

최량수리단면의 등류수심 Normal Depth of Best Section

유 동 훈*
YOO, Dong Hoon

Abstract

The computation of normal depth is one of the most important parts in the design of open channel flow, and the best section is in general the most economic section in the case of constructing artificial open channels. Thus the determination of the normal depth of the best section is the essential item in the design of most open channel flows. To estimate the frictional forces a power law is introduced, which is applicable to most situations in open channel flows. Explicit and consistent forms of equations are deduced for the calculation of normal depth of triangular, rectangular and trapezoidal best sections. Furthermore the equations of normal depth are found to have the same form as those of pipe diameter for the design of pipe flow.

Keywords : open channel, best section, normal depth, power law of friction factor

요 지

개수로의 설계에 있어서 등류수심의 산정은 가장 기본적인 요건이며, 인공수로를 구축할 경우 일반적으로 최량수리단면은 가장 경제적인 단면이 된다. 따라서 최량수리단면의 등류수심 산정은 거의 모든 수로 설계의 핵심적인 요소라 할 수 있다. 개수로 마찰력을 산정하기 위하여 일반성이 확보된 지수형 마찰계수 산정식을 도입하였다. 삼각형, 사각형 및 제형 등 거의 모든 형태의 수로에 대한 등류수심의 산정을 위하여 형식이 통일되고 양해적으로 해석이 가능한 산정식을 도출하였다. 또한 이들 등류수심 산정식은 관로설계에서 도출된 관경 산정식과 형식이 일치함을 확인하였다.

핵심용어 : 개수로, 최량수리단면, 등류수심, 지수형 마찰계수 산정식

* 아주대학교 토목설계공학과 교수

Prof., Dept. of Civil Engrg., Ajou Univ., Suwon, Kyonggi 442-749, Korea
(E-mail : dhy@hydroprogram.com)

1. 서론

인공수로를 설계하는데 있어 최량수리단면으로 형상을 구축하면 일반적으로 가장 경제적인 수공구조물을 구축할 수 있다. 개수로 단면 중에서 주어진 유효면에 대해 최대의 면적을 얻을 수 있는 단면이 최대의 유량을 송수할 수 있는 가장 효율적인 단면이다. Chezy의 평균유량공식에서도 알 수 있듯이 일정한 단면적에 대해서 최소의 유효면을 갖거나 주어진 유효면에 대해서 최대의 단면적을 가질 때 최대의 유량을 송수할 수 있으며 이러한 단면을 최량수리단면이라 칭한다.

유량과 수로경사는 주어지는 조건이며, 일반적으로 수로단면의 수심이나 폭을 결정하는 것이 수로설계의 기본과정이다. 정상류이고 등류인 조건에 대한 단면 결정으로 설계의 중요 지침을 선정하는데, 이 때의 수심을 등류수심(normal depth)이라 칭한다. 따라서 최량수리단면의 등류수심 산정은 대부분의 개수로 설계의 핵심적인 과정이 될 수 있다.

최량수리단면을 결정하는 인자로는 수로벽면의 조도, 표면장력, 중력, 에너지 경사 등이 있다. 여기서 수로벽면의 조도는 등가조도 k_w 로 대표되며 사용된 마찰계수 산정식 또는 평균유속 산정식의 종류에 따라 경험계수의 수치가 달라질 수 있다. 따라서 경험계수의 선택만큼 등가조도의 수치 결정이 매우 어려운 문제이다.

개수로 설계에 있어서 일반적으로 Manning (Hazen)식이 적용되고 있다. Manning (1889, 1895)식이 개수로 설계에 있어서 편리하고 광범위하게 사용되는데 반하여 Manning의 조도계수는 레이놀즈수의 증가에 따른 마찰계수의 감소나 조도에 따라 마찰계수가 상향으로 평행 이동하는 흐름 특성을 충분히 반영하기가 어려워 적용에 한계가 있다. 이와 같이 Manning식은 정밀도에 대한 신뢰성을 보장할 수 없기 때문에 개선의 여지가 많다고 판단된다.

