

비정규지표를 이용한 Well-Conditioned 관측기 설계

정 종 철* · 허 건 수†

(2001년 9월 1일 접수, 2002년 3월 2일 심사완료)

Design of the Well-Conditioned Observer Using the Non-Normality Measure

Jongchul Jung and Kunsoo Huh

Key Words : Well-Conditioned Observer(Well-Conditioned 관측기), Non-Normality Measure(비정규지표), Eigenvector Matrix(고유벡터 행렬), Kalman Filter(Kalman 필터)

Abstract

In this paper, the well-conditioned observer is designed to be insensitive to the ill-conditioning factors in transient and steady-state observer performance. A condition number based on L_2 -norm of the eigenvector matrix of the observer matrix has been proposed on a principal index in the observer performance. For the well-conditioned observer design, the non-normality measure and the observability condition of the observer matrix are utilized. The two constraints are specified into observer gain boundary region that guarantees a small condition number and a stable observer. The observer gain selected in this region guarantees a well-conditioned and observable property. In this study, this method is applied to the Luenberger observer and Kalman filters for small order systems. In designing Kalman filters, the ratio of the process noise covariance to the measurement noise covariance is a design parameter and its effect on the condition number is investigated.

1. 서 론

일반적으로 사용되는 Luenberger 형태의 확정적 관측기들은 시스템 섭동이 있거나 측정오차가 있는 경우 종종 과도상태와 정상상태에서 큰 오차를 발생시킨다. 이러한 큰 오차를 갖는 관측기들은 감지시스템이나 제어 시스템에 적용될 경우 거짓 정보나 제어 성능 감소를 가져올 수 있다. 이 단점을 해결하기 위해 관측기 설계 시 관측기 성능에 크게 영향을 미치는 인자를 찾아내어 그 인자를 조절함으로써 관측기 성능을 개선시킬 수 있다. 선형시스템에서 관측기의 과도상태에서와 정상상태에서 성능을 좌우하는 주요 인자는 관측기 행렬의 L_2 -norm에 근거한 condition number와 그 고유벡

터 행렬의 L_1 -norm에 근거한 condition number임이 밝혀졌다.⁽¹⁾ 또한 이러한 인자들은 하나의 주지표로 통합될 수 있어서 관측기 설계 시 기준을 마련할 수 있으며 그 주지표는 관측기 행렬의 고유벡터 행렬의 L_2 -norm에 근거한 condition number이다.⁽¹⁾ 따라서 condition number가 작은 값을 갖도록 관측기 게인을 조정하는 것에 의해 well-condition이 보장되는 관측기를 설계할 수 있다.⁽²⁾ 또한 Huh and Stein⁽³⁾은 관측기 행렬의 고유벡터 행렬이 정규행렬에서 벗어난 정도를 정량적으로 나타내는 비정규행렬과 고유값들의 최소거리의 비로 정의되는 비정규지표(non-normality measure)를 정의하였고 L_2 -norm에 근거한 condition number의 상한값이 비정규지표의 단조증가함수가 됨을 보여주었다. Basilio and Sahate⁽⁴⁾는 플랜트 고유벡터 행렬의 condition number를 줄이기 위해 pre-compensator를 이용하여 시스템 행렬을 정규행렬로 만드는 방법에 의해 well-conditioned 시스템을 설계하였고, Lam and Tam⁽⁵⁾은 closed-loop의 고유벡터 행렬의 Frobenius condition number를 최소화하는 영역을 설

* 한양대학교 정밀기계공학과 대학원

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : khuh2@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0437 FAX : (02)2295-4584

정하고 그 영역 내에서 극점배치를 함으로써 강한 eigenstructure를 가지게끔 하였다. 또한 Kalman filter 설계에서 고유벡터 행렬의 condition number가 프로세스 노이즈와 측정 노이즈의 상호 분산 행렬의 비와 관계가 있음을 밝히고 이 비를 줄임으로써 Kalman filter에서도 well-conditioning 문제를 고려할 수 있음을 제시하였다.⁽⁶⁾

