_\infty$  Control Problems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 34, No. 8, pp. 831~847.
- (9) Glover, K. and Doyle, J. C., 1988, "State-Space Formulae for All Stabilizing Controllers that Satisfy an  $H^\infty$ -norm Bound and Relations to Risk Sensitivity," *Systems and Control Letters*, Vol. 11-2, pp. 167~172.
- (10) 杉江俊治, 1992,  $H_\infty$ 制御の基礎, システム制御情報學會編, pp. 49~71.
- (11) MITA Tsutomu, LIU Kang Zhi, KURIYAMA Kazunobu, 1993, " $H_\infty$  Control with Weighting Functions Having  $j\omega$  Poles," *SICE*, Vol. 29, No. 11, pp. 1320~1329.
- (12) Safonov, M. G., Limebeer, D. J. N. and Chiang, R. Y., 1992, Robust Control Toolbox User's Guide, The MathWork.