Barr와 Das(1986)는 Manning식을 도입하여 등류수심의 양해법 산정식을 개발한 바 있다. 그들은 삼각형 수로의 양해법 산정식을 개발한 후 사각형 수로와 제형 수로를 분리하여 등류수심 약산식을 개발한 바 있다. 한편 유동훈과 권광석(1996)과 유동훈과 이민호(1999)는 지수형 마찰계수 산정식을 도입하여 다양한 무차원수를 도출한 후 여러 형태의 수로를 포괄할 수 있는 제형수로에 대하여 등류수심 근사식을 개발한 바 있다. 본고에서는 여러 흐름조건을 반영하면서도 형식이 간단하고 차원일치를 기할 수 있는 지수형 마찰계수

산정식을 적용하여 최량수리단면 조건에서의 등류수심 산정식을 제안하고자 한다.

2. 기본방정식

최량 수리단면 설계의 기본방정식은 Chezy 식이며 다음과 같다.

$$V = \sqrt{\frac{gHi}{C}} = C_h \sqrt{Hi} \quad (1)$$

여기서, V 는 단면 평균유속, H 는 동수반경, i 는 에너지 경사이고 C 는 마찰계수로서 Chezy 계수 C_h 와 $C_h = \sqrt{g/C}$ 의 관계가 있다.

개수로 설계시 마찰계수 산정의 적합도가 최종 산정결과와 정밀도에 중요한 영향을 미치는데 유동훈과 이민호(1998)은 여러 관측결과를 참조하여 다음과 같은 지수형 마찰계수 산정식을 제안한 바 있다.

$$C = \alpha R_H^\beta H_r^\zeta \quad (2)$$

여기서, C 는 마찰계수이며, $R_H (= VH/\nu)$ 는 동수반경 레이놀즈수, ν 는 점성계수이고 $H_r (= H/k_w)$ 은 조고비, k_w 는 등가조고이다. α 는 조고에 따라 변이하는 비례상수이며, β 와 ζ 는 흐름특성 또는 각 변수의 크기에 따라 변이하는 계수로 표 1에 제시된 바와 같다. Varwick(1945)과 Bazin(1865, 1897)의 관측자료 결과와 지수형 산정식의 산정결과를 비교한 것이 그림 1에 도시되어 있다. 비교된 바와 같이 대부분의 경우 식 (2)로 표기된 지수형 산정식은 비교적 정확한 일치를 보이고 있다.

식 (2)의 지수형 마찰계수 산정식을 식 (1)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

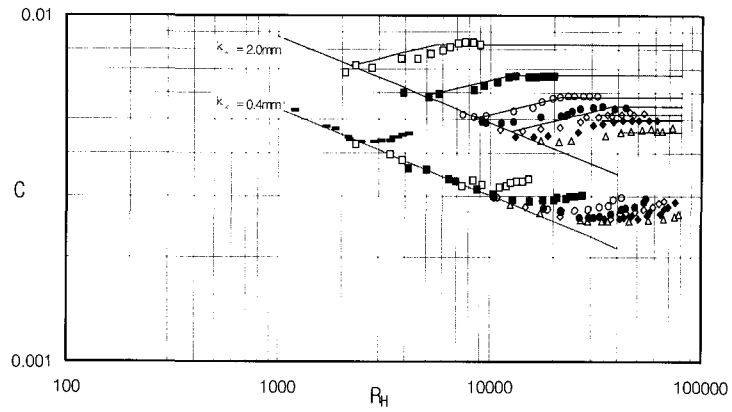
$$\frac{gA^2Hi}{Q^2} = \alpha \left(\frac{QH}{\nu A} \right)^\beta \left(\frac{H}{k_w} \right)^\zeta \quad (3)$$

위와 같이 좌변과 우변을 일치시킨 후, 총괄하여 다음과 같은 최량수리단면 결정을 위한 지수형 산정식을 도출할 수 있다.

