

자동불평형장치가 부착된 광디스크 드라이브의 동특성해석

김 강 성* · 정 진 태†

(2002년 1월 16일 접수, 2002년 10월 29일 심사완료)

Dynamic Analysis of an Optical Disk Drive with an Automatic Ball Balancer

Kang Sung Kim and Jintai Chung

Key Words : Automatic Ball Balancer(자동불평형장치), Time Integration Method(시간적분법), Balanced Equilibrium Positions(균형평형위치), Perturbed Equations(섭동방정식)

Abstract

Dynamic behaviors and stability of an optical disk drive coupled with an automatic ball balancer (ABB) are analyzed by a theoretical approach. The feeding system is modeled a rigid body with six degree-of-freedom. Using Lagrange's equation, we derive the nonlinear equations of motion for a non-autonomous system with respect to the rectangular coordinate. To investigate the dynamic stability of the system in the neighborhood of the equilibrium positions, the monodromy matrix technique is applied to the perturbed equations. On the other hand, time responses are computed by the Runge-Kutta method. We also investigate the effects of the damping coefficient and the position of ABB on the dynamic behaviors of the system.

1. 서론

최근 고배속, 고밀도화 되는 광디스크 드라이브에서의 진동과 소음문제는 광디스크 드라이브 개발의 심각한 장애로 대두되고 있다. CD-ROM, CD-RW, DVD-ROM 등에 사용하는 광디스크는 제작시 공차등에 의한 가변적 질량 불평형이 발생되어 고배속 회전시 진동과 소음이 크게 발생, 심한 경우는 광디스크 파단현상이 발생할 수도 있다. 자동불평형장치(Automatic Ball Balancer)는 CD-ROM, DVD 드라이브등과 같이 회전체의 주 진동원으로 작용하는 질량 불평형을 볼의 질량과 원심력에 의해 자동적으로 감소시키며, 일반적으로 회전체에 환형의 홈을 파고 홈 속에서 여러 개의 작은 볼이 자유롭게 움직일 수 있는 구조로 되어 있다.

회전체에 장착된 자동불평형장치의 연구는 Thearle,⁽¹⁾ Alexander,⁽²⁾ Cade,⁽³⁾ Lee 등^(4,5)과 Chung 등⁽⁶⁻¹¹⁾에 의해 이루어졌다. 기존의 연구는 회전체의 가변적인 질량편심에 의한 평면내 진동을 제어

하는 것에 국한되어 왔다. 그러나, 실재는 평면내 진동뿐만 아니라 공간상의 3 차원에서의 면외 진동도 유발되기 때문에 기존의 평면내 진동에 대한 연구만으로 자동불평형장치를 적용하기에는 한계가 있다. 그러므로 질량 불평형에 의한 회전체의 면내 진동뿐만 아니라 공간상 3 차원에서의 면외 진동까지 저감 시키는 자동불평형장치에 대한 연구가 필요하며 이러한 노력은 회전체에 대한 기계시스템의 설계시에 보다 정밀하고 정확한 운용과 시스템의 안정성을 제공할 것이다.

광디스크 드라이브에 자동불평형장치가 부착되었을 때 동적 거동에 대한 연구를 수행하였고 기존의 평면 진동해석에서만 국한되었던 것을 공간상의 3 차원으로 확장시켜 면외 진동까지도 고려하였다. 즉 직교 좌표계에 사용하여 Lagrange 방정식으로부터 비선형 지배방정식을 유도하였고 유도된 비선형 지배방정식에 섭동법을 적용하여 두 가지 평형위치 중 밸런싱이 이루어 지는 균형평형위치(balanced equilibrium position)와 균형평형위치 부근에서의 선형화 된 운동방정식을 구하였다. 그리고 Floquet 이론⁽¹²⁾을 바탕으로 한 monodromy matrix technique 을 이용하여 고무댐퍼의 감쇠계수, 자동불평형장치의 장착위치, 윤활유의 점성계수 그리

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학과

E-mail : jchung@hanyang.ac.kr

TEL : (031)400-5287 FAX : (031)406-6964

* 한양대학교 대학원 기계공학과

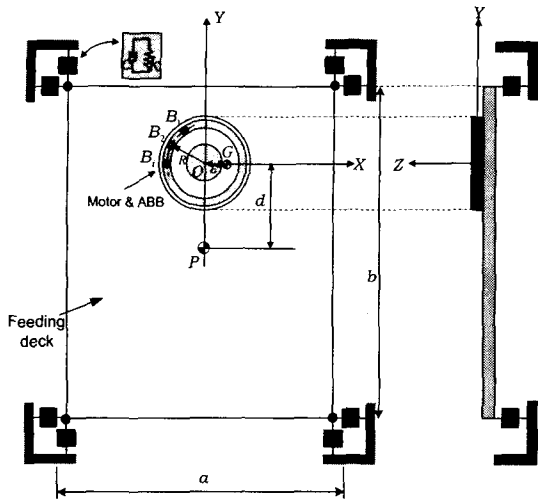


Fig. 1 3-Dimension modeling of feeding deck coupled with an Automatic Ball Balancer

고 자동볼평형장치의 레이스 반경 등을 바꿔가며 안정성을 해석하였다. 마지막으로 시간적분법인 Runge-Kutta 방법과 generalized- α 방법을 이용하여 비선형 지배방정식으로부터 자동볼평형장치의 시간응답을 구해서 동적안정성을 검증하였다.

