

## 보 구조물에 대한 손상규명기법의 실험적 검증

조국래\* · 신진호\*\* · 이우식†

(2002년 3월 13일 접수, 2002년 10월 21일 심사완료)

### Experimental Verification of the Structural Damage Identification Method Developed for Beam Structures

Kooklae Cho, Jinho Shin and Usik Lee

**Key Words :** Structural Damage(구조손상), Damage Identification(손상규명), Beam(보), Vibration(진동), Frequency Response Function(주파수응답함수)

#### Abstract

In this paper, an experimental verification has been conducted for the frequency response function (FRF) - based structural damage identification method (SDIM) proposed for beam structures. The FRF-based SDIM requires the natural frequencies and mode shapes measured in the intact state and the FRF-data measured in the damaged state. Experiments are conducted for the cantilevered beam specimens with one slot and with three slots. It is shown that the proposed FRF-based SDIM provides damage identification results that agree quite well with true damage state.

#### 1. 서론

구조물에 손상이 발생하면 구조물의 진동응답, 고유진동수, 진동 모드(vibration mode), 모드 감쇠(modal damping) 등 구조물의 동특성이 변화한다. 따라서, 구조물의 동특성 변화를 역으로 이용하면 손상의 발생여부, 손상의 위치 및 크기 등을 규명할 수 있으며, 지금까지 유한요소모델 개선기법과 실험데이터 원용기법(experimental-data based method)을 포함한 다양한 구조물 손상검출기법이 문헌에 소개되고 있다.<sup>(1-8)</sup>

실험데이터 원용기법은 유한요소모델 개선기법과는 달리 구조모델의 개선과정을 통하여 손상을 규명하지 않고 실험데이터로부터 직접 구조물의 손상에 관한 정보를 얻어내는 방법으로써 이때에 활용되는 실험데이터의 종류에 따라 그 방법이 다양하게 분류된다. 여기에는 고유진동수, 진동모드,

모드감쇠 등의 모드 데이터(modal data), 연성행렬(flexibility matrix), 변형에너지(strain energy), 전달함수 매개변수(transfer function parameters), 잔존력(residual force), 탄성파동 특성, 기계적 임피던스(mechanical impedance), 주파수응답함수(FRF) 등이 포함된다. 실험데이터 원용기법에서 사용되고 있는 손상규명 알고리즘의 대부분이 FEM 모델에 기초한 고유치문제로부터 유도되었다.

Banks 등<sup>(5)</sup>은 모드 데이터를 구조물 손상규명에 사용하는 경우 몇 가지 단점이 있음을 지적하였다. 즉, 모드 데이터는 실측된 진동신호를 분석하여 이차적으로 도출되는 간접적 실험데이터로서 모드 데이터를 추출하는 과정에서 오차(error)의 발생이 불가피하다는 점, 그리고 충분한 양의 모드 데이터를 확보하기 위해서는 많은 개수의 센서가 동시에 필요한데 이것이 실제 상황에서 매우 비현실적이라는 점이다. 이에 반하여, FRF는 모드 데이터에 비하여 상대적으로 몇 가지 장점이 있다. 즉, FRF는 구조물로부터 직접 측정되는 일차적 실험데이터로서 이차적 가공에 따르는 오차가 배제되며, 공진주파수 부근의 제한된 영역의 FRF데이터로부터 추출되는 모드 데이터에 비하여 보다 광범위한 주파수 영역에서 훨씬 많은 손상정보를 제공할

\* 인하대학교 기계공학과

\*\* 회원, 인하대학교 기계공학과

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학과

E-mail : ulee@inha.ac.kr

TEL : (032)860-7318 FAX : (032)866-1434

수 있다는 점이다.<sup>(7)</sup> 따라서, 모드 데이터에만 의존하지 않고 손상정보가 포함된 FRF 데이터를 동시에 사용하기 위한 새로운 손상규명기법을 보 구조물을 대상으로 하여 본 연구자들이 기존의 연구<sup>(8)</sup>에서 제안한 바 있다. 이 구조손상규명기법은 FEM 모델에 근거하지 않고 보의 강제진동응답으로부터 직접 유도되었으며, 손상이 없는 정상 상태에서의 고유진동수와 진동모드, 그리고 손상이 발생된 상태에서 측정된 FRF를 기본 데이터로 요구한다.

본 논문에서는 본 연구자들이 제안한 구조손상규명기법에 대한 실험적 검증을 수행하였다. 제안된 구조손상규명기법을 먼저 간단히 소개한 후, 알루미늄 재료로 제작된 보 시편에 대하여 손상규명실험을 수행하고 그 결과를 평가하였다.

