

지형곡면해석에 의한 토공량 계산에 관한 연구

문두열* · 정범석*
*동의대학교 토목공학과

A Study on Computing Pit Excavation Volume by Terrain Surface Approximation

DU-YEOL MUN* AND BEOM-SEOK JUNG*

*Department of Civil Engineering, Donggeui University, Busan, Korea

KEY WORDS: Pit Excavation Volume 토공량, Terrain Surface 지형곡면, Seashore Reclamation 해안매립, Natural Boundary Conditions 자연경계조건, Accuracy 정확도

ABSTRACT: The calculation of earthwork plays a major role in the plan or design phase of many civil engineering projects, such as eashore reclamation; and thus, it has become very important to improve upon its accuracy. There have been common drawbacks to arlier methods of ground profiling, such as dealing with sharp corners or the grid points of any two straight lines. In this paper, we ropose an algorithm for finding a terrain surface using the natural boundary conditions and the both direction spline method, which nterpolates the given three-dimensional data by using spline. As a result of this study, the algorithm of the proposed two methods to stimate pit excavation volume should provide a better accuracy than Spot height, Chambers, Chen, or Lin method. Also, the nathematical model mentioned offers maximum accuracy in estimating the volume of a pit excavation.

1. 서 론

항만공사같은 대규모의 매립공사에서 토공작업은 총공사비의 상당한 비중을 차지하므로 경제적인 시공을 위하여 절·성토양은 정확하게 계산되어야 한다. 특히, 요즈음과 같이 토취장이나 토사장의 확보가 어려워 공사의 차질이 혼한 여건 속에서 실제지형과 부합되는 이론식의 결정은 매우 중요한 사안이다. 또한 저수지, 호수, 해안·해변지역 같이 지형의 형상이 직선이 아니고 불규칙한 곡선지형인 경우에는 면·체적계산은 그 경계식에 대한 수식가정을 합리적이고도 체계적으로 정립할 필요가 있다. 매립과 절취를 위한 토공량의 계산은 운송, 토질, 측량기술자들이 많이 이용하고 있는데 과거의 식들은 격자점들간의 관계를 선형으로 가정하여 토공량을 구하였는데 이것은 별로 실제지형과는 부합되지 못한다. 토공량계산에서 가장 중요한 것은 실제 지형표면의 형상과 부합되는 경계식의 결정인데 Vern and Price(1978)는 지형의 면적계산에서 격자점들 사이를 선형으로 가정하였는데, 이전에는 주로 1차선형식에 기초로 한 사다리꼴법칙이나 좌표법이 주된 방법이었다. 지형표면의 부분적 비선형해석은 Ahmed(1983)가 경계선에 대하여 최대, 최소, 변곡점을 고려한 2차곡선식 (Simpson 1법칙)과 1차직선의 사다리꼴식을 교대로 합한 종합면적식을 제시하였고,

그밖에 불규칙한 지형에 대해서는 Hoffman(1983), Brinker and Wolf(1984), Gerald and Wheatly(1984), Schmidt and Wong(1985)의 연구가 있었고, Hassan(1987)은 3차 보간다항식에 의해 지거가 3개인 Simpson 제1법칙, 지거가 4개인 Simpson 제2법칙을 유도하였다. Easa(1988)는 Lagrange 다항식에 의한 Simpson 제1법칙을 유도하였고, Chambers(1989)는 격자간격을 이전과는 달리 부등간격으로 나누어 구하였다. Chen and Lin(1991)은 3차 Spline 보간다항식을 이용하여 절토량을 구하는 식을 개발하였고, Easa(1992)는 Chen과 Lin방법의 문제점을 몇가지 더 언급하였으며, Easa(1998)는 3차 Hermite 다항식에 기초한 식을 유도하여 체적을 구하였으며 실제 지형과 유사한 곡면을 나타내는 장점이 있는 복합식을 제시하였다.

국내의 경우에는 1980년대 중반부터 1995년까지 토공량계산에 대한 직접적인 이론에 대한 연구보다 과거의 단순한 식 즉, 좌표법, 양단면평균법, Simpson 1, 2법칙을 주연구(예측모델연구, 초구장의 규모 결정, 도로의 최적노선 선정, 수치표고모형의 정확도비교 등)의 결과비교를 위하여 간단히 이용하는 수준에 불과하였다(문두열, 1994, 1995, 1997, 2002).

본 연구에서는 spline방법을 양방향으로 적용한 식(제안식A)을 개발하며, 자연경계조건과 주어진 3차원 데이터를 지나는 3차 스플라인 곡면을 구하기 위하여 3차 B-스플라인식(제안식B)을 주어진 3차원 표고데이터를 지나는 스플라인 곡면을 구하는 알고리즘을 제시하고자 한다. 그리고 결과식에 대한 정확도는 점고법, Chambers법, Chen과 Lin법과 비교하였으며 또한,

제1저자 문두열 연락처: 부산광역시 부산진구 가야동 산24
051-890-1635 dymun@dongeui.ac.kr

검사의 기준이 되는 최확토평공량은 수학적 함수식으로 절대값에 가깝도록 인위적으로 구하므로써 지금까지와는 달리 보다 더 개선된 토평공량 계산방법을 개발한다.

