

## 저속 충격을 받는 복합 재료 적층판의 층간 분리 성장에 관한 연구

장창두\* · 송하철\* · 김호경\* · 허기선\*\* · 정종진\*\*\*

\*서울대학교 조선해양공학과

\*\*대우조선공업(주) 연구원

\*\*\*현대중공업(주) 연구원

## A Study on the Delamination Growth in Composite Laminates Subjected to Low-Velocity Impact

CHANG-DOO JANG\*, HA-CHEOL SONG\*, HO-KYUNG KIM\*, KI-SUN HUR\*\* AND JONG-JIN JEONG\*\*\*

\*Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University, Seoul, Korea

\*\*Daewoo Shipbuilding & Marine Engineering Co., Ltd., Geoje, Korea

\*\*\*Hyundai Heavy Industry Co. Ltd., Ulsan, Korea

**KEY WORDS:** Delamination Growth 층간 분리 성장, Composite Laminate 복합재료 적층판, Low-Velocity Impact 저속 충격 하중, Unit Load Method 단위 하중법, Virtual Crack Closure Technique 가상 균열 닫힘법

**ABSTRACT:** Delamination means that cracking occurs on the interface layer between composite laminates. In this paper, to predict the delamination growth in composite laminates subjected to low-velocity impact, the unit load method was introduced, and an eighteen-node- $D$  finite element analysis, based on assumed strain mixed formulation, was conducted. Strain energy release rate, necessary to determine the delamination growth, was calculated by using the virtual crack closure technique. The unit load method saves the computation time more than the re-meshing method. The virtual crack closure technique enables the strain energy release rate to be easily calculated, because information of the singular stress field near the crack tip is not required. Hence, the delamination growth in composite laminates that are subjected to low-velocity impact can be efficiently predicted using the above-mentioned methods.

### 1. 서 론

최근 들어 복합 재료 적층판은 선박 및 항공기 구조물 재료로서 광범위하게 이용되고 있다. 그러나, 복합 재료 적층판은 복잡한 파괴 현상을 나타내며 그 중에서 층간 분리는 가장 위험한 형태의 파괴 현상이다. 따라서 층간 분리에 대한 충분한 이해가 요구되고 있으며, 실제로 복합 재료 적층판에서 층간 분리 손상 영역에 대한 실험 및 수치해석을 통한 많은 연구가 이루어졌다(김형진 등, 1996). Klug et al. (1996)은 [0/90]<sub>s</sub> 와 [90/0]<sub>s</sub> 복합재 적층판을 압축력이 작용하는 동안에 요소 재분할함으로써 층간 분리 성장을 예측하였다. 최익현(1994)과 Kazie et al. (1993)은 여러 적층 순서를 갖는 복합 재료 적층판을 저속 충격을 받을 때 층간 분리 영역을 실험과 수치 해석을 수행하였다. Chen et al. (1996)은 인장력이 작용하는 복합 재료 적층판에서 가정된 층간 분리 영역의 절점들을 이중으로 두고 유한 요소 해석을 수행하여 층간 분리 성장을 예측하였다. 층간분리 성장을 해석하기 위해서 기존의 연구는 요소 재분할 과정을 거친으로써 컴퓨터 계산 등이 어려움이 많았다.

본 연구에서는 저속 충격 하중을 받는 [0<sub>4</sub>/90<sub>4</sub>]<sub>s</sub> 복합재 적층판의 층간 분리 성장을 예측하기 위해서 단위하중법과 유한요소법을 조합해서 에너지 해방률을 구하는 효율적인 방법을 제시하였다.

### 2. 변형 에너지 해방률

#### 2.1 가상 균열 닫힘 방법

가상 균열 방법(virtual crack closure technique)은 균열 넓이가  $\Delta a$ 만큼 증가할 때 구조물에 흡수되는 에너지는 그 균열이 가상적으로  $\Delta a$ 만큼 닫혀지기 위하여 필요한 일의 양과 같다라는 Irwin(1958)의 이론에 바탕을 둔 것으로서 균열이  $\Delta a$ 만큼 증가하기 위해서는 에너지 해방률 값이 그 균열에서  $\Delta a$ 만큼 증가하는 데 필요한 에너지( $G_c$ )에 도달해야 된다는 것이다. Fig. 1에서 각 모드의 변형 에너지 해방률식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_I &= \frac{1}{2\Delta a} [F_{zf}(w_{f_1} - w_{f_2})] \\ G_{II} &= \frac{1}{2\Delta a} [F_{yf}(v_{f_1} - v_{f_2})] \\ G_{III} &= \frac{1}{2\Delta a} [F_{xf}(u_{f_1} - u_{f_2})] \end{aligned} \quad (1)$$