2. 비선형 지배방정식의 유도

2.1 시스템의 3차원 모델링

자동볼평형장치가 부착된 광디스크 드라이브에 대한 피딩 시스템(feeding system)의 3차원 모델링은 Fig. 1과 같다. 피딩데크(feeding deck)의 중앙부분은 광 픽업(pick-up)이 위치하는 부분이며 자동볼평형장치는 피딩데크에 고정된 스피들 모터(spindle motor)에 장착되어 스피들 모터와 함께 회전한다. 자동볼평형장치의 구조는 원형의 레이스에 여러 개의 볼이 점성을 갖는 유체 속을 자유롭게 움직일 수 있도록 되어있다. 해석을 용이하게 하기 위해서 본 연구에서는 Fig. 1과 같은 모델링을 하기 전에 몇 가지 가정을 하였다. 우선 피딩데크를 균일한 사각평판으로 가정하고 시스템은 공간상 3차원에서 6자유도를 가지는 강체로 모델링 하였다. 또한 자동볼평형장치(Automatic Ball Balancer)는 피딩데크에 고정된 모터에 장착되어 모터와 함께 일정한 각속도 ω 로 회전하며, 피딩데크와 모터가 단단하게 체결되어서 피딩데크와 스피들 모터 사이의 강성이 고무댐퍼의 강성에 비해 매우 높으므로 피딩데크와 모터사이의 상대변위는 없다고 가정하였다. 그리고 볼과 레이스사이의 마찰은 무시하였다. 마지막으로 자동볼평형장

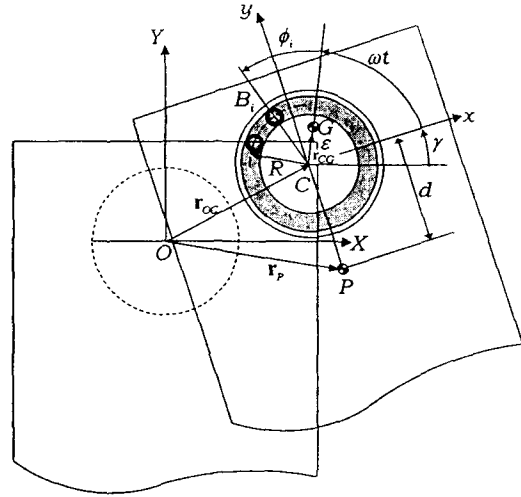


Fig. 2 Vibration model of the system

치가 부착된 광디스크 드라이브의 시스템 변수 중 피딩데크의 질량중심에 대한 안정성분석에서 논의의 편의 상 질량중심과 도심이 같다고 가정하였다. Fig. 2는 자동볼평형장치가 부착된 피딩데크의 모델링으로써 진동전과 진동 후의 시스템을 평면도로 나타낸 것이다. 여기서 점선은 진동전의 피딩데크의 위치를 나타내고, 실선은 진동후의 임의의 시간에서의 피딩데크의 위치를 나타낸 것이다. Fig. 2에서 P는 피딩데크의 질량중심이자 기하학적 중심이며, G는 스피들 모터의 무게중심, 그리고 C는 스피들 모터의 회전중심이다. 그리고 O는 진동전에 대한 공간상의 space-fixed 관성좌표계인 XYZ 좌표계에 대한 원점이고, C는 진동후의 임의의 시간에 대한 스피들 모터의 회전중심에 고정된 body-fixed 좌표계인 xyz 좌표계의 원점이다. 스피들 모터의 편심을 ϵ 이라 하고 일정한 각속도를 ω 라고 하면 스피들 모터의 질량중심 G는 ϵ 과 ω 에 의해 정의된다. 그리고 자동볼평형장치에 대한 레이스의 반경 R과 i번째 볼 B_i 의 위치를 질량중심인 G로부터의 각도 ϕ_i 로 나타내고, 여기서 $i=1,2,\dots,n$ (n 은 볼 개수)로 정의 한다.

2.2 운동에너지

주어진 시스템의 운동에너지를 구하기 위해서는 각각의 질량중심점에 대한 위치벡터를 구해야 한다. 우선 Body-rotation 3-1-2로 회전한, 즉 γ, α, β 순서로 회전한 Euler 각에 대한 좌표변환은 다음과 같다.

$$\mathbf{x}' = \mathbf{T}_\gamma \mathbf{X}, \quad \mathbf{x}'' = \mathbf{T}_\alpha \mathbf{x}', \quad \mathbf{x} = \mathbf{T}_\beta \mathbf{x}'' \quad (1)$$

여기서

$$\mathbf{T}_\gamma = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{T}_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \mathbf{T}_\beta = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k}, \quad \mathbf{x}' = x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}' \quad (2)$$