본 논문에서는 단일입출력 시스템에서 과도상태나 정상상태에서 큰 오차를 발생시키는 ill-conditioning 요소들에 대하여 민감하지 않은 강한 성능을 가진 Well-conditioned 관측기를 설계하기 위해 위에서 언급한 비정규지표를 이용하였다. Condition number를 비정규지표의 단조함수로 표현할 수 있으면 수학적으로 복잡한 condition number를 직접 이용하는 것보다 비정규지표를 이용함으로써 관측기 설계의 절차를 단순화시킬 수 있다. 즉, condition number와 관측기 계인의 관계를 명확하게 나타내는 것이 복잡하기 때문에 condition number 대신 비정규지표를 관측기 계인의 변수로 표현하고 비정규지표의 상한값을 지정하여 관측기 계인을 설정하는 방법이 훨씬 더 간단하다. 본 논문에서는 비정규지표의 상한값에 의해 보장되는 well-conditioning과 관측기의 안정성에 의해 생기는 두개의 설계 구속조건을 만족하는 계인의 영역을 설정하고 그 영역 내에서 계인을 선택하는 방법을 제시하고 있다. 또한 Luenberger 관측기와 Kalman filter에 그 방법을 적용하였는데, 먼저 Luenberger 관측기에서는 두개의 설계 구속조건에 의해 계인 영역을 설정하고 그 범위 내에서 계인을 구하는 극점 배치 기법을 이용하였다. 그리고 2차 시스템의 Kalman filter에서는 비정규지표가 Q/R (프로세스 노이즈 상호 분산행렬과 측정 노이즈 상호 분산 행렬의 비)의 함수로 표현이 가능함을 보였고, 또한 관측기 계인이 이 감지지표(Q/R)의 함수임을 증명하였다. 따라서 Q/R 이 관측기 특성을 좌우하는 지표가 될 수 있으며, 이 특성을 이용하여 Kalman filter가 well-condition이 보장되도록 하는 Q/R 의 범위를 선정하였다. 2장에서 well-conditioned 관측기를 설계하는 방법에 대해서 다루었고 3장에서는 2장에서 다른 방법을 Luenberger 관측기와 Kalman filter에 적용하였다. 그리고 4장에서 결론을 맺었다.

2. Well-conditioned 관측기 설계

2.1 관측기 설계 구속조건

관측기 행렬의 정규화된 고유벡터 행렬 P 를 정의하고 P 의 L_2 -norm에 근거한 condition number

($\kappa_2(P) = \|P\|_2 \|P^{-1}\|_2$)를 정의한다. 이로부터 작은 condition number를 가지는 관측기를 설계하기 위하여 Huh와 Stein⁽³⁾이 정의한 식 (1)의 비정규지표를 이용할 수 있다.

$$\eta = \frac{\|M\|_F}{\min_{i \neq j} |\lambda_i - \lambda_j|} \quad (1)$$

여기서, $\|M\|_F$ 는 임의의 행렬이 정규로부터 벗어난 정도를 나타내는 비정규 행렬(Non-normality matrix)의 Frobenius norm이며, λ 는 관측기 행렬의 고유값이다. 식 (1)에서 정의된 비정규지표가 가질 수 있는 상한값을 설정하여 이 조건에 맞는 관측기 계인을 선정하는 것에 의해 작은 condition number가 보장되는 관측기를 설계할 수 있다.

본 논문에서 제안하는 well-conditioned 관측기의 설계 조건은 다음과 같다. 아래의 설계 구속조건에 의해 특정한 계인의 영역이 정해지며 이 영역 내의 계인은 관측기의 관측성(안정성)과 well-conditioning을 보장해준다.

Constraint 1 : (A-LC)행렬의 관측성

A-LC는 관측기 행렬이며, 이 조건은 관측기의 관측성(안정성)을 요구하는 조건이다. 즉, 관측기 행렬의 모든 고유값은 좌평면에 놓여 있어야 한다.

