

Poincare Section과 신경망 기법을 이용한 수문자료 분석 Analysis of Hydrologic data using Poincare Section and Neural Network

나 창 진* / 김 형 수** / 김 중 훈*** / 김 응 석****

La, Chang Jin / Kim, Hung Soo / Kim, Joong Hoon / Kim, Eung Seok

Abstract

Many researchers have been tried to forecast the future as analyzing data characteristics and the forecasting methodology may be divided into two cases of deterministic and stochastic techniques. However, the understanding data characteristics may be very important for model construction and forecasting. In the sense of this view, recently, the deterministic method known as nonlinear dynamics has been studied in many fields. This study uses the geometrical methodology suggested by Poincare for analyzing nonlinear dynamic systems and we apply the methodology to understand the characteristics of known systems and hydrologic data, and determines the possibility of forecasting according to the data characteristics. Say, we try to understand the data characteristics as constructing Poincare map by using Poincare section and could conjecture that the data sets are linear or nonlinear and an appropriate model.

Keywords : Nonlinear dynamics, Poincare section, Poincare map

요 지

많은 학자들은 자료의 특성을 분석함으로써 장래를 예측하고자 끊임없이 노력하여 왔으며, 이는 아마도 확정론적 방법과 추계학적 방법으로 크게 대별할 수 있을 것이다.

그러나 예측을 하기 전에 먼저 자료의 특성을 파악하는 것은 모형 구축과 예측을 실행하는데 있어서 매우 중요하다 할 수 있다. 이러한 견지에서 최근 확정론적 방법으로 알려진 비선형 동역학적인 방법이 여러 분야에서 관심의 대상이 되고 있다. 본 연구에서는 비선형 동역학 시스템을 해석하기 위하여 Poincare에 의해 제안된 기하학적 방법을 이용하여 기존에 알려진 자료들과 실제 수문자료에 대한 특성을 비교 분석하였으며 자료의 특성에 따른 예

* 건일 ENG 부설기술연구소 연구원

Researcher, Division of Harbour Engrg., Kunit ENG. Co., Ltd. Seoul 135-928, Korea
(E-mail : jinmir@empal.com)

** 선문대학교 토목공학과 조교수

Assistant Prof., Dept. of Civil Engrg., Sunmoon Univ., Asan, Chungnam 336 708, Korea
(E-mail : sookim@email.sunmoon.ac.kr)

*** 고려대학교 토목환경공학과 교수

Prof., Dept. of Civil and Environmental Engrg., Korea Univ., Seoul 136-701, Korea
(E-mail : jaykim@korea.ac.kr)

**** 고려대학교 부설 방재과학기술연구소 선임연구원

Senior Researcher, Research Center for Disaster Prevention Science and Technology, Korea Univ., Seoul 136-701, Korea
(E mail : hydrokes@empal.com)

측가능성을 판정하였다. 즉, Poincare section을 통해 Poincare map을 구축함으로써 자료의 특성을 파악하여 자료의 선형, 비선형성 뿐만 아니라 자료가 어떤 모형에 적합한지를 판단할 수 있었다.

핵심용어 : 비선형 동역학, Poincare section, Poincare map

1. 서론

동역학적인 방법으로 물체의 운동을 기술할 때 우리는 많은 실제 현상들을 단순화하여 운동방정식을 세우고 그 방정식을 해석함으로써 물체의 시간적 변동 특성을 파악하고자 하였다. 이러한 노력에도 불구하고 비선형 방정식들을 해석하는데는 많은 어려움이 따라 오랫동안 큰 관심을 끌지 못한 반면, 해석하기에 편리한 선형 방정식들은 널리 이용되어져 왔다. 그러나 많은 학자들은 태풍, 갑작스런 폭우등과 같은 자연현상들을 선형적인 방법으로 해석하는데 한계가 있음을 인정하였으나 이러한 현상들을 단지 이해할 수 없는 것으로 판단하였다(박배식과 성하운, 1993).

자연현상의 비선형성을 표현하기 위한 노력은 20세기 초반 프랑스의 위대한 수학자이며 물리학자인 Poincare에 의하여 그 전환점을 맞이하였다. 즉 Poincare(1905)는 기하학적인 방법을 이용하여 비선형 방정식의 특성을 파악하는 방법론을 생각하였으며, 어떤 비선형 방정식은 카오스적 거동을 보일 수 있음을 처음으로 암시하였다(Granek, 2000). 그러나 그의 기하학적 방법론은 엄청난 양의 반복 계산을 요구하여 실제 계산을 하는 것이 당시로서는 불가능하였으나, 컴퓨터의 발달은 Poincare의 기하학적 방법론이 위대함을 증명할 수 있게 하였다. 기상학자 Lorenz(1963)는 지금까지 잘 알려져 있었으나 해결할 수 없었던 기상현상에 대한 방정식을 단순화하고 이를, 컴퓨터를 이용해 시뮬레이션 한 결과 이상한 현상을 발견하였다. 즉, 계산 결과가 초기 조건에 따라 아주 민감하게 변하며 위상 공간(Phase Space)에서 이상한 끌개(Strange attractor)라 부르는 묘한 형태를 보이고 있음을 알았다. 이와 같이 컴퓨터의 발달은 예전에 Poincare가 제안하였던 기하학적 방법을 이용 가능하게 하였으며, 이제 그의 방법론을 이용하여 자연 현상의 비선형 특성을 파악하고자 하는 연구가 활발히 진행되고 있다(Kawakami and Funakoshi, 1999; Azuaje and Pubizky, 1999). 국내에서도 카오스(이재수, 1994; 김형수와 윤용남, 1996; 김형수 등, 1998; 김응석 등, 1999)와 신경망을 이용한 예측(김주환,

