

현재 상태 추정기를 이용한 멀티레이트 제어에 관한 연구

A Study on Multirate Control Using a Current Estimator

황희철, 정정주, 정동실

(Hee Choul Hwang, Chung Choo Chung and Dong Seul Jeong)

Abstract : A multirate state feedback control (MRSFC) method is proposed for systems sensitive to disturbance and noise based on the multirate estimator design using current estimator. MRSFC updates the controller output slower than the measurement sampling frequency of system output by a lifting factor $R = T_s / T_c$. The closed-loop MRSFC system is less sensitive to disturbance and noise due to filtering effect than the conventional single-rate control system. The multirate estimator gain can be obtained by solving a conventional pole placement problem such that MRSFC has the same spectrum of eigenvalues in the s-plane as the single-rate control. We applied the proposed multirate state feedback controller to a galvanometer servo system. Simulation and experimental results show that settling and tracking performances are improved compared with a conventional single-rate pole placement control (PPC).

Keywords : multirate control, digital control, estimator, sampling rate, disturbance & noise

I. 서론

이산 시간 디지털 제어기 설계에 있어 플랜트 출력 측정 샘플링 주기 T_s 와 제어기 출력 갱신 주기 T_c 가 같은(즉 $T_c = T_s = T$) 기존의 싱글레이트 디지털 제어기의 경우 샘플링 주기 T 를 빨리 할수록 추정기 이득이 커짐에 따라 센서의 측정 노이즈에 민감하게 된다. 따라서 시스템의 추종 성능(tracking performance) 저하를 가져온다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 anti-aliasing 필터를 쓰면 위상 지연(phase lag)에 의한 시스템의 동적 성능이 나빠지는 결과를 초래할 수 있다[8][9].

위와 같은 문제점을 해결할 수 있는 방식으로 멀티레이트 제어(multirate control)를 고려할 수 있다. 멀티레이트 제어 시스템이란 플랜트 출력 측정 샘플링 주기 T_s 와 제어기 출력 갱신 주기 T_c 를 달리 설정하는 디지털 제어 시스템을 의미한다[4][5][10]. Hagiwara와 Araki[2][3]는 외란과 노이즈가 없는 시스템에 적용 가능한 멀티레이트 출력 제어기 (MROC) 설계에 대해 연구하여 멀티레이트 출력 제어기에 의한 시스템 성능이 T_s 와 T_c 주기가 같은 일반적인 싱글레이트 디지털 제어기에 비해 우수함을 시뮬레이션을 통해 보였다. 그러나 플랜트 동역학은 고려하였으나 추정기 동역학을 고려하지 않았고 샘플링비($R = T_c / T_s$)가 충분히 큰 조건을 만족할 경우에 제어기 극점과 추정기 극점을 임의로 배치(assignment) 할 수는 있지만 제어기와 추정기의 독립적인 설계가 불가능하여 극점배치에 있어 오류를 범할 수 있다. 무엇보다도 멀티레이트 출력 제어기 구조는 T_s 가 빨라짐에 따라 제어기 이득(controller gain)이 상승하여 센서의 측정 노이즈를 증폭시켜 시스템 추종 성능을 저하시키는 단점이 있다. Er와 Anderson[1]은 Hagiwara와 Araki의 멀티레이트 출력 제어기 구조가 외란과 노이즈가 있는 시스템에서는 노이즈를 증폭시키는 결과를 초래하여 시스템 응답특성이 나빠지는 문제점을 지적하였으나 구체적인 해결책을 제시하지는 못했다. Viassolo와 Retea[7]도 멀티레이트 출력 제어기가 외란과 노이즈에 민감함을 인식하고 측정 노이즈에 의한 역효과를 최소화시키기 위해 최적화 문제(optimization problem)인 LMI(Linear Matrix Inequality) 알고리즘을 적용하여 멀티레이트 출력 제어기를 설계하는 방법에 대한 연구를 하였다. 그러나 제어기와 추정기의 극점을 임의로 배치할 수 없는 문제점을 있다.

본 논문에서는 외란과 노이즈에 민감한 시스템의 문제점을 해결할 수 있는 멀티레이트 추정기 설계에 기반한 새로운 멀티레이트 상태케환 제어기(MRSFC) 설계방법을 제안한다. 제안된 설계방법은 제어기 출력 갱신 주기가 플랜트 출력 측정 주기보다 R 배 느린 구조의 샘플링 방법이란 점에서는 Hagiwara와 Araki[2][3]가 제안한 멀티레이트 출력 제어기와 같지만 플랜트 동역학과 추정기 동역학을 모두 고려하여 추정기와 제어기에 각각 임의의 극점을 배치할 수 있도록 제어기와 추정기를 독립적으로 설계할 수 있는 구조를 제시한다는 점에서 멀티레이트 출력 제어기(MROC)와는 다른 새로운 멀티레이트 제어 구조이다. 제안된 구조는 기존의 싱글레이트 극점배치 제어기와 제어기 이득은 같더라도 리프팅 요소(lifting factor) R 이 증가함에 따라 멀티레이트 상태케환 제어기의 추정기 이득이 점진적으로

논문접수 : 2002. 5. 29., 채택확정 : 2002. 11. 16.

황희철 : 한양대학교 전자통신전과 공학과, 현재 LG전자 DM
연구소 NSIS그룹 주임연구원(naru98@lge.com)

정정주 : 한양대학교 전자전기컴퓨터 공학부
(cchung.hanyang.ac.kr)

정동실 : 한양대학교 전자통신전과 공학과
(dsjeong@ihanyang.ac.kr)

* 본 논문은 2000년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구
하였습니다.(KRF-2000-003-E00363)

감소함으로써 측정 노이즈에 대해 덜 민감하게 됨을 보여 준다. 시변 시스템인 멀티레이트 제어 시스템을 리프팅 기술(lifting technique)을 적용하여 시불변 상태 공간 표현으로 바꾸어 주파수 응답 특성을 확인한다. 멀티레이트 상태 궤환 제어기의 성능검증을 위한 적절한 플랜트로서 외란과 노이즈에 민감한 갈바노미터 시스템을 선택하여 시뮬레이션과 실험을 통하여 기존의 싱글레이트 극점배치 제어기와 성능 비교를 함으로써 제안된 방법의 우수성을 증명한다.

II. 새로운 멀티레이트 제어기 설계

1. 멀티레이트 제어기 구조

다음과 같은 일반적인 단일 입출력 제어 시스템의 연속 시간 선형 상태 공간 모델식을 생각한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x(t) \in R^n$; $u(t) \in R^1$; $y(t) \in R^1$ 이고 시스템 (F, G) 은 제어가능하고, (F, H) 는 관측 가능하다고 가정 한다. (1)에 ZOH를 적용하여 등가 이산시간 상태공간에서 다음과 같은 차분방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} x(k+1, 0) &= \Phi_{T_c} x(k, 0) + \Gamma_{T_c} u(k, 0) \\ y(k, 0) &= Hx(k, 0) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\Phi_{T_c} = e^{FT_c}$ 이고 $\Gamma_{T_c} = \int_0^{T_c} e^{F\eta} d\eta G$ 이다. T_c 는 기존의 싱글레이트 디지털 제어에서는 샘플링 주기이고 제안된 멀티레이트 디지털 제어에서는 제어 출력 생성 주기를 의미한다. 한편 멀티레이트 시스템을 ZOH를 적용하여 상태공간 표현법으로 나타내면, (3)이 얻어지고

$$\begin{aligned} x(k, i+1) &= \Phi_{T_c} x(k, i) + \Gamma_{T_c} u(k, 0) \\ y(k, i) &= Hx(k, i) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $\Phi_{T_c} = e^{FT_c}$ 이고 $\Gamma_{T_c} = \int_0^{T_c} e^{F\eta} d\eta G$ 이다. k 는 제어 출력 생성 순간이며 i 는 제어 출력 주기 내의 플랜트 출력 측정 순간이다. 제어기 출력 생성 주기 내의 i 번째 플랜트 측정 순간은 $t = kT_c + iT_s = (k+i/R)T_c$ 와 같다.

