

## 동심환형 곡관의 혼합대류 열전달 현상에 관한 수치적 연구

최훈기 · 유근종\*

창원대학교 인력양성사업단, \*창원대학교 기계설계학과

### A Numerical Study on Mixed Convection Heat Transfer in Concentric Curved Annuli

Hoon Ki Choi and Jong Geun Yoo\*

Special Education Project for Mechatronics Engineers

\*Department of Mechanical Design and Manufacturing Engineering, Changwon National University

#### 요 약

동심환형 곡관의 내벽면에서 일정한 열전달이 있는 경우에 대하여 혼합대류의 유동장 및 열전달계수를 수치적으로 구하였다. 유동장은 주흐름방향으로의 압력과 온도구배가 일정한 완전발달흐름으로 가정하였다. 유동장의 특성을 나타내는 물리적 변수인 반경비는 0.2, 0.5, Grashof수는 8000, 80000 그리고 Dean수는 0~900 범위에서 계산을 실시하였다. 반경비, Grashof수, Dean수를 변화시키며 2차유동, 열유속, 마찰비, 열전달계수에 대한 수치해를 구하였다. 마찰비와 Nusselt수는 Dean수의 제곱근에 비례하게 증가됨을 볼 수 있다.

**Abstract**— Numerical calculations have been carried out for the mixed convection flow in a concentric curved annulus with constant heat flux boundary condition at inner wall. The flow is assumed to be fully developed so as to maintain a constant streamwise pressure and temperature gradient. Computations have been performed for flows of two radius ratio 0.2 and 0.5 with the Dean number lying in the range  $0 < \kappa < 900$ , and Grashof numbers of 8000 and 80000. The secondary flow patterns and heat flux profiles are presented. The friction ratio and heat transfer properties for curved annular duct flows are explained in comparison with those for straight annular duct flows. It is found that the friction ratio and the Nusselt number ratio are proportional to  $\kappa^{1/2}$  for the wide range of the Dean number considered here.

#### 1. 서 론

산업계의 열교환기등에 사용되는 곡관내에서의 열전달에 관한 문제는 지금까지 많은 연구가 진행되고 있다. 곡관내 유동은 관의 곡률로 인하여 2차유동이 형성되어 매우 복잡한 유동의 모습이 나타나고 물질전달 및 혼합(Mixing)이 증대되며 열전달 상승이 수반된다. 열교환기등에 사용되는 곡관은 대개 곡률이 커 비틀림효과를 무시할 수 없는 나선관과 곡률이 작아 느슨한 관의 모양을 한 토러스 관으로 나눌 수 있다. 나선관은 비틀림효과 때문에 해석이 복잡하고 좌표의 설정이 어렵다. 하지만 비틀림정도가 곡률직경에 비하여 작은 경우 토러스관에 근접되게 해석이 가능하다.

지금까지의 곡관에 대한 열전달을 동반한 경우 대부

분 강제대류에 관한 연구가 많이 진행되어 왔다. 하지만 전열량이 많아 유체와 벽면의 온도차가 크면 부력이 형성되고 이 힘이 2차유동의 형성에 큰 역할을 하게되어 곡관내 열전달에 큰 영향을 끼치게 된다. Yao and Berger<sup>1)</sup>는 원형단면 곡관의 양벽을 가열한 경우에 대하여 급수해법으로 Dean수, Rayleigh수 등을 변화시키며 유동장과 열전달계수를 구하였다. Prusa and Yao<sup>2)</sup> 등은 곡률이 작은 느슨한 관에서 Dean수, Rayleigh수를 변화시키며 원심력이 지배적인 영역, 부력이 지배적인 영역, 상호 크기가 비슷한 영역에 대하여 유동장 선도를 나타내었다. Futagami and Aoyama<sup>3)</sup>는 나선관내에 층류가 흐를 경우 실험을 통하여 Dean수, Prandtl수, Rayleigh수 등을 변화시키며 2차유동의 형태와 평균 Nusselt수를 구하였다. 단면이 원형인 경우에 대하여 이러한 연

구들이 오랫동안 많이 수행되어 왔지만 단면이 동심환형인 경우 많은 연구가 실행되지는 않았다. Garimella<sup>4)</sup> 등은 동심환형 곡관에서 Reynolds수가 층류 및 천이영역인 범위에서 실험을 통하여 강제대류에 관한 열전달 계수를 구하였다. 최와 박<sup>5)</sup>은 곡관의 양벽이 일정온도 조건(constant wall temperature)인 경우 수치적 방법으로 강제대류 열전달의 반경비 변화 및 Dean수, Rayleigh 수의 크기에 따른 2차유동, 관의 마찰, 열전달계수등을 구하였다. 혼합대류인 경우 Park and Choi<sup>6)</sup>는 급수해법으로 유동장 형태 및 열전달계수를 구하였다.

열교환기등에서의 벽면에 대한 조건은 완전발달흐름(fully developed flow)에서는 온도가 일정한 조건보다는 열유속이 일정한(constant heat flux) 조건에 더 가깝다. 따라서 본 연구는 곡률이 큰 동심환형 토러스관에서 내벽 부분에 일정한 열유속의 열전달이 있고 외벽은 단열로 된 경우에 대하여 Dean수, 반경비, Grashof수 등의 변화에 따른 유동장 및 열전달에 관한 물리량을 구하였다.