2. 수치해석에 의한 토평공량 계산

2.1 Chambers법

Easa(1988)의 등간격식을 응용하였는데 지형을 사각형블록으로 놓고 변곡점을 고려하여 부등간격으로 x 와 y 축에 평행하게 각각 m 과 n 간격으로 나눈다. 다시말해 x 축을 따라 가로폭 길이 h_0, h_1, \dots, h_{m-1} 와 y 축을 따라 세로폭 길이 k_0, k_1, \dots, k_{n-1} 를 최대최소점을 고려하여 격자를 일정크기로 나눈다. 격자간격이 (2)×(2)일 경우 체적 V_1 는 가로축 x 의 격자간격을 h_0 와 h_1 라 하고 세로축 y 의 격자간격을 k_0 와 k_1 이면 표고높이 즉, 절토곡을 $f(x, y)$ 로 놓고 중점분으로 체적을 구한다. 이것은 x, y 양방향에 대해 지저의 수가 3개씩이므로 2차식으로 각각 놓고 적분한다.

$$V_1 = \int_{x_0}^{x_m} \int_{y_0}^{y_n} f(x, y) dy dx \quad (1)$$

(1)식을 일반식으로 나타내면 식 (2)와 같다.

$$V_1 = \frac{(k_0 + k_1)(h_0 + h_1)}{6} \sum_{j=0}^2 \sum_{i=0}^2 a_i c_j f_{ij} \quad (2)$$

여기서, 각 계수는 다음과 같다.

$$a_0 = \frac{(2h_0 - h_1)}{h_0}, \quad c_0 = \frac{(2k_0 - k_1)}{k_0} \quad (3)$$

$$a_1 = \frac{(2h_0 - h_1)^2}{h_0 h_1}, \quad c_1 = \frac{(2k_0 - k_1)^2}{k_0 k_1} \quad (4)$$

$$a_2 = \frac{(2h_0 - h_1)}{h_1}, \quad c_2 = \frac{(2k_0 - k_1)}{k_1} \quad (5)$$

그리고 격자간격 가로(3)×세로(3)의 체적 V_2 는 다음과 같다.

$$V_2 = \frac{(k_0 + k_1 + k_2)(h_0 + h_1 + h_2)}{144} \sum_{j=0}^3 \sum_{i=0}^3 b_i d_j f_{ij} \quad (6)$$

2.2 Chen and Lin법

$m(x)$ 와 $n(y)$ 간격으로 나누고 교점 (x_i, y_j) 에서 절토깊이가 f_{ij} 이면 간격 $[(x_i, y_0), (x_i, y_n)]$ 에서 3차 spline 다항식을 이용하면 x 방향에서 3차 다항식 $S_{i,0}, S_{i,1}, \dots, S_{i,n-1}$ 을 유도할 수 있다. 이들 3차 spline 다항식은 $(S_{i,j})_{j=0}^{n-1}$ 로 나타낼 수 있다.

$$(S_{i,j})_{j=0}^{n-1} = a_{i,j} + b_{i,j}(y - y_j) + c_{i,j}(y - y_j)^2 + d_{i,j}(y - y_j)^3 \quad (7)$$

마찬가지로 $(S_{i,j})_{i=0, j=0}^{m-1, n-1}$ 로 표시되는 $x = x_0, x_1, \dots$ 과 $x = x_m$ 방향에서 $(m+1) \times n$ 3차 spline 다항식을 얻을 수 있다. 위의 식을 이용하여 점 $f_{0,k}, f_{1,k}, \dots, f_{m,k}$ 와 간격 $[(x_0, y_k), (x_m, y_k)]$ 에서 기선 $y = y_k (z=0)$ 을 통과하는 곡선사이의 면적을 계산하기 위한 식 A_{yk} 는,

$$A_{yk} = \int_{x_0}^{x_m} (S_{i,j})_{i=0}^{m-1} (x) dx \quad (8)$$

이다. 마찬가지로 점 $f_{0,k+1}, f_{1,k+1}, \dots, f_{m,k+1}$ 와 간격 $[(x_0, y_{k+1}), (x_m, y_{k+1})]$ 에서 기선 $y = y_{k+1} (z=0)$ 을 통과하는 곡선사이의 면적 A_{yk+1} 은,

$$A_{yk+1} = \int_{x_0}^{x_m} (S_{i,j})_{i=0}^{m-1} (x) dx \quad (9)$$

이다. 이들 두 평행선 $y = y_k$ 와 $y = y_{k+1}$ 사이의 거리가 매우 작다고 가정하면 즉, $\Delta y = y_{k+1} - y_k$ 가 0에 가깝다면 A_{yk} 와 A_{yk+1} 사이의 절토량을 계산하기 위하여 아래와 같이 양단면법을 이용하는 것이 합리적이다.

$$V = \frac{(A_{yk} + A_{yk+1}) \Delta y}{2} \quad (10)$$

절토량을 계산하기 위한 식은 $V = \sum V_k$ 이 되고 식은 3차 spline 체적식으로 정의된다.

