

적응신호처리의 계산량감소에 적합한 고속웨이블릿 알고리즘에 관한연구† (High Speed Wavelet Algorithm for Computation Reduction of Adaptive Signal Processing)

오 신범*, 이 채욱**
(Shin-Byum Oh, Chae-Wook Lee)

요약 적응신호처리 분야에서 LMS알고리즘은 수식이 간단하고, 적은 계산량으로 인해 널리 사용되고 있지만, 시간영역의 적응알고리즘은 입력신호의 고유치 분포폭이 넓게 분포할 때는 수렴속도가 느려지는 단점이 있다. 또한 알고리즘의 성능을 좌우하는 고정된 적응상수를 적절하게 선택해야만 알고리즘이 수렴할 수 있다. 이런 문제점을 개선하기 위하여 본 논문에서는 시간영역의 적응알고리즘을 변환영역인 웨이블릿 변환에서 적응알고리즘을 적용한다. 그리고 안정되고 빠른 수렴을 위해 고정된 적응상수를 오차신호의 순시치 절대값에 비례하여 각 반복구간마다 변화시키는 가변스텝사이즈를 갖는 웨이블릿 기반 고속적용알고리즘을 제안, 적응잡음제거기에 적용하여 기존의 알고리즘과 비교하여 그 성능이 우수함을 입증하였다.

Abrast Least mean square(LMS) algorithm is one of the most popular algorithm in adaptive signal processing because of the simplicity and the small computation. But the convergence speed of time domain adaptive algorithm is slow when the spread width of eigen values is wide. Moreover we have to choose the step size well for convergency. in this paper, we use adaptive algorithm of wavelet transform. And we propose a new wavelet based adaptive algorithm of wavelet transform. And we propose a high speed wavelet based adaptive algorithm with variable step size, which is linear to absolute value of error signal. We applied this algorithm to adaptive noise canceler. Simulation results are presented to compare the performance of the proposed algorithm with the usual algorithms

1. 서 론

적응신호처리 분야에서 steepest descent 방식인 LMS (Least Mean Square) 알고리즘은 식이 간단하고 계산량이 비교적 적기 때문에 널리 사용되고 있다. 그러나 시간영역에서 처리할 경우 입력신호의 고유치 변동폭이 넓게 분포되어 수렴속도가 저하하는 문제점이 있다. 이를 해결하기 위하여 신호를 때 FFT(Fast Fourier Trasnform)나 DCT(Discrete Cosine Transform)로 변환하여 신호간의 상관도를 제거함으로써 시간영역에서 LMS알고리즘을 적용할

보다 수렴속도를 크게 향상시킬 수 있다[1][2].

그러나 FFT나 DCT을 이용한 변환영역 적응알고리즘의 수행은 시간영역 신호를 변환영역으로 바꾸기 위해서는 추가적인 계산량이 필요하다. 이러한 대안으로 WLMS (Wavelet transform LMS) 적응알고리즘 발표되었으며 WLMS 알고리즘은 기존의 변환영역 알고리즘에 비해 그 수렴성능이 우수하다[3][4][5].

본 논문에서는 수렴속도 향상을 위해 시간영역의 적응 알고리즘을 웨이블릿(wavelet)변환을 이용하여 적응알고리즘을 수행하며, 변환영역에서 시간에 따라 적응상수의 크기를 줄이는 알고리즘을 제안한다. 이러한 방법으로 misadjustment도 줄일수 있어 성능 향상을 이룰 수 있다. 제안한 웨이블릿기반 가변스텝사이즈를 갖는 적응알고리즘을 적응잡음제거기

* 대구대학교 대학원 정보통신공학부
** 대구대학교 정보통신공학부 교수
† 이 논문은 2002년도 대구대학교 학술 연구비 지원에 의한 논문임

(adaptive noise canceler)에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였으며, 각 알고리즘들을 비교, 분석하여 제안한 알고리즘의 성능이 우수함을 입증하였다.

2. LMS 적응 알고리즘

적응 신호처리란 신호처리 과정에서 목적에 맞게 시스템의 파라미터를 변화시키는 기능을 갖춘 신호처리를 말하며 여기에 사용되는 적응필터는 두 신호에 대한 제곱오차의 평균값을 사용하여 필터 계수를 반복 수정을 통하여 목적에 적합한 최적의 상태에 도달하는 필터를 말한다.

적응필터에서 두 입력신호 x_k 와 d_k 는 각각 reference input과 desired response signal로 표현하며 적응필터에서 가장 일반적으로 사용하고 간단한 알고리즘이 LMS 알고리즘이다.

