

## 안쪽축이 회전하는 환형관내 천이유동에 관한 연구

김영주 · 김철수\* · 황영규\*\*

성균관대학교 기계공학과 대학원, \*원주대 자동차서비스과, \*\*성균관대학교 기계공학부

## An Experimental Study on the Transitional Flows in a Concentric Annulus with Rotating Inner Cylinder

Young Ju Kim, Chul Soo Kim\* and Young Kyu Hwang\*\*

Graduate School of Mechanical Engineering Sungkyunkwan University

\*Automotive service and Technology Wonju National College

\*\*School of Mechanical Engineering Sungkyunkwan University

### 요 약

본 연구에서 실험과 수치해석 검증은 지름비 0.52인 동심환형관내에서 안쪽축이 회전하고 바깥쪽축이 고정된 유동장의 유동특성을 수행하였다. 압력손실과 마찰계수는 안쪽축이 0~600 rpm 회전시 물과 0.2% CMC 수용액을 완전히 발달된 유동장에서 측정하였다. 천이유동은 표면마찰계수( $C_f$ )에 대하여 로스비수( $Ro$ )와 레이놀즈수( $Re$ ) 관계를 나타내기 위하여 압력손실 측정에 의해 확인하였다. 천이발생은 레이놀즈수에 대하여 압력손실과 마찰계수의 구배변화에 의해 조사하였다. 회전으로 인한 마찰계수의 증가율은 천이영역에서 대하여 갑자기 감소함에 반하여 층류영역에서 균일하며, 난류영역에서는 점차적으로 감소함을 알 수 있었다.

**Abstract** — The present experimental and numerical investigations are performed on the characteristics of transitional flow in a concentric annulus with a diameter ratio of 0.52, whose outer cylinder is stationary and inner one rotating. The pressure losses and skin-friction coefficients have been measured for the fully developed flow of water and that of 0.2% CMC-water solution at a inner cylinder rotational speed of 0~600 rpm, respectively. The transitional flow has been examined by the measurement of pressure losses to reveal the relation of the Reynolds and Rossby numbers with the skin-friction coefficients. The occurrence of transition has been checked by the gradient changes of pressure losses and skin-friction coefficients with respect to the Reynolds numbers. The increasing rate of skin-friction coefficient due to the rotation is uniform for laminar flow regime, whereas it is suddenly reduced for transitional flow regime and, then, it is gradually decreased for turbulent flow regime.

### 1. 서 론

안쪽축이 회전하고 바깥쪽 실린더가 고정된 환형관 내에서의 유동은 축회전수가 증가할수록 원심력에 의한 Taylor 와의 발생으로 유동교란이 증진되고 유동장에 많은 영향을 미친다는 것은 처음 Taylor<sup>1)</sup>에 의해 규명되었으며, 그 후 비선형이론을 적용하여 Taylor수 안정성 관계를 Stuart<sup>2)</sup>와 Diprima<sup>3)</sup>가 밝혔다. 또한, 바깥쪽 축이 회전할 때는 상대적으로 유동이 안정하여 축방향으로의 입계레이놀즈수( $Re_e$ )는 안쪽축이 회전할 때 값보다 크고, 압력손실이 적다는 것이 밝혀졌다<sup>4)</sup>. Nakabayashi

등<sup>5)</sup>, Nouri 등<sup>6)</sup>, Nouri와 Whitelaw<sup>7)</sup>는 축방향으로 입계레이놀즈( $Re_e$ )수는 회전레이놀즈( $Re_w$ )수와 편심율이 증가할수록 감소함을 발견하였다.

굴착작업시 직접적인 굴착경비 뿐만 아니라 드릴링 유체 및 굴착물의 이송에 필요한 소요동력까지 포함한 전체 굴착소요경비는 굴착경(borehole), 굴착 벽면과 드릴링 축간의 간극면적에 비례하기 때문에, 굴착경과 간극이 작은 Slim-Hole 굴착 기법이 요구된다<sup>8)</sup>.

본 연구는 Slim-Hole 굴착 작업시 발생하는 헬리컬 유동에 관한 기초적 연구로서 굴착벽면에서 상대적으로 증대되는 전단응력, 굴착물 및 드릴링 유체의 이송에 필

요한 헬리컬 유동형태를 규명하고자한다. 이러한 연구결과와는 Slim-Hole 굴착시 공내압력, 벽면 전단응력 등을 적절한 허용범위 내에서 제어하는데 필수적인 정보들이다.