## 2. 손상검출이론

### 2.1 손상된 보의 운동방정식

대부분의 문헌에서 구조물에 발생한 손상의 존재와 그 영향을 손상된 부위에서 탄성계수 값의 저감으로 표현하고 있다.<sup>(4-9)</sup> 따라서, 손상의 크기와 분포상태를 손상분포함수  $d(x)$ 로 표현하면, 손상된 보의 굽힘강성을 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$EI(x) = EI[1 - d(x)] = EI - EI_D \quad (1)$$

여기서,  $EI$ 는 손상이 없는 정상적인 보의 굽힘강성을 나타내고,  $EI_D$ 는 손상으로 인한 굽힘강성의 감소량을 나타낸다. 식 (1)을 이용하여 손상을 갖는 베르누이-오일러 보의 운동방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.<sup>(8)</sup>

$$EIw'''' - (EI_D w'')'' + \rho A \ddot{w} = f(x, t) \quad (2)$$

여기서  $w(x, t)$ 는 보의 처짐,  $\rho A$ 는 단위길이당의 질량밀도,  $f(x, t)$ 는 외력을 나타낸다. 식 (2)에서 (')와 (·)은 각각 좌표  $x$ 와 시간  $t$ 에 대한 편미분을 나타낸다.

### 2.2 손상된 보의 진동응답

보의 한 점  $x = x_F$ 에 크기가  $F_0$ 인 조화력(harmonic force)을 가진주파수  $\omega$ 로 다음과 같이 가진한다고 가정한다.

$$f(x, t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (3)$$

이 경우 손상된 보의 강제진동응답은 식 (2)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$w(x, t) = \left[ \sum_m \frac{W_m(x)W_m(x_F)}{\Omega_m^2 - \omega^2} + \sum_n \sum_n \lambda_{mn} \frac{W_m(x)}{\Omega_m^2 - \omega^2} \frac{W_n(x_F)}{\Omega_n^2 - \omega^2} \right] F_0 e^{i\omega t} \quad (4)$$

여기서

$$\lambda_{mn} = EI \int_0^L d(x) W_m'' W_n'' dx \quad (5)$$

위 식에서  $L$ 은 보의 길이,  $W_m$ 과  $\Omega_m$ 은 손상이 없는 정상적인 보의 진동모드와 고유진동수를 나타낸다.<sup>(10)</sup> 식 (4)에서 손상의 영향이  $\lambda_{mn}$ 항을 통하여 나타남을 알 수 있다

하나의 손상이 구간  $(x_D - \bar{x}) \leq x \leq (x_D + \bar{x})$ 에 균일한 크기  $D$ 로 분포되어 있는 경우, 손상분포함수  $d(x)$ 는 Heviside함수  $H(x)$ 를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$d(x) = D \{ H[x - (x_D - \bar{x})] - H[x - (x_D + \bar{x})] \} \quad (6)$$

이 경우 식 (5)는 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda_{mn} = \left( EI \int_{x_D - \bar{x}}^{x_D + \bar{x}} W_m'' W_n'' dx \right) D \equiv k_{mn} D \quad (7)$$

여러 개의 손상, 즉  $N$ 개의 손상이 분포되어 있는 경우에 대하여 식 (6)을 다음식과 같이 일반화 할 수 있다.

$$\lambda_{mn} = \sum_{j=1}^N \left( EI \int_{x_{Dj} - \bar{x}_j}^{x_{Dj} + \bar{x}_j} W_m'' W_n'' dx \right) D_j \equiv \sum_{j=1}^N k_{mn}^j D_j \quad (8)$$

여기서  $D_j$ 는  $j$ -번째 구간에 분포된 손상의 평균적 크기를 나타낸다.

### 2.3 구조손상규명 알고리즘

식 (4)의 강제진동응답을 이용하여 손상된 보 구조물에 대한 구조손상규명 알고리즘을 다음과 같이 유도할 수 있다.<sup>(8)</sup>

$$\{X_{ij}\} \{D_j\} = \{Y_i\} \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (9)$$

$$X_{ij} = -\omega_q^2 \left\{ \frac{W_m(x_p)}{\Omega_m^2 - \omega_q^2} \right\}^T [k_{mn}^j] \left\{ \frac{W_n(x_F)}{\Omega_n^2 - \omega_q^2} \right\} \quad (10)$$

$$Y_i = A(x_p; \omega_q) + \omega_q^2 \sum_m \frac{W_m(x_p) W_m(x_F)}{\Omega_m^2 - \omega_q^2} \quad (11)$$

$$k_{mn}^j = EI \int_{x_{Dj} - \bar{x}_j}^{x_{Dj} + \bar{x}_j} W_m'' W_n'' dx \quad (12)$$

$$i = p + (q - 1)P$$

$$p = 1, 2, \dots, P; \quad q = 1, 2, \dots, Q \quad (P \times Q = N) \quad (13)$$