1992; 오남선과 선우중호, 1996; 심순보 등, 1998; 조현경, 2000)에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

본 연구에서는 복잡하고 불규칙적인 현상을 보이는 수문 현상들을 이해하고자 Poincare section을 이용하여 선형 방정식으로는 설명할 수 없는 즉, 비선형적인 현상을 보이는 수문 자료의 특성을 파악하고자 한다. 이를 위하여 먼저 Poincare section에 대한 개념 설명과 Poincare section을 자료를 분석하는데 어떻게 이용할 수 있는지를 살펴보고, 이미 그 특성이 알려진 시스템들에 대해 Poincare section을 이용하여 각 시스템들의 특성들을 분석하며, 마지막으로 Poincare section을 이용하여 실제 수문자료의 특성을 파악하고자 한다. 또한 파악된 자료의 특성과 자료의 예측 가능성과의 관계를 분석하기 위하여 비선형성을 지닌 자료 계열의 예측에 적합한 Black box 모형인 신경망(neural network)모형을 이용하여 자료계열의 예측을 수행하려한다.

2. Poincare 기하학

2.1 Poincare Section

Poincare section은 연속적인 동역학(continuous dynamics)을 이산적인 동역학(discrete dynamics)으로 바꾸는 방법으로서 어떤 시스템의 동역학을 기하학적으로 묘사할 수 있도록 한다 (Storgatz, 1994). Poincare section은 slice를 이용하는 것으로 어떤 시스템이 이 slice를 통과할 때 생기는 점들의 집합으로 표현된다. 그림 1에서는 주기 n 을 가지고 시스템이 전개될 때의 Poincare section을 보이고 있다. 그림 1을 보면 연속적인 동역학 시스템 사이에 slice를 끼워 주기가 진행됨에 따라 점이 표시되도록 하였다. 즉 연속적인 동역학 시스템이 이산적인 동역학 시스템으로 변화되는 과정을 보이고 있다. 또한 slice의 위치에 따라 변화되는 동역학 시스템이 달라짐을 알 수 있다.

2.2 Poincare Map

Poincare section에 의하여 얻어진 점들의 집합을 Poincare plots이라고 한다. Poincare map이란

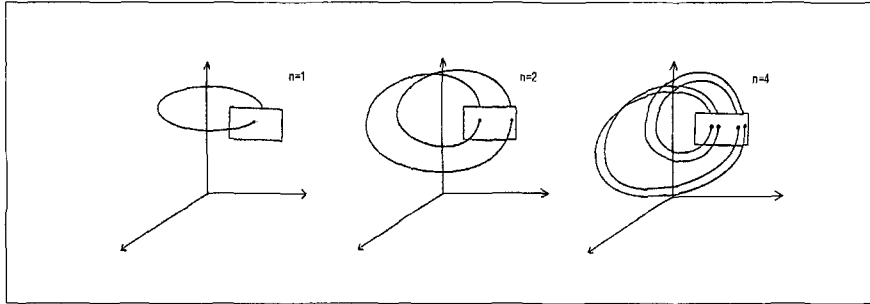


그림 1. Poincaré Section

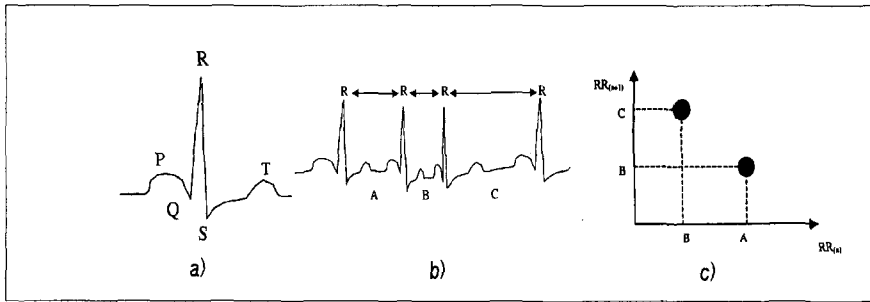


그림 2. Poincaré Map의 작성방법

Poincaré plots 중 한점 $x(t)$ 에서 $x(t+1)$ 로 시스템이 진행되는 과정을 나타낸다. 그러나 Poincaré map 역시 Poincaré section과 마찬가지로 만드는 방법은 시스템에 따라 달라지며 주어진 시스템에서도 여러 가지 Poincaré map 을 만들어 낼 수 있다.

그림 2를 보면 Poincaré map 이 어떻게 구축되는지를 알 수 있다. 위에서 언급한 것처럼 Poincaré map을 구축하는 방법은 시스템에 따라 달라지고 주어진 시스템에서도 여러 가지 map을 구축할 수 있다. 그림 2(a)를 연간 강우량 변화라 가정하면 가장 많은 강우가 발생하는 것이 R 임을 알 수 있다. 그림 2(b)를 보면, 그러한 패턴이 연속적으로 보여 졌을 때, 각 점 두 R 사이의 간격(interval)은 그림 2(b)의 A, B, C 이다. 그림 2(c)에서는 간격 A, B, C에 대하여 (A, B), (B, C)의 점을 찍었다. 즉, 간격을 $x(t)$ 라 했을 때 $(x(t), x(t+1))$ 로 가는 map이 작성되었음을 알 수 있다. 그림 2에서 map을 구축하는 방법은 한가지 예로 제시된 것으로서 각 시스템에 적합한 방법으로 map을 구축해 나가야 한다.