플랜트 입력 외란 w 와 센서 측정 노이즈 v 가 존재하는 시스템을 아래의 그림 1과 같이 멀티레이트 상태 궤환 제어 시스템으로 구현할 수 있다. 그림 1에서 샘플링비는

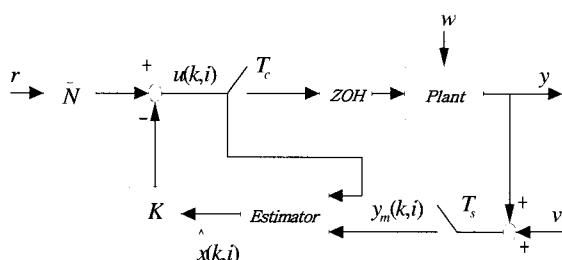


그림 1. 멀티레이트 상태 궤환 제어 시스템의 블록선도.

Fig. 1. Block diagram of multirate state feedback control system.

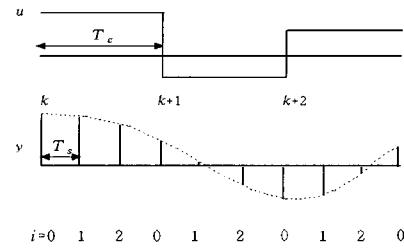


그림 2. 멀티레이트 샘플링 메카니즘.

Fig. 2. Multirate sampling mechanism.

$R = T_c / T_s$ 이고 $T_s < T_c$ 이다. 우선 다음과 같은 가정을 한다.

가정 1 : 싱글레이트 등가 이산시간 시스템 (2)에서, 시스템 $(\Phi_{T_c}, \Gamma_{T_c})$ 는 제어가능하고 (Φ_{T_c}, H) 는 관측 가능하다.

가정 2 : 제안된 멀티레이트 등가 이산시간 시스템 (3)에서, 시스템 (Φ_{T_c}, H) 는 관측 가능하다.

그림 1의 멀티레이트 샘플링 메카니즘은 그림 2와 같다.

그림 1에서 현재 추정기(current estimator)를 사용한 멀티레이트 추정기 동역학은 다음과 같다.

$$\bar{x}(k, i) = \begin{cases} \Phi_{T_c} \hat{x}(k-1, R-1) + \Gamma_{T_c} u(k-1, 0) & (\text{for } i=0) \\ \Phi_{T_c} \hat{x}(k, i-1) + \Gamma_{T_c} u(k, 0) & (\text{for } i=1, 2, \dots, R-1) \end{cases} \quad (4)$$

$$\hat{x}(k, i) = \bar{x}(k, i) + L_i [y_m(k, i) - H \bar{x}(k, i)] \quad (\text{for } i=1, 2, \dots, R-1) \quad (5)$$

여기서 $\bar{x}(k, i)$ 는 이전의 추정에 의한 모델 상태의 예측된 추정치이고 $\hat{x}(k, i)$ 는 현재의 측정된 플랜트 출력값에 의한 모델 상태의 현재 추정치이다. L_i 는 i 순간의 추정기 이득이다. 이러한 새로운 멀티레이트 추정기 이득을 L_m (즉, $L_0 = L_1 = L_2 = \dots = L_{R-1} = L_m$)으로 고정시킴으로써 멀티레이트 추정기에서 구현을 간략화 시킬 수 있다. 또한 제안된 멀티레이트 제어 문제를 유연하게 하기 위하여 제어기의 계산시간 지연은 없다고 가정한다.

그러면 (4)와 (5)로부터, 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(k, i) &= \Phi_{T_c}^i \bar{x}(k, 0) + \sum_{j=0}^{i-1} \Phi_{T_c}^{i-1-j} \Gamma_{T_c} u(k, 0) \\ &\quad + \sum_{j=0}^i \Phi_{T_c}^{i-j} L_m [y_m(k, j) - H \bar{x}(k, j)] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1, 0) &= \Phi_{T_c}^R \bar{x}(k, 0) + \sum_{j=0}^{R-1} \Phi_{T_c}^{R-1-j} \Gamma_{T_c} u(k, 0) \\ &\quad + \sum_{j=0}^{R-1} \Phi_{T_c}^{R-j} L_m [y_m(k, j) - H \bar{x}(k, j)] \\ &\quad + L_m [y_m(k+1, 0) - H \bar{x}(k+1, 0)] \end{aligned} \quad (7)$$

따라서, 제안된 멀티레이트 상태 궤환 제어 시스템의 제어기 출력 $u(k, i)$ 는 (6)과 (7)로부터 T_s 주기마다 얻은 현재 추정 상태에 제어기 극점 배치에 의해 구해지는 궤환 제어 이득을 곱하여 얻는다.

$$u(k, i) = u(k, 0) = -K \hat{x}(k, 0) + K N_x \gamma \quad (8)$$

(for $i = 0, 1, \dots, R-1$)

결국 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어는 추정기의 현재 추정 상태는 T_s 주기로 보정되고 제어기의 제어 출력은 T_c 주기로 갱신되며 내부 샘플링($kT_c + T_s \leq k((k+1)T_c)$) 내에서는 제어기 출력이 갱신되지 않고 유지(holding)되는 구조로 구현된다.

2. 멀티레이트 추정기 이득 설계

(6)과 (7)의 멀티레이트 추정기 이득 L_m 을 얻는 공식을 체계적으로 유도해 내기 위하여, 추정기 오차 방정식을 이용한다. 추정기 오차 $\bar{e}(k, 0)$ 를 $x(k, 0) - \bar{x}(k, 0)$ 라고 정의 할 때, (2)와 (4)로부터

$$\bar{e}(k+1, 0) = \Phi_{T_c}^R \bar{e}(k, 0) - \sum_{j=0}^{R-1} \Phi_{T_c}^{R-j} L_m H \bar{e}(k, j) \quad (9)$$

이 얻어진다.