Constraint 2: 비정규지표의 상한값

$\kappa_2(P)$ 는 비정규지표 η 의 단조증가함수이기 때문에 비정규지표의 설정에 따라 $\kappa_2(P)$ 가 작은값을 갖도록 설계할 수 있다. 이 구속조건에 의해서 비정규지표의 상한값을 지정하여 작은 condition number, $\kappa_2(P)$ 를 보장하는 계인의 영역을 구할 수 있다.

다음 절에서는 임의의 가관측성 2차 시스템에서 $\kappa_2(P)$ 와 η 의 관계를 수학적으로 유도하여 비정규지표를 이용한 관측기 설계가 타당함을 보이고 이 절에서 언급한 설계 구속조건에 의하여 계인의 영역을 설정하였다. 임의의 4차 이상의 시스템에서는 $\kappa_2(P)$ 나 비정규지표를 해석적으로 구할 수 없기 때문에 Monte Carlo 방법이나 다른 수치적인 방법을 이용하여 위의 구속 조건을 만족하는 범위 내에서 최적의 계인을 선정할 수 있다.

2.2 Luenberger 관측기에의 적용

Luenberger 관측기 설계 시 임의의 관측기 극점배치는 관측기 행렬을 ill-conditioning하게 만들 수 있기 때문에 관측기가 라운드오프 에러나 섭동에 민감하게 반응할 수 있다. 따라서 이러한 요소들에 강한 관측기를 설계하기 위해서는 well-conditioned 관측기의 설계가 필요하다. 여기서는 임의의 가관측성 2차 시스템에서 well-conditioned 관측기를 설계하는 절차에 대해 다룬다. 먼저 2차

시스템에서 $\kappa_2(P)$ 를 정의하고 $\kappa_2(P)$ 와 비정규지표 사이의 관계를 구하여 관측기 설계 지표로서 비정규지표의 타당성을 보이하고자 한다. 그리고 위에서 정의한 설계 구속조건을 통해서 well-condition이 보장되는 관측기 계인의 영역을 지정하여 관측기를 설계한다.

다음과 같은 임의의 가관측성 2차 시스템을 정의한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0]$$

이다. 관측기 운동방정식(observer dynamics)은 식 (3)과 같이 정의될 수 있다.

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly \quad (3)$$

여기서, $L = [l_1 \quad l_2]^T$ 은 관측기 계인이다. 식 (3)의 관측기 행렬은 식 (4)로 표현된다.

$$A - LC = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 \\ a_1 - l_2 & a_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

위 관측기 행렬($A - LC$)의 고유값 λ 와 고유벡터행렬 P 는 다음과 같이 구해진다.

$$\lambda_{1,2} = \frac{a_2 - l_1 \pm \sqrt{(a_2 + l_1)^2 + 4(a_1 - l_2)}}{2} \quad (5)$$

$$P = \begin{bmatrix} m/v_1 & n/v_2 \\ 1/v_1 & 1/v_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서, P 의 각 열은 정규화된 고유벡터이며, $v_1 = \sqrt{|m|^2 + 1}$, $v_2 = \sqrt{|n|^2 + 1}$ 이다. 또한 m, n 은 다음과 같다.

$$m = -\frac{a_2 + l_1 + \sqrt{(a_2 + l_1)^2 + 4(a_1 - l_2)}}{2(a_1 - l_2)} \quad (7)$$

$$n = -\frac{a_2 + l_1 - \sqrt{(a_2 + l_1)^2 + 4(a_1 - l_2)}}{2(a_1 - l_2)} \quad (8)$$

또한 고유벡터행렬 P 의 singular values는 다음 식과 같다.

$$\sigma(P) = \sqrt{\frac{\text{tr}(PP^T) \pm \sqrt{\text{tr}^2(PP^T) - 4\text{Det}(PP^T)}}{2}} \quad (9)$$