3. 기지시스템에 대한 Poincaré Map

기지의 다른 시스템들에 Poincaré section을 이용

하여 Poincaré map을 구축해보면 각 시스템에 따라 각기 다른 특성을 보인다. 여기서는 주기성을 갖는 시스템, 무작위한 특성을 갖는 시스템, 추계학적 모형, 카오스 특성을 갖는 자료들을 Poincaré section을 이용하여 불연속적인 자료를 발생시킨 후 Poincaré map을 구축하였다.

3.1 주기성을 갖는 시스템.

3.1.1 sine 곡선

각 시스템을 비교하기 위하여 식 (1)과 같이 주기가 2π 인 sine 곡선으로부터 2,000개의 자료를 발생시켜 Poincaré section에 의해 map을 구축하였다.

$$x(t) = \sin(t) \quad (1)$$

그림 3은 주기성을 갖고 있는 sine 곡선의 자료계열을 나타내고 있으며 그림 4는 시간 간격을 $1(\Delta t=1)$ 로 하여 구축한 map을 나타내고 있다. sine 곡선은 주기성을 띄는 시스템이므로 각기 다른 시간 간격에서도 일정한 끌개를 갖고 있음을 알 수 있다. 그림 4는 각 점들을 자취를 배제하고 본 그림으로서 폐곡선의 일정 형태를 보이고 있음을 알 수 있다.

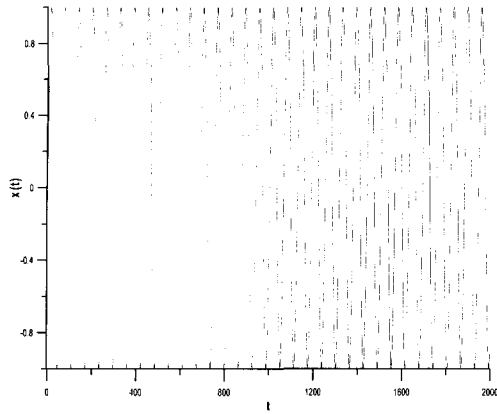


그림 3. Sine Curve 자료계열

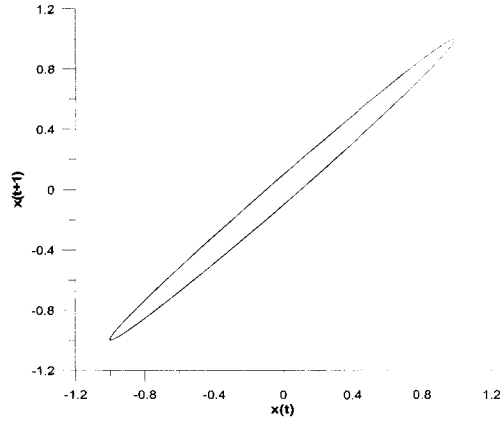


그림 4. Poincaré Map

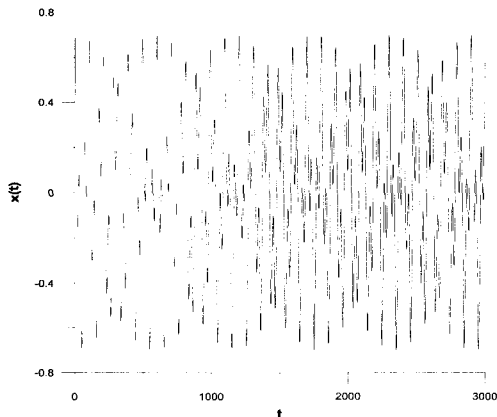


그림 5. 준 주기함수 자료계열

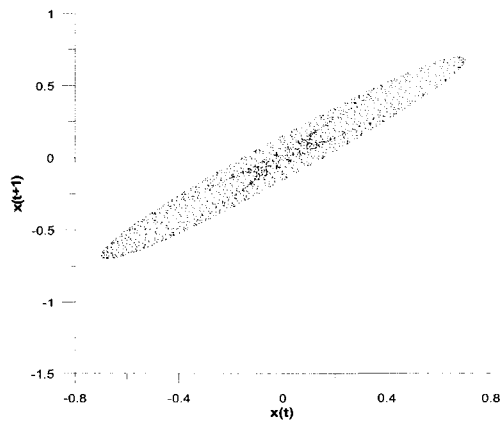


그림 6. Poincaré Map

3.1.2 준 주기함수

주기성을 갖는 또 다른 시스템인 준 주기함수(quasi periodic function)에 대한 Poincaré map을 얻기 위하여 식 (2)에 의하여 3,000개의 자료를 발생시켰다.

$$x(t) = 0.4 \cos(2\pi t/100) + 0.3 \cos(2\pi\sqrt{2}t/50) \quad (2)$$

그림 5는 식 (2)에 의하여 발생된 자료계열을 나타내고 있으며 그림 6은 준 주기함수의 Poincaré map을 나타내고 있다. Poincaré map을 보면 폐곡선 형태 안에 또다른 일정한 끌개를 지니고 있음을 알 수 있다. 이는 Poincaré map이 준 주기함수의 특성을 잘 표현하고 있음을 나타낸다.