$$\mathbf{x}'' = x''\mathbf{i}'' + y''\mathbf{j}'' + z''\mathbf{k}'', \quad \mathbf{x} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 는 XYZ 축의 단위 벡터, $\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$ 는 $x'y'z'$ 축의 단위벡터, $\mathbf{i}'', \mathbf{j}'', \mathbf{k}''$ 는 $x''y''z''$ 축의 단위 벡터, 그리고 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 는 xyz 축의 단위벡터이다. 각각의 질량중심인 P, G, B_i 의 위치벡터는 식 (4)와 같고 피딩테크와 스펀들 모터의 각속도는 각각 ω_P, ω_G 로 식 (6)-(7)과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_P &= \mathbf{T}_\beta \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_\gamma \mathbf{r}_{OC/XYZ} + \mathbf{r}_{CP} \\ \mathbf{r}_G &= \mathbf{T}_\beta \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_\gamma \mathbf{r}_{OC/XYZ} + \mathbf{r}_{CG} \\ \mathbf{r}_{B_i} &= \mathbf{T}_\beta \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_\gamma \mathbf{r}_{OC/XYZ} + \mathbf{r}_{CB_i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{OC/XYZ} &= X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k}, \mathbf{r}_{CG} = \varepsilon(\cos \omega t \mathbf{i} + \sin \omega t \mathbf{j}) \\ \mathbf{r}_{CB_i} &= R(\cos(\omega t + \phi_i) \mathbf{i} + \sin(\omega t + \phi_i) \mathbf{j}), \mathbf{r}_{CP} = -d\mathbf{j} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \omega_P &= (\dot{\alpha} \cos \beta - \dot{\gamma} \cos \alpha \sin \beta) \mathbf{i} + (\dot{\gamma} \sin \alpha + \dot{\beta}) \mathbf{j} \\ &+ (\dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\gamma} \cos \alpha \cos \beta) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \omega_G &= (\dot{\alpha} \cos \beta - \dot{\gamma} \cos \alpha \sin \beta) \mathbf{i} + (\dot{\gamma} \sin \alpha + \dot{\beta}) \mathbf{j} \\ &+ (\dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\gamma} \cos \alpha \cos \beta + \omega) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (7)$$

볼의 질량이 모두 같고 크기가 작다고 가정하면 운동에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} M_P \frac{d\mathbf{r}_P}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{r}_P}{dt} + \frac{1}{2} M \frac{d\mathbf{r}_G}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{r}_G}{dt} \\ &+ \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^n \frac{d\mathbf{r}_{B_i}}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{B_i}}{dt} + \frac{1}{2} (\omega_G^T \mathbf{J}_G \omega_G + \omega_P^T \mathbf{J}_P \omega_P) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 M_P, M, m 은 각각 피딩테크, 스펀들 모터 그리고 볼의 질량이고 $\mathbf{J}_G, \mathbf{J}_P$ 는 각각 모터와 피딩테크의 각축에 대한 질량관성모멘트를 나타내며

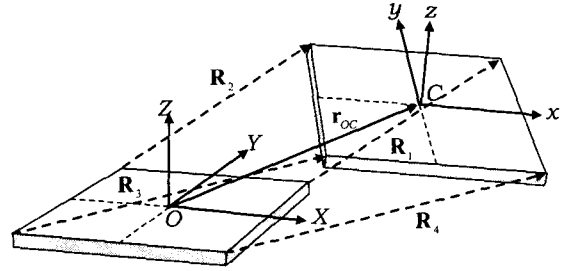


Fig. 3 Vibration model of feeding deck

ε 이 작고 피딩테크가 두께가 얇은 평판일 때 각각의 질량관성모멘트는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{J}_G = \begin{bmatrix} J & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_P = \begin{bmatrix} J_{Px} & 0 & 0 \\ 0 & J_{Py} & 0 \\ 0 & 0 & J_{Pz} \end{bmatrix}$$

$$J_{Px} = \frac{1}{12} M_P b^2, J_{Py} = \frac{1}{12} M_P a^2, J_{Pz} = J_{Px} + J_{Py}$$

$$J = \frac{1}{4} MR^2, J_z = \frac{1}{2} MR^2$$

(9)

2.3 위치에너지와 Rayleigh 감쇠함수

중력에 의한 위치에너지를 무시할 때 피딩테크의 네 모서리에 위치한 고무 댐퍼에 대한 위치에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \frac{1}{2} k \sum_{i=1}^4 \mathbf{R}_i \mathbf{R}_i^T \quad (10)$$

Fig. 3 은 피딩테크의 진동전과 진동후를 나타내는 모델링이고 여기서 \mathbf{R}_i 는 피딩테크의 네 모서리에 위치한 고무댐퍼로부터 진동전에서 진동후로 이동한 위치벡터이며 k 는 고무 댐퍼의 강성계수를 의미한다. 반면에 볼과 레이스 사이의 마찰을 무시한 Reyleigh 감쇠 함수 F 는 식 (11)과 같고 c 는 댐퍼의 감쇠계수를 의미하고 D 는 윤활유의 점성계수를 나타낸다.

$$F = \frac{1}{2} c \sum_{i=1}^4 \frac{d\mathbf{R}_i}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{R}_i}{dt} + \frac{1}{2} D \sum_{i=1}^n \dot{\phi}_i^2 \quad (11)$$

2.4 비선형 지배방정식

주어진 시스템의 비선형 지배방정식은 다음과 같은 Lagrange 방정식으로 유도된다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad (12)$$

여기서 T 는 운동에너지, V 는 위치에너지, F 는 Rayleigh 감쇠 함수를 그리고 q_k 는 일반좌표를 나타낸다. 또한 시스템의 운동을 기술하기 위한 일반좌표는 $X, Y, Z, \alpha, \beta, \gamma$ 그리고 ϕ_i ($i=1, 2, \dots, n$)가 된다. 여기서 볼의 개수가 n 개라면 $6+n$ 개의 운동방정식이 얻어지게 된다. 따라서 식 (12)에 식 (8)과 식 (10)-(11)을 대입하고 $X, Y, Z, \alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ 는 작으므로 이런 변수들의 곱들은 무시하고 정리하면 다음과 같은 $6+n$ 개의 비선형 운동방정식이 유도된다.