여기서,  $A(x; \omega)$ 는 이너턴스(inertia) FRF를 나타내고,  $x_p$  ( $p=1, 2, \dots, P$ )는 진동응답(FRF) 측정점,  $\omega_q$  ( $q=1, 2, \dots, Q$ )는 가진주파수를 나타낸다. 행렬  $[X_{ij}]$ 와

벡터  $\{Y_i\}$ 는 모두 해석적으로 또는 모드 시험을 통하여 제공되는 손상이 없는 정상적인 보의 진동 모드  $W_m$ 과 고유진동수  $\Omega_m$ , 그리고 손상된 보에서 직접 측정하게 되는 이너턴스 FRF를 이용하여 계산되어지는 값들인 반면에 손상의 크기  $D_j$ 는 식 (9)를 풀어서 구해야 하는 미지수이다.

손상규명 문제를 포함하는 대부분의 역해석 문제(inverse problem)에서 구해야 하는 미지수의 개수가 확보 가능한 정보 내지는 방정식의 개수보다 많은 경우 최적화기법(optimal method)의 사용이 불가피하므로 풀이과정이 복잡해진다. 그러나, 본 연구에서 실험적으로 검증하고자 하는 식 (9)의 구조손상규명 알고리즘에서는 진동응답 측정점의 개수( $P$ )와 가진주파수의 개수( $Q$ )를 잘 설정함으로써 미지수  $D_j$ 의 개수  $N$ 과 일치하면 행렬  $[X_{ij}]$ 를 정방행렬(square matrix)로 만들 수 있으며, 이 경우 정방행렬  $[X_{ij}]$ 의 역행렬을 직접 이용하여 미지수  $D_j$ 를 쉽게 구할 수 있다. 이는 식 (9)의 구조손상규명 알고리즘에서 손상된 보로부터 측정되는 가진주파수의 함수인 FRF를 직접 사용하기 때문에 가능한 것이다. 그러나, 진동응답 측정점의 수를 증가시키는 데에는 공간적 제한성 등의 이유로 일정한 한계가 있다. 따라서, 실제의 경우 선택 가능한 측정점의 수를 먼저 정한 다음, 가진주파수를 원하는 횟수만큼 조절하여 미지수  $D_j$ 의 개수에 해당하는 사이즈를 갖는 정방행렬  $[X_{ij}]$ 를 유도하는 방법이 보다 현실적이다.

이와 같은 접근이 매우 용이한 식 (9)로 표현되는 구조손상규명기법의 주요특징은 다음과 같다.

- (1) 모드 데이터 (즉, 진동모드와 고유진동수)는 손상이 없는 정상적인 보에 대해서만 요구되고,
- (2) 손상된 보에 대하여는 FRF 만 요구되며,
- (3) 다수 손상의 위치와 크기를 동시에 규명할 수 있다.

### 3. 구조손상규명 실험

#### 3.1 시편

Fig. 1은 구조손상규명 실험에 사용된 두 종류의 시편을 보여주고 있다. 시편A와 B는 모두 폭 20mm, 높이 5mm, 길이 400mm로서 동일한 규격을 갖도록 알루미늄 합금재료로 제작하였다. 알루미늄 합금재료의 질량밀도  $\rho$ 는  $0.275kg/m^3$ 이고 탄성계수  $E$ 는  $68.2GPa$ 이다. 탄성계수  $E$ 는 손상이 없는 정상적인 시편에 대한 진동실험을 수행하여 저차 5개의 고유진동수의 오차를 최소화하도록 결정하였다.