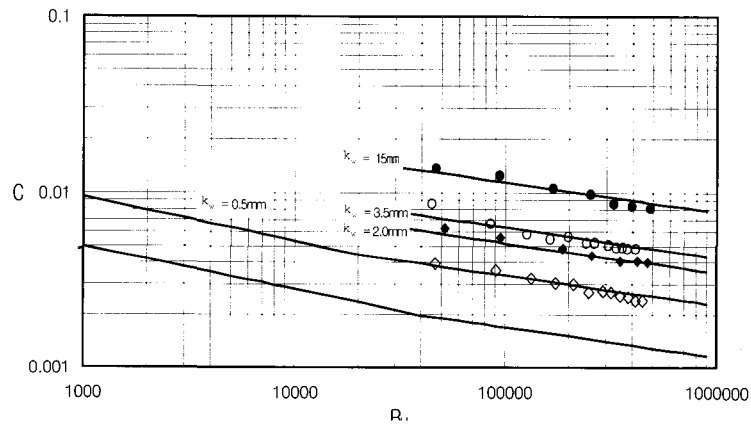
$$D = \gamma G^\delta \quad (4)$$

여기서 계수 γ 와 지수승 δ 는 다음과 같다.

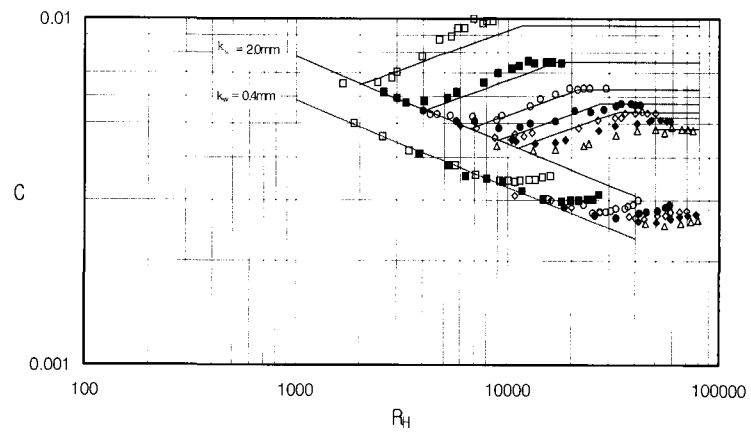
$$\gamma = [\alpha t K^{-\zeta}]^{\frac{1}{5+\beta-\zeta}} \quad (5)$$



(a) 삼각형수로의 Varwick실험자료와 지수함수식



(b) 사각형수로의 Bazin실험자료와 지수함수식



(c) 제형수로의 Varwick실험자료와 지수함수식

그림 1. 지수형 마찰계수 산정식의 산정결과와 관측자료의 비교

표 1. 지수형 개수로 마찰계수 산정식의 제 계수

	효율구분	경 계 조 건	α	β	ξ	
원 형 관	층 류	$R_H < 525$	2.0	-1.00	0	
	천이층류	$525 \leq R_H < 1,000$	0.0003	0.42	0	
	완난류 I	$1,000 \leq R_H < 37,500$	0.0279	-0.25	0	
	완난류 II	$37,500 \leq R_H < 2,000,000$	0.0120	-0.17	0	
	완난류 III	$2,000,000 \leq R_H < 137,500,000$	0.0050	-0.11	0	
	완난류 IV	$137,500,000 \leq R_H < 81.5 \cdot H_r$	0.0024	-0.07	0	
	천이난류	$81.5 \cdot H_r \leq R_H < 1,140 \cdot H_r$	0.0062	0.10	-0.40	
	전난류 I	$1,140 \cdot H_r \leq R_H$	$5 \leq H_r < 17.5$	0.0172	0	-0.41
	전난류 II		$17.5 \leq H_r < 57.3$	0.0137	0	-0.33
	전난류 III		$57.3 \leq H_r$	0.0099	0	-0.25
사 각 형	층 류	$R_H < 1,000$	$1.65 + 8.25k_w$	-1.00	0	
	완난류 I	$1,000 \leq R_H < 40,000$	$(0.018k_w + 0.025)$	-0.25	0	
	완난류 II	$40,000 \leq R_H < 1,000,000$	$0.0066k_w + 0.010$	-0.17	0	
	완난류 III	$1,000,000 \leq R_H < R_{H-ST}$	$(0.0026k_w + 0.0045)$	-0.11	0	
	천이난류	$R_{H-ST} \leq R_H < R_{H-TR}$	-	0.17	-0.80	
삼 각 형	층 류	$R_H < 1,000$	-	-1.00	0	
	완난류 I	$1,000 \leq R_H < 40,000$	$0.0217k_w + 0.027$	-0.25	0	
	완난류 II	$40,000 \leq R_H < 1,000,000$	$(0.0095k_w + 0.011)$	-0.17	0	
	완난류 III	$1,000,000 \leq R_H < R_{H-ST}$	$(0.0043k_w + 0.0047)$	-0.11	0	
	천이난류	$R_{H-ST} \leq R_H < R_{H-TR}$	$9.0 \times 10^{-5}H_r + 0.0013$	0.15	-0.80	
	전난류 I	$R_{H-TR} \leq R_H$	$H_r < 15$	$(0.0045k_w + 0.017)$	0	-0.50
	전난류 II		$15 \leq H_r < 40$	$(0.0033k_w + 0.0135)$	0	-0.41
제 형	층 류	$R_H < 1,000$	-	-1.00	0	
	완난류 I	$1,000 \leq R_H < 40,000$	$0.0096k_w + 0.028$	-0.25	0	
	완난류 II	$40,000 \leq R_H < 1,000,000$	$(0.0044k_w + 0.012)$	-0.17	0	
	완난류 III	$1,000,000 \leq R_H < R_{H-ST}$	$(0.0018k_w + 0.0052)$	-0.11	0	
	천이난류	$R_{H-ST} \leq R_H < R_{H-TR}$	$3.0 \times 10^{-5}H_r + 0.0106$	0.18	-0.80	
	전난류 I	$R_{H-TR} \leq R_H$	$H_r < 23$	$(0.0105k_w + 0.0172)$	0	-0.60
	전난류 II		$23 \leq H_r < 40$	$(0.0037k_w + 0.0137)$	0	-0.41