환형관 내에서의 압력손실은 안쪽축과 벽면사이의 간극, 축의 회전속도, 편심비에 의해 크게 영향을 받는다. 특히, 굴착 안전성을 고려하여 1000 rpm 이하의 적절한 축회전수로 작동되어질 경우 간극이 비교적 작은 환형관에서의 드릴링 유체유동은 천이영역에서의 헬리컬 유동 특성을 갖는다.

따라서 본 연구에서는 드릴링 유체유동에 대한 모형을 단순화시켜 적용한 안쪽축이 회전하고 바깥쪽 실린더가 고정된 실험 장치를 사용하였다. 작동유체는 뉴턴 유체인 물과 0.2% MC(Carboxymethyl Cellulous) 수용액을 택하였고, 완전히 발달된 유동장에 대하여 축방향으로의 레이놀즈수  $Re=100\sim 25000$ 인 영역에서 안쪽축을 0~600 rpm으로 회전할 경우의 압력손실값과 마찰계수 등을 측정하였다. 이로부터 유량과 회전수 변화에 따른 유동천이와 함께 환형부내 층류, 천이, 난류영역별 압력손실 특성을 파악하였다.

## 2. 관련 이론

### 2-1. 동심 환형부내 마찰계수

비회전시 동심 환형부내 축방향 평균 속도식을 단위 길이당 압력손실  $dp/dz$ 의 식으로 표현하면 다음과 같다<sup>10)</sup>.

$$\bar{v}_z = \left( \frac{dp}{dz} \right) \frac{R_o^2}{8\mu} \left( \frac{1-\eta^4}{1-\eta^2} - \frac{1-\eta^2}{\ln\left(\frac{1}{\eta}\right)} \right) \quad (1)$$

여기서, 반경비  $\eta=R_i/R_o$ 이고,  $dz$ 는 압력측정 텡 사이의 거리이다.

표면마찰계수의 식으로 표현하면,

$$C_f = \frac{dp}{dz} \cdot \frac{D_h}{2\rho v_z^2} \quad (2)$$

여기서,  $D_h=2(R_o-R_i)$ 이다.

식 (1)과 (2)를 연립하면,

$$C_f = \frac{16}{Re} \left( \frac{1-\eta^4}{1-\eta^2} - \frac{1-\eta^2}{\ln\left(\frac{1}{\eta}\right)} \right) (1-\eta)^2 \quad (3)$$

여기서,  $Re = \frac{\rho \bar{v}_z D_h}{\mu}$

위 식에서 본 연구에 관련된 변수들은

$$D_h=18.4 \times 10^{-3} \text{ m}, R_o=19.2 \times 10^{-3} \text{ m}, \eta=0.52$$

동심 환형부의 경우,

$$C_f = \frac{23.8}{Re} \quad (4)$$

### 2-2. 실험적 표면마찰계수

실험적 표면 마찰계수값은 임의의 두 지점에서 측정된 수두값을 식 (5)에 대입하여 단위길이당 압력손실을 구한 후 마찰계수식 (2)에 대입하여 구한다.

$$\frac{dp}{dz} = \frac{gh \sin\theta (\rho_{ccl_4} - \rho)}{\Delta z} \quad (5)$$

여기서  $\rho$ ,  $\rho_{ccl_4}$ ,  $\theta$ ,  $h$ ,  $\Delta z$ 는 각각 유체의 밀도, 사면화탄소의 밀도, 마노메타의 각도, 마노메타의 수두차, 차압을 측정된 텡 사이 거리다.

## 3. 실험 및 수치해석 방법

### 3-1. 실험방법

바깥쪽 실린더는 직경이 38.4 mm인 청동 파이프를 사용하였고, 안쪽축은 회전부와 고정부로 구성되어 있으며 Fig. 2에 도시하였다. 회전부는 직경이 20 mm인 스테인리스 강재 연마봉을 사용하고 비회전부는 축방향으로 유동을 완전히 발달시키기 위해 시험부(test section)로부터 하단부의 회전하지 않는 축의 길이를 2.32 m(116D<sub>h</sub>)로 직경이 20 mm인 스테인레스 파이프 안에 직경 15 mm인 스테인리스 강재 연마봉을 삽입하였다. 길이가 1.5 m인 회전축과 고정축 안에 들어가는 회전부를 연결하여 제작하였고, 축의 회전에 의한 진동과 편심을 막기 위해 회전하지 않는 파이프의 하단부분과 중간부분, 상단부의 회전축과 연결되는 부분 등 3곳에 커넥터를 설치하였다. 회전축이 회전할 때 생기는 편심도는  $\pm 0.1$  mm 이내이며 차압을 측정하기 위해 시험부의 길이 방향으로 0.1 m 간격으로 2개의 압력 텡을 설치하였으며 가시화 실험을 하기 위한 0.6 m의 간격을 아래방향으로 두고 0.1 m 간격으로 2개의 압력 텡을 설치하였다<sup>10)</sup>. 또한 실험장치 윗부분에 부압이 발생하는 것을 방지하기 위해서 직경이 60 mm인 고압호수를 사용하였다.