2. 수치적 해법

곡관내에서의 완전발달 흐름은 Fig. 1에서와 같이 Toroidal 좌표계 (r, ψ, θ)에서 적용함이 편리하다. 곡률반경이 R인 곡관의단면은 외벽의 반경이 r<sub>o</sub>, 내벽의 반경이 r<sub>i</sub>이며 곡관내 흐르는 유체의 물성치는 일정한 값을 가지고 온도와 관련된 밀도는 Boussinesq 근사법을 적용한다. 주 흐름방향으로의 압력과 온도구배는 일정한 완전발달 흐름(fully developed flow)으로 가정한다. 벽면에서의 열전달 조건은 내벽에서는 이 벽면에 인접한 원형단면의 곡관으로부터 일정한 열(q)이 전달되고 외벽으로는 밖으로 전열이 되지 않게 단열이 되어있는 조건으로 한다. 특성길이는 수력반경, r<sub>h</sub>(=r<sub>o</sub>-r<sub>i</sub>)으로 기준하여 Reynolds수, Grashof수를 정의하였다.

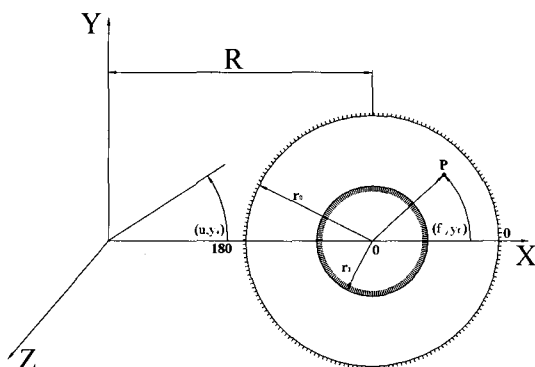


Fig. 1. Schematics of the flow field and Toroidal coordinate system.

좌표계 (r, ψ, θ)에 상응하는 속도성분(v<sub>r</sub>, v<sub>ψ</sub>, v<sub>θ</sub>)을 수식 (6)에서 표현된 물리량에 의하여 무차원화 시킨 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{rB} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (rBv_r) + \frac{\partial}{\partial \psi} (Bv_\psi) \right] = 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{1}{rB} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (rBv_r^2) + \frac{\partial}{\partial \psi} (Bv_r v_\psi) \right] \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Ro} \frac{1}{rB} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( rB \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{1}{rB} \frac{\partial v_r}{\partial \psi} \right) \right] - \frac{v_\psi^2}{r} - \frac{\delta v_\theta^2 \cos \psi}{B} \\ + \frac{Gr}{Ro^2} (\Theta_w - \Theta) \sin \psi + S_r \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_\psi}{\partial t} + \frac{1}{rB} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (rBv_r v_\psi) + \frac{\partial}{\partial \psi} (Bv_\psi^2) \right] \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{1}{Ro} \frac{1}{rB} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( rB \frac{\partial v_\psi}{\partial r} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{B}{r} \frac{\partial v_\psi}{\partial \psi} \right) \right] - \frac{v_r v_\psi}{r} - \frac{\delta v_\theta^2 \sin \psi}{B} \\ + \frac{Gr}{Ro^2} (\Theta_w - \Theta) \cos \psi + S_\psi \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \frac{1}{rB} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (rBv_r v_\theta) + \frac{\partial}{\partial \psi} (Bv_\psi v_\theta) \right] \\ = -\frac{\delta \partial p}{B \partial \theta} + \frac{1}{Ro} \frac{1}{rB} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( rB \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{B}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \psi} \right) \right] + \frac{\delta v_\theta}{B} + (v_r \cos \psi - v_\psi \sin \psi) + S_\theta \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{1}{rB} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (rBv_r \Theta) + \frac{\partial}{\partial \psi} (Bv_\psi \Theta) \right] \\ = -\frac{\delta v_\theta \partial \Theta}{B \partial \theta} + \frac{1}{Ro} \frac{1}{rB} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( rB \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{B}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial \psi} \right) \right] + S_\Theta \end{aligned} \tag{5}$$

여기서

$$\begin{aligned} S_r = \frac{1}{Ro} \left\{ \left[ \left( 2 \frac{\partial v_\psi}{\partial \psi} + v_r \right) r^2 \right] + \delta v_\psi \sin \psi / rB \right. \\ \left. + \delta^2 \cos \psi (v_r \cos \psi - v_\psi \sin \psi) / B^2 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_\psi = \frac{1}{Ro} \left\{ \left[ \left( 2 \frac{\partial v_r}{\partial \psi} - v_\psi \right) r^2 \right] + \delta v_r \sin \psi / rB \right. \\ \left. + \delta^2 \sin \psi (v_r \cos \psi - v_\psi \sin \psi) / B^2 \right\} \end{aligned}$$

$$S_\theta = \frac{1}{Ro} \delta^2 v_\theta / B^2$$

$$S_\theta = -\frac{1}{RoPrB} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{r}{B} \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right)$$

로 나타내며  $B=1+\delta r \cos \psi$ 이다. 여기서 표현된  $\delta$ 는 곡률 비( $=r_0/R$ )이다.