제 관련식에 도입된 등가조교 k_w 의 단위는 mm

삼각형 : $R_{r-ST} = \text{Min}[(-15 + 37k_w)H_r^{0.75}, 76 + 178k_w]$ $R_{r-TR} = \text{Min}[130H_r^{0.75}, 1320]$

제 형 : $R_{r-ST} = \text{Min}[(10 + 8.5k_w)H_r^{0.75}, 206 + 39k_w]$ $R_{r-TR} = \text{Min}[130H_r^{0.75}, 1320]$

완난류 경계조건 : $R_{H-ST} = R_{r-ST} \cdot H_r$

전난류 경계조건 : $R_{H-TR} = R_{r-TR} \cdot H_r$

()에 기록된 산정식들은 관측자료 없이 관련식의 경향으로부터 추정된 관계식

$$\delta = \frac{-5}{5 + \beta - \zeta} \quad (6)$$

D, K, G는 무차원수로 각각 수심유출수, 조고유출수, 유출경사수라 칭하며 다음과 같다.

$$D = \frac{h}{Q} \quad (7)$$

$$K = \frac{\nu k_w}{Q} \quad (8)$$

$$G = \frac{1}{\nu} (Q^3 g i)^{1/5} \quad (9)$$

h는 수심이고 식 (5)의 γ 를 결정하기 위한 상수 항 t는 단면의 형상에 따라 결정하게 된다.

3. 단면 형상에 따른 최량수리단면의 등류수심 결정

수로 형상은 대표적으로 삼각형, 사각형, 제형 등로 분류하여 구분할 수 있으며, 그림 2에 도시된 바와 같이 제형으로 총괄하여 표기할 수 있다. 즉, 삼각형은 제형수로 밑변 $b=0$, 사각형은 사변경사 $r=0$ 로 설정하여 표기된다.

3.1 삼각형 수로

우선 유수 단면적(A)이 일정할 경우 $\frac{dP}{dh} = 0$ 일 때 윤변이 최소가 되며 이때 최량수리단면이 된다. 삼각형수로에서 최량수리단면은 정삼각형이며 $r=1/\sqrt{3}$ 이고, 이러한 단면의 단면적과 윤변, 동수반경은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= rh^2 = \frac{h^2}{\sqrt{3}} \\ P &= 2h\sqrt{1+r^2} = \frac{4}{\sqrt{3}}h \end{aligned} \quad (10)$$

$$H = \frac{A}{P} = \frac{h}{2} r(1+r^2)^{-1/2} = \frac{h}{4}$$

삼각형 수로에서 최량수리단면을 결정하기 위해 마찰계수에 대하여 정리한 식 (3)에 식 (10)을 대입하고 무차원수를 도입하여 정리하면, 다음과 같다.