$$\begin{aligned} & (M + M_p + nm)\ddot{X} + 4c\dot{X} + 4kX + (M_p d - M\varepsilon \sin \omega t)\ddot{y} \\ & + (4cd - 2M\varepsilon \omega \cos \omega t)\dot{\gamma} + (4dk + M\varepsilon \omega^2 \sin \omega t)\gamma \\ & - mR \sum_{i=1}^n \{ \ddot{y} + \ddot{\phi}_i - (\dot{\phi}_i + \omega)^2 \gamma \} \sin(\phi_i + \omega t) \\ & + [\gamma \ddot{\phi}_i + (\dot{\phi}_i + \omega)(2\dot{\gamma} + \dot{\phi}_i + \omega)] \cos(\phi_i + \omega t) \} = M\varepsilon \omega^2 \cos \omega t \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & (M + M_p + nm)\ddot{Y} + 4c\dot{Y} + 4kY + M\varepsilon \dot{\gamma} \cos \omega t - 2M\varepsilon \omega \dot{y} \sin \omega t \\ & - M\varepsilon \omega^2 \gamma \cos \omega t + mR \sum_{i=1}^n \{ \ddot{y} + \ddot{\phi}_i - (\dot{\phi}_i + \omega)^2 \gamma \} \cos(\phi_i + \omega t) \\ & - [\gamma \ddot{\phi}_i + (\dot{\phi}_i + \omega)(2\dot{\gamma} + \dot{\phi}_i + \omega)] \sin(\phi_i + \omega t) \} = M\varepsilon \omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & (M + M_p + nm)\ddot{Z} + 4c\dot{Z} + 4kZ + (M\varepsilon \sin \omega t - M_p d)\ddot{\alpha} - 4cd\dot{\alpha} \\ & + (2M\varepsilon \omega \cos \omega t - 4cd)\dot{\alpha} - M\varepsilon \cos \omega t (\ddot{\beta} - 2\omega\dot{\alpha} - 2\omega\dot{\beta} + \ddot{\beta}) \\ & + mR \sum_{i=1}^n \{ -\ddot{\beta} + \alpha \ddot{\phi}_i + 2(\dot{\phi}_i + \omega)\dot{\alpha} + (\dot{\phi}_i + \omega)^2 \beta \} \cos(\phi_i + \omega t) \\ & + [\ddot{\alpha} + \beta \ddot{\phi}_i + 2(\dot{\phi}_i + \omega)\dot{\beta} - (\dot{\phi}_i + \omega)^2 \alpha] \sin(\phi_i + \omega t) \} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & [-M_p d + M\varepsilon \sin \omega t + mR \sum_{i=1}^n \sin(\phi_i + \omega t)] \ddot{Z} - 4cd\dot{Z} - 4dkZ \\ & + [J + J_{P_x} + M_p d^2 + M\varepsilon^2 \sin^2 \omega t + mR^2 \sum_{i=1}^n \sin^2(\phi_i + \omega t)] \ddot{\alpha} \\ & - [M\varepsilon^2 \cos \omega t \sin \omega t + mR^2 \sum_{i=1}^n \cos(\phi_i + \omega t) \sin(\phi_i + \omega t)] \ddot{\beta} \\ & + [(b^2 + 4d^2)c + 2M\varepsilon^2 \omega \cos \omega t \sin \omega t \\ & + 2mR^2 \sum_{i=1}^n (\dot{\phi}_i + \omega) \cos(\phi_i + \omega t) \sin(\phi_i + \omega t)] \dot{\alpha} \\ & + [J_z \omega + 2M\varepsilon^2 \omega \sin^2 \omega t + 2mR^2 \sum_{i=1}^n (\dot{\phi}_i + \omega) \sin^2(\phi_i + \omega t)] \dot{\beta} \\ & + [(b^2 + 4d^2)k + 4dkY + 4cd\dot{Y}] \alpha + mR^2 \beta \sum_{i=1}^n \ddot{\phi}_i = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & - [M\varepsilon \cos \omega t + mR \sum_{i=1}^n \cos(\phi_i + \omega t)] \ddot{Z} + a^2 k \beta \\ & - [M\varepsilon^2 \cos \omega t \sin \omega t + mR^2 \sum_{i=1}^n \cos(\phi_i + \omega t) \sin(\phi_i + \omega t)] \ddot{\alpha} \\ & + [J + J_{P_y} + M\varepsilon^2 \cos^2 \omega t + mR^2 \sum_{i=1}^n \cos^2(\phi_i + \omega t)] \ddot{\beta} \\ & - [J_z \omega + 2M\varepsilon^2 \omega \cos^2 \omega t + 2mR^2 \sum_{i=1}^n (\dot{\phi}_i + \omega) \cos^2(\phi_i + \omega t)] \dot{\alpha} \\ & + [a^2 c - 2M\varepsilon^2 \omega \cos \omega t \sin \omega t \\ & - 2mR^2 \sum_{i=1}^n (\dot{\phi}_i + \omega) \cos(\phi_i + \omega t) \sin(\phi_i + \omega t)] \dot{\beta} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & [M_p d - M\varepsilon \sin \omega t - mR \sum_{i=1}^n \sin(\phi_i + \omega t)] \ddot{X} + 4d(c\dot{X} + kX) \\ & + [M\varepsilon \cos \omega t + mR \sum_{i=1}^n \cos(\phi_i + \omega t)] \ddot{Y} + (a^2 + b^2 + 4d^2)(c\dot{Y} + kY) \\ & + [J_z + J_{P_y} + M_p d^2 + nmR + M\varepsilon^2] \ddot{y} + mR^2 \sum_{i=1}^n \ddot{\phi}_i = 0 \\ & - mR (\ddot{X} \sin(\phi_i + \omega t) - \ddot{Y} \cos(\phi_i + \omega t)) + mR^2 (\ddot{y} + \ddot{\phi}_i) + D\dot{\phi}_i = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