윗 식 (1)~(5)를 표현함에 있어 사용된 무차원 변수는 다음과 같다.

$$r^* = r_0 r \text{ (길이);} \tag{6a}$$

$$v_r^* = W_0 v_r, \quad v_\psi^* = W_0 v_\psi, \quad v_\theta^* = W_0 v_\theta; \text{ (속도)} \tag{6b}$$

$$p^* = \rho W_0^2 p \text{ (압력);} \tag{6c}$$

$$\Theta = \frac{T^* - T_0^*}{q_{r0}/k} \text{ (온도);} \tag{6d}$$

상첨자 \*는 차원을 가지는 물리량을 의미하고 하첨자 o는 기준값을 나타낸다. 기준속도, 기준 Reynolds수는 다음과 같다.

$$W_0 = \left[ \frac{r_0}{\rho R} \left( -\frac{\partial p^*}{\partial \theta} \right) \right]^{1/2} \tag{7a}$$

$$R_0 = \frac{W_0 r_0}{\nu} \tag{7b}$$

경계조건은 다음과 같으며 반경비는  $\alpha=r/r_0$ 이다.

$$v_r = v_\psi = v_\theta = 0 : r = \alpha, \quad 1 \tag{8}$$

$$q = q_i : r = \alpha \tag{9}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial r} = 0 : r = 1 \tag{10}$$

지배방정식 (1)~(5)를 수치적 해석을 위하여 정상상태의 식을 단지 반복개념을 도입하기 위하여 인위적인 비정상상태의 수식을 도입한 Chorin등이 제안한 인공압축성방법(artificial compressibility method)으로 계산을 수행하였다. 차분은 공간에 대하여 중앙차분(central difference)으로 하고 시간에 대하여 전방차분(up-wind)화를 한 후 ADI 방법으로 수치계산을 수행하였다. 이때 사용한 격자는 엇물림격자(staggered grid)로 구성하였고 양 벽에서의 격자수를 밀집시켰으며 원주방향으로는 등 간격으로 구성(28(반경방향) $\times$ 62(원주방향))하였다. 수치적 방법은 이미 최와 박<sup>[5]</sup>와 Soh and Berger<sup>[7]</sup> 등에 의하여 검증하였다.

### 3. 결과 및 고찰

동심환형곡관 단면의 반경비가 각각  $\alpha=0.2, 0.5$ , Prandtl

수는 일정한 값  $Pr=0.7$ 로 고정하고, Dean수는  $0 < \kappa < 900$ , Grashof수는 각각  $Gr=8000, 80000$ 에 대하여 혼합대류의 유동장 및 열전달 현상에 대하여 수치적 해를 구하였다.

#### 3-1. 압력구배

곡관의 혼합대류에서 지배적인 힘은 부력 및 곡관에 의한 원심력으로 그 크기는 각각 Grashof수와 Dean수로 나타낸다.

Fig. 2는 원심력만 작용하는 곡관의 경우와 부력만 작용하는 직관에 대한 등압력선을 나타낸 그림이다. 원심력만 존재하는 곡관의 경우 주회름속도( $v_\theta$ )의 제곱에 비례하고 곡률 반경에 반비례하는 원심력이 곡관의 중심부( $\psi=180^\circ$ )에서 바깥방향( $\psi=0^\circ$ )으로 형성된다. 이 힘에 평형을 이루기 위하여 곡관의 바깥방향에서 중심부로 Fig. 2(a)와 같이 압력구배가 형성된다. 동심환형 단면내에서 원심력이 상대적으로 더 큰 바깥방향 부근에서 압력구배가 더 크게(간격이 밀집됨) 나타난다. 직관인 경우 단면의 내벽에서 열전달이 되는 경우에 대한 힘의 평형을 고려하면 Fig. 2(b)와 같이 내벽주위의 유체는 열전달이 되면 온도가 상승하고 밀도가 낮아져 중력의 역방향으로 상승하는 힘이 발생된다. 이 힘이 상하로 작용하는 압력구배로 나타나고 중력방향에 대한 힘의 평형을 이루고 있다. 이와 같이 곡관내 원심력만 또는 부력만 존재하는 경우는 Fig. 2에서와 같지만 곡관에서 유체에 부력이 동시에 작용될 경우에는 Fig. 3과 같은 압력분포

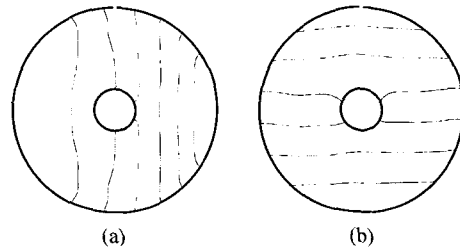


Fig. 2. Plots of the isopressure contours : (a)  $\kappa=400, Gr=0$ ; (b)  $\kappa=0, Gr=80000$ .

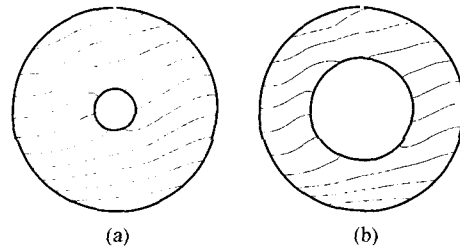


Fig. 3. Plots of the isopressure contours for  $\kappa=100$  and  $Gr=80000$  : (a)  $\alpha=0.2$ ; (b)  $\alpha=0.5$ .

