

# 1차원 FDM을 이용한 고온 초전도체(Au/YBCO) 박막의 안정성 해석

## Stability analysis of high-temperature superconductor(Au/YBCO) film using one-dimensional FDM

김진석\*, 설승윤\*\*

J. S. Kim\*, S. Y. Seol\*\*

**Abstract** : One dimensional conduction equation is solved by finite difference method, to analyse the stability of Au/YBCO film deposited on a sapphire substrate. Joule heat is included in the case of current sharing state. The analysis shows the quench and recovery of superconductor depending on the amount of thermal disturbance release on the center surface of superconductor. The critical disturbance energies for different filling factor and operating current are calculated.

**Key Words** : stability, superconductor, current sharing

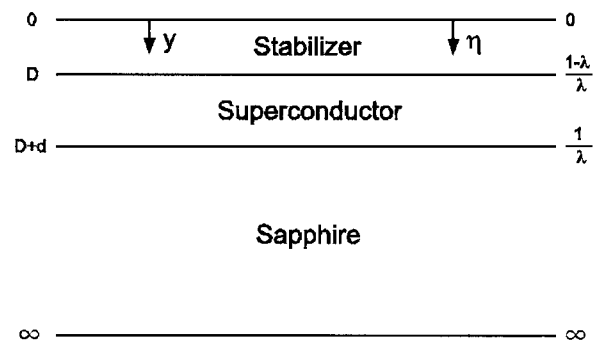


그림 1. 모델의 개략도  
Fig. 1. Schematic of a Sample

### 1. 서 론

고온 초전도체의 온도분포 해석은 초전도체와 substrate, 초전도체와 안정화 재료, 그리고 초전도체만을 고려한 2차원 해석 등 수많은 연구가 진행되고 있다[1],[2],[4].

초전도체 외부의 열 유입이나 내부의 재료적 결함에 의하여 국부적인 열이 발생하고 냉각 효과가 적정하지 않으면 초전도체의 성질을 잃게되어 안정성 문제가 발생한다. J.P. Wu와 H.S. Chu는 초전도체와 substrate만을 고려하여 온도와 안정성을 논하였으며 [1], S.Y. Seol와 M.C. Chyu는 초전도체와 안정화 재료만을 고려한 안정성을 논하였다[2].

본 연구에서는 길이(x)와 폭(z)방향의 열전달을 무시하고 두께(y)방향의 열전달만을 고려, 임계전류밀도( $J_c$ )가 온도에 따라 선형적으로 변화한다는 가정을 이용하여 초전도체와 안정화재료의 두께 방향으로 전류분류 모델을 유한차분법(FDM)에 적용하였다. Fig. 1에서와 같은 Au-YBCO-sapphire로 구성되어 있는 초전도체의 외부 교란(disturbance)에 의한 전류밀도비( $J_r$ ) 해석과 초전도체 단면에서의 온도변화와 안정성을 고려하였다.

### 2. 이론적 배경 및 지배방정식

#### 2.1 전류분류

Fig. 1은 박막 형태의 초전도체를 개략적으로 보이고 있다. 초전도체는 YBCO이고 안정화 재료는 금(Au),

그리고 냉각제는 액체질소(LN<sub>2</sub>)이다.

$d$ 는 초전도체의 두께,  $D$ 는 안정화 재료의 두께, 그리고 사파이어(sapphire)는  $d$ 나  $D$ 에 비하여 무한히 두꺼운 것으로 간주하였다. Fig. 1의 오른쪽 기호는 해석에 사용되는 무차원 두께를 나타내었다.

Fig. 2는 온도 증가에 따라 임계전류밀도( $J_c$ )가 감소하는 양상을 나타내고 있다. 온도( $T$ )에 따른 임계전류밀도( $J_c$ )를 선형적으로 변화한다고 가정하였다[5].

$J_{c0}$ 는 냉각제인 액체질소 온도( $T_b=77K$ )에서의 임계전류밀도이다.  $T_{cs}$ 는 작동전류밀도( $J_o$ )에서 전류분류가 일어나기 시작하는 온도이다.  $T_c$ 는 임계전류밀도가 0이 되는 지점에서의 임계온도이다.