$$D^{5+\beta-\zeta} = \alpha t_T K^{-\zeta} G^{-5} \quad (11)$$

여기서

$$t_T = 2^{2(1-\beta-\zeta)} 3^{1+\frac{\beta}{2}} \quad (12)$$

이고 상기식을 수심유출수 D에 대하여 정리하면 식 (4)와 같은 지수형 산정식으로 표현된다.

3.2 사각형 수로

사각형 수로에서 최량수리단면은 $b=2h$ 일 때이며 $s=h/b$ 를 형상계수로 정의하면 $s=1/2$ 이고, 이러한 단면의 단면적과 윤변, 동수반경은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= bh = \frac{h^2}{s} = 2h^2 \\ P &= b+2h = \left(2+\frac{1}{s}\right)h = 4h \end{aligned} \quad (13)$$

$$H = \frac{bh}{b+2h} = \frac{h}{2s+1} = \frac{h}{2}$$

그러나 $b \neq 2h$ 인 경우의 최량수리단면을 구하기 위해 식 (3)에 형상계수 s가 포함된 식 (13)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$D^{5+\beta-\zeta} = \alpha t_R K^{-\zeta} G^{-5} \quad (14)$$

여기서

$$t_R = (2s+1)^{1-\beta-\zeta} s^{2+\beta} \quad (15)$$

사각형 최량수리단면의 등류수심 산정식도 삼각형수로에서와 같이 식(4)와 동일한 형태로 유도되며, γ 와 δ 도 각각 식 (5)과 (6)과 동일하게 유도된다. 단지 계

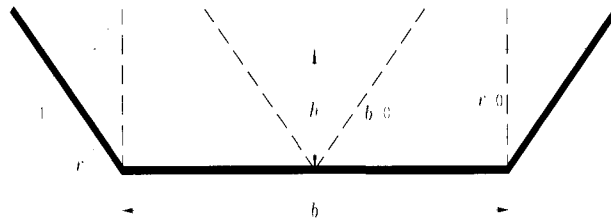


그림 2. 제형수로 단면

수 t 만 변이하며, 형상비 s 에 대한 상수 t_R 의 변이에 대해 그림 3에 도시하였다. 형상비 s 가 1/2이면 $t_R = 2^{-1-2\beta-\xi}$ 이 되며 형상비가 일정하지 않을 경우 흐름조건에 따라 표 2와 같다. 제시된 표 2에 형상비가 0.5인 경우 사각형 수로에서 최상수리단면을 결정하기 위한 t_R 의 수치가 제시되어 있다.