를 가진다.

곡관내에 부력이 상호 작용하는 영역에서는 부력에 의한 상·하방향의, 원심력에 의한 좌·우방향의 압력구배가 복합적으로 나타나므로 Fig. 3과 같이 압력구배는 경사지게 나타난다. Grashof수가 증가하면 등압선의 기울기가 수평방향으로, Dean수가 증가하면 수직방향으로 이동한다. 즉 압력구배는 Grashof수와 Dean수에 의하여 기울기가 결정되므로 단면의 반경비 변화한 경우에도( $\alpha=0.2 \rightarrow \alpha=0.5$ ) 등압선의 기울기는 거의 같게 나타남을 볼 수 있다. 이러한 압력분포는 단면내에서 형성되는 2차유동의 추진력으로 작용하게 된다.

3-2. 2차유동

2차유동을 표현할 수 있는 유량함수(Stream Function)를 다음과 같이 정의한다.

$$v_r = \frac{1}{rB} \frac{\partial}{\partial \psi} (B\Phi) \tag{11a}$$

$$v_\psi = -\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial r} (B\Phi) \tag{11b}$$

2차유동의 형성과정을 보기 위하여  $\alpha=0.2$ 에 대하여 직관에서의 내벽에 열전달이 되는 혼합대류와 곡관에서 부력이 없는 강제대류에 대한 기본 유동장의 모양을 Fig. 4(a)에 나타내었다. 부력이 없고 곡률에 의한 원심력만 있는 곡관에서는 내벽, 외벽주위 유체의 주회름속도가 점성의 영향으로 느려 원심력이 감소한다. 주회름속도가 적은 내·외벽 주위에서는 압력구배에 의하여 바깥부( $\psi=0^\circ$ )에서 중심부( $\psi=180^\circ$ )로 2차유동이 형성된다. 단면의 중심영역은 상대적으로 주회름속도가 빠르므로 원심력이 압력구배보다 강하여 중심부에서 바깥부로 2차유동이 만들어져 상·하 단면에 2-컬레의 와류가 형성된다. Dean수가 증가하면 원심력이 증가하여 벽주위에는 압력구배에 의하여, 단면 중심부는 원심력에 의하여 보다 강한 2차유동이 형성된다.

부력만 존재하는 직관의 흐름인 경우 Fig. 4(b)와 같

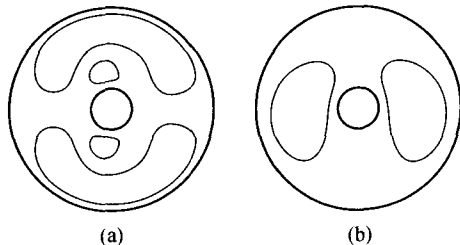


Fig. 4. Pattern of the secondary flow streamlines for  $\alpha=0.2$  : (a)  $\kappa=400$ ,  $Gr=0$ ; (b)  $\kappa=0$ ,  $Gr=80000$ .

이 내벽에서 열전달이 이루어져 온도가 높아 상승유동이 형성되고 외벽은 단열이 되어 있으므로 단면내 질량 보존을 이루기 위하여 하강하는 유동이 형성되어 단면 전체에는 1-컬레의 와류가 형성된다. 만일 양벽에서 유체로 열전달이 있는 경우에는 양벽에서 부력에 의하여 상승하고 단면 중앙에서 하강하는 2-컬레의 와류가 형성될 것이다. 즉 벽면의 경계조건에 따라 부력에 의한 2차유동 와류는 다른 형태가 나타난다.

실제 열교환기등의 경우 내부관과 외부관의 열교환이 주 목적이고 유체가 완전발달 흐름이 된 경우에는 서로 일정한 열전달량을 갖는 열교환을 한다. Figs. 5-6은 반경비  $\alpha=0.2, 0.5$ , Dean수  $\kappa=100, 800$ , Grashof수  $Gr=8000, 80000$ 에 대한 2차유동을 표현하였다. Dean수가 작은 경우( $\kappa=100$ ) Fig. 5(a-i)와 같이 원심력에 의한 2차유동은 강도가 약한 와류이며 부력이 없는 외벽을 따라 곡률중심부로 유입되고, 내벽에서는 부력에 의하여 상승하는 유동의 영향으로 곡률 중심부로 향하는 와류는 상승류와 합쳐 상승 후 바깥방향으로 꺾이어서 흘러나가는 2차유동이 형성된다. 단면하부는 내벽주위는 대부분 상승하는 2차유동이므로 와류의 모습은 거의 볼 수 없다. Grashof수가 큰 경우인 Fig. 5(a-ii)는 부력의 영향이 원심력보다 지배적이므로 상승유동이 훨씬 강하다. 상승유동이 강한 단면의 상부 영역에서는 1-cell의 와류가 형성되고 단면하부에서는 상승유동의 영향이 적어 원심력에 의한 와류가 형성됨을 볼 수 있다. 온도가 높은 내벽주위는 원심력에 의한 cell 모습은 없어지고 부력에 의한 유동만 관찰된다.