\*1 저자 장창두 연락처: 서울시 관악구 신림9동 산 56-1  
02-880-7328 cdjang@snu.ac.kr

여기서  $G_I$ ,  $G_{II}$ ,  $G_{III}$ 는 각각 mode I, mode II, mode III의 에너지 해방률을 뜻한다.  $F_{xf}$ ,  $F_{yf}$ ,  $F_{zf}$ 는 각각 f 절점의 x,y,z 방향 성분 절점력이고,  $u_{f_1}$ ,  $u_{f_2}$ ,  $v_{f_1}$ ,  $v_{f_2}$ ,  $w_{f_1}$ ,  $w_{f_2}$ 는 각각 f1, f2 절점의 x,y,z 방향 성분 변위이다. 따라서, 전체 에너지 해방률은  $G = G_I + G_{II} + G_{III}$  이다.

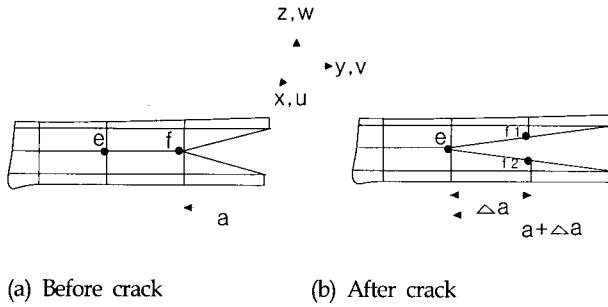


Fig. 1 Energy release rate using virtual crack closure technique

## 2.2 유한 요소 해석

단위 하중이 구조물에 작용하면 지지 부분에는 반력이 생기게 되며 부재에는 합응력이 생긴다. 단위하중 및 반력과 더불어 이를 합응력은 평형역계를 구성한다. 가상일의 원리에 의하면 구조물에 작은 가상 변위가 주어질 때, 외력이 하는 가상일은 내력이 하는 가상일과 같다. Fig. 2는 외력 P가 작용할 때 이중 절점을 갖는 층간 분리 영역을 요소 분할한 것이다.

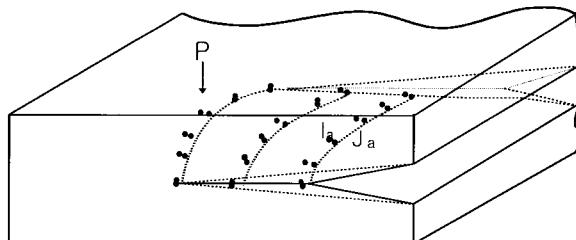


Fig. 2 Delamination growth using unit load method

따라서 단위 하중법에 의해 다음과 같이 수식화할 수 있다.

$$U = U^P + \sum_{a=1}^n (Q_{I_a} C^{F_I} + Q_{J_a} C^{F_J}) \quad (2)$$

여기서  $U^P$ 는 하중 P에 의한 층간 분리 영역의 열린 절점들의 변위 벡터이고,  $C^{F_I}$ 와  $C^{F_J}$ 는 각각 Ia 절점과 Ja 절점에서의 단위 하중에 의한 콤플라이언스 (compliance) 벡터이며,  $Q_{I_a}$ 와  $Q_{J_a}$ 는 각각 Ia 절점과 Ja 절점에서의 절점력이다. 그리고 n은 닫힌 절점의 총수(층간 분리 영역에서 층간 분리가 아직 일어나지 않은 절점수)이다.