여기서, tr 은 trace이며 Det 는 행렬식이다. L_2 -norm에 근거한 P 의 condition number를 $\kappa_2(P)$ 라 정의하면, $\kappa_2(P)$ 는 식 (10)으로 표현되며

$$\kappa_2(P) = \sqrt{\frac{\text{tr}(PP^T) + \sqrt{\text{tr}^2(PP^T) - 4\text{Det}(PP^T)}}{\text{tr}(PP^T) - \sqrt{\text{tr}^2(PP^T) - 4\text{Det}(PP^T)}}} \quad (10)$$

위 관계식으로부터 $\kappa_2(P)$ 를 근으로 갖는 다음 방정식을 유도할 수 있다.

$$\kappa_2^4(P) - (\gamma - 2)\kappa_2^2(P) + 1 = 0 \quad (11)$$

여기서, $\gamma = \text{tr}^2(PP^T) / \text{Det}(PP^T)$ 이다. 또한 식 (11)의 1보다 큰 유일한 실근 $\kappa_2(P)$ 는 식 (12)와 같은 형태로 표현될 수 있다.

$$\kappa_2(P) = \sqrt{\frac{\gamma - 2 + \sqrt{(\gamma - 2)^2 - 4}}{2}} \quad (12)$$

비정규지표를 구하기 위해 관측기 행렬 ($A - LC$)는 다음과 같이 Schur form으로 나타낼 수 있다.

$$U^H(A - LC)U = A + M \quad (13)$$

여기서, U 는 일원행렬(unitary matrix), A 는 대각선 요소에 ($A - LC$)의 고유값들을 갖는 대각행렬이고 M 은 상삼각-비대각 행렬로서 비정규행렬이다. 비정규 행렬 M 을 구하기 위해 식 (6)에 정의한 정규화된 고유벡터 행렬의 첫번째 컬럼을 이용하여 일원행렬 U 를 다음과 같이 정의한다.

$$U = \frac{1}{v_1} \begin{bmatrix} m & -1 \\ 1 & m \end{bmatrix} \quad (14)$$

그러면 Schur 변환에 의해서 비정규 행렬 M 을 구할 수 있다.

$$M = \begin{bmatrix} 0 & mn+1 \\ 0 & mn \end{bmatrix} \quad (15)$$

또한, 비정규행렬 M 의 Frobenius norm은 다음 식으로 표현된다.

$$\|M\|_F = \sqrt{\text{tr}(M^T M)} = \frac{|mn+1|}{|mn|} \quad (16)$$

식 (5)에서 $|\lambda_1 - \lambda_2| = |(m-n)/mn|$ 임을 알 수 있으므로 비정규행렬의 Frobenius norm과 고유값들의 최단거리의 비로 정의되는 비정규지표는 다음과 같이 정의된다.

$$\eta = \frac{\|M\|_F}{|\lambda_1 - \lambda_2|} = \frac{|mn+1|}{|m-n|} \quad (17)$$

그리고 γ 와 η 의 관계식이 다음 식과 같이 표현되기 때문에

$$\gamma = \frac{\text{tr}^2(PP^T)}{\text{Det}(PP^T)} = 4 + 4\eta^2 \quad (18)$$

위 관계식을 이용하여 $\kappa_2(P)$ 와 비정규지표 사이의

관계를 구할 수 있다.

$$\kappa_2(P) = \sqrt{1 + 2\eta^2 + 2\eta\sqrt{1 + \eta^2}} \quad (19)$$

식 (19)는 $\kappa_2(P)$ 가 비정규지표의 단조 증가함수임을 보여주며, 따라서 관측기 설계 시 복잡한 $\kappa_2(P)$ 보다 비정규지표를 이용하여 이 값이 작게 되도록 설계하는 것이 더 간단하다.

위에서 정의한 두 가지의 설계 구속조건에 의해서 well-conditioned 관측기가 가질 수 있는 계인의 범위를 설정할 수 있다.

Constraint 1 : 관측성

$$\begin{aligned} l_1 - a_2 &> 0 \\ l_2 - a_1 - a_2 l_1 &> 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Constraint 2 : well-conditioned 성능

$$\eta = \frac{|a_1 - l_2 + 1|}{\sqrt{(a_2 + l_1)^2 + 4(a_1 - l_2)}} \leq \beta \quad (21)$$

여기서 β 는 η 의 상한값이다. 따라서 두 구속조건을 만족하는 계인의 영역이 구해지며 이 영역내의 계인은 관측기의 관측성과 작은 값의 condition number를 보장해준다.