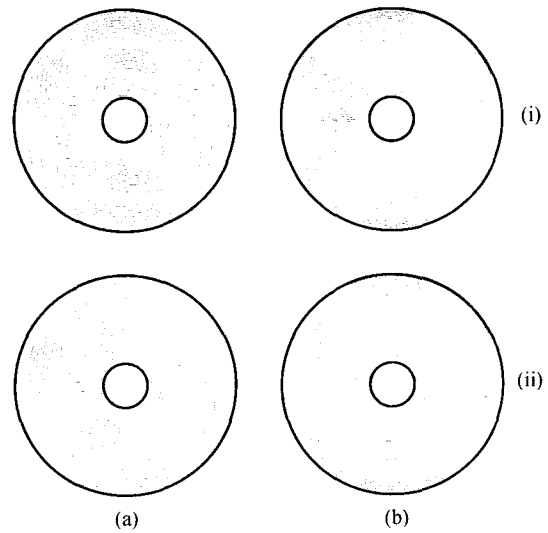


Fig. 5. Secondary flow streamlines for  $\alpha=0.2$  : (i)  $Gr=8000$ ; (ii)  $Gr=80000$ , (a)  $\kappa=100$ ; (b)  $\kappa=800$ .

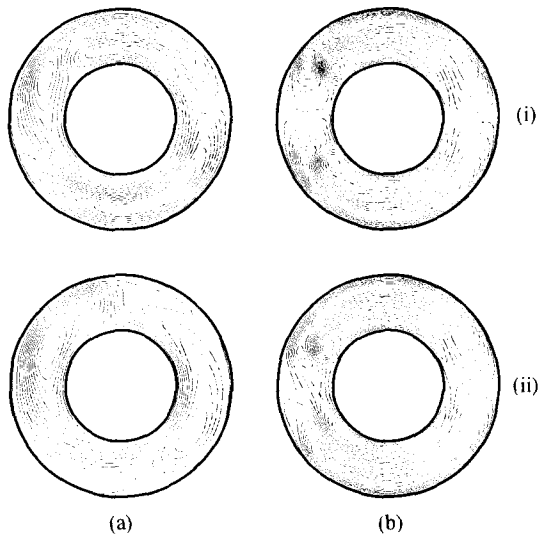


Fig. 6. Secondary flow streamlines for  $\alpha=0.5$  : (i)  $Gr=8000$ ; (ii)  $Gr=80000$ , (a)  $\kappa=100$ ; (b)  $\kappa=800$ .

Dean수가 증가하여 원심력의 영향이 상대적으로 지배적인 영역에서는 Fig. 5(b-i, ii)와 같이 2-궤레의 기본적인 외류형상은 유지한다. 내벽에서의 2차유동은 부력에 의한 상승유동의 영향으로 상부cell이 상대적으로 하부cell보다 강도가 커지고 곡관 중심부로 외류중심이 움직인다.

Fig. 6은 반경비  $\alpha=0.5$ 인 경우 2차유동을 나타낸 그림이다. 반경비가 커지면 벽면에 의한 점성의 영향이 증가하여 원심력에 의한 2차유동의 생성이 약화되므로 내벽부근에서는  $\alpha=0.2$ 인 경우에 비교하여 부력의 영향이 보다 큰 영향을 주는 것으로 보인다. 하지만 2차유동의 기본적인 형상은  $\alpha=0.2$ 인 경우와 비슷하다.

### 3-3. 압력손실

관내의 일정한 유량이 흐를 때 직관의 주흐름방향의 압력강하에 대한 곡관의 주흐름방향의 압력강하의 비를 마찰비라 하고 다음과 같이 정의한다.

$$\frac{f_c}{f_s} = \left( \frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right) \quad (12)$$

여기서  $s$ 는 직관의 주흐름방향의 길이를 나타낸다. Fig. 7(a)는 반경비  $\alpha=0.2$ 일 경우  $Gr=0, 8000, 80000$ 에 대한 마찰비를 나타낸 그림이다. Dean수에 따라 즉  $\kappa$ 에 비례하게 증가됨을 볼 수 있는데 이는 Soh<sup>[7]</sup> 등의 원형단면에서도 비슷한 양상을 보여주었다.

단면의 중앙영역에 흐르는 유체는 운동량이 크며 이 유체를 2차유동이 바깥벽 주위로 천이시키므로 주흐름

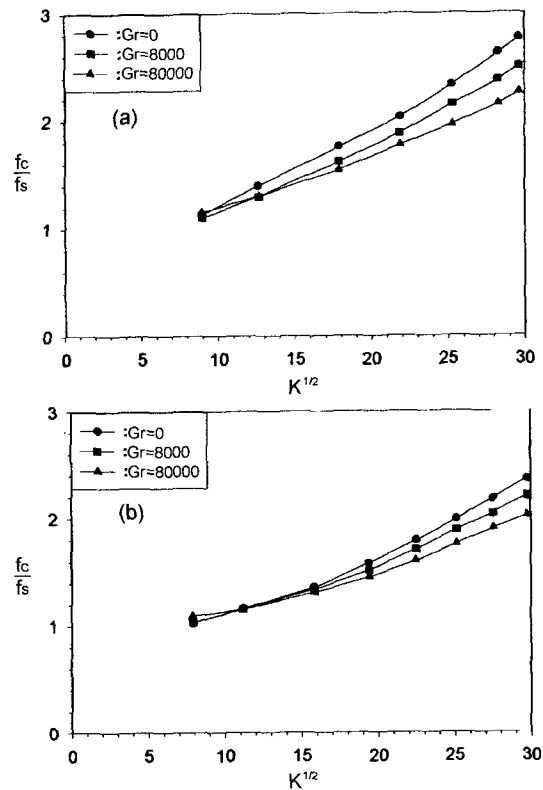


Fig. 7. Variation of the friction ratio : (a)  $\alpha=0.2$ ; (b)  $\alpha=0.5$ .