2.3 x,y 양방향 적용(제안식A)

그런데 Chen and Lin법은 격자점의 양쪽방향(x, y 축)중 한쪽 방향만 spline보간을 취하기 때문에 격자간격이 넓은 경우 양단면 평균법에 의한 체적계산은 오차를 수반할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 앞면의 단면적

$$A_{yk} = \sum_{i=1}^m \int_{x_{i-1}}^{x_i} S_{i-1,k}(x) dx \quad (11)$$

를 먼저 구한 후 뒷면의 단면적을 구한다.

$$A_{yk+1} = \sum_{i=1}^m \int_{x_{i-1}}^{x_i} S_{i-1,k+1}(x) dx \quad (12)$$

그리고 나서 y 축 방향으로 각 격자점에 3차 spline법을 적용하여 함수식을 평가하고 단위 격자구간을 s 등분하여 가상의 측정 격자점을 형성하였다. 따라서 제시된 방법에 의한 체적은 측정된 격자점과 격자점을 함께 고려하여 x 축 방향으로 3차 spline법을 적용 한 후 양단면평균법에 의해 계산한다. 즉, A_{yk} 와 A_{yk+1} 사이의 절토량은 다음과 같은 식에 따라 평가된다.

$$V_k = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{s-1} (A_{yk,p} + A_{yk,p+1}) \frac{\Delta y_k}{s} \quad (13)$$

여기서, $A_{yk,1} = A_{yk}, A_{yk,s} = A_{yk+1}$ 이다.

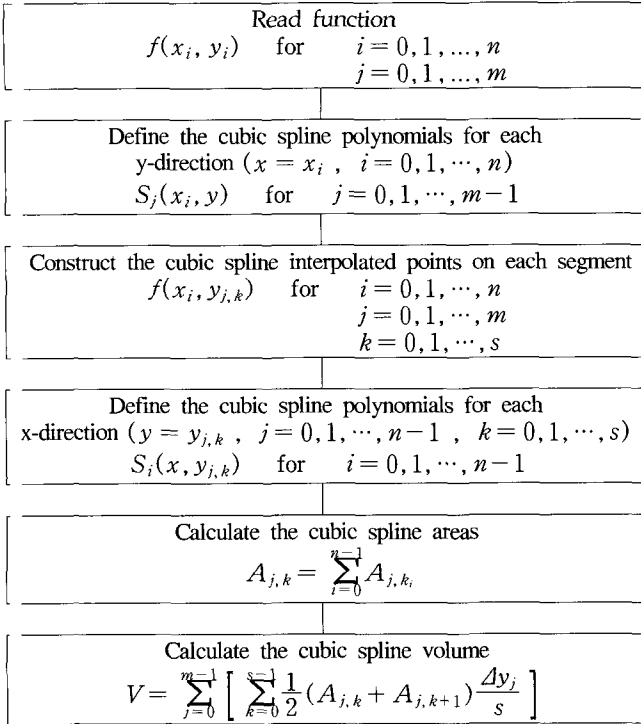


Fig. 1 Flow chart of a proposed equation A

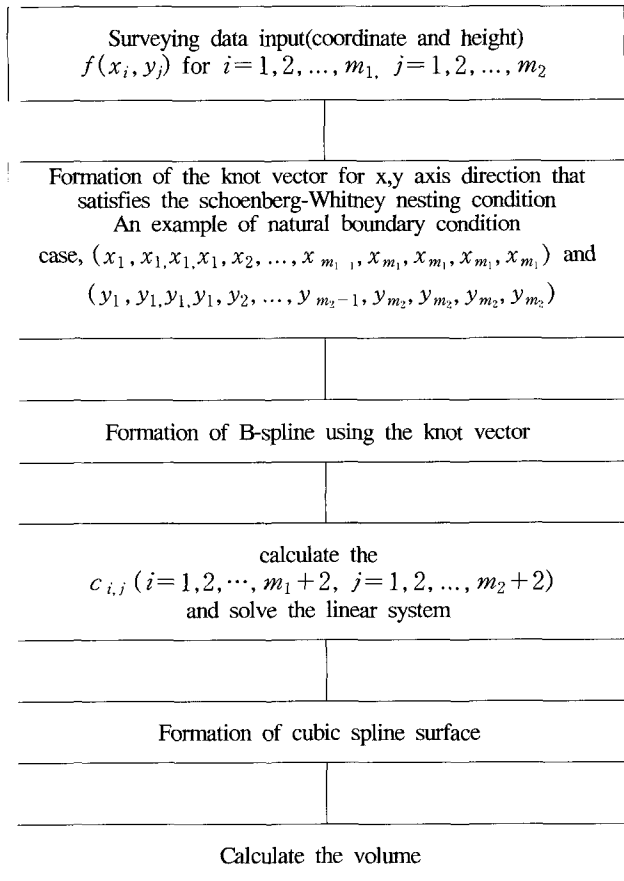


Fig. 2 Flow chart of a proposed equation B

2.4 자연경계조건을 만족하는 스플라인 곡면(제안식B)