$$(i=1, 2, \dots, n) \quad (19)$$

3. 평형위치 및 안정성분석

3.1 평형위치

식 (13)-(19)의 방정식은 non-autonomous 시스템에 대한 비선형 운동방정식이다. 따라서 평형위치와 평형위치 부근의 선형화 된 섭동방정식을 구하기 위해서 본 논문에서는 섭동법(Perturbation Method)을 적용하였다. 이들 비선형 운동방정식을 평형위치에 대해 선형화 시키면, 선형화 된 섭동방정식의 계수가 시간의 함수가 되어 매개변수 가 진을 받는 경우가 된다. 따라서 선형화 된 섭동방정식을 갖고 평형위치 부근에서 안정성을 조사하기 위해서는 Floquet 이론⁽¹²⁾의 적용이 필요하다. 이를 위해 각 일반좌표를 평형위치에 대해 변화된 형태로 표현할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} X &= X^* + \delta X_1 + 0(\delta^2), Y = Y^* + \delta Y_1 + 0(\delta^2) \\ Z &= Z^* + \delta Z_1 + 0(\delta^2), \alpha = \alpha^* + \delta \alpha_1 + 0(\delta^2) \\ \beta &= \beta^* + \delta \beta_1 + 0(\delta^2), \gamma = \gamma^* + \delta \gamma_1 + 0(\delta^2) \\ \phi_i &= \phi_i^* + \delta \phi_j + 0(\delta^2) \quad (j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 $X^*, Y^*, Z^*, \alpha^*, \beta^*, \gamma^*, \phi_j^*$ 는 각각 평형위치를 나타내고 δ 이 붙어 있는 변수는 미소의 섭동량을

의미한다. 식 (20)을 식 (13)-(19)에 대입한 후 δ 에 대하여 정리하면 평형위치 관계식과 평형위치 부근에서 선형화 된 지배방정식이 구해지는데, 균형 평형위치(balanced equilibrium position)와 불균형 평형위치, 두 가지 중 본 논문에서는 관심의 대상인 균형 평형위치에 대해서 동적 특성해를 수행하였다. 따라서 시스템이 완전 밸런싱이 이루어지면 다음의 균형 평형위치 관계식을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} X^* = Y^* = Z^* = \alpha^* = \beta^* = \gamma^* = 0 \\ \sum_{j=1}^n \sin \phi_j^* = 0, \quad \frac{M\epsilon}{mR} + \sum_{j=1}^n \cos \phi_j^* = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

3.2 안정성분석

섭동법에 의해 얻어진 선형화 된 섭동방정식은 다음과 같은 행렬-벡터식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} \quad (22)$$

여기서 $\mathbf{q}(t) = \{\delta X, \delta Y, \delta Z, \alpha, \beta, \gamma, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n\}^T$ 이다. Floquet 이론을 바탕으로 한 monodromy matrix technique 을 적용하기 위해 $(2n+12) \times (2n+12)$ 상태벡터 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{D}(t)\mathbf{y}(t) \quad (23)$$

여기서

$$\mathbf{y}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{D}(t) = \mathbf{A}(t)^{-1} \mathbf{B}(t) \quad (24)$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}(t) \\ \mathbf{M}(t) & \mathbf{C}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K}(t) \end{bmatrix} \quad (25)$$

그리고 \mathbf{y} 는 차원이 $[(2n+12) \times 1]$ 인 열벡터이다. 식 (24)의 시스템 행렬은 $\mathbf{D}(T^* + t) = \mathbf{D}(t)$ (T^* 는 주기를 만족하는 주기행렬이며 Floquet 이론으로부터 식 (24)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{Q}(T^* + t) = \mathbf{Q}(t)\mathbf{S} \quad (26)$$

여기서 $\mathbf{Q}(t)$ 는 $\mathbf{y}(t)$ 에 대한 Fundamental matrix 이고 \mathbf{S} 는 비특이성 상수행렬, 즉 monodromy matrix 가 된다. 이러한 \mathbf{S} 를 결정하는 방법은 먼저 초기조건 $\mathbf{y}_1(t) = [1, 0, 0, \dots, 0]^T$ 을 식 (23)에 대입한 후 적분하면 \mathbf{S} 의 첫번째 열벡터가 얻어지게 된다. 이어서 $\mathbf{y}_2(t) = [0, 1, 0, \dots, 0]^T$ 을 식 (23)에 대입해서 적분하면 \mathbf{S} 의 두번째 열벡터를 얻게 된다. 이런 과정을

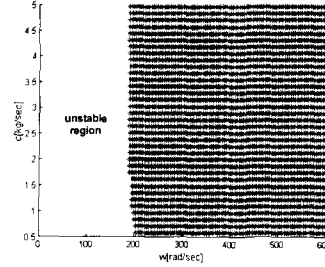


Fig. 4 Dynamic stability for the variation of ω and c when $d = 0.03$ m

$2n+12$ 번 반복하면 \mathbf{S} 가 생성된다. 여기서 \mathbf{D} 에 대한 어떤 Fundamental matrix 도 \mathbf{S} 와 동일한 고유치를 가진다. 즉, \mathbf{S} 의 모든 고유치의 절대값이 1보다 작거나 같으면 이 시스템은 안정하게 되고 그렇지 않은 경우에는 시스템은 불안정하게 된다.