한편, $\bar{e}(k, i+1) = [\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H] \bar{e}(k, i)$ 관계로부터, (9)는 다음과 같이 정리 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{e}(k+1, 0) \\ = [\Phi_{T_c}^R - \sum_{j=0}^{R-1} \Phi_{T_c}^{R-j} L_m H (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^j] \bar{e}(k, 0) \end{aligned} \quad (10)$$

(10)은 제어 출력 갱신 순간과 플랜트 측정 순간이 일치하는 시점에서의 추정기 오차 방정식 관계를 의미하며 (10)의 특성 방정식은 다음과 같다.

$$\det \left[zI - \Phi_{T_c}^R + \sum_{j=0}^{R-1} \{\Phi_{T_c}^{R-j} L_m H (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^j\} \right] \quad (11)$$

제안 1 : (등가 멀티레이트 추정기 오차 방정식)

멀티레이트 추정기 오차 방정식 (10)은 다음과 같은 등가관계에 있다.

$$\bar{e}(k+1, 0) = (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^R \bar{e}(k, 0) \quad (12)$$

증명 : (10)과 (12)의 등가 관계가 양의 정수 R 에 대하여 성립됨을 증명하기 위하여 $\Phi_{T_c} = A$, $L_m H = B$ 라고 두자. 이때 (13)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \Phi_{T_c}^R - \sum_{j=0}^{R-1} \{\Phi_{T_c}^{R-j} L_m H (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^j\} \\ = (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^R \end{aligned} \quad (13)$$

따라서, $R=1$ 일 때 수학적 귀납법에 의해 (14)은 $A - AB = A - AB$ 가 되며 등가관계를 만족한다. 한편, $R+1$ 에 대해서는 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned} (A - AB)^{R+1} \\ = (A - AB)^R (A - AB) \end{aligned} \quad (14)$$

위의 관계로부터 (12)은 멀티레이트 추정기 오차 방정식에서 만족되므로 (10)과 (12)는 등가관계에 있다.

$$\begin{aligned} &= [A^R - \sum_{j=0}^{R-1} A^{R-j} B (A - AB)^j] (A - AB) \\ &= A^R (A - AB) - \sum_{j=0}^{R-1} A^{R-j} B (A - AB)^{j+1} \\ &= A^{R+1} - A^{R+1} B - \sum_{j=0}^{R-1} A^{R-j} B (A - AB)^{j+1} \\ &= A^{R+1} - \sum_{j=0}^{(R+1)-1} A^{(R+1)-j} B (A - AB)^j \end{aligned} \quad (15)$$

위의 결과로부터 다음과 같은 중요한 관계를 얻을 수 있다.

소견 1 : (멀티레이트 추정기 이득 설계)

(1)~(11)시스템에서, 샘플링비가 $R = T_c / T_s$ ($T_s < T_c$)이고 Proposition 1에 근거하여 다음과 같은 충분조건을 만족할 때, 제안된 멀티레이트 추정기의 극점(poles)을 샘플링 주기 T_c 인 기존의 싱글레이트 추정기의 극점과 일치하도록 임의로 배치할 수 있다.

$$\begin{aligned} \det [zI - (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^R] \\ = \det [zI - (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_s H)] \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 L_m 은 제안된 멀티레이트 추정기 이득이고 L_s 는 싱글레이트 추정기 이득이다. (16)에 의해 극점 배치를 (17)과 같이 일치시킴으로써,

$$\begin{aligned} \text{eig} [(\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^R] \\ = \text{eig} [\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_s H] \end{aligned} \quad (17)$$

제안된 멀티레이트 추정기 이득 L_m 을 구할 수 있다.

소견 2 : 위에서 제안된 알고리즘을 MATLAB 코드로 구현하면 다음과 같다(단, sp_est는 s-평면 추정기 설계 고유값(eigen-value)이고 R은 샘플링비(T_c / T_s)이다.)

```
zp_est=exp(Ts*R*sp_est);
zp_mest=zp_est^(1/R);
Lmp=place(PHI_Ts',H,zp_mest)';
Lmc=inv(PHI_Ts)*Lmp;
Lm=Lzp_est=exp(Ts*R*sp_est);
Lm=Lmc
```

여기서, zp_est는 (12)에서 $(\text{PHI_Tc}-\text{PHI_Tc} * \text{Lm} * \text{H})^R$ 인 멀티레이트 추정기의 설계 고유값이고 zp_mest는 $(\text{PHI}-\text{PHI} * \text{Ls} * \text{H})$ 인 싱글레이트 추정기의 설계 고유값이다.

한편, 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어 시스템에서 제어기와 추정기를 각각 독립적으로 설계가능한지 여부를 검증하기 위하여 추정기 오차 방정식과 제어법칙이 적용된 시스템 방정식으로부터 분리 원리(principle of separation)가 만족되는지 확인 할 수 있다.

정리 1 : (멀티레이트 상태궤환 제어에서의 분리 원리)

플랜트가 단일 입출력 연속시간 선형 시불변 시스템(2)(3)일 때 이러한 시스템이 가정 1과 가정 2를 만족한다고 가정하자. 멀티레이트 동적 시스템과 멀티레이트 추정기 동적 시스템이 (4),(5)와 같이 표현되고 멀티레이트 제어기 출력이 (8)과 같이 주어질 때, 멀티레이트 추정기에 기반한 제

안된 멀티레이트 상태궤환 제어 시스템은 분리 원리 (principle of separation)가 만족된다.

증명 : (8)로부터 제어법칙이 적용된 플랜트 방정식은 다음과 같다

$$x(k+1,0) = \Phi_{T_c} x(k,0) - \Gamma_{T_c} K \hat{x}(k,0) \quad (18)$$

추정기 오차를 $\bar{e}(k,0) = x(k,0) - \bar{x}(k,0)$ 라고 두자. 이때 (5)를 (18)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} x(k+1,0) &= \\ &(\Phi_{T_c} - \Gamma_{T_c} K) x(k,0) + (\Gamma_{T_c} K - \Gamma_{T_c} K L_m H) \bar{e}(k,0) \end{aligned} \quad (19)$$

을 얻게된다.

추정기 오차방정식 (10)과 위에서 유도된 (19)를 결합시키면 제어기 출력 갱신 순간마다 다음과 같은 분리 원리 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{e}(k+1,0) \\ x(k+1,0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}(k,0) \\ x(k,0) \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_{11} &= (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^R \\ A_{21} &= \Gamma_{T_c} K - \Gamma_{T_c} K L_m H \\ A_{22} &= \Phi_{T_c} - \Gamma_{T_c} K \end{aligned} \quad (21)$$

이 얻어지고, 따라서 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어 시스템에서 제어기와 추정기를 각각 독립적으로 설계할 수 있다는 것을 명확히 확인할 수 있다. ■

3. 리프팅시킨 상태공간 표현

일반적으로 멀티레이트 제어 시스템은 시변 시스템이므로 개루프 제어 시스템의 주파수 응답 특성을 파악하기가 어렵다. 따라서 이러한 시스템의 해석 방법인 리프팅 기술 (lifting technique)을 이용하여 제어기 출력 갱신 주기인 T_c 에서 리프팅된 플랜트와 추정기 동적 시스템의 모델링으로부터 시변 제어 시스템인 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어 시스템을 시불변 시스템으로 변환시킬 수 있다[4][5][6]. 이렇게 변환시킴으로써 전체 개루프 시스템의 주파수 응답 특성을 알 수 있다.

아래의 그림 3은 그림 1의 리프팅된 멀티레이트 시스템 블록 선도를 나타낸다.

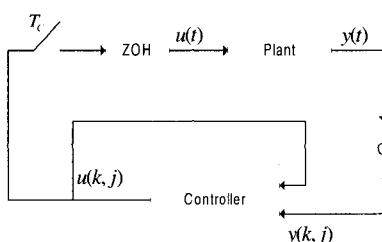


그림 3. 리프팅된 멀티레이트 제어시스템 블록선도.

Fig. 3. Block diagram of the lifted multirate control system.

그림 3의 리프팅 연산자 Q 를 그림 4와 같이 구체적으로 표현할 수 있다.

