수정된 가변차원 입력추정 필터를 이용한 기동표적 추적

Maneuvering Target Tracking Using Modified Variable Dimension Filter with Input Estimation

안 병 완, 최 재 원, 황 태 현, 송 택 렬
(Byeong Wan Ahn, Jae Weon Choi, Tae Hyun Fang and Taek Lyul Song)

Abstract : We presents a modified variable dimension filter with input estimation for maneuvering target tracking. The conventional variable dimension filter with input estimation(VDIE) consists of the input estimation(IE) technique and the variable dimension(VD) filter. In the VDIE, the IE technique is used for estimation of a maneuver onset time and its magnitude in the least square sense. The detection of the maneuver is declared according to the estimated magnitude of the maneuver. The VD filter structure is applied for the adaptation to the maneuver of the target after compensating the filter parameter with respect to the estimated maneuver when the detection of the maneuver is declared. The VDIE is known as one of the best maneuvering target tracking filter based on a single filter. However, it requires too much computational burden since the IE technique is performed at every sampling instance and thus it is computationally inefficient. We propose another variable dimension filter with input estimation named 'Modified VDIE' which combines VD filter with IE technique. Modified VDIE has less computational load than the original one by separating maneuver detection and input estimation. Simulation results show that the proposed VDIE is more efficient and outperforms in terms of computational load.

Keywords : maneuver detection, fading memory average, variable dimension filter, input estimation

I. 서론

레이다를 이용한 항공 관제 시스템이나 대공 방어 시스템 등에서는 공간상에서 운동하는 표적의 현재 위치, 속도, 가속도 등과 같은 표적의 정보를 실시간으로 추정하는 일이 필요한데 이러한 기능을 표적 추적 시스템이 수행하게 된다. 표적을 추적하는 데 있어서 발생할 수 있는 문제들 중 대표적인 것으로는 측정잡음의 문제와 비선형 측정치 문제, 비선형 표적 역학 문제, 기동표적 추적 문제, 클러터(clutter) 환경에서의 표적 추적 문제 등이 있는데, 본 논문에서는 클리어(clear) 환경에서의 기동표적 추적 문제만을 다루기로 한다.

일반적인 표적 추적 시스템은 레이다로 수신된 표적의 위치 정보를 이용하여, 표적의 상태변수를 추정하기 위하여 미리 가정된 선형화된 표적모델을 이용하여 Kalman 필터링을 수행하고 있다. 표적 추적 필터는 표적의 운동을 표현하기 위한 최소한의 상태변수만으로 구성되었을 때 가장 좋은 성능을 보이는 것으로 알려져 있다 [1]. 그러나 표적은 탐지 및 추적을 회피하기 위하여 급선회와 같은 기동(maneuver)을 한다. 따라서, 표적의 운동을 기술하기 위한 표적모델에 불확실성이 존재하게 되는데 이러한 기동표적 추적의 문제를 표적모델 불확실성의 문제라고 한다.

표적모델에 불확실성을 가지는 환경하에서 표적 추적을 위한 알고리즘은 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 첫째는 다중 필터로 구성된 표적 추적 필터이다. 이러한 필터는 표적이 가질 수 있는 운동의 종류가 제한되어 있고, 어떤 시점에서의 표적의 실제 운동이 유한개의 표적모델 중 하나와 일치한다고 가정하여 각각의 표적모델에 대해 병렬로 수행된 Kalman 필터의 잔류오차를 이용하여 모델 확률을 계산하고 이를 통해 상태 추정값을 취합하는 구조로 되어 있다. 대표적인 필터로는 상호작용 다중모델(interacting multiple model: IMM) [2] 필터가 있다. IMM 필터는 가장 경제적인 혼합 상태 추정 기법의 하나로서 준최적(suboptimal) 하이브리드(hybrid) 필터로 알려져 있다. 최근에는 IMM 필터의 직접적인 성능개선 보다는 기동표적 추적 문제 외의 다른 표적 추적 문제들과 연관하여 활발한 연구가 진행되고 있다 [3]-[7]. 둘째는 단일 필터로 구성된 필터이며, 표적이 기동을 개시했을 경우 Kalman 필터의 잔류오차(residual)가 증가하는 성질을 이용하여 기동을 검출하고 이에 대처하는 방식으로 구성된다. 대표적인 필터로는 가변차원 (variable dimen-sion: VD) [8] 필터와 입력추정(input estimation: IE) [9]-[10] 필터를 들 수 있으며, 가변차원 입력추정 필터variable dimension filter with input estimation: VDIE) [11]는 VD 필터와 IE 필터를 효과적으로 결합한 필터로 알려져 있다.