3.2 백색잡음과 추계학적모형

3.2.1 백색잡음(White noise)

시스템의 특성을 비교하기 위하여 평균이 0인 정규 분포를 따르는 백색잡음을 이용하기 위하여 식 (3)과 같은 식에 의하여 무작위 특성을 갖는 자료를 발생시켰다.

$$X_t = \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (3)$$

총 2,000개의 자료를 발생시켰으며, 시간 간격을 바꿔가며 Poincaré section을 적용하였으나 어떠한 끌개도 찾을 수 없었다. 즉, 그림 7을 보면 Poincaré map이 산만하게 퍼져 있을 뿐, 어떠한 형태도 보이지 못하고 있다.

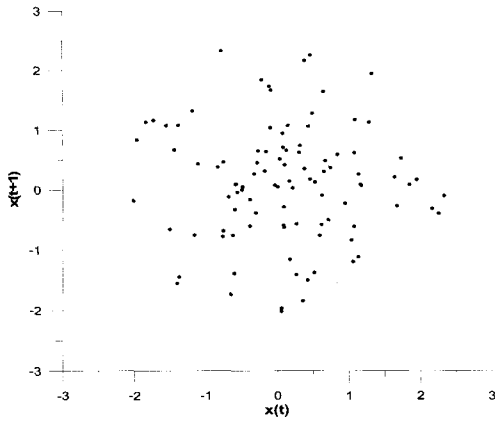


그림 7. 백색잡음의 Poincaré map

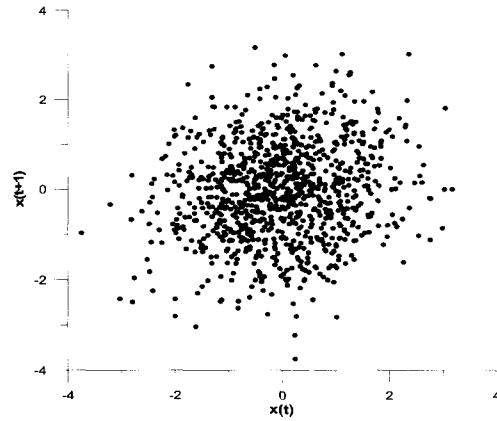


그림 8. AR(1) 모형의 Poincaré map

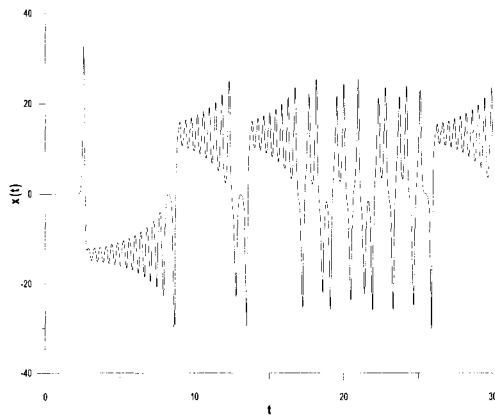


그림 9. Lorenz System(x시계열)

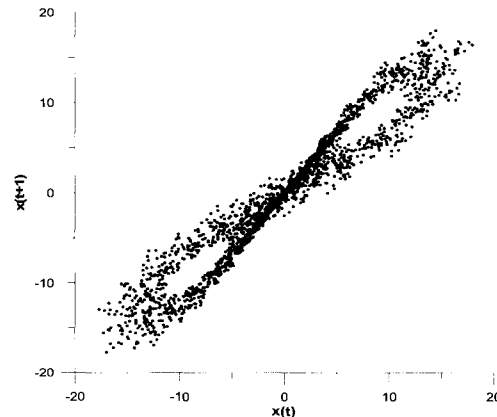


그림 10. Poincaré Map($\Delta t=1$)

3.2.2 추계학적 모형(Stochastic model)

자동회귀모형(autoregressive model, AR(p))중 식 (4)와 같은 1차 자동회귀모형 (AR(1))을 이용하여 선형 추계학적 자료를 발생시켰다.

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (4)$$

여기서, ϕ_1 은 1차 자기상관계수로서, $\phi_1=0.4$ 를 사용하였으며, ε_t 는 평균이 0인 정규분포를 따르는 무작위 자료이다.

1차 자동회귀모형을 이용하여 2,000개의 자료를 발생시켜 Poincaré map을 구한 결과를 그림 8에 나타내었으며, 백색잡음의 Poincaré map과 비교해 보면 AR 모형은 자체 상관계수 $\phi_1=0.4$ 의 영향으로 어느 정도는 가운데에 몰리는 경향이 있으나 백색잡음의 경우처럼

산만한 형태를 지니고 있음을 알 수 있다.

3.3 카오스 자료의 응용

Lorenz 시스템은 전형적인 카오스 특성을 갖는 시스템으로 알려져 있으며, 식 (5a)~(5c)의 시스템을 갖는다(Lorenz, 1963).

$$\frac{dx}{dt} = 10(y - x) \quad (5a)$$

$$\frac{dy}{dt} = 28x - y - xz \quad (5b)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - (8/3)z \quad (5c)$$

여기서 $\Delta t=0.05$ 를 사용하여 Runge-Kutta 방법에 의하여 식 (5a)에 의하여 x에 대한 2,000개의 시계열 자료를 구축하였다. 그림 9는 Lorenz 시스템으로부터 변수 x에 대한 시계열 자료를 도시하고 있으며, 그림 10은 x 시계열의 Poincaré map을 보이고 있다.