시점 k 에서 $L \times 1$ 입력샘플 벡터와 필터계수 벡터를 각각 X_k 와 W_k 로 표현하며 L 은 필터계수의 전체 수를 나타낸다.

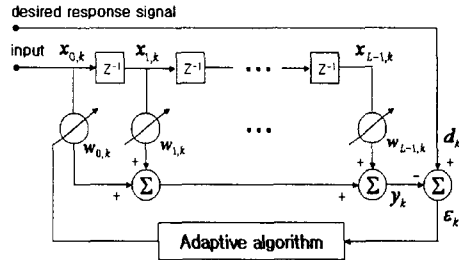


그림 1. FIR 적응필터의 구조

$$W_k = [w_{0,k}, w_{1,k}, w_{2,k}, \dots, w_{L-1,k}]^T \quad (1)$$

$$X_k = [x_{0,k}, x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{L-1,k}]^T \quad (2)$$

그림 1은 일반적인 시간영역에서의 FIR 적응필터의 구조를 나타내는데 샘플링 시간마다 입력신호는 시프트 레지스터로 입력되고 각 레지스터의 data는 필터계수와 곱해져 덧셈기를 거쳐 출력된다. 식 (3)은 출력신호 y_k 의 계산식이다.

$$y_k = X_k^T W_k = W_k^T X_k \quad (3)$$

시점 k 에서 희망신호와 필터 출력신호의 오차 ϵ_k 는 다음과 같이 주어진다.

$$\epsilon_k = d_k - y_k = d_k - X_k^T W_k = d_k - W_k^T X_k \quad (4)$$

기울기의 단순한 추정에 의해 적응 알고리즘의 steepest descent 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$W_{k+1} = W_k + \mu(-\hat{\nabla} \epsilon_k) = W_k + 2\mu\epsilon_k X_k \quad (5)$$

식 (5)에서 k 는 iteration number, μ 는 안정성과 수렴속도를 결정짓는 적응상수이다. 적응상수 μ 는 $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$ 의 조건을 만족하는 값에서 안정된 수렴이 보장된다. 여기서 λ_{\max} 는 자기상관 행렬 R 의 최대 고유값을 의미한다.

3. 변환영역 적응알고리즘

먼저 $N \times N$ 변환행렬을 T_w 라 정의하고 입력벡터 $X(n)$ 이 있을 때 변환영역 입력벡터 $Z(n)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z(n) = T_w x(n) \quad (6)$$

여기서 바라는 신호(desired signal) $d(n)$ 가 있을 때, 입력신호에 대한 자기상관(autocorrelation)행렬과 상호상관(interrelation)벡터는

$$\begin{aligned} R_{zz} &= E[z(n)z^T(n)] \\ &= E[T_w x(n)x^T(n)T_w^T] \\ &= T_w R_{xx} T_w^T \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} P_{zd} &= E[d(n)z(n)] \\ &= T_w P_{xd} \end{aligned} \quad (8)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 R_{xx} 와 P_{xd} 는 각각 시간영역에서 입력신호에 대한 자기상관행렬과 상호상관벡터이다. 식(9)이 적응알고리즘의 오차는 바라는 신호에서 적응알고리즘을 통과한 출력으로 계산되어진다.

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (9)$$

식 (9)의 MSE(Mean Square Error)을 최소화하기 위한 Wiener Solution은

$$G_{opt} = R_{zz}^{-1} P_{zd} \quad (10)$$

로 나타낼 수 있다. 적응알고리즘의 웨이트 벡터를 업데이트 시키는 알고리즘인 LMS알고리즘에 대하여 변환영역 적응 알고리즘은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(n+1) = g(n) + \hat{R}_{zz}^{-1}(n)z(n)e(n) \quad (11)$$

여기서

$$\hat{R}_{zz}^{-1}(n) = \text{diag} \{ Z_0^{-1}(n), Z_1^{-1}(n), \dots, Z_{N-1}^{-1}(n) \} \quad (12)$$

이다. N 은 적응필터의 차수를 나타내며, 식 이 대각행렬은 다음과 같은 방법으로 추정할 수 있다.

$$Z_i(n) = \beta Z_i(n-1) + (1-\beta)(Z_i^2(n)), \quad 0 < \beta < 1 \quad (13)$$

4. 가변 스텝사이즈를 갖는 LMS

가변 스텝사이즈 LMS (VSS LMS : Variable

Step Size least mean square) 알고리즘은 시간에 따라 적응상수의 크기를 가변시켜 수렴 초기에는 큰 적응상수로 빠른 수렴이 가능하도록 하고 점차 적응상수의 크기를 줄여서 misadjustment도 줄이는 방법으로 성능의 향상을 꾀한다.