주어진 2차원 데이터 $(x_i, y_i)_{i=1}^n$ 이 주어졌을 때, $g(x_i) = y_i, i = 1, 2, \dots, n$ 와 자연경계조건을 만족하는 3차 스플라인 곡선이 유일하게 존재하기 위한 충분조건인 Schoenberg-Whitney nesting 조건을 만족하는 knot 벡터를 선택할 수 있다. 예를 들면, knot 벡터 $(x_1, x_1, x_1, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_{n-1}, x_{n-1}, x_{n-1}, x_n)$ 은 자연경계조건을 만족하고 주어진 n 개의 데이터를 만족하는 유일한 3차 스플라인 곡선을 생성시키는 $(n+2)$ 개의 일차독립인 3차 B-스플라인 함수들을 유도한다. 이제 3차원 데이터를 지나고 자연경계조건을 만족하는 3차 스플라인 곡면을 구하자. 여기서 $a = x_1 < x_2 < \dots < x_{m_1} = b$, 라고 하고, $f_{i,j} = f(x_i, y_j)$ 라고 하면 x 축과 y 축에 대한 knots 벡터를 각각 $(x_1, x_1, x_1, x_1, x_2, \dots, x_{m_1-1}, x_{m_1}, x_{m_1}, x_{m_1}, x_{m_1})$ 와 $(y_1, y_1, y_1, y_1, y_2, \dots, y_{m_2-1}, y_{m_2}, y_{m_2}, y_{m_2}, y_{m_2})$ 을 택하면 Schoenberg-Whitney nesting 조건을 각각 만족한다(Easa, 1992).

그러므로 x 축에 대한 (m_1+2) 개의 3차 B-스플라인 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{m_1}, \phi_{m_1+1}, \phi_{m_1+2}$ 을 생성하고, y 축에 대한 (m_2+2) 개의 3차 B-스플라인 $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{m_2}, \psi_{m_2+1}, \psi_{m_2+2}$ 을 생성함으로써 공간 $S_1 = \text{span} \{ \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{m_1}, \phi_{m_1+1}, \phi_{m_1+2} \}$, 공간 $S_2 = \text{span} \{ \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{m_2}, \psi_{m_2+1}, \psi_{m_2+2} \}$ 라고 정의하면, 자연경계조건을 만족하고 $(m_1 \times m_2)$ 개의 주어진 데이터를 지나가는 3차 스플라인 곡면 $g(x, y)$ 은 tensor product 공간 $S_1 \otimes S_2$ 에서 유일하게 존재하고 다음과 같이 구할 수 있다.

$$g(x, y) = \sum_{p=1}^{m_1+2} \sum_{q=1}^{m_2+2} c_{p,q} \phi_p(y) \psi_q(x) \tag{14}$$

라고 하면 주어진 데이터를 지나야 함으로 모든 i, j 에 대하여

$$\sum_{p=1}^{m_1+2} \sum_{q=1}^{m_2+2} c_{p,q} \psi_q(y_j) \phi_p(x_i) = f_{i,j} \tag{15}$$

을 만족하여야 한다. 식 (15)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_{p=1}^{m_1+2} d_{p,j} \phi_p(x_i) = f_{i,j} \tag{16}$$

$$\sum_{q=1}^{m_2+2} c_{p,q} \psi_q(y_j) = d_{p,j} \tag{17}$$

자연경계조건을 고려하면 식 (16)은 행렬의 크기가 $(m_1+2) \times (m_1+2)$ 인 유일한 해를 갖는 선형시스템이며, 이 선형시스템의 해를 이용하여 다시 자연경계조건을 고려하면 식 (17)도 행렬의 크기가 $(m_2+2) \times (m_2+2)$ 인 유일한 해를 갖는 선형시스템이다. 식 (17)로부터 유도된 해를 식 (14)

에 대입함으로써 구하고자 하는 3차 스플라인 곡면을 구할 수 있다. 그러므로 3차 스플라인 곡면을 이용한 체적은 식 (14)로부터 다음과 같이 쉽게 계산된다.

$$\sum_{p=1}^{m_1+2} \sum_{q=1}^{m_2+2} c_{p,q} \int_c^d \phi_q(y) dy \int_a^b \phi_p(x) dx \quad (18)$$