Poincare section을 이용하여 구축된 Lorenz 시계열에 대한 Poincare map은 그림 10에 나타난 것과 같이 감지할 수 있는 패턴이 발생하였다. 그림 9에서 알 수 있듯 자료가 비선형성을 띠고 있으나 이러한 비선형성안에 그림 10과 같은 규칙성을 갖고 있는 것이다. 이는 곧 Lorenz 시스템으로부터 발생한 자료계열이 카오스 시스템의 특성을 반영하고 있음을 말한다.

4. 수문자료의 적용

4.1 충주댐 일 유입량 자료

충주댐의 일 유입량 자료는 1985년부터 1998년까지

13개년의 자료를 사용하였으며, 일 유입량 시계열 분포는 그림 11과 같다.

그림 12는 충주댐 일 유입량 자료를 Poincare section에 의해 map을 구축하였다. 그림 12(a)를 볼 때 자료계열이 비선형성임을 알 수는 있으나 특별히 감지할 만한 패턴이 나타나지는 않고 있다. 단지 왼쪽 하단부로 많은 점들이 있음을 알 수 있다. 이는 계절적 특성에 의하여 비슷한 크기의 자료들이 몰려 있음을 나타내고 있다.

어떠한 감지할 수 있는 Pattern을 찾기 위하여 충주댐의 일정유입량($\Delta Q=180 \text{ m}^3/\text{s}$) Poincare section의 slice로 이용하는 방법으로 그림 12(b)와 같은 map을

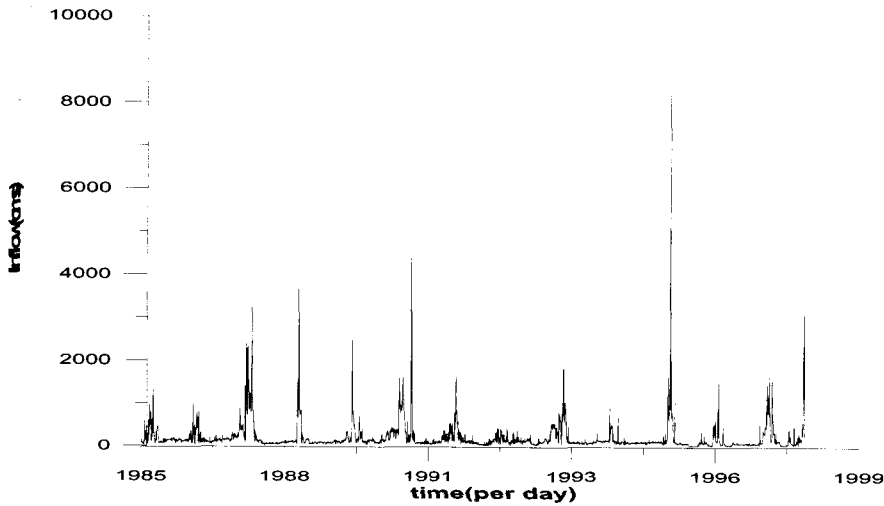


그림 11. 충주댐 일유입량 자료

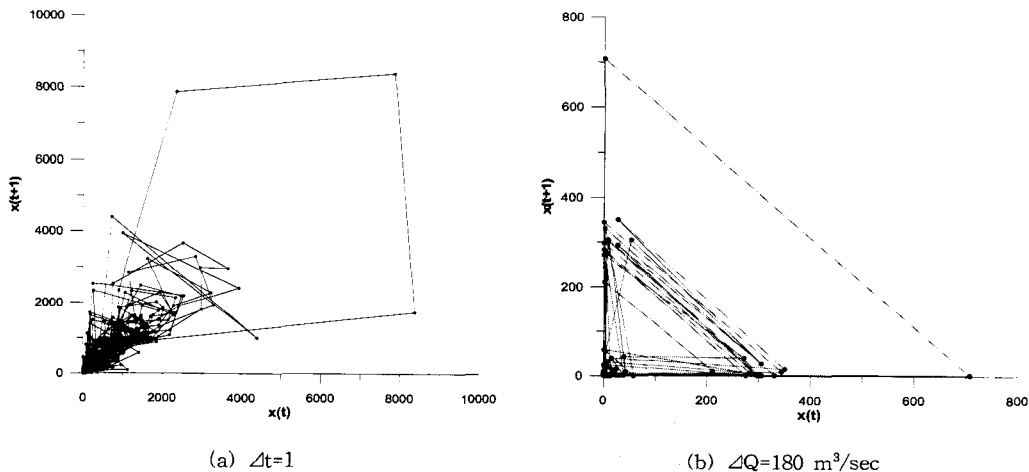


그림 12. Poincare Map(충주댐 일유입량 자료)