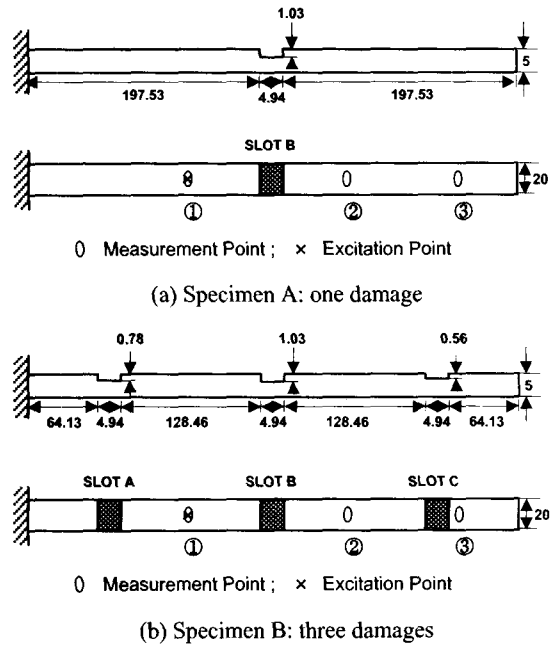


Fig. 1 Geometries of the two damaged beam specimens (units: mm)

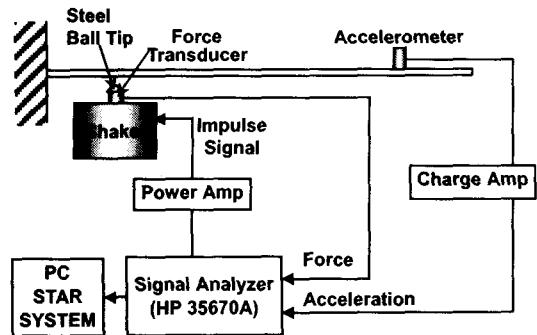


Fig. 2 Schematic diagram of experimental unit

시편 A는 손상이 하나 존재하는 경우로서 보의 중간위치에 폭이 4.94mm이고 깊이가 1.03mm인 홈(slot)를 내었다. 이는 손상의 크기  $D = 0.5$ 정도에 해당한다. 시편 B는 시편 A에 손상의 크기가  $D = 0.4$ 와  $D = 0.3$ 에 해당하는 깊이가 각각 0.78mm와 0.56mm인 홈을 좌우에 하나씩 추가한 경우에 해당한다.

#### 3.2 실험장치 및 실험방법

시편 A와 B는 Figs. 1 과 2 에 보인 바와 같이 모두 강철 지그(jig)를 이용하여 외팔보 형태로 좌

측 끝단을 고정하였다. 강철 지그는 관심주파수 대역에서 지그 자체의 진동특성이 시편의 진동에 미치는 영향을 최소화하도록 제작하였다.

Fig. 2는 실험장치의 개략도를 나타낸다. 신호분석기(signal analyzer, HP35670A)에 내장된 신호발생기(signal generator)가 임펄스 신호를 발생하면 파워증폭기(power amplifier, B&K 2706)가 이를 증폭하여 가진기(shaker, B&K 4810)에 공급하게 된다. 공급된 임펄스(impulse) 신호에 따라 가진기가 시편에 충격력(impact force)를 직접 가하도록 실험장치를 구성하였다. 가진기로 구성된 가진장치는 힘변환기(force transducer, PCB 208 B02)를 가진기 헤드에 직접 연결하고 힘변환기 끝에 강구팁(steel-ball tip)을 부착하여 구성하였다. 진동신호는 가속도계(B&K 4374)를 이용하여 측정하였으며 전하증폭기(charge amplifier, B&K 2635)를 거쳐 신호분석기에서 처리되었다. 힘변환기로부터 전달되는 입력신호(가진력)를 이용하여 신호분석기에서 FRF를 구하

고 STAR System을 이용하여 고유진동수와 진동모드를 구하였다.

식 (4)로 주어지는 손상된 보의 강제진동응답을 살펴보면 진동응답의 정확도는 해석과정에서 사용되는 진동모드의 개수(M)에 좌우됨을 알 수 있다. 관심주파수 영역에서 2% 정도의 범위 내로 수렴된 진동응답을 확보하기 위해서는 Fig. 1에 보인 시편의 경우 일반적으로 10개 이상의 진동모드를 사용해야함을 해석적으로 사전 파악하였다. 따라서, 본 실험에서는 Fig. 1의 시편에 손상을 만들기 이전의 정상적인 상태에서 진동모드를 14개까지 측정하여 사용하였다.