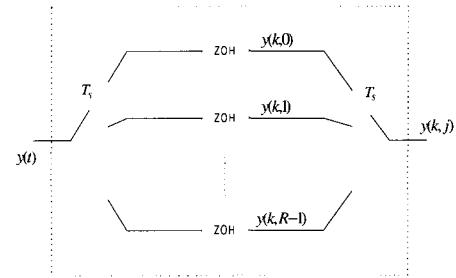


그림 4. 리프팅 연산자 Q .

Fig. 4. Lifting operator Q .



그림 5. 개루프 시스템 블록선도.

Fig. 5. Block diagram of open-loop system.

정의 1 (R -리프팅) : 제안된 멀티레이트 시스템(2)(3)이 $T_c / T_s = R$ ($R > 1$)를 만족하는 멀티레이트 추정기(4)(5)에 기반한 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어 시스템의 제어 갱신 순간을 R -리프팅이라고 정의한다.

그림 5는 그림 3의 $u(k,0)$ 에서 $u(k,0)$ 까지 R -리프팅시켰을 때의 개루프 시스템을 표현하고 있다.

3.1. 리프팅된 플랜트 모델링 $P(z)$

(3)으로부터, 리프팅된 플랜트 동적 시스템을 다음과 같이 리프팅시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} x(k,1) &= \Phi_{T_c} x(k,0) + \Gamma_{T_c} u(k,0) \\ x(k,2) &= \Phi_{T_c} x(k,1) + \Gamma_{T_c} u(k,1) \\ &= \Phi_{T_c} [\Phi_{T_c} x(k,0) + \Gamma_{T_c} u(k,0)] + \Gamma_{T_c} u(k,1) \\ &\vdots \\ x(k,j) &= \Phi_{T_c}^j x(k,0) + \sum_{i=0}^{j-1} \Phi_{T_c}^i \Gamma_{T_c} u(k,0) \\ &\quad (\text{for } 1 \leq j \leq R-1) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 $u(k,0) = u(k,1) = \dots = u(k, R-1)$ 이다. 따라서 리프팅된 플랜트(즉 그림 5의 $P(z)$) 모델링은 다음과 같이 시불변 상태공간 표현으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x(k+1,0) &= \Phi_{T_c} x(k,0) + \Gamma_{T_c} u(k,0) \\ &= A_p x(k,0) + B_p u(k,0) \\ \tilde{y}(k,0) &= C_p x(k,0) + D_p u(k,0) \end{aligned} \quad (23)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_p &= \Phi_{T_c}^R = \Phi_{T_c} \\ B_p &= \sum_{i=0}^{R-1} \Phi_{T_c}^i \Gamma_{T_c} = \Gamma_{T_c} \end{aligned} \quad (24)$$

$$C_p = \begin{bmatrix} H \\ H\Phi_{T_c} \\ \vdots \\ H\Phi_{T_c}^{R-1} \end{bmatrix}, \quad D_p = \begin{bmatrix} 0 \\ H\Gamma_{T_c} \\ H(\Phi_{T_c} + I)\Gamma_{T_c} \\ \vdots \\ H \sum_{i=0}^{R-1} \Phi_{T_c}^{i-1} \Gamma_{T_c} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\tilde{y}(k,0) = \begin{bmatrix} y(k,0) \\ y(k,1) \\ \vdots \\ y(k,R-1) \end{bmatrix} \quad (26)$$

3.2. 리프팅된 멀티레이트 상태궤환 제어기 모델링 C(z)
(4)로부터 리프팅된 멀티레이트 추정기는 (27)과 같이 표현될 수 있으며,

$$\begin{aligned} & \bar{x}(k+1,0) \\ &= (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^R \bar{x}(k,0) \\ &+ \sum_{j=0}^{R-1} (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1-j} \Phi_{T_c} L_m y_m(k,j) \\ &+ \sum_{j=0}^{R-1} (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1-j} \Gamma_{T_c} u(k,0) \end{aligned} \quad (27)$$

(5)와 (8)로부터, 상태궤환 제어 법칙을 유도해 낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & u(k,0) \\ &= -K \hat{x}(k,0) \\ &= -K [x(k,0) + L_m (y_m(k,0) - H \bar{x}(k,0))] \\ &= -K [I - L_m H] \bar{x}(k,0) - K L_m y_m(k,0) \end{aligned} \quad (28)$$

따라서 (28)을 (27)에 대입하여 다음식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \bar{x}(k+1,0) = [(\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^R \\ & - \sum_{j=0}^{R-1} (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1-j} \Gamma_{T_c} K (I - L_m H)] \bar{x}(k,0) \\ & + \sum_{j=1}^{R-1} (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1-j} \Phi_{T_c} L_m y_m(k,j) \\ & + [(\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1} \Phi_{T_c} L_m \\ & - \sum_{j=0}^{R-1} (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1-j} \Gamma_{T_c} K L_m] y_m(k,0) \end{aligned} \quad (29)$$

이때 (28)과 (29)로부터, 멀티레이트 추정기가 포함된 리프팅된 멀티레이트 상태궤환 제어기 모델링 (즉, 그림 5의 C(z))은 다음과 같이 상태 공간 표현법으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+1,0) &= A_c \bar{x}(k,0) + B_c \tilde{y}_m(k,0) \\ u(k,0) &= C_c \bar{x}(k,0) + D_c y_m(k,0) \end{aligned} \quad (30)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_c &= (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^R \\ &- \sum_{j=0}^{R-1} (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1-j} \Gamma_{T_c} K (I - L_m H) \\ B_c &= [B_c(0) \ B_c(1) \ \cdots \ B_c(R-1)] \\ B_c(0) &= (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1} \Phi_{T_c} L_m \\ &- \sum_{j=0}^{R-1} (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1-j} \Gamma_{T_c} K L_m \\ B_c(1) &= \sum_{j=1}^{R-1} (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1-j} \Phi_{T_c} L_m \\ &\vdots \\ B_c(R-1) &= \sum_{j=1}^{R-1} (\Phi_{T_c} - \Phi_{T_c} L_m H)^{R-1-j} \Phi_{T_c} L_m \\ & \quad (\text{for } i=1,2,\cdots,R-1) \\ C_c &= -K [I - L_m H] \\ D_c &= -K L_m \end{aligned} \quad (31)$$

$$\tilde{y}_m(k,0) = \begin{bmatrix} y_m(k,1) \\ y_m(k,2) \\ \vdots \\ y_m(k,R-1) \end{bmatrix} \quad (32)$$

따라서 시변 제어 시스템인 멀티레이트 시스템을 시불변 시스템으로 리프팅시킨 (23)과 (30)을 이용하여 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어 시스템의 주파수 응답 특성을 시뮬레이션을 통하여 확인할 수 있게 된다.