2.3 Kalman filter에의 적용

칼만필터의 설계에서의 well-conditioned와 관련된 문제를 적용하고자 한다. 식 (22)와 같은 확률적 2차 시스템의 모델을 고려한다.^(6,7)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ y(t) &= Cx(t) + v(t) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a & b \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0]$$

$$E[w(t)w(s)^T] = Q\delta(t-s) \quad (Q = q)$$

$$E[v(t)v(s)^T] = R\delta(t-s) \quad (R = r)$$

이다. $w(t)$ 와 $v(t)$ 는 0평균 백색잡음이다. 정상상태에서 칼만필터의 Riccati 방정식은 다음과 같다.

$$0 = AP + PA^T - PC^T R^{-1} CP + GQG^T \quad (23)$$

또한 Kalman filter 계인은 식 (24)와 같다.

$$L = PC^T R^{-1} \quad (24)$$

식 (23)의 Riccati 방정식의 해를 구하기 위해서 Hamiltonian 행렬과 eigenstructure의 관계를 이용한다.⁽⁸⁾ 허수축에서 고유값을 갖지 않는 Hamiltonian 행렬 H 를 식 (25)와 같이 정의한다.

$$H = \begin{bmatrix} A^T & -C^T R^{-1} C \\ -GQG^T & -A \end{bmatrix} \quad (25)$$

Hamiltonian 행렬의 음의 고유값에 해당되는 고유벡터로 이루어진 행렬을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서 X 와 Y 는 정방행렬이며, 만약 Hamiltonian 행렬이 허수축에서 고유값을 갖지 않고 X 가 nonsingular하다면 Riccati 방정식의 유일한 해는 다음과 같다.

$$P = YX^{-1} \quad (27)$$

이 방법으로 식 (23)의 Riccati 방정식의 해를 구할 수 있고 각각의 요소들은 다음과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$p_{11} = r \left[b + \sqrt{b^2 + 2a + 2\sqrt{a^2 + q/r}} \right]$$

$$p_{12} = r \left[a + b^2 + \sqrt{a^2 + q/r} + b\sqrt{b^2 + 2a + 2\sqrt{a^2 + q/r}} \right]$$

$$p_{22} = r \left[\frac{(a + b^2 + 2)b\sqrt{a^2 + q/r}}{(b^2 + \sqrt{a^2 + q/r})\sqrt{b^2 + 2a + 2\sqrt{a^2 + q/r}}} \right]$$

위 식을 식 (24)에 대입하면 다음의 Kalman filter 계인을 구할 수 있다.

$$L = \begin{bmatrix} b + \sqrt{b^2 + 2a + 2\sqrt{a^2 + q/r}} \\ a + b^2 + \sqrt{a^2 + q/r} + b\sqrt{b^2 + 2a + 2\sqrt{a^2 + q/r}} \end{bmatrix} \quad (29)$$

여기서, $L \in R^2$, $a, b \in R$ 이다. 식 (29)를 살펴보면 프로세스 노이즈 상호분산 행렬과 측정 노이즈 상호분산행렬의 비(q/r)가 하나의 설계 지표임을 알 수 있다. 상호분산 행렬인 q 나 r 은 시스템과 출력 변수의 노이즈와 관련된 파라미터이지만, Kalman filter 설계 시 만족한 필터 성능을 얻기 위해 적절한 q 나 r 을 선택할 때 시행착오에 의해서가 아닌 본 연구에서 제안하는 방법에 의해 Kalman filter를 설계할 수 있다. 따라서 위에서 언급한 두개의 구속조건을 만족하도록 q/r 의 범위를 구할 수 있고 이 q/r 은 Kalman filter의 관측성과 well-conditioning을 보장해준다.