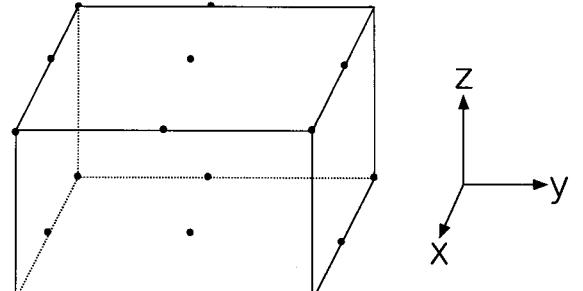


Fig. 3 18-nodes solid finite element

유한 요소 해석을 위한 요소는 assumed strain mixed formulation에 기초한 18절점 고체 요소를 사용하였다(Kim et al. 1988). 이 요소는 Fig. 3과 같이 형상비(길이/두께)가 큰 구조물에 잘 맞으며 적은 요소 수로 다른 요소들에 비해 보다 효율적인 계산을 할 수 있다. 변위 U의 두 번째 항은 다음과 같이 이중 절점의 기하학적인 적합 조건과 힘의 평형 조건으로 구할 수 있다.

$$U_{I_a} = U_{J_a} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} Q_{I_a} + Q_{J_a} &= 0 \\ \therefore Q_{I_a} &= -Q_{J_a} = Q_a \end{aligned} \quad (4)$$

일단 절점력과 변위가 얻어지면 에너지 해방률을 가상 균열 닫힘 방법으로 쉽게 계산할 수 있게 된다.

식 (2)로부터 임의의 절점  $I_s$ 의 전체 변위는 다음과 표현될 수 있다.

$$U_{I_s} = U_{I_s}^P + \sum_{a=1}^n (C_{I_s}^{F_I} Q_{I_a} + C_{I_s}^{F_J} Q_{J_a}) \quad (5)$$

여기서, 식 (4)를 적용하면 식 (5)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$U_{I_s} = U_{I_s}^P + \sum_{a=1}^n Q_a (C_{I_s}^{F_I} - C_{I_s}^{F_J}) \quad (6)$$

식 (6)의 유도 과정을 그대로  $J_s$  절점에 적용시키면 다음 식을 유도할 수 있다.

$$U_{J_s} = U_{J_s}^P + \sum_{a=1}^n Q_a (C_{J_s}^{F_I} - C_{J_s}^{F_J}) \quad (7)$$

여기서, 식 (3)을 식 (6)과 식 (7)에 적용하면 다음 식을 유도할 수 있다.

$$\sum_{a=1}^n Q_a (C_{I_s}^{F_I} + C_{J_s}^{F_I} - C_{I_s}^{F_J} - C_{J_s}^{F_J}) = U_{J_s}^P - U_{I_s}^P \quad (8)$$

식 (8)을 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$[C] \{Q\} = \{\Delta U^P\} \quad (9)$$

여기서,

$$\{Q\} = [Q_1^x \ Q_1^y \ Q_1^z \ \cdots \ Q_n^x \ Q_n^y \ Q_n^z]^T$$

$$\{\Delta U^P\} = [\Delta U_1^{px} \ \Delta U_1^{py} \ \Delta U_1^{pz} \ \cdots \ \Delta U_n^{px} \ \Delta U_n^{py} \ \Delta U_n^{pz}]^T$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{1x}^1 & C_{1x}^2 & \cdots & C_{1x}^n \\ C_{1y}^1 & C_{1y}^2 & \cdots & C_{1y}^n \\ C_{1z}^1 & C_{1z}^2 & \cdots & C_{1z}^n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{nx}^1 & C_{nx}^2 & \cdots & C_{nx}^n \\ C_{ny}^1 & C_{ny}^2 & \cdots & C_{ny}^n \\ C_{nz}^1 & C_{nz}^2 & \cdots & C_{nz}^n \end{bmatrix}$$

식 (9)로부터 절점력을 다음 식에 의해서 구할 수 있다.

$$\{Q\} = [C]^{-1} \{\Delta U^P\} \quad (10)$$

따라서, 각각의 이중 절점에서 충간 분리가 일어날 때 전체 변위차는 임의의 s 절점에 대하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\{\Delta U\}_s = \{\Delta U^P\} + [C]_s \{Q\}_s \quad (11)$$

여기서,  $\{\Delta U^P\}$ 는 충간 분리 영역내 하중 P에 의한 s 절점의 변위차이고,  $[C]_s$ 는 s 절점이 열리는 때의 컴플라이언스 행렬(compliance matrix)이며,  $\{Q\}_s$ 는 s 절점이 열리는 때의 충간 분리 영역에서 절점력이다.