손상이 없는 정상적인 시편과 손상된 시편에 대한 고유진동수와 진동모드를 구하기 위하여 12.8 kHz까지 FRF를 측정하였다. 주파수 분해능을 향상시키기 위하여 측정주파수 대역을 몇 구간으로 나누어 실험을 수행한 후 종합하여 사용하였다. 본 연구에서 필요로 하는 개수의 진동모드를 성공

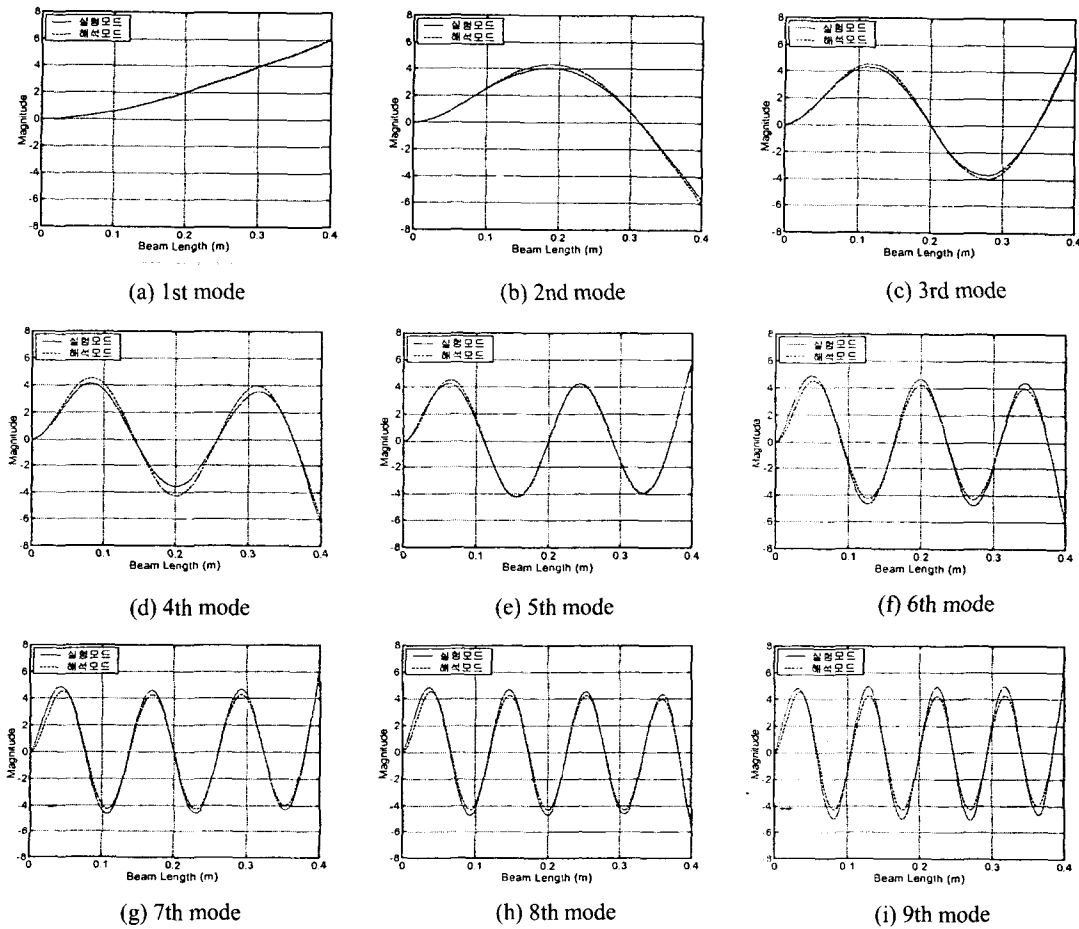


Fig. 3 Measured natural modes

**Table 1** Measured natural frequencies  $\Omega_m$  (Hz)

Mode No	Intact	One damage	Three damages
1	25.75	25.35 (1.56)	25.01 (2.87)
2	156.9	154.4 (1.59)	154.2 (1.72)
3	438.6	437.3 (0.29)	435.8 (0.62)
4	859.3	846.1 (1.54)	838.4 (2.43)
5	1419.5	1414.2 (0.38)	1397.4 (1.56)
6	2116.5	2083.5 (1.56)	2066.1 (2.39)
7	2949.1	2936.8 (0.41)	2931.9 (0.58)
8	3915.4	3858.2 (1.46)	3860.3 (1.41)
9	5011.0	4988.4 (0.45)	4972.5 (0.77)
10	6235.8	6152.2 (1.34)	6105.3 (2.09)

( ) = % change with respect to the intact beam

적으로 구하기 위해서 길이 400mm의 보 시편을 40등분하여 좌측의 고정된 경계부를 제외한 40군데에서 FRF를 측정하였다. 가진점을 진동모드의 노드점(node point)과 일치하도록 잘못 정하는 경우 해당 진동모드를 엄밀하게 측정하기 어렵다. 따라서, 가진점은 측정 주파수영역에 따라 노드점을 피할 수 있는 점으로 주의하여 선택하였다. 이와 같이 측정된 FRF로부터 STAR System을 이용하여 고유진동수와 진동모드를 도출하였다.