우선 고무댐퍼의 감쇠계수 c 에 대해서 운전속도 ω 를 변화시켜 가며 Floquet 이론을 바탕으로 한 monodromy matrix technique에 의해 균형평형위치 부근에서의 시스템의 밸런싱에 끼치는 영향을 조사하였다. Fig. 4는 ω 에 대한 c 의 안정성 분석 결과를 나타낸 것이다. Fig. 4에서 마킹된 부분은 시스템의 안정영역, 즉 밸런싱이 이루어지는 영역을 나타내고 여백 부분이 시스템의 불안정성 영역이 된다. 179 rad/s, 180 rad/s 그리고 181 rad/s는 시스템의 병진운동에 대한 고유진동수인데 이 3개의 고유진동수에 대해서는 Fig. 4에서 보다시피 시스템이 불안정한 것을 알 수 있다. 반면에 325 rad/s, 335 rad/s 그리고 347 rad/s인 회전운동에 대한 고유진동수에 대해서는 시스템이 안정함을 알 수 있다. 즉 Fig. 4에서 보다시피 운전속도 ω 가 시스템의 병진운동에 대한 고유진동수보다 큰 경우에는 고무댐퍼의 감쇠계수인 c 가 조사된 영역에서는 시스템의 안정성에 별다른 영향을 끼치지 않음을 나타내 준다. Fig. 5은 운전속도 ω 에 대한 자동불평형장치가 부착된 스피들 모터의 장착위치인 d 와 의 안정성 분석 결과를 나타낸 것이다. 보다시피 Fig. 4와 비슷한 결과를 나타냄을 알 수 있다. 즉 운전속도 ω 가 시스템의 병진운동에 대한 고유진동수보다 큰 경우에는 d 에 대해서 시스템의 안정성에 영향을 끼치지 않음을 나타내 준다.

Fig. 6은 회전속도 ω 에 변화에 따른 레이스의 반경인 R 의 시스템의 안정성 분석을 나타낸 것이다.

Fig. 7은 회전속도 ω 에 변화에 따른 윤활류의

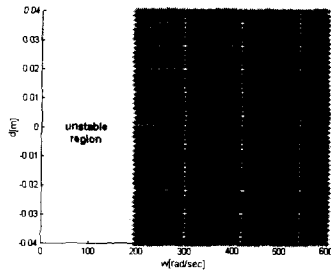


Fig. 5 Dynamic stability for the variation of ω and d

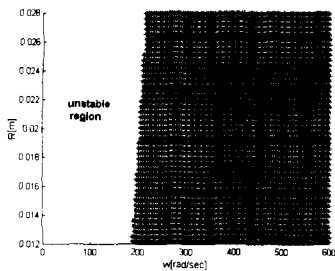


Fig. 6 Dynamic stability for the variation of ω and R when $d = 0.03$ m

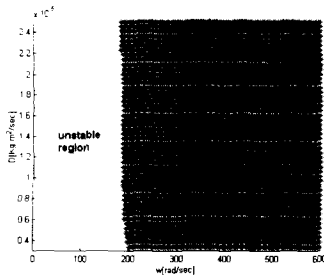


Fig. 7 Dynamic stability for the variation of ω and D when $d = 0.03$ m

점성계수인 D 의 시스템의 안정성 영역을 나타낸 것이다. Fig. 6과 Fig. 7에서 보듯이 운전속도 ω 가 시스템의 병진운동에 대한 고유진동수보다 큰 경우, 그리고 회전운동에 대한 고유진동수와 그 이상의 범위에서는 R 과 D 각각 조사된 영역 내에서는 시스템의 안정성에 별다른 영향을 끼치지 않음을 알 수 있다.

Fig. 4~Fig. 7은 거의 비슷한 결과를 나타내고 있다. 즉, 운전속도 ω 가 시스템의 각각의 병진운동에 대한 고유진동수보다 큰 경우, 그리고 회전운동에 대한 고유진동수일 때와 그 이상의 영역에서는 안정성분석에 고려된 각각의 시스템 변수인 c, d, R, D 의 값들이 시스템의 안정성에 영향을 끼치지 않음을 나타내 준다. 즉, 여기서 중요한 사실은 시스템의 회전운동에 대한 고유진동수가 시스

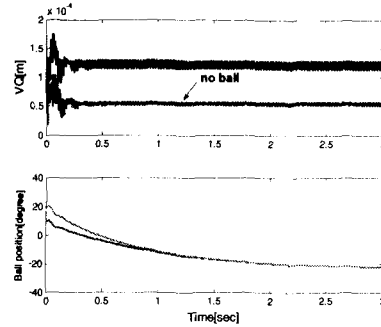


Fig. 8 Displacement of the feeding deck and ball positions when 130 rad/s with $d = 0.03$

템의 밸런싱에 영향을 미치지 않는다는 것이다. 결론적으로 자동불평형장치를 설계할 때 시스템의 병진운동에 대한 고유진동수를 운전속도보다 낮게 설계하여야 자동불평형장치가 밸런싱 능력을 발휘하여 시스템이 안정하고 덩을 알 수 있다. 또한 공간상의 3 차원 면의 진동에서도 평면내 진동과 같은 결과를 나타내고 아울러 자동불평형장치의 밸런싱 성능을 확인하였다.