방향 속도의 최대점이 곡물 바깥부 근처에서 나타나므로 속도 구배는 증가하며, 그로 인한 압력손실은 커지게 되므로 Dean수의 증가가 마찰비의 상승에 지배적인 역할을 한다. 하지만 원심력방향과 부력방향이 다르므로 부력의 증가는 주흐름방향의 속도와 쓸림정도에 영향을 끼치므로 마찰비의 크기에도 직접적인 관련을 가진다. 부력이 형성되면 내벽에서의 상승하는 2차유동은 원심력에 의하여 형성되는 2차유동에 의한 주흐름속도의 외벽으로 쓸림정도를 억제하는 역할을 한다. 따라서 Grashof수가 증가하면 이러한 원인에 의하여 마찰비가 부력이 없는 곡관에서 보다는 줄어들게 됨을 볼 수 있다. 만일 곡관의 외벽에서도 내벽과 같이 동일한 열량이 전달되면 부력에 의한 2차유동이 2궤레가 형성되어 Grashof수가 증가하면 마찰비의 감소가 더욱 약화될 것이다. 하지만 Grashof수가 커져도 마찰비는 원심력이 활발한 영역에서  $\kappa^{1/2}$ 에 비례하여 증가됨을 볼 수 있다. 반경비가  $\alpha=0.5$ 의 경우 양벽의 간격이 줄어들어 벽면에 의한 점성력의 영향이 증가하여 Fig. 7(b)에서와 같이 2차유동에 기인된 마찰비의 증가가  $\alpha=0.2$ 에 비교하여 줄어든다.

곡률이 아주 느슨한 경우이거나 Reynolds수가 작은 경우 Grashof수와 관계없이 원심력의 영향이 아주 줄어들므로 거의 직관과 같은 유동장이 형성될 것이다. 단면의 반경비가 점점 증가하여  $\alpha \rightarrow 1$ 의 경우도 점성력의 영향이 원심력, 부력의 영향에 비하여 커진다. 따라서 이 두 경우 모두  $f_i/f_r \rightarrow 1$ 으로 예측된다.

3-4. 열전달 현상

3-4-1. 열유속 분포

2차유동은 주흐름 방향으로의 운동량 뿐만 아니라 열전달에도 큰 영향을 끼치게 된다. 내벽에서 전달된 열은 2차유동에 의하여 빠르게 유체로 전달된다. 곡관의 바깥벽 부근의 단면내에서 주흐름속도와 온도의 최대점이 형성되므로 유체의 열유속이 증가하고 상대적으로 곡관 중심부 단면에서는 감소하게 된다.

Fig. 8은 반경비  $\alpha=0.2$ 일 경우 열유속( $= \int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_o} v_{\theta} \Theta r dr d\psi$ )의 분포를 나타낸 그림이다. 이 경우는 온도의 분포와 주흐름속도와 복합적으로 나타나는 형태이다. 고온인 내벽 주위에서 2차유동에 의하여 열전달이 됨으로 단면의 전 영역으로 온도의 상승이 이루어진다. 내벽부근에서는 곡관 중심부로 향하는 원심력에 기인한 2차유동에 의하여, 부력에 기인된 상승하는 2차유동에 의하여 상부의 열 경계층이 각각 두꺼워지는 복합적인 온도분포가 형성된다. 주흐름속도는 앞서 언급된 바와 같이 곡관 바깥부(원심력 영향)와 단면 하단부(부력의 영향)에 최대값이 존재하는 분포를 이룬다. Fig. 8(a-i)는 Dean수와 Grashof수가 모두 작은 영역에서의 열유속으로 열 경계

층이 두껍게 나타나 열전달이 약화된다. Dean수가 증가하면 Fig. 8(b-i)와 같이 주흐름속도는 곡관 바깥부로 치우치는 정도가 증가하므로 열유속도 바깥부로 강하게 전이된다.  $\psi=180^\circ$  부근에서는 내벽부근의 2차유동에 의하여 열유속의 증가가 나타남을 볼 수 있다. 부력이 큰 영역에서는 Fig. 8(a-ii)와 같이 부력에 의한 상승유동과 원심력에 의한 내벽부의 2차유동에 의하여 열유속의 최대점이  $\psi=180^\circ$  부근에서도 나타남을 볼 수 있다. 원심력이 지배적인 영역에서는 Fig. 8(b-ii)와 같이 대부분의 열유속은 오히려  $\psi=0^\circ$  부근에서 최대값이 나타나고 경계층도 얇게 나타나 열전달이 가장 활발히 일어남을 볼 수 있다. 따라서 곡관내의 열전달은 부력이 존재하면 원심력방향과 부력의 방향이 교차되므로 오히려 원심력만 존재하는 경우 보다 부력에 의하여 2차유동의 흐름이 방해 받게되어 열전달이 감소된다.