3. 실험 및 고찰

본 연구의 실험을 위한 대상지형은 아래의 수학적 함수식(Z)에 의한 표고자료로서 전체의 모형지형을 만들고, 각 지형의 체적은 증적분에 의하여 절대값에 가까운 값을 구한다. 각 식의 정확도비교를 위하여 기존의 방법인 Chen과 Lin법, 점고법, Chambers법과 본 연구에서 제안한 방법A와 방법B를 비교를 하기로 한다. 여기서 실험지형1, 2의 지형은 x, y 양방향으로 굴곡이 심한 지형이며 제안식A와 비교하였으며 실험지형3,4,5에서는 각 모델의 정의된 구역을 가로축(x) 전체길이가 120m 이고 세로축(y)이 90m인 경우로 제한했으며 주어지는 데이터를 불규칙적인 격자점에서 주어진다고 가정하였다. 즉 첫 번째 경우는 x축의 1, 21, 41, 61, 81, 101, 121과 y축의 1, 26, 36, 66, 81, 91에 의한 격자점에서의 각 함수 값이 주어진 데이터이고(Case 1), 두 번째 경우는 x축의 1, 16, 46, 56, 91, 101, 121과 y축의 1, 19, 37, 55, 73, 91에 의한 격자점에서의 각 함수 값이 주어진 데이터이고(Case 2), 세 번째 경우는 x축의 1, 16, 46, 56, 91, 101, 121과 y축의 1, 26, 36, 66, 81, 91에 의한 격자점에서의 각 함수 값이 주어진 데이터(Case 3)로 하였다. 실험지형1은 가로축(x) 전체길이가 120m이고 세로축(y)이 90m인 경우, Table 1과 같으며 아래의 함수식에 의하여 표고를 구하여 토공량을 계산하였다.

$$Z = F(x, y) = 11 + \frac{\left(\frac{x}{60}\right)^3 \left(\frac{y}{50}\right) - \left(\frac{x}{60}\right) \left(\frac{y}{50}\right)^3}{\left(\frac{x}{60}\right)^2 + \left(\frac{y}{50}\right)^2} \quad (19)$$

여기서 x와 y의 범위는 $1 \leq x \leq 361$, $1 \leq y \leq 301$ 이고 간격은 60m이다. 실험지형2에서는 아래의 함수식에 의하여 표고를 구하여 토공량을 계산하였다.

$$Z = F(x, y) = 2 + \sin(0.02x) + 0.8 \sin(0.03y) \quad (20)$$

여기서 x와 y의 범위는 $1 \leq x \leq 361$, $1 \leq y \leq 301$ 이고 각 격자간격은 60m이다. 실험지형1은 지형의 굴곡변화가 비교적 완만한 구릉지이며, 실험지형2는 굴곡변화가 급격한 산악지로서 격자간격을 부등간격으로 취하였다. Table 3에서 나타난 것처럼 실험지형1의 정확도는 제안된 방법-Chamber법-점고법-Chen과 Lin법 순이었으며 편차는 0.05~2.53%이었고, 실험지형2의 정확도는 제안된 방법(A)-Chamber법-Chen과 Lin법-점고법 순으로 편차는 0.88~2.53%였다. 특기할 만한 사항은 Chen과 Lin법의 오차가 약간 크게 나타났는데 이는 지형의 구조가 완만하므로 주어진 보간법으로는 그 장점을 살릴수가 없다. 그러나 제안된 방법은 타방법 보다 비교적 더 정확한 결과를 나

타내었으며 특히, 격자점 간격이 넓은 경우, 다시 말해 표고자료를 최소화 할 경우에는 제안된 방법이 훨씬 효과적이고 더 경제적이다. 실험지형3에서는 아래의 함수식에 의하여 표고를 구하며 간격을 달리(Case 1, Case 2, Case 3)하여 토공량을 계산하였다. Case 1,2,3에서 각각 56(8×7)개의 표고 데이터를 산출하여 적용하였다.

Table 1 Height data for x, y interval of experimental terrain 1

y \ x	1m	61m	121m	181m	241m	301m	361m
1m	11.00	11.02	11.04	11.06	11.08	11.10	11.12
61m	10.98	10.78	12.14	13.65	15.07	16.44	17.76
121m	10.96	9.28	10.12	12.58	15.54	18.56	21.51
181m	10.94	7.86	7.16	9.03	12.51	16.72	21.20
241m	10.92	6.52	4.18	4.64	7.51	11.97	17.33
301m	10.90	5.22	1.31	0.13	1.72	5.55	10.98

Table 2 Height data for x, y interval of experimental terrain 2

y \ x	1m	61m	121m	181m	241m	301m	361m
1m	2.04	2.96	2.68	1.56	1.03	1.76	2.83
61m	2.79	3.71	3.43	2.31	1.78	2.51	3.58
121m	1.64	2.56	2.29	1.16	2.63	1.36	2.43
181m	1.42	2.34	2.06	0.94	0.40	1.14	2.20
241m	2.67	3.59	3.31	2.19	1.66	2.39	3.45
301m	2.33	3.25	2.97	1.85	1.31	2.05	3.11