### 3.3 모드 데이터

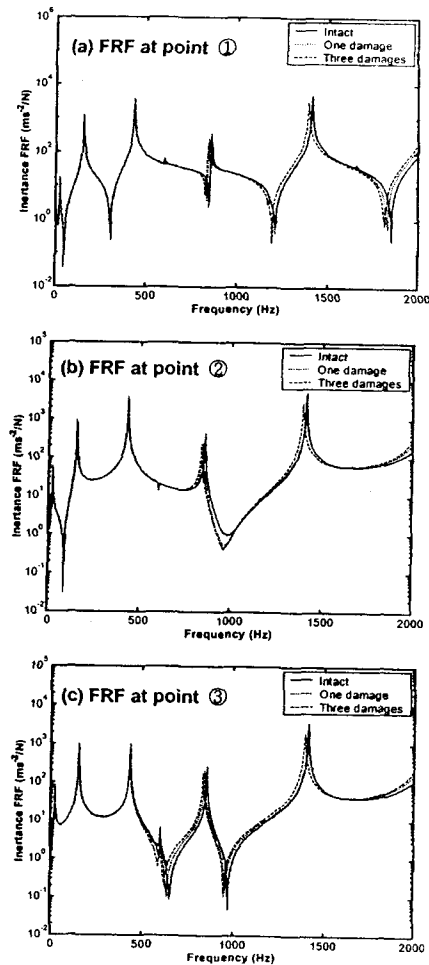
Table 1은 손상을 부가하기 전의 정상적인 시편과 손상이 있는 시편 A와 B로부터 측정된 고유진동수를 나타낸다. 손상이 존재함으로써 약 3% 이내의 고유진동수 감소가 발생함을 알 수 있다. 또한, 이전 연구<sup>(8,9)</sup>에서 해석적으로 보인 바와 같이 저차 모드에서 보다 고차 모드에서 고유진동수의 변화율이 상대적으로 적음을 확인할 수 있다.

Fig. 3은 손상되지 않은 시편으로부터 측정된 진동모드와 해석적으로 예측한 진동모드를 비교하여 보여주고 있으며, 서로 매우 유사함을 볼 수 있다. Fig. 3에 보인 진동모드를 포함하여 총 14개의 진동모드를 식 (9)에 이용하여 구조손상규명해석을 수행하였다.

### 3.4 손상규명실험 및 결과

Fig. 4는 본 연구에서 구조손상규명에 사용할 시편 A와 B로부터 실측한 이너턴스 FRF와 손상이 없는 경우의 이너턴스 FRF를 서로 비교하여 보여주고 있다. FRF특성이 구조손상에 의해 변화하고 있을 확인할 수 있다.

Fig. 4에 보인 이너턴스 FRF를 측정하기 위하여 가진력(충격력)은 Fig. 1에 표시된 점 ①에 작용하



**Fig. 4** Frequency response functions measured from intact and damaged beam specimens

였으며 진동응답(FRF)은 세 점 ①, ②, ③에서 측정하였다. 즉, 시편 A와 B에 부가된 손상을 역으로 규명하기 위하여, 진동응답 측정점의 수를 3개로 정한 후, 식 (9)의 행렬  $[X_{ij}]$ 가 정방행렬이 되도록 가진주파수의 개수와 값을 적절히 선택하여 구조손상규명해석을 수행하였다. 예로서, 시편을 81개의 요소로 분할하여 각 요소에서의 손상의 크기  $D_j$ 를 구하고자 할 때, 진동응답 측정점을 세 곳으로 정하였으므로 가진주파수의 값을 27개 선택하게 되면 식 (9)의 행렬  $[X_{ij}]$ 이 정방행렬로 되어 결국 81개의 선형대수연립방정식을 얻는 결과가 된다.

식 (9)는 구조손상규명을 위하여 세가지 데이터, 즉 손상이 없는 정상 상태에서의 고유진동수와 진

동모드, 그리고 손상된 상태에서 측정된 FRF 데이터를 요구한다. 손상이 없는 정상 상태에서의 고유진동수와 진동모드는 사전에 잘 조정된 구조모델을 이용하여 해석적인 방법으로 제공될 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 (1) 세 가지 데이터를 모두 해석치를 사용하는 경우, (2) FRF 만 실험치를 사용하는 경우, (3) 세 가지 데이터를 모두 실험치를 사용하는 경우에 대하여 구조손상규명을 수행하여 그 결과를 비교하였다.