VSS LMS 알고리즘은 아래의 식으로 요약할 수 있다.

$$\mu_{k+1} = a \mu_k + r e_k^2$$

where $0 < a < 1, r > 0$

$$\mu_{k+1} = \begin{cases} \mu_{\max} & \text{if } \mu_{k+1} > \mu_{\max} \\ \mu_{\min} & \text{if } \mu_{k+1} < \mu_{\min} \\ \mu_{k+1} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

적응상수 μ 의 초기값은 μ_{\max} 값을 사용하며, 원하는 수준의 성능을 얻기 위하여 a, r, μ_{\min} 의 값은 시스템에 따라 적절하게 정하게 된다. 식에서 볼 수 있듯이 VSS LMS 알고리즘은 오차신호의 제곱에 따라서 μ 의 값이 변화된다. 즉, 오차신호가 크면 적응상수의 크기를 늘려서 빠른 적응이 가능하게 하고, 오차신호가 작을 때에는 적응상수를 줄여서 안정성을 높인다. VSS LMS 알고리즘의 경우 LMS 알고리즘의 문제점을 상당부분 보완했지만, 정해줘야 할 파라미터의 수가 너무 많다는 단점이 있다.

5. 제안 알고리즘

시간영역에서 적응알고리즘을 처리할 경우 입력 신호의 고유치 분포폭이 넓게 분포되어 수렴속도가 저하하는 문제점이 있다. 그러므로 본 연구에서는 시간영역이 적응알고리즘을 웨이블릿 변환을 하여 알고리즘을 변환영역에서 수행하고자 한다.

웨이블릿 이론은 여러 스케일과 여러 해상도로 신호를 분석하는 것을 목적으로 발전되었으며 기저 함수들은 웨이블릿이라 불리우는 기본함수를 이동(shift)과 스케일(dilation)연산으로 구성한다. 즉 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (15)$$

여기서 a 는 스케일링 변수로서 양의 실수이고, b 는 이동변수이다. a 의 값이 크면 기본 웨이블릿함수가 좌우로 펼쳐진 모양으로 저주파함수를 의미하며, 상대적으로 작은 값이면 고주파함수를 의미한다. 또한 b 의 값에 따라 이들 함수들이 좌우로 이동하는 형태로 나타난다.

이와 같은 웨이블릿 변환의 특성은 신호의 주파수 특성에 맞추어 효율적으로 웨이블릿 계수를 조절할 수 있기 때문에 주파수 및 시간영역에 대한 분해

능(resolution)이 서로 다른 형태를 띠면서 신호를 다양하게 관측할 수 있는 필터뱅크 구조를 가진다.

웨이블릿 필터뱅크를 살펴보면 다음과 같다.

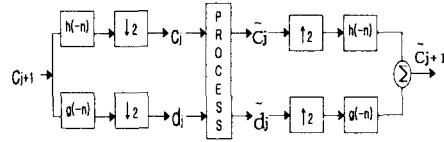


그림 2. 직교 웨이블릿 필터뱅크 구조

여기서 $h(n)$ 은 저역통과 필터, $g(n)$ 은 고역통과 필터로서 입력신호 C_{j+1} 를 2개의 대역으로 직교분해하여 적절한 처리를 거쳐 복원한다.

따라서 그림 2의 직교 웨이블릿 필터뱅크를 적응신호처리에 적용하여 WLMS적용알고리즘을 적용하면 다음 그림 3와 같이 나타낼 수 있다.

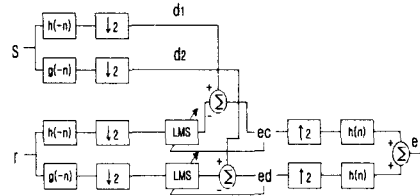


그림 3. 웨이블릿 기반 적응알고리즘에 대한 구조

그림 3의 WLMS적용알고리즘은 원하는 신호와 참조신호를 각각 고주파성분과 저주파성분으로 분해하여 다운샘플(down sample)을 행하고, 각각에 대하여 적응알고리즘을 수행한다. 다음으로 각각의 적응필터 출력을 앞단의 반대인 업샘플(up sample)과 정과 필터를 통과시킨 신호들의 합을 구하면 적응알고리즘의 최종적인 출력이 된다.