4. 수치예제

제안된 멀티레이트 상태궤환 제어는 단일 입출력 n차 시스템에 적용할 수 있다. 다음과 같은 수치예제를 통하여 설계방법을 확인할 수 있다. 시뮬레이션 및 실험에 적용된 갈바노미터 연속시간 2차 플랜트의 모델링이 다음과 같다고 하자.

$$\begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 \\ 3.8685e+004 \end{bmatrix} \\ H &= [1.2605e+001 \ 0] \end{aligned} \quad (33)$$

(33)을 (2)와 (3)과 같은 등가 이산시간 시스템으로 변환하면 (단, $T_s = 50[\mu\text{s}]$ 와 $T_c = 100[\mu\text{s}]$, 즉 리프팅 요인 $R = 2$ 로 설정할 때) 멀티레이트 시스템의 행열식들을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Phi_{T_c} &= \begin{bmatrix} 1 & 1.0000e-004 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \Gamma_{T_c} = \begin{bmatrix} 1.9342e-004 \\ 3.8685e+000 \end{bmatrix} \\ H &= [1.2605e+001 \ 0] \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{T_c} &= \begin{bmatrix} 1 & 5.0000e-005 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \Gamma_{T_c} = \begin{bmatrix} 4.8356e-005 \\ 1.9342e+000 \end{bmatrix} \\ H &= [1.2605e+001 \ 0] \end{aligned} \quad (35)$$

이때 (34), (35) 시스템은 풀랭크(full rank)를 가지므로 제어 가능하며 관측 가능하다. 따라서 가정 1과 가정 2를 만족하는 시스템임을 알 수 있다.

먼저 멀티레이트 제어기의 제어 이득 K 는 다음과 같이 MATLAB 코드를 이용하여 구할 수 있다. (단, sp_sf 는 S-평면 제어기 설계 고유값이다.)

$$\begin{aligned} \text{zp_sf} &= \exp(T_c * \text{sp_sf}); \\ \text{Kc} &= \text{place}(\text{PHI}_{T_c}, \text{GAM}_{T_c}, \text{zp_sf}) \\ K &= [2.6579e+002 \ 1.3516e-001] \end{aligned} \quad (36)$$

이러한 값은 $T_s = T_c = T = 100[\mu\text{s}]$ 인 기존의 싱글레이트 극점할당 제어값과 동가이다.

한편, 설계사양을 만족하는 싱글레이트 추정기 이득이 다음과 같이 주어져 있을 때,

$$L_s = \begin{bmatrix} 7.7604e-002 \\ 7.2259e+002 \end{bmatrix} \quad (37)$$

위의 L_s 와 리프팅 요인 $R = 2$ 를 이용하여 소견 1에 있는 MATLAB 코드로 멀티레이트 추정기의 설계 고유값을 가장 잘 조정(tuning)된 싱글레이트 추정기의 고유값과 같도록 배

치하면, 따라서 제안된 멀티레이트 추정기의 이득값은 다음과 같이 얻어진다.

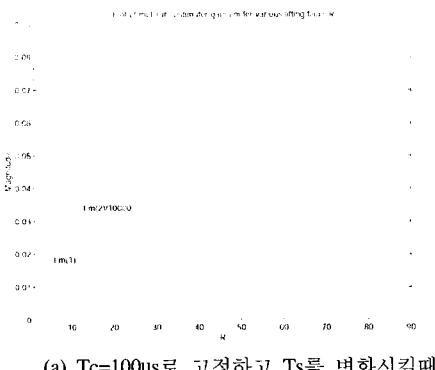
$$\begin{aligned} & \text{eig} [(\Phi_{T_s} - \Phi_{T_c} L_m H)^2] \\ &= \text{eig} [\Phi_{T_c} - \Phi_{T_s} L_m H] \\ &= [5.5483e-002 + 1.3682e-001j \\ &\quad 5.5483e-002 - 1.3682e-001j] \end{aligned} \quad (38)$$

$$L_m = [6.7620e-002 \\ 8.0962e+002] \quad (39)$$

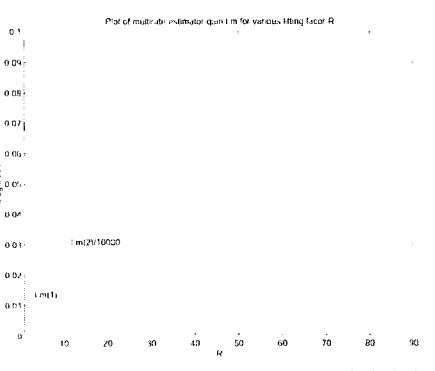
이러한 설계과정은 고차 시스템에 대해서도 똑같이 적용될 수 있다.

한편, (37)과 (39)를 비교해 볼 때 (39)의 위치 이득(position gain)은 (37)에 비해 줄어들었지만 반면에 (39)의 속도 이득(velocity gain)은 (37)보다 커졌다는 사실을 주지할 수 있다. 이러한 사실을 근거로 리프팅 요인 R 을 변화시켜 멀티레이트 추정기이득의 추이를 시뮬레이션을 통해 확인함으로써 상호 연관성을 찾아보려 한다.

그림 6(a)에서 $R=1$ 인 싱글레이트 추정기의 속도 이득보다 $R=2$ 일때 멀티레이트 추정기의 속도 이득이 더 커진다는 특이한 사실을 확인할 수 있다. 그러나 $R=3, 4, 5, \dots$ 일때는 멀티레이트 추정기의 위치 이득과 속도 이득이 싱글레이트 추정기에 비해 모두 점진적으로 감소된다.



(a) $T_c=100\mu s$ 로 고정하고 T_s 를 변화시킬 때



(b) $T_c=50\mu s$ 로 고정하고 T_s 를 변화시킬 때

그림 6. 멀티레이트 추정기 이득 L_m [$L_m(1)=$ 위치 이득, $L_m(2)=$ 속도 이득, $R=$ 리프팅 요인].

Fig. 6. Multirate estimator gain L_m [$L_m(1)=$ position gain, $L_m(2)=$ velocity gain, $R=$ lifting factor].

사실을 알 수 있다. 한편, 그림 6(b)에서는 $R=1$ 인 싱글레이트 추정기의 속도 이득보다 $R=2, 3, 4, 5, \dots$ 일때(즉 모든 멀티레이트의 경우)는 일반적으로 멀티레이트 추정기의 위치 이득과 속도 이득이 싱글레이트 추정기에 비해 모두 점진적으로 감소된다는 사실을 알 수 있다.

결국 리프팅된 멀티레이트 상태궤환 제어 시스템의 추정기 극점을 싱글레이트 추정기 극점과 같게 배치함으로써 플랜트 출력 측정 샘플링 주기가 빨라질수록 멀티레이트 추정기의 이득값은 감소하게 된다. 따라서 우리는 외란과 노이즈에 민감한 플랜트에 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어기를 적용했을 때 외란과 노이즈에 대한 필터링 효과를 얻을 수 있다. 이러한 결과는 Hagiwara와 Araki[2][3]의 멀티레이트 출력 제어기(MROC)가 플랜트 출력 측정 샘플링 주기가 빨라짐에 따라 외란과 노이즈를 증폭시키는 문제점이 있는 반면에, 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어기는 이러한 문제점을 해결할 수 있음을 보여 준다.

III. 시뮬레이션 및 실험

1. 시스템 구성도

앞에서 제시한 제어기를 검증하기 위하여 외란과 노이즈에 민감한 플랜트인 갈바노미터 서보 시스템에 적용하고자 한다. MATLAB/SIMULINK 툴박스를 사용하여 시뮬레이션을 했다. 또한 시뮬레이션을 수행한 C 프로그램을 그대로 실험에 다시 사용하는 실시간 제어기 설계가 가능한 개발환경을 구축하여 실험을 수행했다. 16bit ADC와 16bit DAC로 60MHz TMS320C32 DSP(Digital Signal Processor)보드와 인터페이스하여 설계된 멀티레이트 상태궤환 제어기를 DSP에 다운로드 하여 갈바노미터 서보를 제어하였다.