구조손상규명 해석결과의 정확도는 다음식으로 정의된 손상규명오차(DIE)를 사용하여 나타내었다.

$$DIE = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_j \frac{N}{2\bar{x}_j} [D_j^{Pred} - D_j^{True}]^2} \quad (14)$$

여기서,  $L$  은 시편의 길이, 위첨자 'True'와 'Pred'

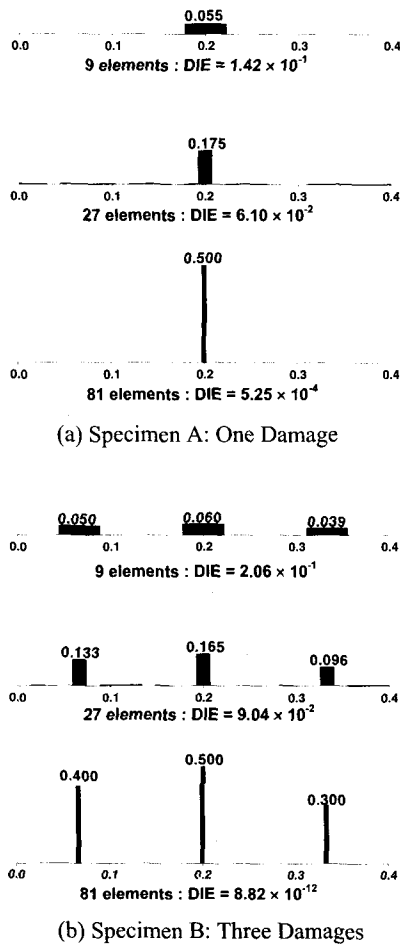


Fig. 5 Damage identification results obtained by using the data all analytically predicted

는 각각 실제의 손상상태와 예측된 손상상태를 나타내며, DIE값의 크기가 작을수록 높은 손상규명의 정확도를 의미한다. 구조손상규명해석은 시편 A와 B를 9개 요소, 27개 요소, 그리고 81개 요소로 단계적으로 증가시켜 가면서 수행하였으며 그 결과를 Figs. 5-7에 나타내었다.

Fig. 5 는 식 (9)에 해석적으로 예측한 데이터만을 사용하여 구조손상규명 해석을 수행한 결과이다. 이 경우 해석적으로 구한 모든 데이터에 실험오차 등이 개입되지 않았으므로 시편을 81 요소로 분할하는 단계에서 실제 손상의 위치와 크기가 거의 정확하게 규명되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 6 은 손상된 시편에 대한 FRF 만 실험치를

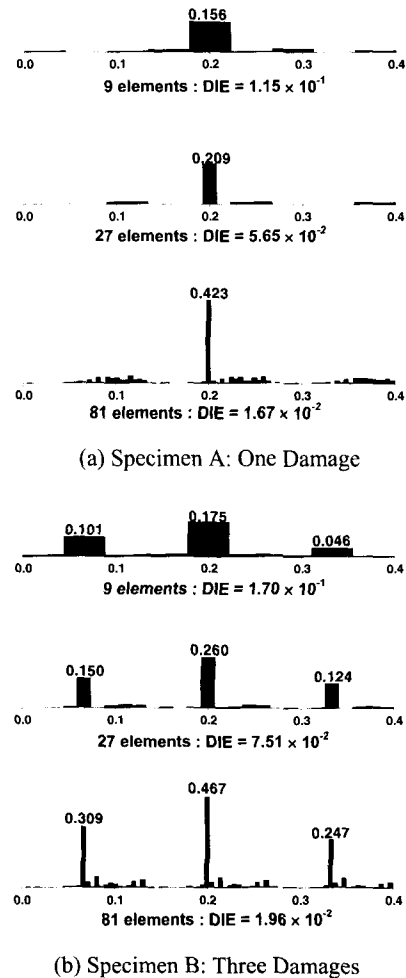


Fig. 6 Damage identification results obtained by using the analytically predicted natural frequencies and natural modes of intact beams and the experimentally measured FRF of damaged beams

사용한 경우이다. Fig. 5와 비교해 볼 때 약간의 예측 오차가 발생하고 있음을 볼 수 있다. 이 구조손상규명 결과로부터 각 손상의 위치는 거의 분명하게 규명되고 있으며, 손상의 크기의 경우 상대적 크기에 대한 구분이 충분히 가능함을 알 수 있다.