80 l의 용적을 가지는 수조로부터 작동유체를 공급하는 마그네틱 펌프는 온양정 9 m일 때 최대 80LPM(//min)의 용량을 갖고, 펌프와 유량계 사이의 압력을 일정하게 유지하기 위해서 서지탱크를 설치하였다. 안쪽축은 1,500 rpm까지 회전이 가능한 모터(A.C. motor)를 사용하여 회전시키고, 회전수는 근접스위치와 연결된 회전속도계(tachometer)를 통하여 알 수 있으며, 모터의 회전수는 인버터(inverter)에서 제어한다. 유량은 6~80 LPM의 측정범위를 갖고 정확도가 0.5% 이내로 보정된 마

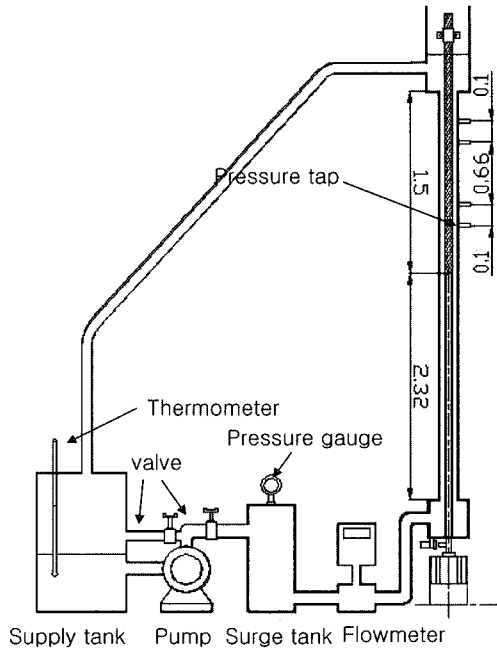


Fig. 1. Schematic diagram of experimental apparatus.

그네틱 유량계를 사용하여 측정하였다. 작동 유체의 온도는 디지털 멀티미터를 사용하여 측정하였다.

3-2. 수치해석

본 연구에서는 3차원, 비압축성 유체에 대하여 수치해석 상용코드인 CFD-ACE를 사용하여 해석하였고 지배방정식은 다음과 같은 연속방정식과 모멘텀 방정식을 사용하였다. 또한, 경계조건은 입구 속도와 출구 Neumann boundary condition을 적용하였다.

$$\nabla \cdot u = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u(\nabla \cdot u) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u \tag{7}$$

위 식에서 u, ρ, ν, p는 각각 유체의 속도, 밀도, 동점성계수, 압력을 나타낸다.

위 지배방정식은 수학적으로 이산화하기가 편리하고 수렴성이 좋은 유체 유동장 해석에 많이 사용되는 유한체적법(Finite Volume Method)을 사용하였다. 대류항의 이산화는 1계 상류도식(Upwind Differencing Scheme)을 사용하였다. 본 논문에서 환형관 유동장의 해석에 사용된 격자체를 Fig. 2에 간단히 도시하였다. 축방향으로 200개의 격자점을 반경방향과 회전방향에 대해서는 똑같이 11개씩의 격자점을 주었고, 특히 반경방향은 양쪽면으로 조밀하게 주었다.

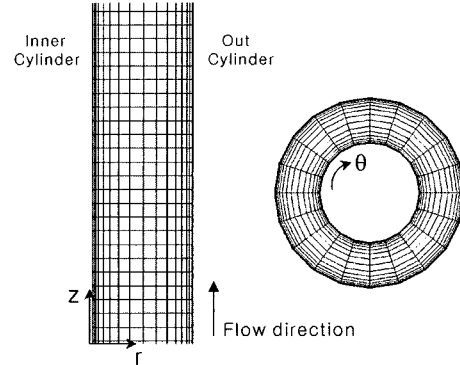


Fig. 2. Computational grid.