그림 7은 갈바노미터 플랜트의 개루프 주파수 응답을 보여준다. 그림 7에서 「Measured」는 갈바노미터 플랜트를 DSA (Dynamic Signal Analyzer: HP35665A)로 측정한 개루프 주파수 응답이고, 「Model 1」은 간략화 시킨 2차 모델에 의한 시뮬레이션 데이터이며, 「Model 2」는 기계적인 공진 모드를 첨가시켜 4차 모델에 의한 시뮬레이션 데이터이다.

그림 7을 근거로 우리는 갈바노미터 플랜트를 2차 선형 모델로 설정하여 시뮬레이션 및 실험을 수행하였다.

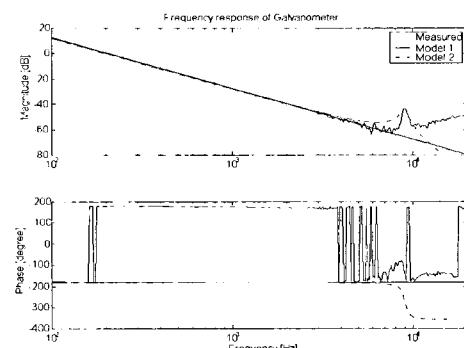


그림 7. 갈바노미터 주파수 응답.

Fig. 7. Open-loop Frequency response of galvanometer.

2. 시뮬레이션 결과

반도체 공정에서 레이저 마킹을 위한 갈바노미터 서보 시스템에는 두 가지 중요한 노이즈를 포함하고 있다. 첫째는 갈바노미터에 부착된 캐페시티브 위치 센서에 의한 변조 신호이며, 둘째는 전자회로로부터 나오는 변조 신호이다. 이러한 노이즈 성분은 시스템 동적 특성에 중요한 영향을 끼치게 된다. 따라서 우리는 갈바노미터 시스템에 ±1 mV 랜덤 노이즈와 ±5 mV, 6 MHz의 변조신호를 SIMULINK 블록의 출력단에 인가 시켜 시뮬레이션을 수행했다.

그림 8(a)의 개루프 주파수 응답 특성을 표로 정리하면 표 1과 같다. 3가지 경우 모두 동일한 극점을 갖는 경우를 비교하였다. 표 1에서 알 수 있듯이 기존의 싱글레이트 극점배치 제어기보다는 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어기의 주파수 응답 특성을 통해 보다 더 충분한 안정도 여유를 확보할 수 있다.

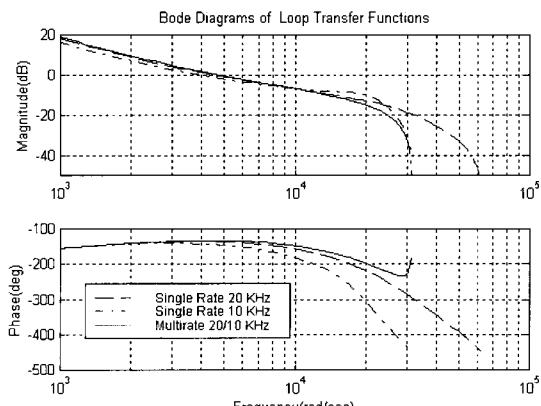
표 1. 개루프 주파수 응답 특성 비교.

Table 1. Open-loop frequency response comparison.

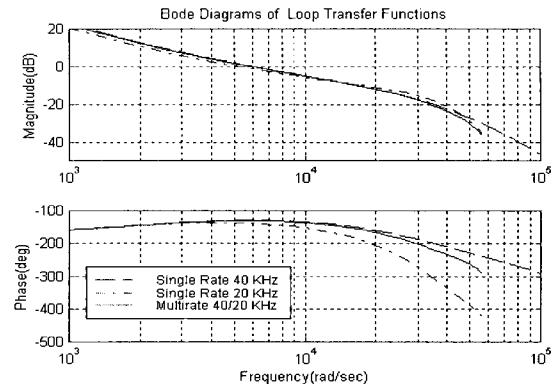
	GM [dB]	PM [deg]
F _s =10, F _c =10kHz	6.986	37.747
F _s =20, F _c =20kHz	10.039	44.223
F _s =20, F _c =10kHz	12.536	47.052

그림 8(b)는 그림 8(a)와 정착 시간은 같도록 설계하지만 플랜트 출력 샘플링 주파수 F_s 와 제어기 출력 간섭 주파수 F_c 를 각각 2배 빠르게 샘플링 할 때의 주파수 응답이다. 그림 8(b)에서 멀티레이트 제어일때가 $F_s=20\text{kHz}$ 인 싱글레이트 제어일때보다는 크기(magnitude)와 위상(phase) 특성 모두 우수하다. 또한 $F_s=40\text{ kHz}$ 인 싱글레이트 제어일 때 보다 크기 특성은 우수하다. 그러나 상대적으로 위상 특성은 큰 효과를 얻지 못했다.

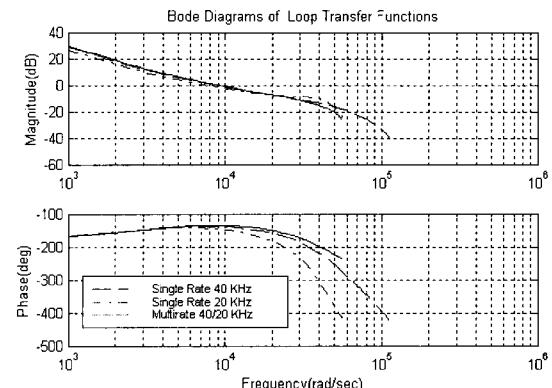
그림 8(c)는 그림 8(b)와 같은 샘플링 조건하에 정착시간은 좀 더 빠르게 설계했을 때 멀티레이트 제어가 싱글레이트 제어에 비해 크기와 위상 특성 모두 더 좋아진다는 사실을 보여준다.



(a) 정착시간을 1.5ms로 설계할 때



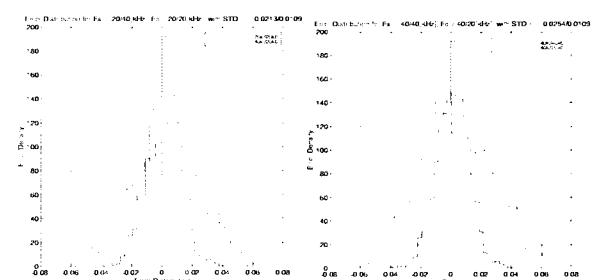
(b) 정착시간을 1.5ms로 설계할 때



(c) 정착시간을 0.75ms로 설계할 때

그림 8. 기존의 싱글레이트 극점배치 제어와 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어의 주파수 응답.

Fig. 8. Frequency response of conventional single-rate PPC vs proposed MRSFC.



(a) $F_s = 20\text{ kHz}, F_c = 20\text{ kHz}$ (b) $F_s = 40\text{ kHz}, F_c = 40\text{ kHz}$ 와 $F_s = 40\text{ kHz}, F_c = 20\text{ kHz}$ 와 $F_s = 40\text{ kHz}, F_c = 10\text{ kHz}$

그림 9. 기존의 싱글레이트 극점배치 제어와 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어의 주파수 응답 .

Fig. 9. Frequency response of conventional single-rate PPC vs proposed MRSFC.