Fig. 7은 식 (9)의 실험으로 구한 데이터만을 사용하여 구조손상규명해석을 수행한 결과이다. 사용된 손상이 없는 시편의 고유진동수와 진동모드에 실험오차가 존재하기 때문에 Fig. 6에 보인 결과와 비교하여 손상규명오차가 다소 증가했음을 확인할 수 있다. 그러나, 이 경우에도 손상의 위치는 여전히 잘 구분되고 있으며, 손상의 상대적 크기 또한 비교적 잘 구별하고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

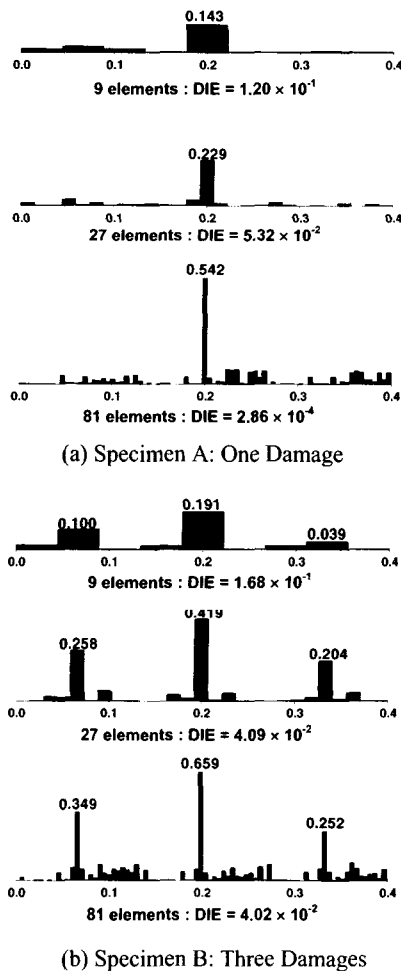


Fig. 7 Damage identification results obtained by using the data all experimentally measured

본 연구에서는 실측한 FRF를 이용하여 구조손상을 규명하기 위하여 제안된 구조손상규명이론을 실험적으로 검증하였다. 구조손상규명에 요구되는 데이터 가운데 손상된 시편에 대한 FRF만을 실험치로 사용하여 손상규명을 수행한 경우와 비교하여 모든 데이터를 실험치로 사용한 경우 다소의 손상규명오차가 증가하고 있으나, 두 경우 모두 손상의 위치를 훌륭히 검출하고 있으며 손상의 상대적 크기 또한 비교적 잘 구분하고 있음을 확인하였다.

#### 후기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2000-000-00295-0) 지원으로 수행되었음.

#### 참고문헌

- (1) Salawu, O. S., 1997, "Detection of Structural Damage through Changes in Frequency: A review," *Engineering Structure*, Vol. 19, No. 9, pp. 718~723.
- (2) Doebling, S. W., Farrar, C. R., and Prime, M. B., 1998, "A Summary Review of Vibration-based Damage Identification Method," *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 30, No. 2, pp. 91~105.
- (3) Zou, Y., Tong, L. and Steven, G. P., 2000, "Vibration-based Model-dependent Damage (delamination) Identification and Health Monitoring for Composites Structures-A review," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 230, No. 2, pp. 357~378.
- (4) Yuen, M. M. F., 1985, "A Numerical Study of the Eigenparameters of a Damaged Cantilever," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 103, pp. 301~310.
- (5) Banks, H. T., Inman, D. J., Leo, D. J. and Wang, Y., 1996, "An Experimentally Validated Damage Detection Theory in Smart Structures," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 191, No. 5, pp. 859~880.
- (6) Luo, H. and Hanagud, S., 1997, "An Integral Equation for Changes in the Structural Dynamics Characteristics of Damaged Structures," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, No. 35/36, pp. 4557~4579.
- (7) Wang, Z., Lin, R. M. and Lim, M. K., 1997, "Structural Damage Detection Using Measured FRF Data," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 147, pp. 187~197.
- (8) Lee, U. and Shin, J., 2002, "An Frequency response function-based Structural Damage Identification Method," *Computers & Structures*, Vol. 80, No. 2, pp. 117~132.
- (9) Lee, U., Kim, N. and Kwon, O. Y., 2001, "Dynamic Characteristics of a Damaged Plate" *KSME International Journal*, Vol. 15, No. 10, pp. 1408~1416.
- (10) Meirovitch, L., 1967, "Analytical Methods in Vibration," The Macmillan Co., New York.