본 연구에서는 기존의 물을 이용한 실험 조건과 동일한 조건에 대하여 수치해석을 수행하였다. 회전수를 변화시키면서 압력손실값(dp/dz)과 속도장을 계산하였다. 수치해석시 경계조건은 입구 유동은 유체가 축방향과 평행하게 유입하도록 가정하였고, 출구는 일정압력 조건을 주었다.

4. 실험 및 수치해석 결과

4-1. 압력손실 및 유동특성

내경 38.4 mm인 바깥 실린더는 고정되어있고, 축경 20 mm인 안쪽축이 N=0~600 rpm으로 회전하여, 직경비 0.52의 환형관에서 물의 경우 축방향 레이놀즈수가 400 ≤ Re ≤ 12000, 0.2% CMC 수용액의 경우 100 ≤ Re ≤ 25000의 범위에서 실험을 수행하였다.

물과 CMC 수용액의 압력손실을 측정하여 Fig. 3에 나타내었다. 작동유체가 물일 때는 실험오차가 2~12%의 오차가 발생하였으며, 저레이놀즈수의 층류영역에서는 압력손실이 작아 정확한 측정이 매우 어렵다. 그러나 0.2% CMC 수용액의 경우 점도가 물보다 10배 이상 커서 압력손실 측정이 비교적 용이하다. 하지만 0.2% CMC 수용액은 시험의 오차가 5~33%로 물보다는 큰 실험오차가 발생하였다. 압력손실은 회전수 및 유량이 증가 할수록 증가하고 물의 경우보다 CMC 수용액의 경우가 크며, 점도의 영향으로 CMC 수용액이 물보다 압력손실 변화의 폭이 작음을 알 수 있다.

물과 CMC 수용액의 표면 마찰계수의 그래프를 Fig. 4에 나타내었다. 이 경우 천이 영역에서의 구배변화를 뚜렷이 확인할 수 있다.

본 연구에서는 축회전이 압력손실에 끼치는 영향을 고려하고자 로스비수를 고려하였다. 실험결과는 유동영역 별로 구분하여 아래에 기술하였다.

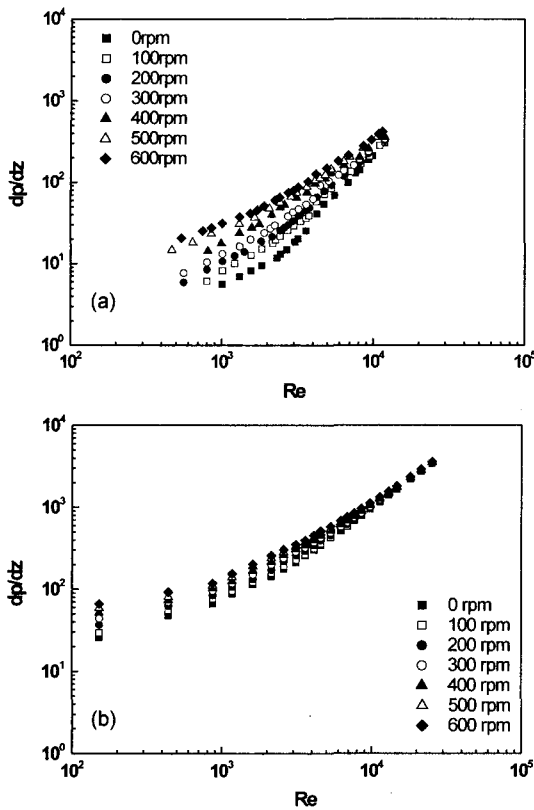


Fig. 3. Pressure losses of (a) water and (b) 0.2% CMC solutions a function of Re at 0~600 rpm.

고려대상이 되는 층류영역은  $Re < Re_c$ 인 경우에 국한하였다. 압력손실에 관한 물 및 CMC 수용액의 실험 결과로부터 층류영역에서 레이놀즈수 변화에 따른 압력손실 및 표면마찰계수의 구배는 일정한 축회전수까지는 회전수에 비례하여 일정하게 증가하지만 회전수가 증가할수록 구배변화가 가파르게 변함을 알 수 있다(Figs. 3, 4 참조).