전류분류 상태가 되면 초전도체가 수용할 수 있는 만큼 전류가 초전도체로 흐르고 나머지의 전류는 안정화재료로 흐르게 되어 줄 열이 발생하게 된다. 이때 발생하는 줄 열이 냉각제에 의해 냉각되는 양보다 적게 되면 안정한 상태가 되지만, 반대의 경우 전체적으로 초전도체의 성질을 잃어버리는 켄칭(quenching) 현상이 일어난다. 단면의 온도분포를 구하여 발생하는 줄 열을 계산하여 안정성을 해석 할 수 있다.

전류비( $\Psi$ )를 다음과 같이 정의한다.

$$\Psi = \frac{I_c}{I_o} = \frac{1}{I_o} \int_{A_s} J_c(T) dA \quad (1)$$

식(1)에서  $A_s$ 는 초전도체의 단면적을 나타낸다.  $I_c$ 는 초전도체가 저항 없이 흘러 보낼 수 있는 최대의 전류, 즉 임계전류이다.  $I_o$ 는 작동전류를 나타내므로 전류비( $\Psi$ )는 초전도체의 임계전류와 실제 흐르는 전류의 비이다.  $1 \leq \Psi$  상태이면 초전도체가 모든 작동전류를 수용할 수 있으므로 전류분류가 없어 열 발생이 일어나지 않는다.  $0 < \Psi < 1$  상태이면 작동전류가 임계

\* 학생회원 : 전남대학교 기계공학과 석사과정

\*\* 정 회 원 : 전남대학교 기계시스템공학부 부교수

원고접수 : 2002년 03월 28일

심사완료 : 2002년 10월 15일

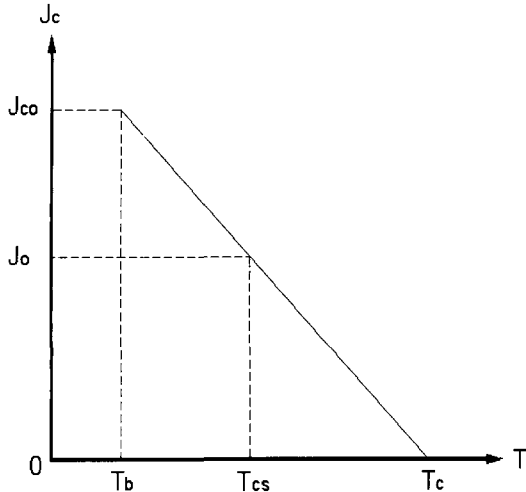


그림 2. 임계전류밀도의 온도에 따른 변화  
Fig. 2. Critical current density as a function of temperature

전류를 초과하므로 일부는 안정화재료로 흐르게 되어 초전도체와 안정화재료에 줄 열이 발생하게 된다. 그리고  $\Psi=0$  상태이면 초전도체가 성질을 완전히 잃어 버려 모든 전류가 안정화재료로만 흐르고 있는 상태가 되어 안정화재료에서만 줄 열이 발생한다. 즉 줄 열은  $\Psi < 1$ 인 경우에 발생한다.

2.2 줄 열

안정화재료로 흐르는 전류를 이용하여 발생하는 줄 열을 구한다. 식(1)에서 안정화재료로 흐르는 전류는  $I_m = I_o - I_c = (1 - \Psi)I_o$ 이고 안정화재료에서 발생하는 줄 열은  $q_m = \rho_m J_m^2$ 로 구한다.  $\lambda = d / (D + d)$ ,  $J_o = I_o / A_s$ ,  $J_r = J_o / J_{co}$  식을 이용하여 안정화재료에서의 단위 부피 당 발생하는 줄 열은 식(2)와 같다.

$$q_m = \rho_m J_r^2 J_{co}^2 \left( \frac{\lambda}{1 - \lambda} \right)^2 (1 - \Psi)^2 \quad (2)$$

안정화재료와 초전도체의 전압차는 같아야 하므로 전압차는  $\Delta V = \rho_m J_m = \rho_m [(I_o - I_c) / A_m]$ 이고,  $\Delta V_m = \Delta V_s = \rho_s J_c(T)$ 이다.  $J_c(T) = (\rho_m J_m)$ ,  $J_c(T) = J_{co}(1 - \theta)$ 를 이용하여 식(3)을 구한다.

$$q_s = \rho_m J_o J_{co} (1 - \theta) \left( \frac{\lambda}{1 - \lambda} \right) (1 - \Psi) \quad (3)$$

$\rho_m$ 은 안정화재료의 전기비저항,  $J_m$ 은 안정화재료의 면적당 전류의 비,  $q_m$ ,  $q_s$ 는 각각 안정화재료와 초전도체에서 발생하는 줄 열이다.