결국 정상상태 주파수 응답 특성관점에서 볼 때, 플랜트 즉 정 샘플링 주기가 싱글레이트 극점배치 제어와 같다 하더라도 제안된 멀티레이트 제어에 의한 주파수 응답이 보다 더 우수하게 나타난다는 것을 확인할 수 있다.

한편, 외란과 노이즈에 의한 시스템의 정상상태 동적 특성의 변화를 검증하기 위하여 시스템 입력으로 영입력(zero

input)을 인가했을 때의 추종 오차 분포를 확인하고자 한다. 그림 9의 추종오차에 대한 표준편차를 구하여 정리하면 다음과 같다.

표 2. 기존의 싱글레이트 극점배치 제어와 멀티레이트 상태궤환 제어의 추종오차에 대한 표준편차.

Table 2. STD of conventional single-rate PPC and proposed MRSFC.

	Normalized STD [σ]
$F_s=20, F_c=20\text{kHz}$	0.0213
$F_s=40, F_c=40\text{kHz}$	0.0245
$F_s=40, F_c=20\text{kHz}$	0.0109

그림 9와 표 2에서 알 수 있듯이, 멀티레이트 상태궤환 제어의 경우 싱글레이트 제어일 때 보다 추종오차 분포의 폭이 훨씬 좁다. 이것은 외란과 노이즈에 멀티레이트 상태궤환 제어가 훨씬 덜 민감하다는 것을 의미한다.

3. 실험 결과

갈바노미터 서보 시보 시스템은 고성능의 정밀 제어 시스템으로써 다음과 같은 제어기 설계사양이 필요하다.

첫째, 정착시간은 1.5 ms 이내로 설계한다. (단, 너무 빠른 정착시간으로 설계하면 공진 모드를 인가시키므로 0.7 ms이하는 피한다.). 둘째, 정상상태에서 기준신호에 대한 추종 오차는 $\pm 0.1\%$ 이내로 설계한다. 셋째, 리프팅 요인 $R = T_c / T_s$ 은 하드웨어 구현의 제약조건 (즉, DSP의 계산시간 및 ADC와 DAC의 샘플링 자연시간)을 고려할 때 $R = 1, 2, 3, 4$ 일 때의 경우에 대해서만 실험한다.

아래의 그림 10에서 알 수 있듯이, 잘 조정(tuning)된 싱글레이트 극점배치 제어에 의한 시간응답 [그림 10(a)]보다는 멀티레이트 상태궤환 제어에 의한 시간응답 [그림 10(b)(c)(d)]이 조금 더 빠르다는 사실을 확인할 수 있다. 즉, 멀티레이트 제어에 의한 시간응답에서는 리프팅 요인 R 이 커 질수록 정착시간이 더 빨라짐을 알 수 있다. 그러나 그림 10(d)에서 보면 하드웨어 구현의 제약성 때문에 $R=4$ 로 했을 때는 약 10%의 오버슈트가 발생된다. 다시 말하자면, 본 실험에서는 하드웨어 시스템의 전송지연(즉, DSP의 계산지연 및 ADC와 DAC의 샘플링 시간지연)이 23 μs 인데,

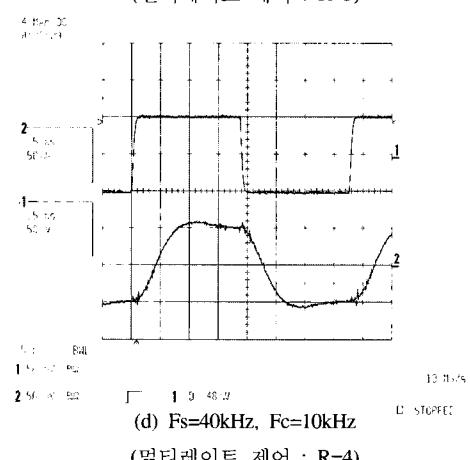
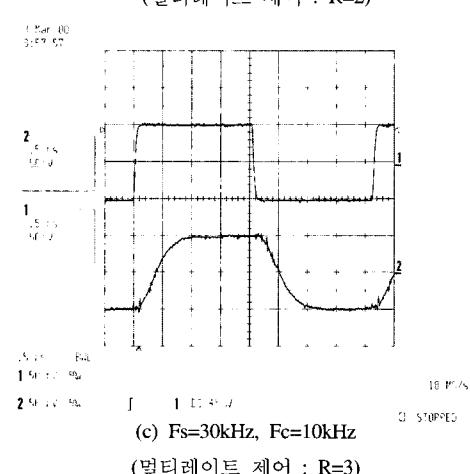
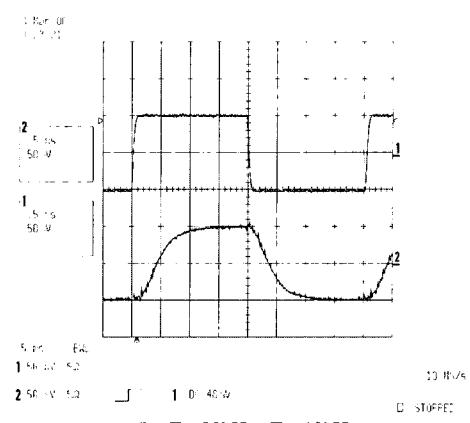
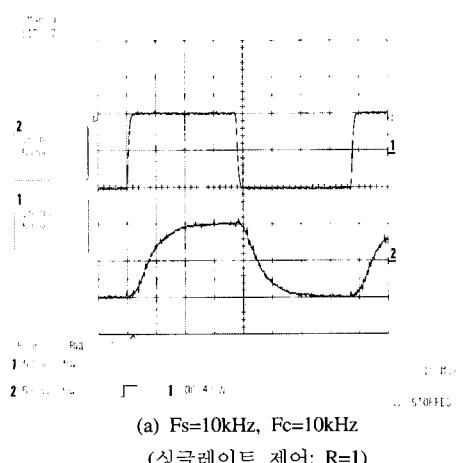


그림 10. 갈바노미터 서보 제어 시스템의 계단응답 (채널 1=기준 신호, 채널 2=갈바노미터 위치 신호).

Fig. 10. Step response of galvanometer servo control system (Channel 1=reference signal, Channel 2=galvanometer position signal).

이것은 $T_s = 40\text{kHz}$ 일 때는 현재 추정기 (current estimator)를 사용하는 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어 시스템에서는 시스템 성능에 중요한 제약 조건을 주기 때문이다.

그림 11은 기준신호를 영으로 할 때, 디지털 오실로스코프로부터 받은 갈바노미터 출력신호 데이터를 MAT-LAB에서 히스토그램으로 그린 것이다.

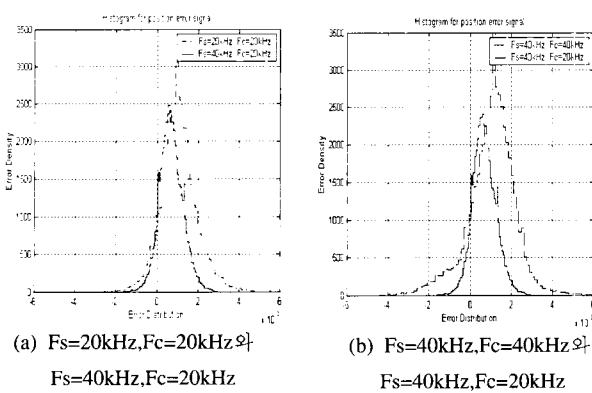


그림 11. 기존의 싱글레이트 극점배치 제어와 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어의 영입력 추종 오차 분포 비교.