층류영역에서 레이놀즈수를 변화시켜가면서 얻은 축방향 유동에 대한 회전 유동의 영향을 나타내는 무차원수인 로스비수( $Ro$ )와  $C_f Re$ 의 관계를 Fig. 5에 나타내었다. 이 그림으로부터  $Ro$ ,  $C_f Re$ 의 관계는 물과 CMC 수용액( $Ro \leq 0.8$ )의 경우 각각 다음 식으로 표현되며,

$$C_f Re = 45.3 Ro^{-0.44} \quad (8)$$

$$C_f Re = 4.9 Ro^{-0.198} \quad (9)$$

로스비수의 지수를 보면 물의 경우가 로스비수의 영향 즉, 회전의 영향을 적게 받는다는 것을 알 수 있다. 실험치는 평균오차  $\pm 18\%$ 로 표현 될 수 있으며, 물과 0.2%

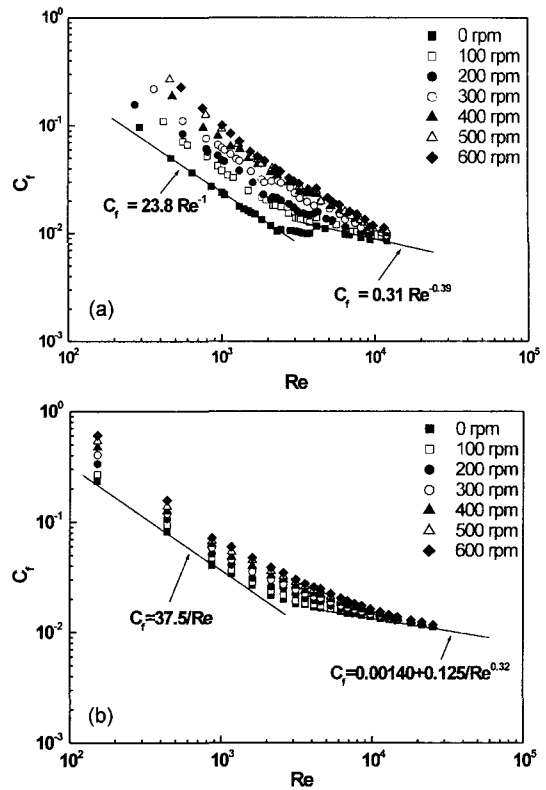


Fig. 4. Skin friction coefficients of (a) water and (b) 0.2% CMC solutions a function of Re at 0~600 rpm.

CMC 수용액의 경우 로스비수가 무한히 증가할 때 점근적으로 비회전시의 표면 마찰계수값에 관한 식  $C_f = 23.8/Re$ ,  $C_f = 37.5/Re$ 에 각각 일치하는 경향을 갖는다.

작동유체가 각각 물과 0.2% CMC 수용액인 경우에 대한 임계레이놀즈수는 축회전수가 증가함에 따라 작아지며, 반면에 로스비수가 증가 할수록(즉, 회전레이놀즈수가 감소) 임계레이놀즈수는 감소한다. 비회전시 물의 실험을 통해  $Re=2300$ 에서 천이가 발생하는 것을 확인하였다.

난류영역에서는 Fig. 4(a)에서 물( $Re \geq 9000$ )의 경우, 실험에 의한 표면 마찰계수는 다음 상관식으로 표현될 수 있다.

$$C_f = 0.31 Re^{-0.39} \quad (10)$$

유동이 임계레이놀즈수 부근은 저 레이놀즈수의 난류이므로 이 상관식의 표면 마찰계수값은 실험치와 차이를 보이지만, 가 증가할수록 상관식 (10)에 근접해 감을 볼 수 있다. 또한, Nouri 등<sup>16)</sup>이 제시한 상관식