VD 필터는 Kalman 필터의 잔류오차의 감쇄기억평균

논문접수 : 2002. 4. 8., 채택확정 : 2002. 9. 19.
안병완 : 부산대학교 기계공학부 (jetztt@yahoo.co.kr)
최재원 : 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소 (choijw@pusan.ac.kr)
황태현 : 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소 (hevhai@pusan.ac.kr)
송택렬 : 한양대학교 전자전기제어계측공학과 (tsong@hanyang.ac.kr)
※ 본 연구는 국방과학연구소 및 서울대학교 자동제어특화연구센터의 연구비 지원에 의한 연구결과입니다.

(fading memory average)을 이용하여 기동을 검출(detection)하고, 표적의 기동이 검출된 윈도우의 시작점을 기동발생 시점으로 가정하고 측정치로부터 Euler 방법을 통해 직접 기동 가속도를 추정한 후, 표적모델을 등속도 운동모델로부터 등가속도 운동모델로 전환하는 구조를 가지고 있다. IE 필터는 주어진 윈도우 내에서 기동시점 가설과 기동입력의 크기에 대한 가설을 작성하고, 최대공산함수(likelyhood function)를 갖는 가설의 기동시점과 기동입력에 대해 매 샘플링 시간마다 표적의 상태 추정값을 직접 보상하는 구조를 가지고 있다. VDIE는 IE 기법을 이용하여 구해진 기동시점과 기동입력의 정규화된 크기를 통하여 기동을 검출하고, 추정된 입력을 이용하여 상태를 보상한 후 표적모델을 전환하는 구조를 가지고 있다. VDIE는, VD 필터에서 일반적으로 표적의 기동개시 시점과 기동검출에 사용된 윈도우의 시작점이 일치하지 않는데도 불구하고 일치하는 것으로 가정하는 점과 노이즈의 영향을 고려하지 않고 측정치로부터 직접 기동 가속도를 추정하는 것과 같은 비현실적인 요소를 개선한 것으로 볼 수 있다. 또한, VDIE는 IE 기법의 측면에서 볼 때, 기동하는 표적의 기동입력을 추정한 후 상태 추정값을 계속적으로 직접 수정하는 대신에 VD 필터를 이용하여 표적의 상태 추정값을 간접적으로 보상하는 것으로 볼 수 있다. 그러나 VDIE에서는 기동의 검출을 위해 매 샘플링 시간마다 IE 기법을 사용하고 있으므로 계산량 면에서 효율적이지 못하다고 할 수 있다.

본 논문에서는 계산량의 효율성 측면에서 VD 필터를 근간으로 하여, 모델 전환시 VD 필터의 단점을 보완하기 위해 IE 기법을 도입한 형태의 수정된 가변차원 입력추정 필터(modified variable dimension filter with input estimation: MVDIE)를 제안한다. 제안된 기법이 계산량 대비 표적 추적 성능 면에서 기존의 VDIE에 비해 우수함을 100회의 Monte-Carlo 시뮬레이션을 통해 입증한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저, 1장의 서론에 이어 2장에서는 기존의 가변차원 입력추정 필터에 대해 간략하게 기술하고, 3장에서 수정된 가변차원 입력추정 필터의 구조와 알고리즘을 기술한다. 4장에서는 시뮬레이션 및 결과 고찰을 통해 수정된 필터의 우수성을 입증한다. 마지막으로 5장에서 본 연구의 결론을 맺는다.

II. 기존의 가변차원 입력추정 필터

기존의 가변차원 입력추정 필터에서는 Kalman 필터의 잔류오차를 이용하여 IE 기법을 실시하여 실제 표적에 인가된 기동입력을 추정하고, 추정된 기동입력을 통하여 기동의 검출을 수행하고 있다. 표적의 기동이 검출되었을 때에는 상태 추정값에 기동입력을 적절히 보상한 뒤 모델의 전환을 수행하게 된다. 따라서, VDIE는 표적이 저크(jerk) 기동을 하지 않는다는 가정하에서, 표적의 상태추정을 위하여 실제 표적의 기동유무에 따라 등속도 운동모델과 등가속도 운동모델을 스위칭하는 형태로 볼 수 있다.