### 3. 해석 대상

#### 3.1 복합 재료 적층판과 충격체

본 연구에서 고려된 복합 재료 적층판은 Hitex 46/F650 graphite/bismaleimide 이고, 형상은  $7.62cm \times 7.62cm \times 0.2cm$ 이며, 길이 대 두께 비는 약 38이다. 적층 순서는  $[0_1/90_1]s$ 이며 한 층의 물성치는 다음과 같다(최익현, 1994).

$$E_1 = 177.8 \text{ GPa}, E_2 = E_3 = 12.4 \text{ GPa}$$

$$\text{Poisson's ratio } \nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0.39$$

$$\text{thickness } h = 0.125 \text{ mm}$$

$$\text{critical energy release rate } G_C = 472 \text{ J/m}^2$$

충격체는 무게가 5.78 N이며 끝단 형상의 직경이 0.635 cm인 판구 형상의 물체이며 평판에 수직한 방향으로 Fig. 4 처럼 중심점에 충격을 가한다. 이 때 판의 경계 조건은 4면 모두 단순 지지인 경우에 대하여 해석한다. 본 연구에서는 직교 적층판의 대칭성을 활용하여 전체의 1/4에 대해서만 Fig. 5와 같은  $14 \times 4$  mesh 18 절점 고체요소를 사용하여 유한 요소 해석을 수행하였다. 이 때, 충간분리 영역을 설정하고 충간 분리 영역에서는 이중 절점을 주고 그 외 영역에서는 한 절점으로 요소 분할한다. 저속 충격 거동일 경우 선형 준정적(quasi static) 거

동과 동적 거동이 거의 일치하기 때문에 Fig. 6의 하중 이력(load history)를 이용하여 다음과 같은 선형 준정적 유한 요소 방정식을 이용할 수 있다(최익현, 1994; Razi and Kobayashi, 1993).

$$[K]\{U^P\} = F \quad (12)$$

이중 절점에는 단위 하중을 부여하여 컴플라이언스 C를 구하고, 에너지 해방률을 구하기 위해서 이중 절점에 작용하는 외력과 변위를 구한다.

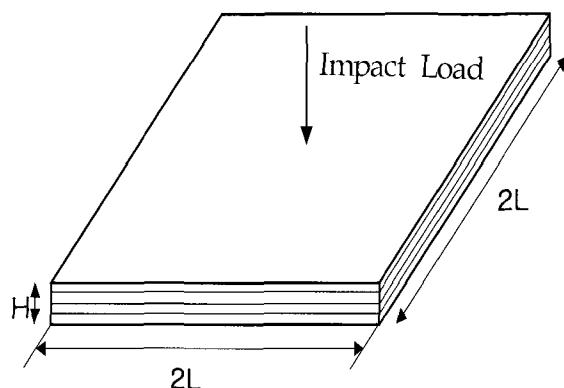


Fig. 4 Full model

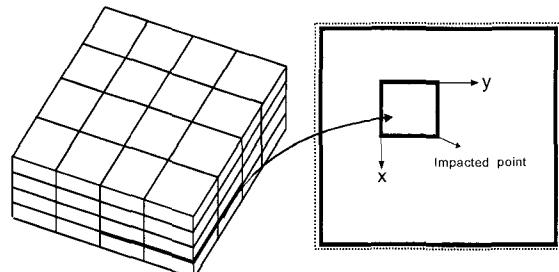


Fig. 5 Element-meshing

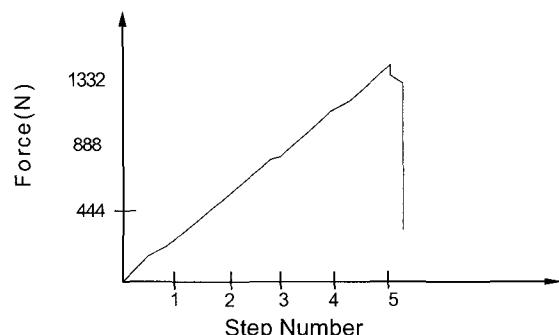
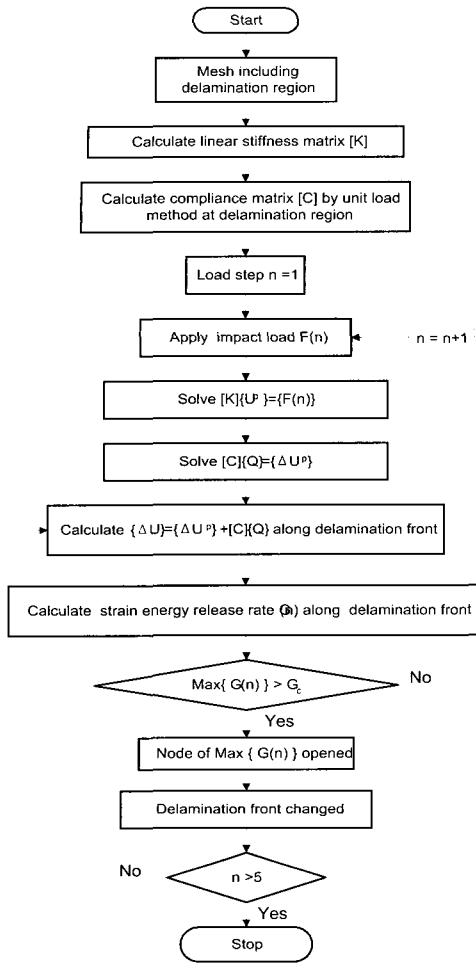