$$C_f = 0.36 Re^{-0.39} \quad (11)$$

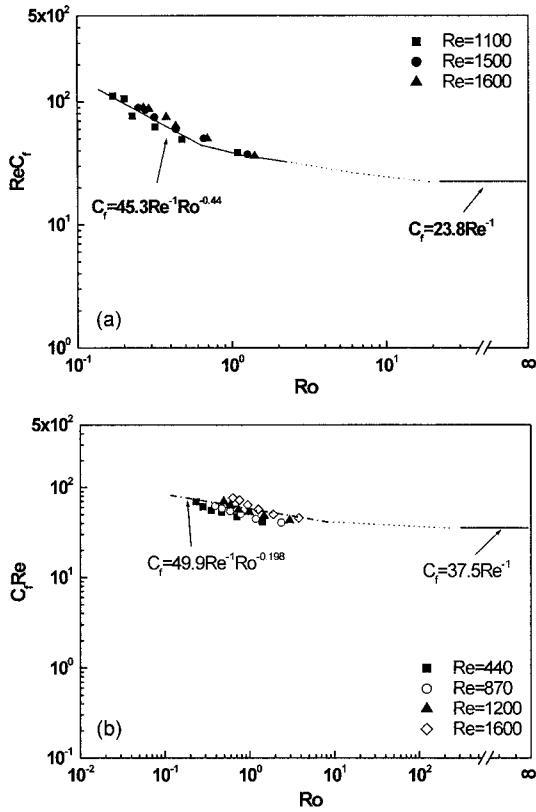


Fig. 5. Relation of  $C_f Re$  with  $Ro$  for laminar flow in (a) water and (b) 0.2% CMC water solution.

과 비교하면, 본 실험에서 사용한 관의 재질과 환형부의 반경비( $\eta=0.5$ )의 차이를 감안 하면 실질데이터에 거의 일치함을 확인할 수 있었다.

천이난류 영역에서 0.2% CMC 수용액의 경우 회전에 의한 영향이 극히 적어 유량을 변화시켜도 표면 마찰계수값이 큰 차이를 보이지 않으며 완전 난류 영역에서는 비회전에 대한 Metzner & Reed가 제시한 다음 식으로 접근해 감을 알 수 있다<sup>[11]</sup>.

$$C_f = 0.00140 + 0.125 Re^{-0.32} \quad (12)$$

위 식으로부터 완전 난류 영역에서 안쪽축의 회전은 물성치에 대한 영향은 없고 관의 상대조도와 유량이 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 따라서 로스비수가 무한히 커지는 경우 점근적으로 비회전시의 표면 마찰계수값의 관계식으로 수렴해 가는 경향을 갖는다.

4-2. 수치해석 결과

내경이 38.4 mm인 바깥쪽 실린더는 고정되어 있고, 직경이 20 mm인 안쪽축이  $N=0\sim 600$  rpm으로 회전하는 환

형관 내에서 물을 작동유체로 하여 층류영역인  $500 < Re < 2500$  구간의 영역에서 수치해석을 수행하였다.

축방향 유동이 존재하고 회전수가 100, 300rpm인 r-

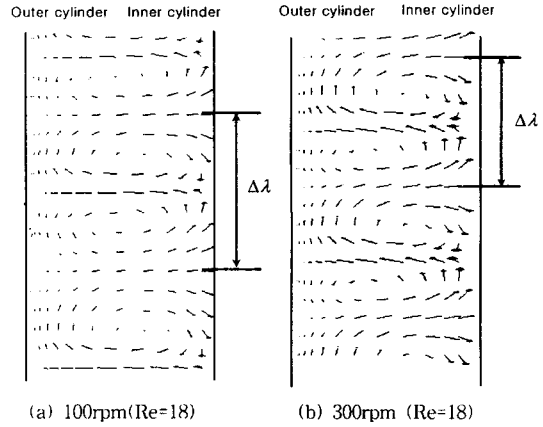


Fig. 6. Result velocity vectors of the flow used for particle tracking studies; note the location of the vortex.

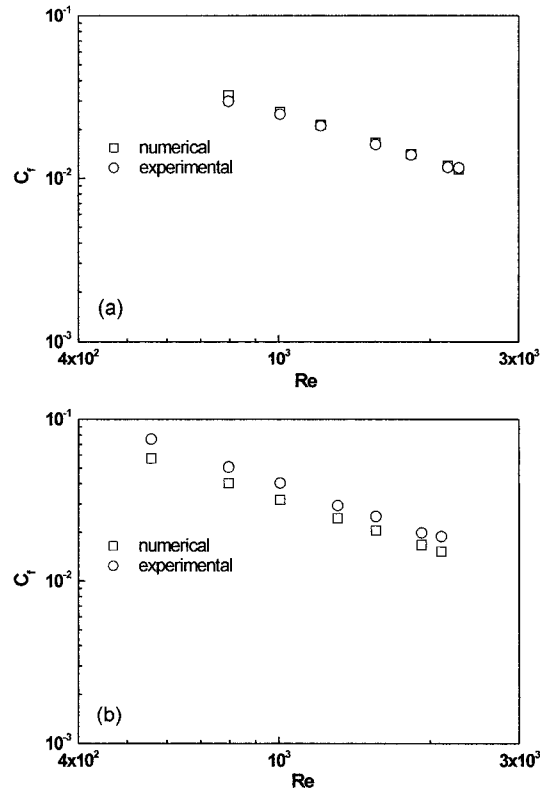


Fig. 7. Skin friction coefficients of water as a function of  $Re$  for (a) 100 rpm and (b) 300 rpm.