Table 3 Application results of an experimental terrain 1, 2

Method	Example1		Example2	
	Volume (m³)	Error (%)	Volume (m³)	Error (%)
Exact volume	1187577	-	240569.7	-
Spot	1183230	0.37	234495.0	2.53
Chambers	1173822	1.16	243862.3	1.37
Chen and Lin	234495.0	2.53	234641.9	2.46
Proposed (A)	1186982	0.05	238449.7	0.88

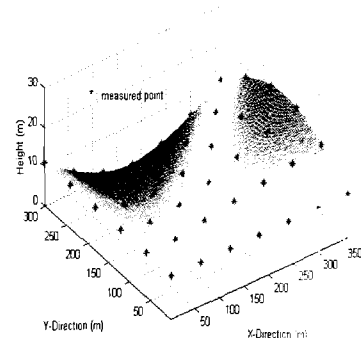


Fig. 3 A terrain of experimental surface 1

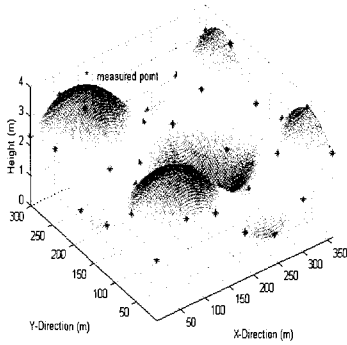


Fig. 4 A Terrain of experimental surface 2

$$z = f(x, y) = \frac{y^2}{1000} + \frac{xy^2}{10000} + \frac{x^2}{1000} \quad (21)$$

$$1 \leq x \leq 121, 1 \leq y \leq 91$$

$$V = \int_1^{91} \int_1^{121} f(x, y) dx dy \approx 267,160.68 m^3 \quad (22)$$

실험지형4에서는 아래의 함수식에 의하여 표고를 구하며 간격을 달리(Case 1, Case 2, Case 3)하여 토공량을 계산하였다.

$$z = f(x, y) = \frac{20 + y\sqrt{y}}{10\sqrt{x}} \quad (23)$$

$$V = \int_1^{91} \int_1^{121} f(x, y) dx dy \approx 66,795.76421 m^3 \quad (24)$$

실험지형5에서는 아래의 함수식에 의하여 표고를 구하며 간격을 달리(Case 1, Case 2, Case 3)하여 토공량을 계산하였다.

$$z = f(x, y) = 50 e^{-((\frac{x-60}{40})^2 + (\frac{y-45}{30})^2)} \quad (25)$$

$$V = \int_1^{91} \int_1^{121} f(x, y) dx dy \approx 175,877.6457 m^3 \quad (26)$$

실험지형3,4,5의 표고자료에 제안식 A, B와 그 밖의 다른 방법을 적용한 결과는 Table 4,5,6과 같다. 실험지형3에서의 정확도 ≒ Table 4에서 나타난 것처럼 Chamber법-제안된 방법(B)-제안된 방법(A)-Chen과 Lin법-점고법 순이었는데 편차는 약 0.3~1.5%이었는데, Chamber법이 정확한 것은 지형이 1차직선에 가까운 평탄지이므로 보간법의 장점을 제대로 살릴 수 없기 때문이다.

실험지형4의 정확도는 제안된 방법(B)-제안된 방법(A)-Chamber법-Chen과 Lin법-점고법 순으로 편차는 약 0.5~1.7%였다. 특히 점고법의 오차가 크게 나타나고 있다. 그리고 실험지형5의 정확도는 제안된 방법(A)-제안된 방법(B)-Chamber법-Chen과 Lin법-점고법 순으로 편차는 약 0.4~8%였다. 특히 점고법의 오차가 크게 나타나고 있다. 따라서 제안된 방법이 평탄지, 구릉지, 가파른 지형 모두 타방법 보다 비교적 더 정확한 결과를 나타내었으므로 토공량 계산방법에서 더 효과적이며 경제적이다.