Fig. 6 Load history

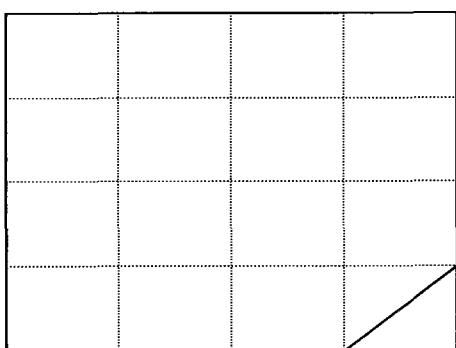
#### 3.2 충간 분리 성장 예측 알고리즘

본 논문에서 사용한 충간 분리 성장 예측 알고리즘은 Fig. 7과 같다.



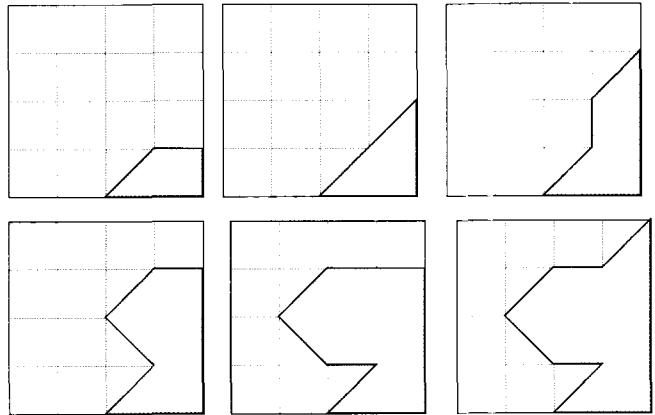
#### 4. 해석 결과

Fig. 8과 같이 하중이 작용하는 부분은 초기 파손이 됐다고 가정하였다. 중간 분리 경계(delamination front)위 각 절점들의 에너지 해방률 값이 임계 에너지 해방률 값보다 크면 그 절점에서 중간 분리 성장이 일어난다. 그리고 동일 경계에 임계 에너지 해방률을 넘는 절점들에서 대해서는 에너지 해방률 값이 큰 것부터 차례로 중간 분리 성장이 일어난다