한편, LMS알고리즘은 고정된 적응상수를 사용하므로 변화된 환경에는 잘 적응하지 못하는 단점이 있다. 이 점을 보완하기 위한 식(14)의 VSS LMS알고리즘은 정해줘야 하는 파라미터의 수가 너무 많고, 원하는 수준의 성능을 얻기 위하여 a, r, μ_{\min} 의 값은 시스템에 따라 적절하게 정해줘야 하는 문제점이 있다.

본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위하여 평균오차의 순시 절대값을 exponential 함수에 적용하여 적응상수의 값을 변화시키는 가변시스템사이즈를 갖는 알고리즘을 제안한다. 여기서 순시치(instantaneous)라 함은 적응필터의 출력인 오차신호

의 평균에 대한 절대값 대신 각각의 반복구간 (iteration)마다의 오차신호의 절대값을 사용한다는 의미이다. 즉 적응신호처리 초기상태에서는 평균오차는 크고, 적응과정이 진행됨에 따라서 알고리즘이 수렴하여 평균오차는 점점 줄어들게 되므로 이에 비례하여 고정된 적응상수의 값을 변화시킨다. 아래 식 (16)은 오차의 절대값을 이용한 가변스텝사이즈를 갖는 알고리즘에 대한 식을 나타낸다.

$$\mu(k) = 1 - \exp(-\alpha|e(k)|) \quad (16)$$

여기서 α 는 scaling factor로서 $0 < \alpha < 1$ 의 사이의 값을 가지며, k 는 각 반복구간을 나타낸다. 식(15)과 비교했을 때 식(16)은 정해져야 하는 파라미터가 α 값 하나만 가지므로, 식(14)에 비하여 적당한 파라미터를 찾기가 수월해진다.

본 논문에서는 그림 3의 웨이블릿 기반 적응알고리즘과 식(16)의 가변스텝사이즈를 알고리즘을 이용한 가변스텝사이즈를 갖는 웨이블릿 기반 적응알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 기존의 적응알고리즘과 비교한다.

6. 시뮬레이션

본 논문에서 제안한 주파수영역 적응필터의 수렴 속도 향상을 위한 가변스텝사이즈 알고리즘들의 성능분석을 위하여 적응잡음제거기(adaptive noise canceler)에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 원신호와 합해지는 잡음은 평균이 '0', 전력이 '1'인 white gaussian noise로 하였고, 원신호는 샘플링 주파수가 16kHz이고 16bits로 양자화한 여성합성음 성으로서 전체 입력 데이터(data) 수는 30,000개의 샘플로 되어있다. 입력음성의 SNR은 -5.33dB가 되도록 하였으며, 잡음의 전달경로 3차 FIR 필터로 근사화하여, 이 필터를 통과한 출력이 적응알고리즘이 입력이 되게 하였다.

적응필터의 차수 $M=32$ 로 하였으며, 각 알고리즘 별 수렴상태를 비교하기 위하여 각각의 적응parameter들은 실험적으로 성능이 가장 좋을 때의 값들로 선정하였다.

그림 4은 각 알고리즘에 사용된 입력신호에 대한 그림이며 그림 5는 각 알고리즘의 성능을 나타내는 MSE 비교 그림이다. 그림에서 보는 것처럼 시간영역 적응알고리즘보다 변환영역인 WLMS알고리즘이 성능이 우수하며, 오차신호의 순시 절대값을 exponential함수에 적용시킨 가변스텝사이즈를 갖는 웨이블릿 기반 적응알고리즘인 VSS-WLMS알고리

즘이 성능이 가장 우수함을 알 수 있다. 마지막으로 그림 6는 각 알고리즘에 대한 적응필터의 출력으로 거의 유사하나 알고리즘이 초기 시작 시, 가변스텝 사이즈를 갖는 알고리즘이 환경에 빨리 적응함을 알 수 있다.