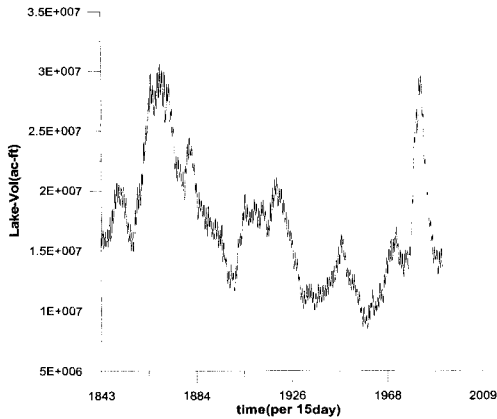


그림 13. GSL 용적 자료계열

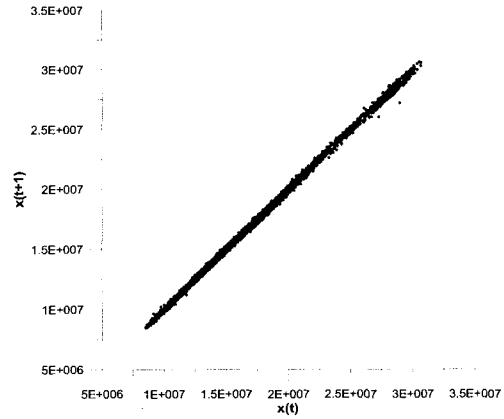


그림 14. Poincaré Map($\Delta t=1$)

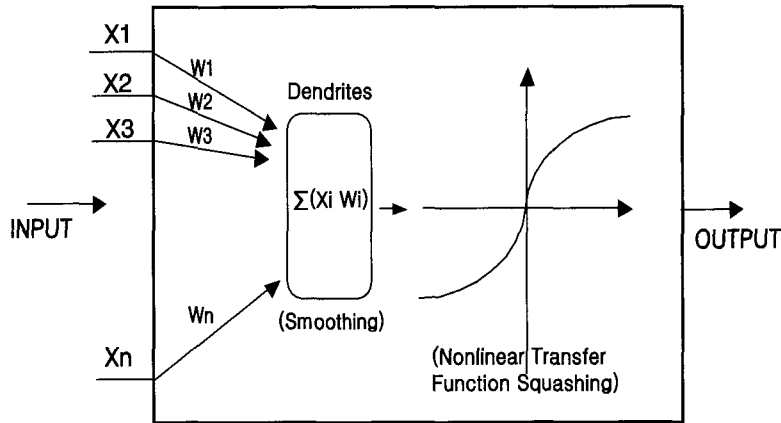


그림 15. 신경회로망

구축하였다. 그 결과 시간(Δt)을 slice로 이용한 결과 보다는 뚜렷한 형태를 보이는 map이 작성되었다.

4.2 Great Salt Lake 용적 자료

Great Salt Lake(GSL)는 평균 수심이 3~5m 정도로 매우 얇고, 대단히 넓은 표면적(6400 km²)을 가진 세계에서 네번째로 큰 호수이다. 1847년부터 1992년까지 15일 단위의 용적자료 중 앞선 2,300개의 자료를 사용하였다. 시계열 자료의 분포는 그림 13와 같고, 그림에서 보는 바와 같이 건기와 우기가 수년에 걸쳐서 지속된 현상을 보이고 있음을 알 수 있다(Sangoyomi 등, 1996). 실제로 Sangoyomi 등은 GSL 용적 자료가 카오스적 특성을 갖고 있음을 카오스분석을 통하여 밝힌 바 있다.

그림 14는 GSL 용적 자료를 Poincaré Section 을 이용하여 map을 구축한 것으로서 감지 할 수 있는 강

한 형태(pattern)를 보이고 있음을 알 수 있다. 자취를 추적해 보면 그러한 형태가 연속성을 갖고 표현되는 것은 아니지만 어떤 간격을 갖고 있으면서도 전체적으로 일정한 형태를 보이고 있음을 알 수 있다. 앞의 카오스 특성을 가진 자료의 Poincaré map과 마찬가지로 어떠한 형태의 자취를 추적했을 때, 동시에 발생하는 것은 아니지만, 결국 감지할 수 있는 어떤 형태를 갖고 있음을 알 수 있다. 그러므로 GSL 용적 자료는 카오스 특성을 갖고 있음을 판단할 수 있다.

5. 신경망을 이용한 수문자료의 예측

5.1 신경망의 기본 개념

신경망은 다수의 원소가 동시에 동작하는 병렬 처리 기계의 일종으로, 인간 뇌의 정보처럼 하드웨어 및 소프트웨어적인 병렬 분산 처리를 하는 시스템이다. 최

근에 시각적인 패턴 인식, 음성 타자기, 문자 인식, 음성 분석, 로봇 공학 등 여러 분야에 신경회로망 모델이 널리 이용되고 있으며, 특히 패턴 인식, 의사결정 등에서 정확한 계산 능력을 보이고 있다(1995, 황우연).

신경망은 연결모형(connection model), PDP(parallel distributed processing), 또는 뉴로시스템(neuromorphic system)이라 불리며 언급한 것처럼 인간 뇌의 구조를 컴퓨터로 구현하고자 개발된 개념이다. 신경망의 기본단위도는 뉴런으로서 모두 단순한 계산 소자의 연결을 통해 뛰어난 성능을 나타낸다. 아래의 그림 15는 신경세포의 학습과정을 모의하기 위하여 수학적 모형으로 나타낸 인공적 뉴런을 도시한 것이다. 인공적 뉴런은 수상돌기를 통해 전달받는 입력(input,

x)이 시냅스에서 연결강도의 변화를 겪는 것을 모의하기 위하여 가중치(weight, w)를 고려하였으므로 이들의 가중합을 세포체에서 해석하여 축색돌기를 통하여 전달하는 출력값을 모의하기 위하여 전달함수(transfer function)가 고려되었다.