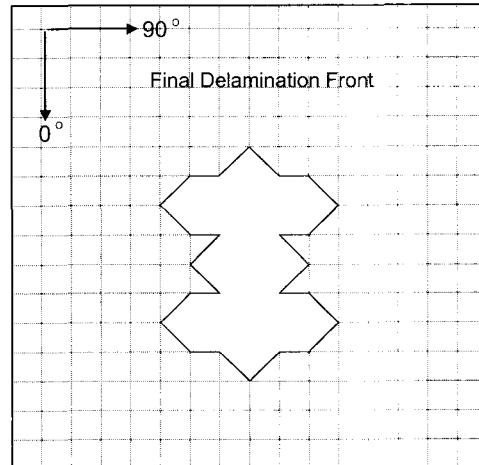


**Fig. 8 Initial condition**

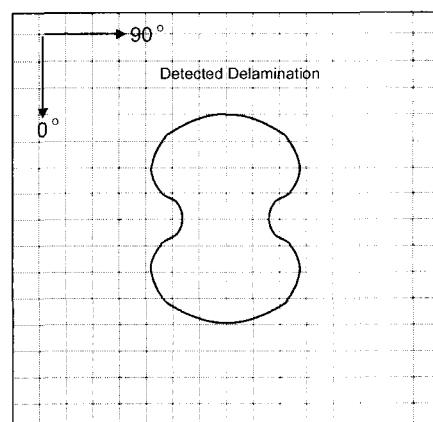
Fig. 9는 중간 분리 성장 과정이고 Fig. 10은 중간 분리 성장의 최종 단계를 복합재 적층판 전 부분에 생긴 모양이고 Fig. 11은 중간 분리 손상영역을 실험적으로 구한 결과이다(최익현 1994; Razi et al., 1993). Fig. 10과 Fig. 11은 비교하면 본 연구에서 수행한 해석과 실험에 의한 결과가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.



**Fig. 9 Delamination growth in sequence**



**Fig. 10 Delamination growth of full model in the last time step**



**Fig. 11 result of delamination experiment Razi and Kobayashi (1993)**

## 5. 결 론

본 연구에서는 저속 충격을 받는 복합 재료 적층판의 충간 분리 성장을 효율적으로 예측하기 위하여 단위 하중법을 도입하였으며, assumed strain mixed formulation에 기초한 18절점 3차원 유한 요소 해석을 수행하였다. 충간 분리 성장을 판단하기 위한 변형 에너지 해방률은 가장 균열 닫힘 방법을 이용하였다. 충간 분리 성장 해석 결과의 타당성을 기준의 실험 결과와의 비교를 통하여 검증하였다. 따라서, 충간 분리 성장을 효율적으로 예측하기 위한 해석적인 방법을 제시하였다. 본 연구의 의의를 찾을 수 있다. 이러한 해석 방법을 통하여 얻어지는 결론을 정리하면 다음과 같다.

- 1) Assumed strain mixed formulation에 기초한 18절점 유한 요소 해석의 장점을 다음과 같다.
  - 수립성이 좋다.
  - Spurious zero mode가 없다.
  - Shear locking을 피할 수 있다.
  - 적은 요소 수로 많은 절점들의 변위를 계산할 수 있다.
  - 형상비(길이/두께)가 큰 복합 재료 적층판에 적용 가능하다.
- 2) 충간 분리 성장 해석에 단위 하중법 도입으로 얻어지는 장점은 다음과 같다.
  - 경계 이동시 요소 재분할이 불필요하다.
  - 충간 분리가 일어 날 때의 변위의 정식화가 가능하다.
  - 충간 분리 영역 내에 절점력을 단순한 행렬 계산으로 구할 수 있다.
  - 충간 분리 영역 내에 변위를 쉽게 계산할 수 있다.
- 3) 가장 균열 닫힘 방법 적용으로 얻어지는 장점은 다음과 같다.
  - 단위 하중법을 적용할 수 있다.
  - 변형 에너지 해방률 계산이 용이하다.

## 후 기

본 연구는 해양수산부와 한국해양대학교의 지원으로 수행된 연구 결과 중 일부임을 밝히며, 연구비 지원에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- 김형진, 김종훈, 고성위, 김엄기 (1996). "CFRP 복합재료의 충간 파괴인성치에 미치는 수분의 영향", 한국해양공학회지, 제10권, 제4호, pp 75-83.
- 최익현 (1994). 저속충격을 받는 복합적층판의 거동과 손상에 대한 연구, 한국과학기술원 박사학위논문.
- Chen, D.J., Chan, W.S. and Wang, B.P. (1996). "An Efficient Method to Simulate One and Two-Dimensional Delamination Growth in Composite Laminates", Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol 15. pp 944-957
- Razi, H. and Kobayashi, A.S. (1993). "Delamination in Cross-Ply Laminated Composite subjected to Low-Velocity Impact," AIAA, Vol 31, No 8. pp 1498-1502
- Irwin, G.R. (1958). "Frature", Handbuch der Physik, Vol. 6.
- Klug, J., Wu, X.X. and Sun, C.T. (1996). "Efficient Modeling of Postbuckling Delamination Growth in Composite Laminates Using Plate Elements," AIAA, Vol 34, No 1, pp 178-206
- Kim, Y.H. and Lee, S.W. (1988). "A Solid Element Formulation For Large Deflection Analysis of Composite Shell Structures," Computers and Structures, Vol 30, No 1/2, pp 269-274

---

2002년 9월 16일 원고 접수

2002년 11월 26일 최종 수정본 채택