2.3 지배 방정식

고온 초전도체의 단면 온도분포를 고려한 해석은 일차원 비정상상태 열전달 지배방정식을 사용하였다.

$$(\gamma c)_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left( k_s \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q_s \quad (4)$$

$$(\gamma c)_m \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left( k_m \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q_m \quad (5)$$

$$(\gamma c)_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left( k_p \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (6)$$

식(4), (5), (6)은 각각 초전도체, 안정화재료 그리고 사파이어(sapphire)에서의 열전도 방정식이다.

$v$ ,  $c$ ,  $k$ 는 각각 밀도, 비열, 열전도도 그리고 하첨자  $s$ ,  $m$ ,  $p$ 는 각각 초전도체, 안정화재료, 사파이어를 나타내며 변수들을 식(7)과 같이 무차원으로 정의하며, 지배방정식을 무차원식으로 유도하였다.

$$\eta = \frac{y}{d}, \quad \tau = \frac{\alpha_s t}{d^2}, \quad \lambda = \frac{d}{D + d}, \quad J_r = \frac{J_o}{J_{co}} \quad (7)$$

$$\theta = \frac{T - T_o}{T_c - T_o}, \quad \beta = \frac{k_s}{k_m}, \quad \chi = \frac{k_s}{k_p}$$

$$\Gamma = \frac{J_{co}^2 \rho_m d^2}{k_m (T_c - T_o)}, \quad \alpha_s = \frac{k_s}{\gamma_s c_s}$$

$$\alpha_m = \frac{k_m}{\gamma_m c_m}, \quad \alpha_p = \frac{k_p}{\gamma_p c_p}, \quad B_i = \frac{hd}{k_m}$$

$B_i$ 는 Biot number,  $\lambda$ 는 점적율(fill factor),  $\Gamma$ 는 줄 열 발생율,  $\alpha$ 는 열확산율을 의미한다. 지배방정식(4), (5), (6)을 무차원 변수를 이용하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\beta \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \beta \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \eta^2} + J_r \Gamma (1 - \theta) \left( \frac{\lambda}{1 - \lambda} \right) (1 - \Psi) \quad (8)$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_m} \frac{\partial \theta_m}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_m}{\partial \eta^2} + J_r^2 \Gamma \left( \frac{\lambda}{1 - \lambda} \right)^2 (1 - \Psi)^2 \quad (9)$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_p} \frac{\partial \theta_p}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial \eta^2} \quad (10)$$

$\eta=0$ 에서 즉, 냉각제와 안정화재료의 경계면에서의 경계조건은 식(11)과 같다.

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial \eta} - B_i \theta_m = 0 \quad (11)$$

$\eta = (1 - \lambda) / \lambda$ , 초전도체와 안정화재료의 경계면에서 경계조건은 식(12)과 같다.

$$\beta \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} = \frac{\partial \theta_m}{\partial \eta}, \quad \theta_s = \theta_m \quad (12)$$

$\eta = 1 / \lambda$ , 초전도체와 사파이어의 경계면에서 경계조건은 식(13)과 같다.

$$\frac{\partial \theta_p}{\partial \eta} = \chi \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta}, \quad \theta_p = \theta_s \quad (13)$$

$\eta = \infty$ , 무한한 두께의 사파이어와 냉각제의 경계조건은 식(14)과 같다.

$$\theta_p = 0 \quad (14)$$

초기조건은 열교란에 의하여 초전도체의 일부 온도가 올라가 있는 상태로 가정하였다. 초기 온도분포는 초전도체 중간부분에서  $\theta = \epsilon_d / 2\Delta\eta$ 의 온도를 가지고 나머지 부분의 온도는 냉각제의 온도 즉,  $\theta=0$ 로 본다.  $\epsilon_d$ 는 무차원 교란 에너지로서 실제 교란에너지( $e_d$ )는 (15)식으로 구한다.

$$\epsilon_d = \frac{e_d}{\rho_s c_s (T_c - T_o) d} \quad (15)$$

$\Delta\eta$ 는 수치해석에서 격자크기를 의미하며  $\Delta\eta = 0.0667$ 이고, 실제길이는  $\Delta y = 0.02(\mu\text{m})$ 에 해당한다.