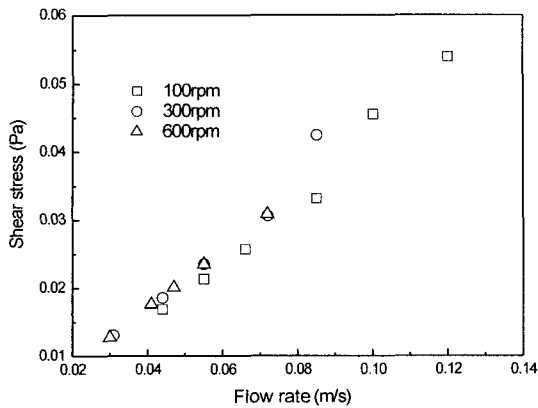


Fig. 8. Outer wall shear stress of water as a function of flow velocity.

z 평면에서의 유동장을 Fig. 6에 나타내었다. 이는 실험 가시화를 통하여 확인한 유동 형태와 동일한 형태를 보임을 알 수 있다<sup>12)</sup>. 즉, 한 쌍의 Taylor와가 서로 반대 방향으로 회전하는 것을 볼 수 있으며 동일한 유량에서 회전수가 증가할수록 파장은 작아짐을 확인하였고 이는 실험가시화에서도 동일한 경향을 보인다. 100 rpm의 경우에는 레이놀즈수가 40까지, 300 rpm의 경우에는 회전의 영향이 크기 때문에 레이놀즈수 128에서도 파장이 형성된다. 안쪽축이 회전할 때 Taylor와는 원심력의 작용으로 인해서 발생하므로 Taylor와의 발달은 압력손실과 마찰계수값을 증가시키는 요인으로 작용한다. 표면 마찰계수값에 대한 실험과 수치해석의 결과를 Fig. 7에 나타내었다. 축방향 레이놀즈수가 증가함에 따라 실험과 수치해석 모두 표면 마찰계수값이 감소하는 경향을 보인다. 또한, 회전수가 증가하면 동일 유량에서 표면 마찰계수값이 증가하며, 회전수가 증가 할수록 실험상의 진동 및 편심 등의 오차로 인해 실험과 수치해석의 결과값의 차이가 증가하는 것을 볼 수 있다.

바깥 벽면 부근의 속도구배를 뉴튼의 점성법칙에 적용하여 계산한 전단응력을 Fig. 8에 나타내었다. 바깥벽면에서의 전단응력 회전의 영향보다는 축방향 유동의 영향이 월등히 크다. 따라서 전단응력은 유량이 증가 할수록 증가하고 안쪽축의 회전수 변화에 따른 차이는 크게 나타나지 않는다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 반경비 0.52일 때, 축회전수, 유량, 작동유체 등의 변화에 따른 압력손실 및 표면마찰계수 변화 특성을 살펴보았다.

뉴튼 유체인 물과 비뉴튼 유체인 CMC 수용액의 특성을 살펴보면, 비뉴튼 유체는 뉴튼 유체보다 천이점을 확인하기가 어려우며, 동일한 조건에서 천이의 시작이 빨라짐을 확인하였다. 또한, 표면 마찰계수에 관한 상관식 (8), (9)에서 물의 로스비수의 지수가 CMC 수용액의 지수보다 작는데, 이는 축회전이 압력손실에 미치는 영향이 상대적으로 약하다는 것을 의미한다.

축회전수 증가에 따라 압력손실값이 증가하지만, 그 증가폭은 천이 및 난류 영역에서는 레이놀즈수가 증가 할수록 감소한다. 또한, 임계레이놀즈수의 값은 축회전수 증가와 로스비수의 감소에 따라 작아진다.

안쪽축이 회전하는 환형관내 원심력의 작용으로 발생한 Taylor 와로 인한 유동 교란의 증진은 표면 마찰계수의 증가와 더불어 임계레이놀즈수를 더욱 작아지게 한다. 그리고, 전체 압력손실 중 축회전의 영향이 차지하는 비율 증가폭은 층류 영역에서는 거의 일정하며, 난류 영역에서는 천이점 이후 급격히 감소하는 것을 볼 수 있다.