5.2 수문자료에의 적용

5.2.1 총주댐 일유입량의 예측

총주댐의 일유입량자료 4,625개 중 3,000개의 자료를 BP 알고리즘을 통하여 학습후 1,625개의 자료를 통하여 검증을 하였다. 이러한 과정을 통하여 예측된 결과는 그림과 같으며 그림은 실측자료를 통한 검증결과를 보이고 있다.

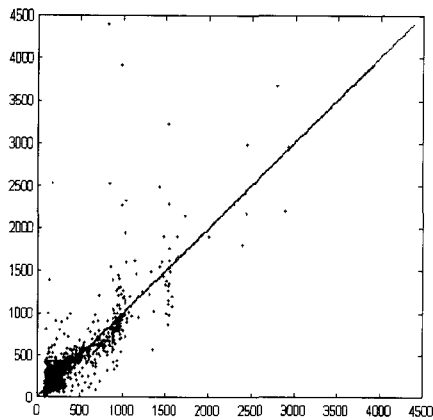


그림 16. 학습 결과 (예측치:실측치)

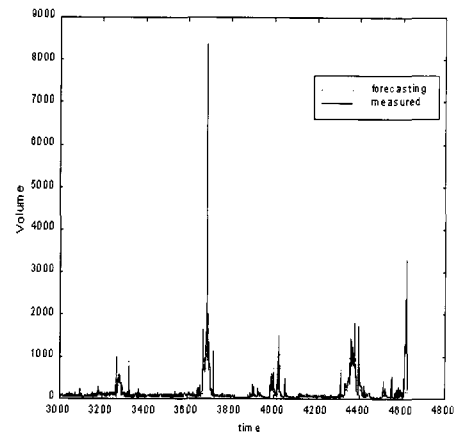


그림 17. 검증 결과

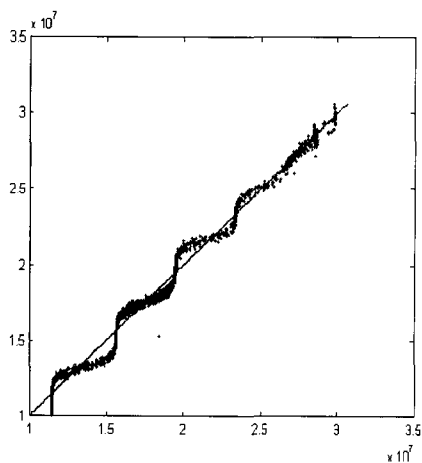


그림 18. 학습 결과 (예측치:실측치)

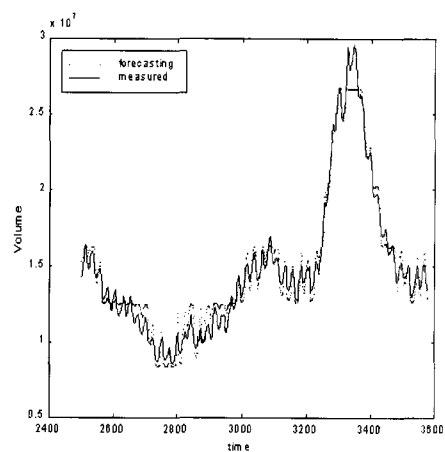


그림 19. 검증 결과

5.2.2 Great Salt Lake(GSL) 용적 예측

GSL의 체적자료는 3,578개의 자료중 2,500개의 자료를 BP 알고리즘을 통하여 학습후 1,078개의 자료를 통하여 검증하였다. 이러한 과정을 통하여 예측된 결과는 아래의 그림과 같다.

그림에서 볼 수 있듯이 그림 16 과 18이 비선형성을 띄고 있으나, 그림 16은 추계학적 특성을 나타내고, 그림 18은 카오스 특성을 반영하고 있다. 따라서 추계학적 특성을 지닌 자료는 추계학적 모형으로 카오스 특성의 자료는 카오스 예측 기법을 이용하여 예측을 수행할 수 있으나 본 연구에서는 신경망 모형을 이용하여 각기 다른 특성을 지닌 자료들의 예측을 수행하였다. 예측 결과, 신경망 모형이 자료의 특성에 관계없이 예측을 수행할 수 있음을 보여주었다.

6. 결론

Poincare section을 이용하여 구축되는 Poincare map은 자연 현상의 특성을 분석하는데 용이한 방법론이다. 본 연구에서는 이를 기존의 여러 특성을 갖는 자료에 적용하여 Poincare map의 형태를 비교 분석하였으며, 비선형 특성을 지닌 자료의 예측에 적합한 신경망 기법을 이용하여 수문자료의 예측을 실시하였다.