Filk 와 Tien은 테이프 또는 필름 형상의 초전도체의 열 교란을 적용하여 안정성의 기준을 유도하였다 [4]. 식(1)에서  $I_c$ 는 초전도체가 저항 없이 흘러 보낼 수 있는 최대전류이므로 초전도체에 최대전류가 흐르는 경우 작동 전류  $J_o = I_c/A_s$ 이다.  $J_c(T) = J_{co}(1 - \theta)$ ,  $J_r = J_o/J_{co}$ 를 이용하여 무차원 식으로 유도하면 식(16)과 같이 된다.

$$J_r = 1 - \phi \tag{16}$$

식(16)에서 불안정 계수 ( $\phi$ )를 식(17)과 같이 정의한다[1],[2].

$$\phi = \int_{\frac{1-\lambda}{\lambda}}^{\frac{1}{\lambda}} g(\theta) d\eta \tag{17}$$

식(17)에서의 함수  $g(\theta)$ 는 식(18)과 같이 정의한다.

$$g(\theta) = \begin{cases} 0 & \theta < 0 \\ \theta & 0 \leq \theta \leq 1 \\ 1 & \theta > 1 \end{cases} \tag{18}$$

### 2.4 해석방법

본 연구에서 사용한 물질의 상태량은 여러 논문을 참조하여 다음과 같은 값을 사용하였다[1],[3],[6].

표 1. YBCO, 사파이어, 금의 상태량

Table. 1. Properties of YBCO, Sapphire and Au

	YBCO	Sapphire	Au
$k(\text{W/m}\cdot\text{K})$	0.5	$1.131 \times 10^3$	313.2
$\nu(\text{kg/m}^3)$	$27.2 \times 10^2$	$3.99 \times 10^3$	$1.93 \times 10^4$
$c(\text{J/kg}\cdot\text{K})$	180.2	60.7	130.3

초전도체의 임계온도( $T_c$ )는 87(K), 임계전류밀도( $J_{co}$ )는  $3 \times 10^{10}(\text{A/m}^2)$ , 안정화재료의 전기비저항( $\rho_m$ )은  $4 \times 10^{-9}(\Omega\cdot\text{m})$ , 대류 열전달 계수( $h$ )는  $5 \times 10^4(\text{W/m}^2\cdot\text{K})$ , 초전도체의 두께( $d$ )는  $0.3(\mu\text{m})$ , 안정화재료의 두께( $D$ )는  $0.2(\mu\text{m})$ 를 사용하였다.

총 격자는 45개를 형성하여 초기조건과 경계조건을 적용하고 초전도체는 15개, 안정화재료는 10개, 사파이어(sapphire)는 30개의 격자를 형성하여 초전도체와 안정화재료에서의 온도분포를 유한차분법(FDM)을 이용하여 해석하였다.

초기조건에 의해 교란에너지가 가해지며, 일정시간 동안의 대류 열전달에 의한 초전도체 두께 방향으로 냉각과 줄 열 발생에 따르는 온도를 일차원적으로 해석하였다.

### 3. 결 과

Fig. 3은 초기조건에서 초전도체 중앙부분에서 교란에너지( $\epsilon_d$ )의 무차원 시간( $\tau$ )에 대한 무차원 온도

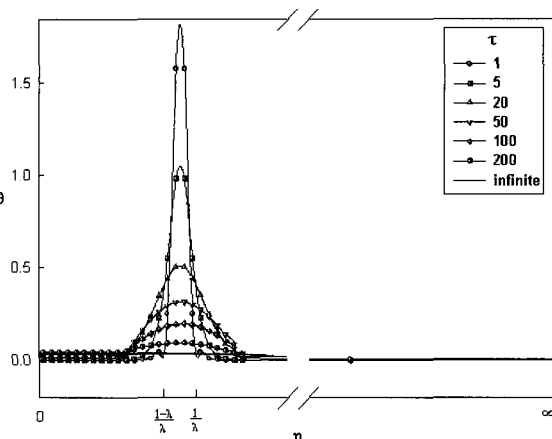


그림 3. 무차원 시간( $\tau$ )에 대한 무차원 온도( $\theta$ ) 변화  
Fig. 3. Dimensionless temperature( $\theta$ ) profile with dimensionless time( $\tau$ )

( $\theta$ )변화를 나타내었다. 초전도체 중앙부분에서 시간이 0일때  $\epsilon_d = 0.25$ 값에 해당하는 온도는 1.875, 나머지 부분에서는 0이며, 시간을 1부터 무한대까지 나타내었다. 초전도체 중앙부분에서의 국부적인 열 발생 후 열전달에 의한 초전도체의 온도 변화를 나타낸다. 시간의 증가에 따라 국부적인 열 발생이 열전달에 의하여 단면 전체로 확산되어 무한한 시간 후의 선재의 모든 부분에서의 온도는 일정온도에 도달함을 알 수 있다.