3-4-2. 열전달 계수

강제대류에 의한 곡관내에서의 총합평균 Nusselt 수(overall average Nusselt number)는 앞선 연구<sup>[11][13]</sup>에 의하여 직관보다 증가함을 보였다. 부력이 존재하는 혼합대류 열전달은 강제대류보다는 열전달이 감소하지만 2차유동이 형성되므로 직관보다는 증가한다. 곡관의 열전달의 크기를 직관의 열전달 크기와 비교하기 위하여 아래와 같은 에너지 평형을 고려한다. 곡관의 내벽에서 전달된 열량과 유체의 열유속과의 열 평형조건을 고려하면 다음과 같다.

$$\rho C p v_{\theta} \pi (r_o^2 - r_i^2) dT_m^* = -h \bar{S} R d\theta (T_m^* - \bar{T}_w) \tag{13}$$

여기서  $\bar{h}$ 는 내벽에서의 평균열전달 계수(perimeter average heat transfer coefficient)이고  $\rho$ 는 유체밀도,  $Cp$ 는 정압비열,  $\bar{S}$ 는 관단면의 둘레길이,  $T_m^*$ 은 유체평균온도,  $\bar{T}_w$ 는 벽의 평균온도,  $k$ 는 전도계수를 나타낸다.

곡관에서의 총합평균 Nusselt 수는 외벽이 단열되어 있으므로 내벽에서 전달된 열량만 고려하면 되며 정의는 다음과 같다.

$$Nu_c = \frac{2hr_i}{k} = PrRo\delta \frac{(1-\alpha)^2(1+\alpha)}{\alpha} \frac{\bar{v}_{\theta}}{\Theta_m - \bar{\Theta}_w} \frac{d\Theta}{d\theta} \tag{14}$$

이때 단면의 평균온도(bulk temperature),  $\Theta_m$  그리고 내벽면에서의 평균온도,  $\bar{\Theta}_w$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\Theta_m = \frac{\int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_o} v_{\theta} \Theta r dr d\psi}{\int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_o} v_{\theta} r dr d\psi} \tag{15a}$$

$$\bar{\Theta}_w = \frac{\int_0^{2\pi} \Theta_w r_i d\psi}{2\pi r_i} \tag{15b}$$

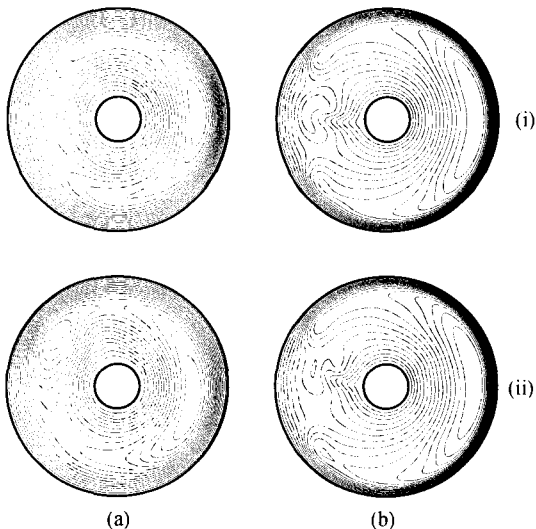


Fig. 8. Plots of isotherm contours for  $\alpha=0.2$  : (i)  $Gr=8000$ ; (ii)  $Gr=80000$ , (a)  $\kappa=100$ ; (b)  $\kappa=800$ .

직관인 경우에도 곡관과 같은 방법으로 총합평균 Nusselt수를 구하면 다음과 같다.

$$\overline{Nu_s} = PrRo \frac{(1-\alpha)^2(1+\alpha)}{\alpha} \frac{\overline{v_s}}{\Theta_m - \Theta_w} \frac{d\Theta}{ds} \quad (16)$$

식 (14)~(16)에서와 같이 정의한 직관의 열전달율에 대한 곡관의 열전달율  $\overline{Nu_c}/\overline{Nu_s}$ 는 Fig. 9와 같이 표현된다. Dean수가 증가함에 따라  $\overline{Nu_c}/\overline{Nu_s}$ 는 마찰비  $f_c/f_s$ 의  $\kappa^{1/2}$ 에 선형적으로 증가하는 것보다 더 기울기가 큼을 볼 수 있다. 이는 마찰비는 2차유동에 기인된 주흐름속도의 구배에 의하여 결정되는 것에 비하여 열전달은 관의 단면 내벽에서 이루어지므로 내벽주위의 2차유동에 직접적인 영향을 받게 되므로 기울기가 커지는 경향을 볼 수 있다.