회전수 증가에 따른 실험에서의 표면 마찰계수값과 수치해석값을 비교한 결과 층류 영역에서 회전수가 증가 할수록 이론값과 수치해석값의 차이가 증가함은 진동, 편심 등의 실험적 오차임을 확인하였다. 벽면에서의 전단응력은 안쪽벽면의 경우 회전의 영향이 크고 바깥 벽면의 경우 축방향 유동의 영향이 크며, 작동유체가 물인 경우에 대해서 뉴튼의 점성법칙을 이용하여 벽면의 전단응력을 계산하였다.

## 사용기호

$C_f$	: 관마찰계수
$D_h$	: 등가수력직경, $2(R_o - R_i)$
$dp/dz$	: 축방향 압력 손실, (Pa/m)
$g$	: 중력가속도, ( $m/s^2$ )
$h$	: 수두, (mm)
LPM	: l/min
$N$	: 축회전수, (rpm)
$\Delta P$	: 압력차이, (Pa)
$R_i$	: 안쪽축 반경, (mm)
$R_o$	: 바깥쪽 실린더 반경, (mm)
$Re$	: 축방향 유동레이놀즈수, $Re = \frac{\rho v_z D_h^n}{\mu}$
$Re_c$	: 임계레이놀즈수
$Re_w$	: 회전레이놀즈수, $Re_w = \frac{\omega R_i S}{\nu}$
$Ro$	: 로스비수, $Ro = \frac{\bar{v}_z}{\omega R_i}$

$v_z$  : 축방향 유동 속도, (m/s)  
 $\Delta z$  : 탭 사이의 거리, (mm)

**Greek Symbols**

$\eta$  : 반경비, (Fig. 1 참조)  
 $\theta$  : 경사미노메타의 경사각도  
 $\mu$  : 절대점성계수, (pa · s)  
 $\rho$  : 유체 밀도, (kg/m<sup>3</sup>)

**Subscripts**

c : 임계값  
h : 등가 수력 직경

**Superscript**

- : 평균값

사 사

본 논문은 에너지관리공단의 지원 하에 에너지기술 학술진흥사업비(2001-R-RD03-P-02)에 의해 수행되었으며 관계자 여러분께 감사드립니다.

**참고문헌**

1. Taylor, G.I.: "Stability of a Viscous Fluid Contained Between Two Rotating Cylinders", *Phil. Trans. A*, 223, 28-343 (1923).
2. Stuart, J.T.: "On the Nonlinear Mechanics of Hydrodynamic Stability", *J. Fluid Mech.*, 4, 1-22 (1958).
3. Diprima, R.C.: "The Stability of a Viscous Fluid Between Rotating Cylinders with an Axial Flow", *J. of Fluid Mech.*, 366, 621-631 (1960).
4. Yamada, Y.: "Resistance of a Flow through an Annulus with an Inner Rotating Cylinder", *Bull. JSME*, 5(18), 302-310 (1962).
5. Nakabayashi, K., Yamada, Y. and Seo, K.: "Rotational and Axial through the Gap between Eccentric Cylinders of which the Outer One Rotates", *Bull. JSME*, 17(114), 1564-1571 (1974).
6. Nouri, J.M., Umur, H. and Whitelaw, J.H.: "Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in Concentric and Eccentric Annuli", *J. Fluid Mech.*, 253, 617-641 (1993).
7. Nouri, J.M. and Whitelaw, J.H., "Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in Concentric Annulus with Rotation of the Inner Cylinder", *J. Fluids Eng.*, 116, 821-827 (1994).
8. Delwiche, R.A., Stratabit, D.B. and Lejeune, M.W.D.: "Slimhole Drilling Hydraulics", SPE 24596, 67th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, Washington, DC., 527-541 (1992).
9. Becker, K.M. and Kaye, J.: "Measurements of Diabatic Flow in an Annulus with an Inner Rotating Cylinder", *J. of Heat Transfer*, 84, 97-105 (1962).
10. 김영주, 황영규: "안쪽축이 회전하는 환형관내 비뉴턴 유체의 천이 유동연구", *한국자원공학회지*, 39(2), 139-145 (2002).
11. Metzner, A.B. and Reed, J.C.: "Flow of Non-Newtonian Fluids-Correlation of the Laminar, Transition, and Turbulent-flow Regions", *J. A.I.Ch.E.*, 1(4), 434-440 (1955).
12. 황종연, 양경수: "Wavy Taylor-Couette 유동에 대한 전산해석(1)", *대한기계학회논문집 B권*, 제25권 제5호, 697-704 (2001).