Fig. 4는 전류밀도비( $J_r$ )에 대한 불안정 계수( $\phi$ )와 무차원 시간( $\tau$ )의 그래프이다. 전류밀도비의 증가는 줄 열의 발생량이 냉각되는 양보다 크게되어 초전도체가 임계온도를 넘어서게 되어 초전도체가 퀘칭(quenching) 현상이 발생함을 보여준다. 전류밀도비가 0.6098일 때 시간이 50인 부분에서  $\phi$ 는 급격히 상승하고, 전류밀도비가 증가하면서 점점 빠른 시간에 상승함을 알 수 있으며, 전류밀도비가 0.6097에서는 안정한 상태로 유지됨을 알 수 있다. 전류밀도비가 0.6098인 경우 초전도체 온도의 급격한 상승은 임계온도를 넘어서게 되며, 전류밀도비 값의 증가에 따라 점점 짧은 시간에 퀘칭 현상이 발생함을 알 수 있다.

Fig. 5는 전류밀도비( $J_r$ )에 대한 열 발생률( $q$ )과 무

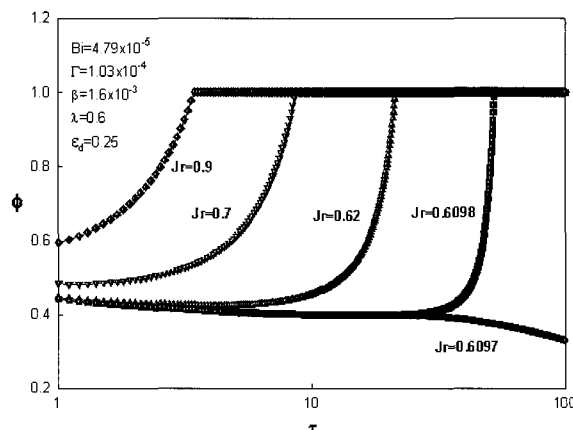


그림 4. 전류밀도비( $J_r$ )에 대한 불안정 계수( $\phi$ )와 무차원 시간( $\tau$ )

Fig. 4. Instability parameter( $\phi$ ) versus dimensionless time( $\tau$ ) with different current density ratio( $J_r$ )

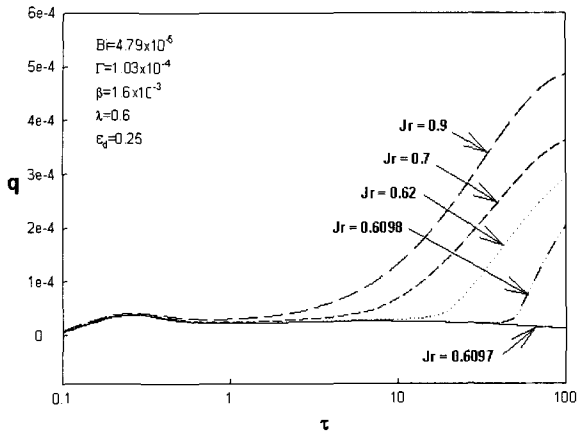


그림 5. 전류밀도비( $J_r$ )에 대한 열 발생률( $q$ )과 무차원 시간( $\tau$ )  
 Fig. 5. Heat rate per unit thickness( $q$ ) verse dimensionless time( $\tau$ ) with different current density ratio( $J_r$ )

차원 시간( $\tau$ )에 대해 나타내었다. 열 발생률은 식(8)의 마지막 항인 초전도체에서 발생하는 줄 열과 식(9)의 마지막 항인 안정화재료에서 발행하는 줄 열의 합으로 정의한다. 전류밀도비 값이 0.6097이하에서는 발생하는 줄 열이 냉각제에 의해 냉각되는 양보다 적게 되어 안정한 상태를 유지하고 전류밀도비가 0.6098이상에서는 줄 열이 점차적으로 빠른 시간에 증가함을 보이며, 전류밀도비의 증가에 따라 열 발생률도 증가됨을 알 수 있다. 이는 초전도체가 켄칭되어 초전도체의 성질을 잃어버리는 것을 보여준다.