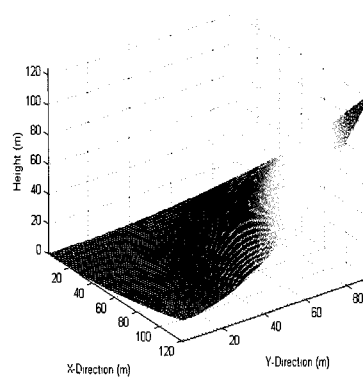


Fig. 5 A Terrain of experimental surface 3

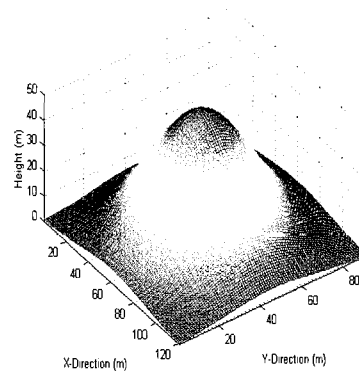


Fig. 6 A Terrain of experimental surface 4

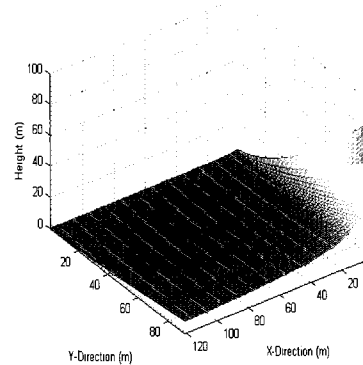


Fig. 7 A Terrain of experimental surface 5

Table 4 Application results of experimental terrain 3

Method	Case1		Case2		Case3	
	Volume (m ³)	Error (%)	Volume (m ³)	Error (%)	Volume (m ³)	Error (%)
Exact volume	267160.68	-	267160.68	-	267160.68	-
Spot	274691.25	2.82	272550.60	2.02	275226.19	3.02
Chambers	267157.05	0.00	267158.42	0.00	267163.92	0.00
Chen and Lin	274040.38	2.58	271342.35	1.57	274020.90	2.57
Proposed (A)	268093.50	0.34	267717.67	0.21	268075.05	0.34
Proposed (B)	268,039.55	0.33	267,681.53	0.19	268,011.72	0.32

Table 5 Application results of experimental terrain 4

Method	Case1		Case2		Case3	
	Volume (m ³)	Error (%)	Volume (m ³)	Error (%)	Volume (m ³)	Error (%)
Exact volume	66795.76	-	66795.76	-	66795.76	-
Spot	85505.75	28.01	80424.45	20.40	80981.81	21.24
Chambers	77848.03	16.55	69100.93	3.45	69171.40	3.56
Chen and Lin	80040.47	19.83	69290.10	3.73	69767.27	4.45
Proposed (A)	79027.91	18.31	68734.11	2.90	68882.41	3.12
Proposed (B)	79,013.37	18.30	68,725.17	2.90	68,881.02	3.10

Table 6 Application results of experimental terrain 5

Method	Case1		Case2		Case3	
	Volume (m ³)	Error (%)	Volume (m ³)	Error (%)	Volume (m ³)	Error (%)
Exact volume	175877.65	-	175877.65	-	175877.65	-
Spot	165404.00	5.96	167893.88	4.54	160849.00	8.54
Chambers	180296.47	2.51	174240.48	0.93	179909.65	2.29
Chen and Lin	167160.13	4.96	173870.38	1.14	166573.73	5.29
Proposed (A)	176636.05	0.43	176726.60	0.48	176016.42	0.08
Proposed (B)	176,734.67	0.50	176,747.92	0.50	176,114.72	0.10

4. 결 론

지금까지 본 연구에서는 토공량 계산의 정확도 향상을 위하여 스플라인 곡면법을 구하여 그것을 이용한 토공량 계산을 위한 알고리즘과 프로그래밍에 필요한 수학적 내용을 기술하였으며 제시된 모든 수치적 계산 결과는 Maple 프로그램을 이용하여 계산하였고, 제시한 두가지방법(A,B)과 기존의 방법들을 비교 분석하였다.

- (1) 점고법, Chamber법, Chen과 Lin법, 제시된 방법(A,B)에 대하여 신속하고도 간편하게 적용하기 위하여 컴퓨터 프로그래밍하였다. 그리고 이론식의 올바른 검정을 위하여 지형의 형태와 검사용 기준 토공량을 주어진 수학적식으로 절대값에 가깝도록 인위적으로 구할 수 있으므로 앞으로 토공량식의 결과비교를 더욱 정확하게 할 수 있도록 하였다.
- (2) 실험지형1은 지형의 굴곡변화가 비교적 완만한 구릉지이며, 실험2는 굴곡변화가 급격한 산악지로서 격자간격을 부등간격으로 취하였다. Table3에서 나타난 것처럼 실험지형1의 정확도는 제안된 방법(A)-Chamber법-점고법-Chen과 Lin법 순이었으며 편차는 0.05~2.53%이었고, 실험지형2의 정확도는 제안된 방법-Chamber법-Chen과 Lin법-점고법 순으로 편차는 0.88~2.53%였다. 특히할 만한 사항은 Chen과 Lin법의 오차가 약간 크게 나타났는데 이는 지형의 구조가 완만하므로 주어진 보간법으로는 그 장점을 살릴 수가 없다. 그러나 제안된 방법(A)는 타방법 보다 비교적 더 정확한 결과를 나타내었으며 특히, 격자점 간격이 넓은 경우, 다시말해 표고자료를 최소화 할 경우에는 제안된 방법이 훨씬 효과적이고 더 경제적이다. 실험지형3에서의 정확도는 Chamber법-제안된 방법(B)-제안된 방법(A)-Chen과 Lin법-점고법 순이었는데 편차는 약 0.3~2.5%이었는데, Chamber법이 정확한 것은 지형이 1차직선에 가까운 평탄지이므로 역시 보간법의 장점을 제대로 살릴 수 없기 때문이다. 실험지형4의 정확도는 제안

된 방법(B)-제안된 방법(A)-Chamber법-Chen과 Lin법-점고법 순으로 편차는 약 0.5~17%였다. 특히 점고법의 오차가 크게 나타나고 있다. 그리고 실험지형5의 정확도는 제안된 방법(A)-제안된 방법(B)-Chamber법-Chen과 Lin법-점고법 순으로 편차는 약 0.4~8%였다. 특히 점고법의 오차가 크게 나타나고 있다. 따라서 제안된 방법이 평탄지, 구릉지, 가파른지형 모두 타방법 보다 비교적 더 정확한 결과를 나타내었으므로 토공량 계산방법에서 더 효과적이며 경제적이다.