Constraint 1 : 관측성

$$b^2 + 2a + 2\sqrt{a^2 + q/r} \geq 0$$

Constraint 2 : well-conditioned 성능

$$\eta = \frac{|b^2 + 1 + b\sqrt{b^2 + 2a + 2\sqrt{a^2 + q/r}} + \sqrt{a^2 + q/r}|}{|\sqrt{b^2 + 2a - 2\sqrt{a^2 + q/r}}|} \leq \beta \quad (30)$$

3. 예 제

3장에서는 2장에서 언급한 두개의 설계 구속조건에 의한 well-conditioned 관측기 설계 예제를 다루고 있다.

Example 1 : Luenberger 관측기에의 적용

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} x + Bu \\ y &= [1 \quad 0]x \end{aligned}$$

가관측성 2차 시스템에서 상태변수를 추정하는 well-conditioned 관측기를 설계해보자. 임의의 극점 배치에 의한 관측기 설계는 고유벡터 행렬이 ill-conditioned하게 설계될 수 있어서 관측기가 섭동이나 라운드 오프 에러에 민감해 관측기 성능을 저하시키는 결과를 초래한다. Fig. 1은 임의의 게인 선택에 따라 큰 값의 $\kappa_2(P)$ 를 가지는 관측기가 설계될 수 있음을 보여준다. 따라서 2장에서 설명한 두개의 구속조건에 의해서 well-condition이 보장되는 관측기를 설계하고자 한다. 두 구속조건을 만족하는 영역을 구해 그 영역 내에서 선택된 게인을 갖는 관측기는 관측기의 관측성과 상한값을 갖는 $\kappa_2(P)$ 를 보장 받는다. $\beta = 2$ 로 설정하여 그 영역을 그려보면 Fig. 2에서 보여지는 영역을 얻을 수 있다. 이 영역내의 게인은 $\kappa_2(P)$ 가 약 4.3 보다 작은 값을 갖게 해준다. Fig. 2의 영역 내부와 외부에서 각각 임의의 게인을 선택하여 $\kappa_2(P)$ 의 크기를 비교해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L=[10 \quad 5] &\rightarrow \kappa_2(P)=1.59 \\ L=[10 \quad 45] &\rightarrow \kappa_2(P)=9.12 \end{aligned}$$

Example 2 : Kalman filter에의 적용

Kalman filter 설계 시 well-conditioning 문제를 고려하는 방법에 대해 2.3장에서 논의하였다. 다음의 2차 시스템에서 well-conditioning을 보장하는 Kalman 게인을 구해보자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} x + Bu + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w \\ y &= [1 \quad 0]x + v \end{aligned}$$

Fig. 3은 다양한 q/r 에 대하여 $\kappa_2(P)$ 와 η 의 크기를 비교한 그림이다. q/r 의 선택에 따라 $\kappa_2(P)$ 의 크기가 크게 변하며 q/r 이 $\kappa_2(P)$ 를 줄이는 감지 지표임

을 알 수 있다. Kalman filter 설계 시 $\kappa_2(P)$ 대신 η 을 이용하여 $\eta \leq \beta$ 를 만족하는 q/r 의 범위를 구해 관측성과 well-condition이 보장되는 Kalman filter를 설계할 수 있다. $\beta=2$ 인 경우 식 (30)에 파라미터 값을 대입하면 식 (31)과 같고

$$\eta = \frac{|2 - \sqrt{5 + 2\sqrt{4 + q/r}} + \sqrt{4 + q/r}|}{|\sqrt{5 - 2\sqrt{4 + q/r}}|} \leq 2 \quad (31)$$