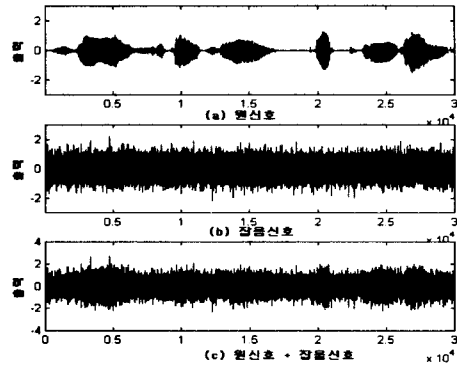


그림 4. 각 알고리즘에 사용된 입력신호

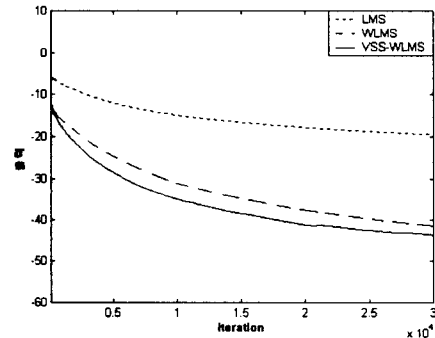


그림 5. 각 알고리즘에 대한 MSE 비교

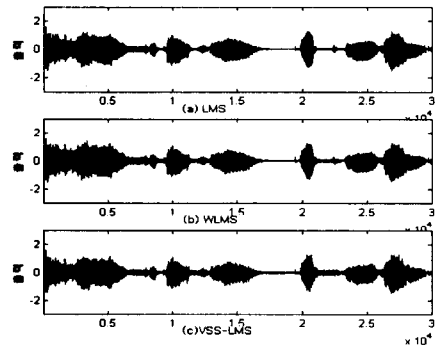


그림 6. 각 알고리즘에 대한 적응필터의 출력

7. 결 론

본 논문에서는 수렴속도 향상을 위하여 가변스텝 사이즈를 갖는 웨이블릿 기반 적응알고리즘을 제안하였으며, 제안한 알고리즘을 적응잡음제거기에 적용하여 기존 알고리즘과 비교하였다. 그 결과 제안한 알고리즘이 시간영역 적응알고리즘과 웨이블릿 기반 알고리즘에 비하여 수렴성능이 개선됨을 알 수 있었다.

본 논문에서 제안한 가변스텝사이즈를 갖는 웨이블릿 기반 적응알고리즘은 적응신호처리의 다양한 분야에 응용될 수 있을 것으로 기대된다. 향후 적응잡음제거기 뿐만 아니라 다른 종류의 적응필터에 적용하여 성능을 비교, 분석하고 필터의 차수가 매우 큰 경우 계산량을 줄일 수 있는 효율적인 알고리즘에 관한 연구가 있어야 하겠다.

참 고 문 헌

- [1] Sang Hoon Seo and M. R. Azimi-Sadjadi, "A 2-D filtering scheme for stereo image compression using sequential orthogonal subspace updating," *Circuits and Systems for Video Technology, IEEE Transactions on*, Vol. 11 Issue. 1, pp. 52-66. Jan. 2001.
- [2] Jiangtao Xi and J. F. Chicharo, "Computing running discrete cosine/sine transform based on the adaptive LMS algorithm," *Circuits and Systems for Video Technology, IEEE Transactions on*, Vol. 8, Issue. 1, pp. 31-35. Feb. 1998.
- [3] Hosur and A.H. Tewfik, "Wavelet Transform Domain LMS Algorithm", *Proc. ICASSP-93*, pp. 508-510, April, 1993.
- [4] S.S. Narayan, M. Peterson, and J. Narasimha, "Transform domain LMS algorithm" *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. Assp-31, pp. 609-615, June. 1983.
- [5] D.F. Marashall, W.K. Jenkins and J.J. Murphy "The use of orthogonal transform of

adaptive filters" *IEEE Trans. Circ. Syst.*, pp. 474-484, Apr. 1989.

- [6] 김충락의 3인, 웨이블릿의 기본이론과 통계예의 응용, 아르케, 1999.



오 신 범 (Shin-Byum Oh)

1997년 2월 대구대학교 정보통신공학과 졸업(공학사)

1999년 2월 대구대학교 대학원 정보통신공학과 졸업(공학석사)

1999년 ~ 현재 대구대학교 대학원 정보통신공학과(박사과정)

(관심분야 : Adaptive Signal Processing, MPEG)



이 채 옥 (Chae-Wook Lee)

1980년 2월 한국항공대학교 통신공학과 졸업(공학사)

1987년 2월 동경공업대학교 대학원 전기전자공학과 졸업(공학석사)

1990년 2월 동경공업대학교 대학원 전기전자공학과 졸업(공학박사)

1990년 3월~현재 대구대학교 공과대학 정보통신공학부 교수

1997년 7월~1998년 7월 Penn state University 교 환교수

(관심분야 : Digital Filter Design, Optical Delay Line Signal Processing, Adaptive Signal Processing)