Fig. 6은 여러가지 점적율( $\lambda$ )에 대한 전류밀도비( $J_r$ )에 따른 교란에너지( $\epsilon_d$ )를 나타내고 있다. 즉, Fig. 6에서 주어진 교란에너지와 점적율에 대하여 전류밀도비가 임계값 보다 작으면 일시적인 전류분류가 발생하여도 최종적으로 초전도성을 회복(recover)하게 된다. 예를 들면,  $\lambda=0.75$ ,  $\epsilon_d=0.1$ 인 경우 전류밀도비( $J_r$ )=0.6(점a)인 경우는 임계값(점b)보다 적으므로 회복되고,  $J_r=0.8$ (점c)은 임계값(점b)보다 크기 때문에 켄칭(quenching)된다.

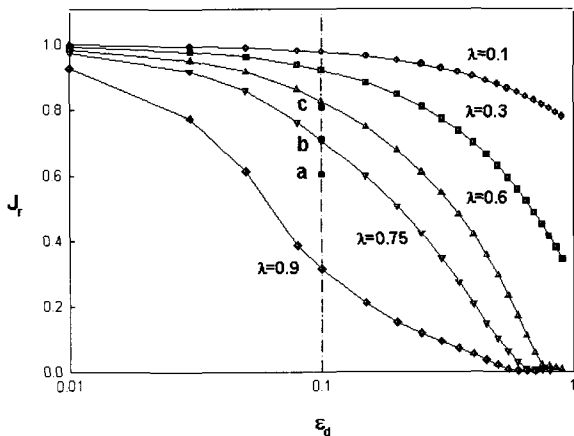


그림 6. 여러 가지 점적율( $\lambda$ )에 대한 전류밀도비( $J_r$ )에 따른 교란에너지( $\epsilon_d$ )  
 Fig. 6. Disturbance energy( $\epsilon_d$ ) versus current density ratio( $J_r$ ) for different fill factor( $\lambda$ )

#### 4. 결 론

사파이어(sapphire) 기판에 증착된 Au/YBCO 필름의 안정성을 일차원 열전도 방정식으로 고찰한 결과 교란에너지의 크기, 작동전류의 크기, 그리고 점적율( $\lambda$ )의 상대적 크기에 따라 켄칭/회복 관계를 구할 수 있었다. 주어진 작동전류, 점적율( $\lambda$ )에 대하여 임계 교란에너지를 구할 수 있는 지도(map)를 구성하였다. 계산결과에 의하면 점적율이 적을수록, 즉 안정화재료의 두께가 두꺼울수록 Au/YBCO 필름의 교란에 대한 저항성이 증가됨을 알 수 있다.

#### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2000-000-00308-0) 지원으로 수행되었음.

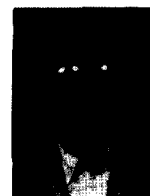
#### 참 고 문 헌

- [1] J.P. Wu, and H.S. Chu, "Substrate effects on intrinsic thermal stability and quench recovery for thin-film superconductors", Cryogenics, Vol.36, pp.925-935, 1996.
- [2] S.Y. Seol, and M.C. Chyu, "Stability criterion for composite superconductor of large aspect ratio", Cryogenics, Vol.34, pp.513-519, 1994.
- [3] 정신근, 설승윤, "고온 초전도체 테이프의 상전도 영역 전파 특성 해석", 한국초전도 저온공학회 논문지, 3권.1호, pp.11-15, 2001.5
- [4] M.I. Flik, and C.L. Tien, "Intrinsic thermal stability of anisotropic thin-film superconductors", ASME J Heat Transfer, Vol.112, 1990.
- [5] M.N.Wilson, " Superconducting Magnets ", Chapter 11, Clarendon Press. Oxford, 1983
- [6] 김혜림, 최효상, 임해용, 김인선, 현옥배, "Au/YBCO 박막 meander line의 켄칭회복에 대한 분석", 2001년도 한국초전도학회. pp. 92-94.

#### 저 자 소 개



김진석(金振錫)  
 1977년 08월 07일생, 2001년 조선대 공대 기계공학과 졸업, 현재 전남대학교 대학원 기계공학과 석사과정



설승윤(薛勝允)  
 1960년 04월 16일생, 1983년 서울대 기계설계공학과 졸업, 1985년 한국과학기술원 기계공학과 졸업(공학석사), 1993년 미국 Texs Tech U. 졸업(공학박사), 현재 전남대학교 기계시스템공학부 부교수