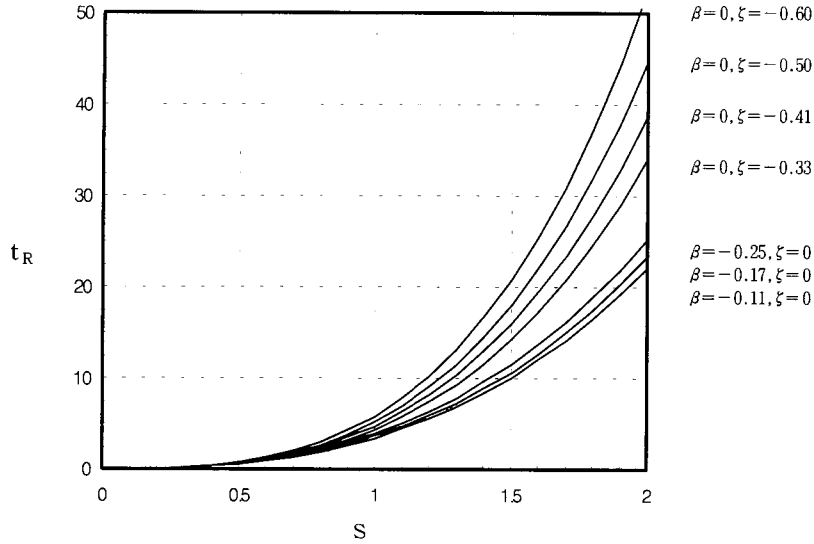


그림 3 형상비(s)에 대한 상수 t 의 변이

표 2. 사각형수로에서 흐름조건과 형상비에 따른 상수 t 의 변이

형상비 $s = \frac{h}{b}$	t_R						
	$\xi = 0$ (완난류)			$\beta = 0$ (전난류)			
	β			ξ			
	-0.11	-0.17	-0.25	-0.33	-0.41	-0.50	-0.60
0.1	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01
0.2	0.07	0.08	0.09	0.06	0.06	0.07	0.07
0.3	0.17	0.19	0.22	0.17	0.17	0.18	0.19
0.4	0.34	0.37	0.42	0.35	0.37	0.39	0.41
0.5	0.58	0.63	0.71	0.63	0.66	0.71	0.76
0.6	0.91	0.99	1.10	1.03	1.09	1.17	1.27
0.7	1.35	1.45	1.60	1.57	1.68	1.82	1.99
0.8	1.89	2.03	2.23	2.28	2.46	2.68	2.95
0.9	2.57	2.75	3.01	3.19	3.46	3.80	4.21
1.0	3.39	3.62	3.95	4.31	4.71	5.20	5.80
1.1	4.35	4.64	5.06	5.68	6.24	6.93	7.78
1.2	5.49	5.84	6.35	7.33	8.09	9.03	10.20
1.3	6.81	7.23	7.85	9.28	10.29	11.54	13.12
1.4	8.31	8.83	9.56	11.57	12.88	14.52	16.59
1.5	10.03	10.63	11.50	14.22	15.89	18.00	20.68
1.6	11.96	12.67	13.69	17.26	19.37	22.04	25.44
1.7	14.12	14.95	16.13	20.73	23.34	26.67	30.93
1.8	16.52	17.48	18.84	24.66	27.86	31.97	37.24
1.9	19.19	20.28	21.85	29.08	32.97	37.96	44.41
2.0	22.12	23.37	25.15	34.02	38.69	44.72	52.53

표 3. 수로형상에 대한 최량수리단면의 상수 t의 변이

수로형태			삼각형 수로	사각형 수로	제형 수로
흐름 조건	t		$2^{2(1-\beta-\zeta)} 3^{1+\frac{\beta}{2}}$	$2^{-1-2\beta-\zeta}$	$2^{1-\beta-\zeta} 3^{-1-\frac{\beta}{2}}$
	지수승				
완난류 ($\zeta=0$)	β	-0.11	13.16	0.58	0.76
		-0.17	13.83	0.63	0.82
		-0.25	14.79	0.71	0.91
전난류 ($\beta=0$)	ζ	-0.33	18.96	0.63	0.84
		-0.41	21.18	0.66	0.88
		-0.50	24.00	0.71	0.94
		-0.60	27.57	0.76	1.01

3.3 제형 수로

일반 제형수로에서 최량수리단면은 정삼각형 3개로 이루어진 제형수로일 때 최량수리단면이 되며, 이때의 단면적과 윤변, 동수반경은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 A &= bh(1+rs) = \sqrt{3}h^2 \\
 P &= 3b = 2\sqrt{3}h \\
 H &= \frac{A}{P} = \frac{h}{2}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

여기서, 제형수로의 최량수리단면에서의 b와 h의 관계 및 r과 s는 다음과 같다.

$$b = \frac{2}{\sqrt{3}}h, \quad r = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad s = \frac{\sqrt{3}}{2}
 \tag{17}$$

식 (3)에 식 (16)을 대입하여 정리하고 무차원수를 도입하면 다음과 같다.

$$D^{5+\beta-\zeta} = \alpha t_p K^{-\zeta} G^{-5}
 \tag{18}$$

여기서

$$t_p = 2^{1-\beta-\zeta} 3^{-1-\frac{\beta}{2}}
 \tag{19}$$

이며, 제형수로 최량수리단면의 등류수심 산정식 역시 식 (4)와 동일한 형태로 표현된다.