따라서 Dean수가 증가하면 내벽을 따라  $\psi=0^\circ \rightarrow \psi=180^\circ$ 로 강한 2차유동이 생성되므로 열전달율이 급격히 증가된다. 완전발달 흐름인 경우 직관의 열전달은 주흐름에 의한 속도구배와 유사한 온도구배가 형성되고 이 구배에 의한 열전달이 전도형태로 이루어지는 것에 비하여 곡관은 원심력에 의하여 형성된 2차유동이  $\psi=0^\circ$ 부의 차가운 유체가 내벽의 경계층으로 유입되므로 이 유동에

의하여 벽에서 유체내부로 전열이 일어나므로 곡관의 열전달율이 훨씬 크다. 부력이 증가하면 이러한 2차유동이  $\psi=0^\circ \rightarrow \psi=180^\circ$ 로 흐르는 것이 억제되어 열전달율이 떨어진다. 하지만 Dean수가 작은 영역에서 Grashof수가 큰 경우 원심력에 의한 2차유동보다는 부력에 의한 2차유동이 더욱 강하므로 이 유동에 의하여 열전달이 잘 되는데 이와 같은 경향을 Fig. 9에서 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

동심환형 곡관에서의 완전발달흐름에 대하여 내벽에서의 일정한 열전달이 있는 수치해를 구하였다. 2차유동은 원심력이 강하고 부력이 약한 영역에서는 2-컬레의 외류가 존재하지만 부력이 증가하면 내벽주위에는 강한 상승유동이 형성되어 비대칭적인 외류가 형성된다. 열유속은 대부분 곡률 바깥부로 최대점이 이동되어 열유속 구배가 커짐에 따라 열전달이 상승되지만 부력의 영향이 증대되면 상승하는 2차유동에 의하여 열유동의 최대점이 오히려 바깥부에서 중심부로 옮겨지게 되어 열전달이 줄어든다. 마찰비는 Dean수가 증가함에 따라  $\kappa^{1/2}$ 에 비례하여 증가하고 반경비가 증가하면 벽면의 점성 영향으로 마찰비의 크기는 줄어든다. 곡관에 대한 직관의 열전달율은  $\kappa^{1/2}$ 보다 더 큰 기울기로 증가하고 부력의 영향이 증가하면 2차유동이 약화되므로 그 크기는 줄어든다.

#### 기호설명

Re : Reynolds수  $(= \frac{W_m r_h}{\nu})$

Gr : Grashof수  $(= \frac{g \beta q r_h^4}{\nu^2 k})$

$\alpha$  : 반경 비  $(=r_i/r_o)$

$\delta$  : 외경을 기준으로 한 곡률 비  $(=r_c/R)$

$\delta_h$  : 수력반경을 기준으로 한 곡률 비  $(=r_c/R)$

$\kappa$  : Dean수  $(=2\delta_h^{1/2} Re)$

#### 참고문헌

1. Yao, L.S. and Berger, S.A.: "Flow in heated curved pipes", J. Fluid Mech., 88, 339-354 (1978).
2. Prusa, J. and Yao, L.S.: "Numerical solution for fully developed flow and heat transfer in helically coiled pipes", J. Fluid Mech., 123, 503-522 (1982).
3. Futagami, K. and Aoyama, Y.: "Laminar heat transfer in a helically coiled tube", Int. J. Heat Mass Transfer, 31, 387-396 (1988).

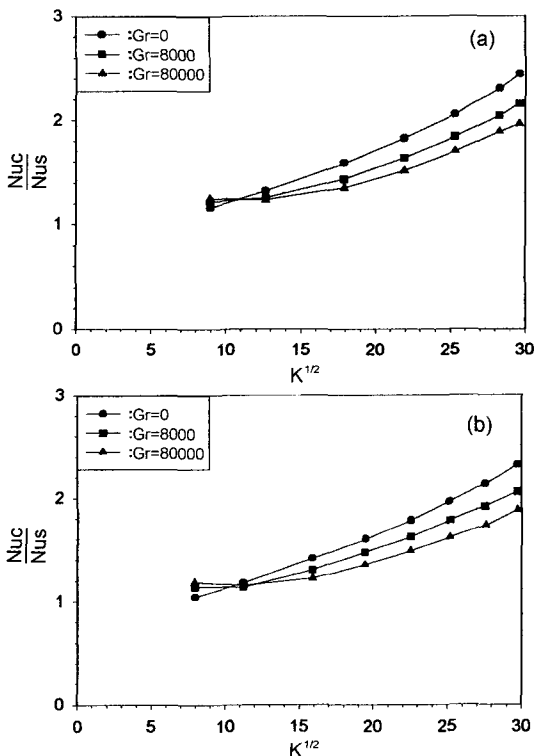


Fig. 9. Variation of the overall average Nusselt number ratio : (a)  $\alpha=0.2$ ; (b)  $\alpha=0.5$ .

4. Garimella, S., Richards, D.E. and Christensen, R.N.: "Experimental investigation of heat transfer in coiled annular ducts", J. Heat Transfer, 110, 329-336 (1988).
5. 최훈기, 박승오: 대한기계학회논문집, 제17권, 제11호 2867-2875 (1993).
6. Park, S.O. and Choi, H.K.: "Mixed Convection Flow in Curved Annulus: Effect of radius Ratio", Phys. Fluids A, 5(7), 1843-1845 (1993).
7. Soh, W.Y. and Berger, S.A.: "Fully developed flow in a curved pipe of arbitrary curvature ratio", Int. J. Numerical Methods in Fluids, 7, 733-755 (1988).