적용 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- ① Poincare map은 간단하게 자료의 특성을 찾는 데 적절한 방법을 알 수 있다. 기존의 연구에서도 증명이 되었듯이 주기성을 갖는 시스템과 카오스 특성을 갖는 자료는 모두 어떠한 일정 형태를 갖고 있으나, 주기성을 갖는 시스템의 Poincare map은 연속적으로 발생하는 일정한 자취에 의해 어떤 일정한 형태를 나타내고 있으며, 카오스 특성을 갖는 자료의 map은 자취가 연속적이지는 않으나 어떤 일정한 형태를 나타내고 있음을 알 수 있다. 그러나 백색잡음과 추계학적 모형은 일정한 형태를 갖기보다는 산만하게 퍼지는 특성을 보인다.
- ② 실제 수문 시계열 자료의 적용시 충주댐의 일 유입량 자료와 Great Salt Lake 용적 자료를 이용하였다. 충주댐의 일 유입량에 대한 시간 간격을 Poincare section의 slice로 하는 방법으로 map을 구축한 경우 일정한 형태를 찾지 못하였으나, 일정 유입량을 slice로 하여 map을 구축할 경우에는 유입량의 발생에 관한 일정한 형태를 찾을 수 있었다. 그러나 이러한 형태

는 그 계절적 특성에 의한 것이며, 이것이 어떤 확정론적인 특성을 표현하는 것은 아니다. 또한 GSL 용적 자료는 이미 증명된 것처럼 Poincare section을 이용하여 map을 구축하였을 때 카오스 특성을 지니고 있음을 확인할 수 있었다.

- ③ 카오스 특성을 지닌 자료의 예측가능성을 판단하기 위하여 신경망을 이용하여 충주댐의 일 유입량 자료와 GSL 용적자료의 예측을 수행한 결과, 신경망에 의하여 각기 다른 특성을 지닌 자료들을 예측할 수 있음을 보였다. 이는 예측의 정도가 시스템(또는 자료)이 추계학적이냐 또는 카오스적 특성을 나타내느냐의 여부에 따른다기 보다는 자료의 형태와 지속성등과 같은 자료의 속성에 기인함을 말해주고 있다고 할 수 있다.

결론적으로 요약하면, Poincare section을 이용해 Poincare map을 구축하는 것은 시계열 자료의 특성을 손쉽게 분석하는데 유용한 방법임을 알 수 있었으며, 또한 목적과 시스템에 따라 Poincare section을 잘 적용한다면 자료의 특성 분석 뿐 아니라 예측 또한 가능할 것으로 판단된다.

참고 문헌

- 김용석, 김형수, 김재형, 김중훈 (1999). "낮은 정밀도에 의한 일 강우량의 카오스적 예측 가능성." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제19권, 제II-4호, pp. 435-443.
- 김주환 (1992). "패턴인식 방법을 적용한 하천유출량의 비선형 예측." **한국수자원학회지**, 한국수자원학회, 제25권, 제3호, pp. 105-113.
- 김형수, 윤용남 (1996). "카오스의 위상학적 견지: (I) 일유량 자료 계열 해석에의 응용." **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제16권, 제II-5호, pp. 453-459.
- 김형수, 윤용남 (1996). "카오스의 위상학적 견지: (II) 독립성과 잡음제거." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제16권, 제II-5호, pp. 445-452.
- 김형수, 최시중, 김중훈 (1998). "DVS 알고리즘을 이용한 일 유량자료의 예측." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제18권, 제II-6호, pp. 563-570.
- 박배식, 성하운, 율김 (1993). 카오스: 현대 과학의 대혁명, 동문사.

- 심순보, 김만식, 심규철 (1998). "신경망이론에 의한 다목적 저수지의 홍수 유입량 예측." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제31권, 제1호, pp. 45-57.
- 이재수 (1994). "물수지 방정식의 카오스적 분석." **한국수자원학회지**, 한국수자원학회, 제27권, 제3호, pp. 45-54.
- 오남선, 선우중호 (1996). "신경망이론에 의한 강우예측에 관한 연구." **한국수자원학회지**, 한국수자원학회, 제29권, 제4호, pp. 109-118.
- 조현경 (2000). "인공신경망기법을 이용한 하천수질인자의 예측모델링-BOD와 DO를 중심으로." **한국환경과학회지**, 한국환경과학회, 제9권, pp. 455-462.
- 황우연 (1995). Matlab 응용. 높이깊이.
- Azuaje, F. and Pubizky, W. (1999). "Predicting coronary disease risk based on short-term RR interval measurements." *Artificial Intelligence in Medicine*, Vol. 15, pp. 275~297.
- Granek, G. (2000). "Poincare contribution Relativistic dynamics." *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.*, Vol. 31, No. 1, pp. 15~48.
- Kawakami A. and Funakoshi, M. (1999). "Chaotic motion of fluid particles around a rotating elliptic vortex in a linear shear flow." *Fluid Dynamics Research*, Vol. 25, pp. 167~193.
- Lorenz, E.N. (1963). "Deterministic Nonperiodic Flow." *Journal Of The Atmospheric Sciences*, Vol. 20, pp. 130~141.
- Ozorio de Almeida, A.M. and Vallejos, R.O. (1998). "Poincare's recurrence theorem and unitarity of the S-matrix" *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 11, pp. 1,015~1,020.
- Poincare, H. (1905). "Sur la Dynamique de l'Electron." *Comptes-Rendus des Seances l'Academie des Sciences*, Vol. 140, No. 5, pp. 1,504~1,508.
- Sangoyomi, T.B., Lall, U., and Abarbanel, HDI (1996). "Nonlinear dynamics of Great Salt Lake: Dimension estimation." *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 6, pp. 1,005~1,010.
- Strogatz, S.H. (1994). *Nonlinear Dynamics And Chaos : With Application to Physics. Biology, Chemistry and Engineering*. ADDISON-WESLEY.
- Tsonis, A.A. (1992). *CHAOS From Theory to Application*. Plenum Press.
- (논문번호:02-63/접수:2002.08.29/심사완료:2002.12.10)