각 수로에서의 최량수리단면을 구한 결과를 정리하면 모든 산정식들은 식 (4)와 같이 기본형식은 동일하며, 수로형상에 따라 상수 t만 변하는 것을 알 수 있다. 또한 식 (4)는 유동훈과 강찬수(1998)가 관로설계를 유도한 단일관의 환경 산정식과 형식이 동일하다. 각 수로형상에 따른 상수 t의 변화를 살펴보면 표 3에 제시

된 바와 같다.

식 (4)에서 완난류와 전난류의 형태에 따라 각각 주어진 조건과 β, ζ 를 대입하여 수심 유효수(D)를 산정하면 최량수리단면의 수심은 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$h = \frac{DQ}{\nu}
 \tag{17}$$

4. 결 론

삼각형, 사각형, 제형 등 거의 모든 형태의 수로에 대한 최량수리단면의 등류수심 산정을 위하여 일반성이 확보된 지수형 마찰계수 산정식을 도입하였다. 각 형태에 대하여 적합하면서도 통일된 형식이 도출되었으며, 모든 산정식이 양해적으로 해석이 가능하다. 본 연구에 적용된 지수형 산정식은 주로 Varwick(1945)의 관측자료와 Bazin(1865)의 관측자료를 이용하여 도출된 것인데 일반성이 확보된 형식을 취하였기 때문에 광범위한 적용이 가능하다.

본 연구에서 도출된 등류수심 산정식은 식 (4)로서 형식이 통일되어 표기되었으며 이는 단일관로 설계에서 도출된 환경 산정식과 형식이 일치한다 (유동훈, 강찬수, 1998). 단지 환경 산정식에서는 펌프동력과 에너지 경사와 연관된 무차원수의 함수로 표기되는데 등류수심 산정에는 에너지경사 또는 수로 경사만으로 도출된 무차원수의 함수로 표기된다.

감사의 글

본 연구는 2001년 재단법인 산학협동재단의 연구과제인 “중소유역 홍수량 산정 모형 개발”의 일환으로 이루어진 것이며, 이에 감사를 표합니다.

참 고 문 헌

- 유동훈 (1995). "사각형 개수로 마찰계수." **한국수자원학회지**, 한국수자원학회, 제28권, 제2호, pp. 155-168.
- 유동훈, 강찬수 (1998). "단일 상용관로의 간편설계." **한국수자원학회 논문집**, 한국수자원학회, 제31권, 제5호, pp. 565-574.
- 유동훈, 권광석 (1996). "등류수심의 양해법 근사식." **한국수자원학회 학술발표회 논문집**, 한국수자원학회, pp. 87- 92.
- 유동훈, 이민호 (1998). "개수로 마찰계수 산정식." **한국수자원학회 학술발표회 논문집**, 한국수자원학회, pp. 278-283.
- 유동훈, 이민호 (1999). "등류수로 간편설계." **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제19권, 제II-1호, pp. 13-21.
- 유동훈, 이민호 (2000). "지수형 개수로 마찰계수 산정식." **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제20권, 제1-B호, pp. 1-10.
- Barr. D.I.H. and Das, W. (1986). "Direct solutions for normal depth using the Manning equation." *Proc. Instn Civ., Engrs. Part2*, 1986, Vol. 81, pp. 315-333.
- Bazin, H.E. (1865). "Recherches experimentales sur lecoulement de leau dans les canaux decouverts." *Memoires presentes par divers savants al Academie des Sciences*, Paris, Vol. 19.
- Bazin, H.E. (1897). "Etude d'Une Nouvelle Formule pour Calauler le Debit des Canaux De'couverts." *Memorie No.41, Annales des Ponts et Chausses*, 14, pp. 20-70.
- Manning, R. (1889). "On the flow of water in open channels and pipes." *Trans. Inst. Civil Eng. Ireland*, 20, pp. 161-195.
- Manning, R. (1895). "On the flow of water in open channels and pipes." *Supplement to 1889 paper*, *Trans. Inst. Civil Eng. Ireland*, 24, pp. 179-207.
- Varwick, F. (1945). *Zur Fliess formel fur offene Kunstliche Gerinne*. These inedite, Dresden, University.

(논문번호:02-41/접수:2002.06.26/심사완료:2002.10.24)