- (3) 지형의 변화가 직선에 가까운 평탄한 지역에서는 spline보간법의 장점을 살릴 수가 없다. 지형끝점에서 갑자기 융기하는 돌출된 지형에서는 격자점간격을 가능한 좁게 취하여 표고자료를 구하여 계산해야 Chen과 Lin법 등 보간법의 정확도를 향상시킬 수 있음을 알았다.
- (4) Chen과 Lin이 제시한 방법은 한 좌표축(x축 또는 y축)을 고정된 후, 고정된 축에서의 2차원 데이터를 이용하여 3차 스플라인 곡선을 구하고 그 곡선을 사용하여 단면적을 구하며 그 단면적들의 평균을 이용하여 근사적인 토공량을 결정한다. 이는 토공량을 결정함에 있어, 한 축은 3차 곡선으로 근사 시키고, 다른 한 축은 1차 직선으로 근사 시키는 것과 같다. 여기서 제시한 방법(A)는 x축으로도 3차 스플라인 곡선으로 근사 시키고 동시에 y축으로도 3차 스플라인 곡선으로 근사 시키는 방법이므로 이 방법을 이용하여 토공량을 계산하면 실험에서 나타난 결과와 같이 일반적으로 Chen과 Lin이 제시한 방법보다 더욱 정확한 값을 얻을 수 있다.

후 기

본 연구는 2002년도 동의대학교 자체학술연구조성비에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 문두열 (1994). "수치표고모형의 정확도 향상을 위한 지형의 분류와 보간법의 적용에 관한 연구", 한국해양공학회지, 제8권, 제2호, pp 64-79.
- 문두열 (1995). "매립을 위한 토공량계산에 관한 연구", 한국해양공학회지, 제9권, 제2호, pp 61-70.
- 문두열 (1997). "해안매립을 위한 수평위치 결정에 관한 연구", 한국해양공학회지, 제11권, 제2호, pp 113-121.
- 문두열 (2002). "3차 B스플라인을 이용한 토공량계산에 관한 연구", 한국해양공학회지, 제16권, 제4호, pp 19-24.
- 박운용, 문두열, 차성열 (1991). "비선형해석에 의한 부등간격의 토공량에 계산에 관한 연구", 한국측지학회지, 제9권, 제2호, pp 19-36.
- Ahmed, F.A. (1983). "Area Computation Using Salient Boundary Points", J. Surveying Engrg. ASCE, Vol 109, No 1, pp 54-63.
- Binker, R.C. and Wolf, P.R. (1984). Elementary Surveying: Harper and Row, New York, USA.

- Chambers, D.W. (1989). "Estimating Pit Excavation Volume Using Unequal Intervals", J. Surveying Engrg. ASCE, Vol 115, No 4, pp 390-401.
- Chen, C.S. and Lin, H.C. (1991). "Estimating Pit-Excavation Volume Using Cubic Spline Volume Formula", J. Surveying Engrg. ASCE, Vol 117, No 2, pp 51-66.
- Ciaca, S.M. (1988). "Area of Irregular Region with Unequal Intervals", J. Surveying Engrg. ASCE, Vol 114, No 2, pp 50-58.
- Ciaca, S.M. (1992). "Discussion of Estimating Pit-Excavation Volume Using Cubic Spline Volume Formula", J. Surveying Engrg. ASCE, Vol 118, No 2, pp 66-67.
- Ciaca, S.M. (1998). "Smooth Surface Approximation for Computing Pit Excavation Volume", J. Surveying Engrg. ASCE, Vol 124, No 3, pp 125-133.
- Gerald, C.F. and Wheatly, P.O. (1984). Applied Numerical Analysis, Addison-Wesley, Menlo Park, CA, USA.
- Hassan, I.M. (1987). "Irregular Boundary Area Computation by Simpson's 3/8 rule", J. Surveying Engrg. ASCE, Vol 113 No 3, pp 127-132.
- Hoffman, L.D. (1983). Applied Calculus, McGraw-Hill, New York, USA.
- Schmidt, M.O. and Wong, K.W. (1985). Fundamentals of Surveying, PWS, Boston, MA. USA.
- Vern, J. and Price, W.F. (1978). Surveying for Engineers, The Macmillan Press Ltd., London, U.K.

2002년 5월 14일 원고 접수

2002년 11월 5일 최종 수정본 채택