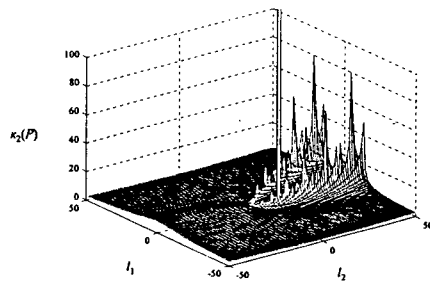


Fig. 1 $\kappa_2(P)$ due to selection observer gain

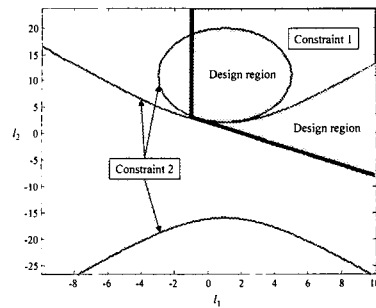


Fig. 2 Gain region guaranteed to be stable and well-conditioned (—:Constraint 1, - - :Constraint 2)

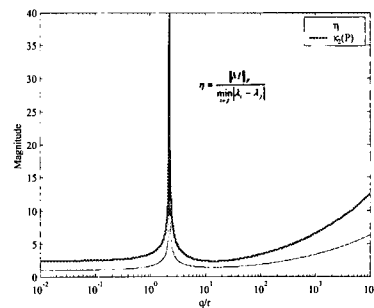


Fig. 3 The ratio η and condition number $\kappa_2(P)$ w.r.t noise covariance q/r

식 (31)을 만족하는 q/r 의 값 ($q/r < 1.3$ or $4 < q/r < 146$)은 작은 값의 $\kappa_2(P)$ 를 보장해주며 선택된 q/r 을 식 (29)에 대입하면 그때의 Kalman 계인을 구할 수 있다.

4. 결론

관측기 설계 시 비정규지표를 이용하여 오차의 정량적 크기의 주지표인 $\kappa_2(P)$ 가 작은 값을 갖도록 하는 well-conditioned 관측기를 설계하였다. 관측기의 관측성과 비정규지표의 상한값에 의한 설계구속조건을 이용하여 well-condition과 관측기의 관측성이 보장되는 계인의 설계 영역을 지정하여 그 내부에서 계인을 선택함으로써 원하는 관측기를 설계할 수 있었다. 2차 시스템의 경우 Luenberger 관측기와 Kalman filter 두 가지 경우에 대해 적용하였다. 먼저 Luenberger 관측기에서는 구속조건으로부터 구해진 well-condition이 보장되는 영역을 정의하고 그 영역 내에서 계인을 선정하여 well-conditioning을 보장 받을 수 있었다. Kalman filter에서는 프로세스와 센서 노이즈 공분산의 비인 q/r 의 값이 관측기 계인과 $\kappa_2(P)$ 에 영향을 미치는 주요 변수이므로 작은 η 값을 유지하도록 하는 q/r 의 범위를 구함으로써 Kalman filter의 안정성과 well-conditioning을 보장 받을 수 있도록 하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 연구비 지원에 의한 결과임 (과제번호 : 2000-2-30400-007-3)

참고문헌

- (1) Huh, K. and Stein, J. L., 1994, "A Quantitive Performance Index for Observer-Based Monitoring Systems," *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 116, pp. 487~497.
- (2) Huh, K. and Stein, J. L., 1995, "Well-Conditioned Observer Design for Observer-Based Monitoring Systems," *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 117, pp. 592~599.
- (3) Huh, K. and Stein, J. L., 1997, "A Non-Normality Measure of the Condition Number for Monitoring and Control," *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 119, pp. 217~222.
- (4) Basilio, J. C. and Sahate, J. A., 2000, "A normalizing precompensator for the design of effective and reliable commutative controllers," *Int. J. of Control*, Vol. 73, No. 14, pp. 1280~1297.
- (5) Lam, J. and Tam, H. K., 1997, "Regional pole assignment with eigenstructure robustness," *Int. J. of Systems Science*, Vol. 28, No. 5, pp. 507~515.
- (6) 이범석, "불확실성이 존재하는 관측기들의 정량적 성능 비교," 한양대학교 석사학위 논문, 1997.
- (7) Grewal and Andrews, 1993, "*Kalman Filtering theory and practice*," Prentice-Hall.
- (8) Morris, K., 2000, "*Introduction to Feedback Control*," Academic Press.