Fig. 11. Zero tracking error distribution of conventional single-rate PPC vs proposed MRSFC.

표 3. 기존의 싱글레이트 극점배치 제어와 멀티레이트 상태궤환 제어의 추종오차에 대한 표준편차 .

Table 3. STD of conventional single-rate PPC and proposed MRSFC.

	STD [σ]
$F_s=20, F_c=20\text{kHz}$	2.8195e-003
$F_s=40, F_c=40\text{kHz}$	3.7080e-003
$F_s=40, F_c=20\text{kHz}$	1.8434e-003

그림 11의 표준편차는 표 3에 제시되어 있다. 시뮬레이션에 의한 결과인 표 2와 실험에 의한 결과인 표 3으로부터, 외란과 노이즈가 존재하는 시스템에서 싱글레이트 극점배치 제어보다는 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어에 의한 정상상태 추종오차가 훨씬 작다는 것을 알 수 있다. 이것은 멀티레이트 상태궤환 제어 시스템이 외란과 노이즈에 강인함을 보여주는 결과이다. 표 2(시뮬레이션)와 표 3(실험)의 표준편차 값의 스케일이 다른 것은 추종오차에 대한 데이터의 스케일링이 다르게 설정되었기 때문일 뿐이다. 표 2와 표 3의 분포 특성은 아주 흡사하게 나타남을 알 수 있다.

이상의 시뮬레이션과 실험결과로부터, 기존의 싱글레이트 극점할당 제어에 비해 멀티레이트 상태궤환 제어를 적용했을 때의 장점을 다음과 같이 요약할 수 있다. 첫째, 정착시간이 감소하고 과도 응답이 좋아진다. 둘째, T_s 에 비해 상대적으로 T_c 주기가 R 배 느리므로 급격한 제어기 값의 반전을 피할 수 있다. 셋째, 시간응답에서 정상상태 추종오차가 현격히 감소된다, 따라서 외란과 노이즈에 대해 강인한 동적 특성을 보이게 된다. 넷째, 정상상태 주파수응답 특성이 좋아진다. 즉, 안정도 여유(즉, 이득여유와 위상여유)가 향상되며 저주파영역에서는 이득이 더 커지므로 외란제거 효과가 증가되며, 고주파 영역에서는 이득이 롤-off하는 정도가 커져(즉 분리도(cutoff rate)가 커져) 노이즈를 제거하는 효과가 증대된다. 따라서 외란과 노이즈에 대해 강인한 동적 특성을 보이게 된다. 다섯째, 제안된

방법은 MROC[2][3]나 기존의 멀티레이트 제어 방법[5][7]에 비해 페루프 시스템의 시스템 차수(dimension)을 증가시키지 않으면서 제어기와 분리하여 독립적으로 멀티레이트 추정기를 설계하는 방법을 제시함으로써 전체 멀티레이트 제어 시스템의 설계 과정이 체계적(systematic)이며 간략하게 된다.

IV. 결론

본 논문에서는 외란과 노이즈에 강인한 새로운 구조의 멀티레이트 상태궤환 제어기 설계방법을 제시하였다. 제안된 멀티레이트 추정기는 분리원리 (principle of separation)가 만족됨을 보였다. 따라서 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어 시스템의 제어기와 추정기를 각각 독립적으로 설계 가능하게 된다. 수치예제를 통해 추정기 이득과 제어기 이득을 체계적으로 간략히 구해 보았으며 성능검증을 위해 외란과 노이즈에 민감한 플랜트인 갈바노미터 서보 시스템에 제안된 멀티레이트 상태궤환 제어기를 적용하여 시뮬레이션 및 실험을 통해 기존의 싱글레이트 극점배치 제어에 의한 성능보다 우수한 동적 성능을 보임을 증명하였다. 또한, 제안된 방법이 기존의 멀티레이트 출력제어기의 단점을 해결할 수 있는 제어기 구조임을 실험을 통해 검증하였다.

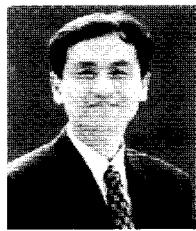
참고문헌

- [1] M. J. Er and B. O. D. Anderson, "Practical issues in multirate output controllers," *International Journal of Control.*, Vol. 53, No. 5, pp. 1005-1020, 1991.
- [2] T. Hagiwara and M. Araki, "Design of a stable state feedback controller based on the multirate sampling of the plant output," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 33, No. 9, pp. 812-819, 1988.
- [3] T. Hagiwara, T. Fujimura and M. Araki, "Generalized multirate-output controllers," *International Journal of Control*, Vol. 52, No. 3, pp. 597-612, 1990.
- [4] G. M. Kranc, "Input-output analysis of multirate feedback systems," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 3, pp. 21-28, 1957.
- [5] J. C. D. McEachen and D. Meyer, "Tradeoffs for multirate controller design and exact comparisons with single-rate control," *IEEE Control Systems*, pp. 30-35, 1991.
- [6] D. G. Meyer, "A parameterization of stabilizing controller for multirate sampled-data systems," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 35, No. 2, pp. 233-236, 1990.
- [7] D. E. Viassolo and M. A. Rotea, "Practical design of multirate output controllers," *Proc. 37th Conference on Decision and Control*, Florida USA, pp. 337-342, 1998.
- [8] G. F. Franklin, J. P. Powell and M. L. Workman, *Digital Control of Dynamic System Design*, Addison-Wesley, Menlo Park, CA, third edition, 1998.
- [9] K. J. Astrom and B. Wittenmark, *Computer-Controlled Systems-Theory and Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, third edition, 1997.
- [10] R. E. Kalman and J. E. Bertram, "A unified approach to the theory of sampling systems," *Journal of Franklin Institute*, Vol. 267, pp. 405-436, 1959.



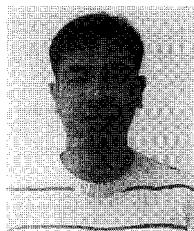
황 희 철

1971년 9월 18일생. 1999년 울산대 제어계측공학과(공학사). 2001년 한양대 전자통신전파공학과 대학원 석사. 2001년~현재 LG전자 DM연구소 NSIS그룹 주임연구원. 관심분야 : 멀티레이트 제어, 견실 및 적응제어, 비선형 시스템제어, 엔터테인먼트 로봇제어, 광 스토리지 서보제어 및 데이터처리 등임.



정 정 주

1958년 9월 5일생. 1981년 서울대 전기공학과 졸업. 1983년 동 대학원 석사. 1993년 USC 공학박사. 1983년~1985년 LG 전자 중앙연구소 주임 연구원. 1994년 ~1997년 삼성종합기술원 수석 연구원. 1997년~현재 한양대학교 전자전기컴퓨터공학부 부교수. 관심분야 : 비선형 시스템 모델링 및 제어, 로보틱스, 자동제어, 디스크 드라이브 서보제어, 듀얼 액추에이터 정밀 제어 등임.



정 동 실

1977년 7월 20일생. 1998년 원광대 전자공학과(공학사). 2000년 전북대 의용생체공학과 대학원 석사. 2002년~현재 한양대학교 전자통신전파공학과(박사과정). 관심분야 : 멀티레이트 제어, 광 스토리지 서보제어 및 데이터처리,

Bio-feed back system, 등임.