4. 시간응답 계산

공간상의 3 차원에서 진동하는 자동불평형장치가 부착된 광디스크 드라이브 시스템의 안정성 분석을 검증하고 시간영역에서의 동적 특성을 분석하기 위하여 비선형 운동방정식에 수치적분법인 Runge-Kutta 방법과 generalized- α 방법⁽¹³⁾를 이용하여 시간응답을 구하였고 두 방법의 계산 결과가 동일함을 확인하였다. 본 연구에서는 논의를 간단히 하기 위해서 볼의 충돌 및 기하학적인 간섭을 무시하였다. 그리고 자동불평형장치가 부착된 피딩데크의 진동량을 다음과 같다.

$$VQ = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (27)$$

Fig. 8은 $d = 0.03$ 이며, 볼의 위치와 진동량 VQ 를 회전속도가 병진에 대한 고유진동수이하인 경우, 즉 회전속도 ω 가 130 rad/sec일 때를 나타낸 것으로, 시간이 지남에 따라 2개의 볼이 모여서 움직이며 편심을 보상하지 못하고 잔류진동을 유발함을 알 수 있다.

Fig. 9는 $d = 0.03$ 이고 회전속도 ω 가 179 rad/sec인 경우, 즉 첫번째 병진운동에 대한 고유진동수일 때, 진동량과 볼의 위치를 각각 나타낸 것으로 2개의 볼이 모여서 평형위치를 잡지 못하고, 또

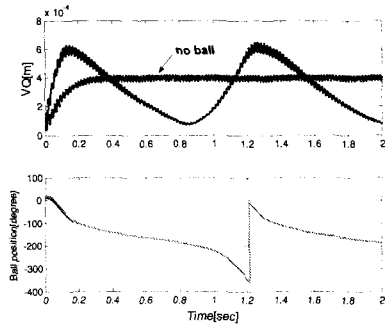


Fig. 9 Displacement of the feeding deck and ball positions when 179 rad/s with $d = 0.03$ m

한 시간에 대한 볼의 위치가 임의의 주기성을 나타냄으로써 편심에 대한 보상이 제대로 이루어지지 않음을 알 수 있다. 마찬가지로 회전속도 ω 가 나머지 두 개의 병진운동에 대한 고유진동수인 경우, 즉 180rad/sec 과 181rad/sec 인 경우에도 179rad/sec 일 때와 비슷한 결과를 나타냄을 확인하였다.

다음으로 시스템이 안정영역에 존재하는 경우에 대해서 시간응답을 계산하였다. 시스템의 회전운동에 대한 고유진동수는 3 개 모두가 앞 절에서 안정성 분석할 때 사용한 각 시스템 설계변수의 범위 내에서는 시스템의 안정영역에 존재하고 있다. Fig. 10 은 회전속도 ω 가 시스템의 회전운동에 대한 고유진동수 중 하나인 325rad/sec 인 경우를 나타내며, 볼이 있을 때와 없을 때의 보상차이가 현저히 드러나며, 또한 2 개의 볼이 스피들 모터의 편심을 상쇄하는 위치에 이동하여 시스템이 정적평형을 이루어 진동을 제거하는 균형 평형 위치에 있음으로써, 스피들 모터의 진동이 제거됨을 보여준다. 아울러 식 (21)에서 구한 볼의 정적평형위치와 시간응답으로 구한 2 개의 볼의 위치가 142.3°와 -142.3°으로 같음을 확인 했다.

그리고 Fig. 11 과 Fig. 12 는 회전속도 ω 가 회전운동에 대한 고유진동수인 335rad/sec 그리고 347rad/sec 와 일치 할 때를 각각 나타낸다. 보다시피 Fig. 10 일 때와 같이 시스템이 밸런싱되어 잔류진동이 제거됨을 알 수 있다.

마지막으로 Fig. 13 은 회전속도 ω 가 각각의 시스템의 회전운동에 대한 고유진동수들보다 높은 500rad/sec 일 때이며 마찬가지로 시스템이 밸런싱 되어 잔류진동이 제거됨을 알 수가 있다. 이상으로 Fig. 8 ~ Fig. 13 와 같이 앞 절의 안정성 분석에 대한 시간응답을 각각의 시스템의 영역에 대해서 검증하였다. 결과적으로 안정성분석에서 구

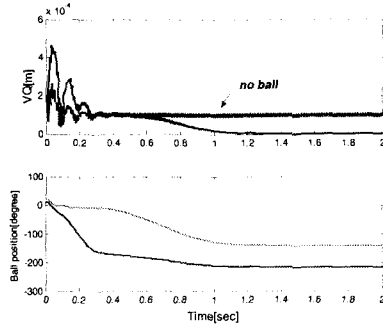


Fig. 10 Displacement of the feeding deck and ball positions when 325 rad/s with $d = 0.03$ m

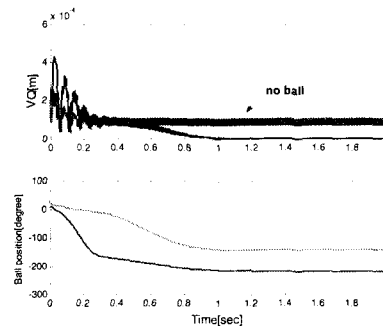


Fig. 11 Displacement of the feeding deck and ball positions when 335 rad/s with $d = 0.03$ m

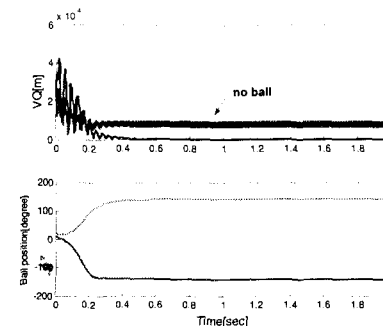


Fig. 12 Displacement of the feeding deck and ball positions when 347 rad/s with $d = 0.03$ m

한 안정영역과 불안정영역이 분석에 사용된 각 시스템 설계변수의 범위 내에서는 타당함을 알 수 있었다.

즉 Fig. 8 ~ Fig. 13 에서 보다시피 회전속도 ω 가 회전운동에 대한 고유진동수와 일치할 때와 그 이상의 범위에서는 시스템이 안정하고, 병진운동에 대한 고유진동수와 일치하거나 그 이하일 때의 범위에서는 시스템이 불안정하게 됨을 알 수 있었다

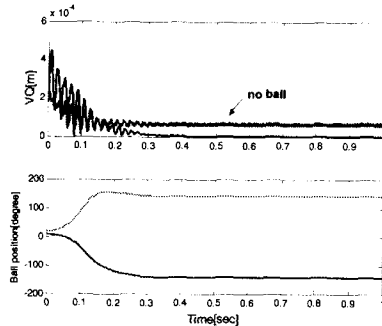


Fig. 13 Displacement of the feeding deck and ball positions when 500 rad/s with $d = 0.03$ m

5. 결론

공간상의 3 차원에 대해서 진동하는 자동불평형 장치가 부착된 광디스크 드라이브에 대한 안정성 분석과 그에 대한 시간응답을 검증하였다. 직교좌표계를 사용하여 비선형 지배방정식을 유도하였고 완전한 밸런싱을 이루는 균형 평형위치만을 고려하여 Floquet 이론을 바탕으로 한 monodromy matrix technique 으로 본 논문에서는 자동불평형 장치가 부착된 스피들 모터의 장착위치, 즉 피딩데크의 도심과 스피들 모터의 회전중심까지의 거리 (d), 윤활유의 점성계수 (D), 고무댐퍼의 감쇠계수 (c), 그리고 레이스의 반경 (R)과 회전속도 (ω)의 변화에 따른 시스템의 안정성 영역을 조사하였다. 그리고 안정성분석에 대해서 수치적분법을 이용하여 시간응답계산으로 안정성 분석에 대한 검증을 실행하였다.

분석 결과 monodromy matrix technique 을 이용한 안정성 분석에 사용된 각 시스템 설계변수의 범위 내에서는 회전속도 ω 가 주어진 시스템의 병진운동에 대한 고유진동수 보다 높아야 밸런싱을 달성할 수 있고, 또한 시스템의 회전운동에 대한 고유진동수가 안정성해석에 사용된 변수들의 범위내에서는 시스템의 안정성에 영향을 끼치지 않음을 규명하였다. 결과적으로 자동불평형장치가 기존의 평면내 진동뿐만 아니라 공간상 3 차원의 면외 진동까지도 완벽하게 보상해줌을 알 수가 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2000-000-00293-0(2002))지원으로 수행되었음.

참고문헌

- (1) Thearle, E. L., 1932, "A New Type of Dynamic Balancing Machine," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 131~141.
- (2) Alexander, J. E., 1964, "An Automatic Dynamic Balancer," *Proceeding, 2nd Southeastern Conference*, pp. 415~426.
- (3) Cade, J. W., 1965, "Self-Compensating Balancing in Rotating Mechanism," *Design News*, pp. 234~239.
- (4) Lee, J., 1995, "An Analytical Study of Self-Compensating Balancing Dynamic Balancer with Damping Fluid and Ball," *Shock and Vibration*, Vol. 2, pp. 59~67.
- (5) Lee, J. and Van Moorhem, W. K., 1996, "Analytical and Experimental Analysis of a Self-Compensating Dynamic Balancer in a Rotating Mechanism," *ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, Vol. 118, pp. 468~475.
- (6) Park, J.-M., Ro, D.-S. and Chung, J., 1999, "Vibration Analysis of an Automatic Ball Balancer," *Journal of KSNVE*, Vol. 9, No. 2, pp. 363~370.
- (7) Lee, D.-J., Chung, J. and Ro, D.-S., 1999, "Vibration Reduction of an Optical Disk Drive Using an Automatic Ball Balancer," *Journal of KSNVE*, Vol. 9, No. 2, pp. 355~362.
- (8) Chung, J. and Ro, D.-S., 1999, "Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer for Rotating Mechanisms," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 228, No. 5, pp. 1035~1056.
- (9) Hwang, C.-H. and Chung, J., 1999, "Dynamic Analysis of an Automatic Ball Balancer with Double Races," *JSME International Journal, Series C*, Vol. 42, No. 2, pp. 265~272.
- (10) Lee, D.-J., Chung, J. and Hwang, C.-H., 2000, "Vibration Analysis of an Automatic Ball Balancer with Double Races," *KSME Journal, Series A*, Vol. 24, No. 5, pp. 1093~1102.
- (11) Bang, I. and Chung, J., 2000, "Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer in a Rotor with the Bending Flexibility," *KSME Journal, Series A*, Vol. 25 No. 7, pp. 1125~1130.
- (12) Meirovitch, 1970, "Method of Analytical Dynamics," McGraw-Hill, pp. 264~270.
- (13) Chung, J. and Hulbert, G. M., "A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: the Generalized- α Method," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 60, No. 2 pp. 371~375.