1. 표적모델

표적이 2차원 공간상에서 운동하고 표적의 기동이 없다고 가정하면 표적의 운동은 2차원 직교좌표계에서 다음의 선형 차분 상태방정식으로 표현될 수 있다 [12].

$$x^c(k+1) = F^c x^c(k) + G^c w^c(k) \tag{1}$$

$$z(k) = H^c x^c(k) + v(k) \tag{2}$$

$$x^c(k) = [p_x(k) \quad \dot{p}_x(k) \quad p_y(k) \quad \dot{p}_y(k)]^T \tag{3}$$

$$w^c(k) = [w_x(k) \quad w_y(k)]^T \tag{4}$$

여기서, $x^c(k)$ 는 샘플링 시간 k 에서의 표적의 상태벡터이고 $p_x(k)$ 와 $\dot{p}_x(k)$는 직교좌표계상의 x 축에서의 위치와 속도를 각각 나타내고, $p_y(k)$ 와 $\dot{p}_y(k)$는 y 축에서의 위치와 속도를 나타내며, 위첨자 c는 등속도 모델을 나타낸다. $z(k)$ 는 샘플링 시간 k 에서의 측정치이다. $w^c(k)$ 와 $v(k)$ 는 영평균 상호독립 Gaussian 백색잡음(white noise)이며, $w_x(k)$, $w_y(k)$ 가 상호독립이고 같은 크기의 분산을 갖는다는 가정하에 다음의 식으로 각각 공분산(covariance)을 표현할 수 있다.

$$E[w^c(k)w^c(k)^T] = Q_c(k) = q_c^2(k) I_2 \tag{5}$$

$$E[v(k)v(k)^T] = R(k) \tag{6}$$

여기서, I_2는 2×2 단위행렬이다.

샘플링 주기를 T_s로 나타낸다면 표적의 상태천이행렬과 입력행렬은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F^c = \begin{bmatrix} 1 & T_s & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$G^c = \begin{bmatrix} \frac{T_s^2}{2} & T_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T_s^2}{2} & T_s \end{bmatrix}^T \tag{8}$$

여기서, G^c는 공정잡음 $w^c(k)$ 를 구분적 등가속 공정잡음으로 가정함에 따른 표현이다.

측정행렬은 표적의 위치 정보만을 측정한다고 가정하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$H^c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

기동을 고려한 표적의 운동모델의 경우, Singer[13]가 표적의 기동 가속도를 포함하여 표적의 기동을 모델링한 이후 많은 연구가 이루어져 왔다. 본 논문에서는 단순화를 위해 표적이 기동할 때, 표적은 등가속도 운동모델에 따라 운동한다고 가정하며 다음의 선형 차분 상태방정식을 적용한다[12].

$$x^m = [p_x(k) \quad \dot{p}_x(k) \quad p_y(k) \quad \dot{p}_y(k) \quad \ddot{p}_x(k) \quad \ddot{p}_y(k)]^T \tag{10}$$

$$x^m(k+1)=F^m x^m(k)+G^m w^m(k) \tag{11}$$

$$z(k)=H^m x^m(k)+v(k) \tag{12}$$

$$w^m(k)=[w^m_x(k)\quad w^m_y(k)]^T \tag{13}$$

여기서, 위첨자 m은 등가속도 모델을 나타낸다. 잡음의 공분산과 상태천이행렬, 입력행렬 및 측정행렬은 등속도 모델과 마찬가지로 각각 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$E[w^m(k)w^m(k)^T]=Q_m(k)=q_m^2(k)I_2 \tag{14}$$

$$E[v(k)v(k)^T]=R(k) \tag{15}$$

$$F^m=\begin{bmatrix} 1 & T_s & 0 & 0 & \frac{T_s^2}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_s & 0 & \frac{T_s^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & T_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$G^m=\begin{bmatrix} \frac{T_s^2}{2} & T_s & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T_s^2}{2} & T_s & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \tag{17}$$

$$H^m=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

2. 상태 추정

표적의 상태 추정은 Kalman 필터에 의해 이루어지는데, 현재 시점에서의 표적모델을 나타내는 위첨자 c와 m을 생략하고 Kalman 게인과 표적의 상태 추정값을 나타내면 다음과 같다[14].

$$K(k)=P(k|k-1)H^T S^{-1}(k) \tag{19}$$

$$\hat{x}(k|k)=F\hat{x}(k-1|k-1)+K(k)\nu(k) \tag{20}$$

$$P(k|k)=P(k|k-1)-K(k)S(k)K(k)^T \tag{21}$$

$$P(k|k-1)=FP(k-1|k-1)F^T+GQ(k-1)G^T \tag{22}$$

$$S(k)=HP(k|k-1)H^T+R(k) \tag{23}$$

$$\nu(k)=z(k)-H\hat{x}(k-1|k-1) \tag{24}$$

여기서, $\nu(k)$, $S(k)$는 각각 Kalman 필터의 잔류오차와 그 공분산이다.

3. 기존의 가변차원 입력추정 필터의 구조

기존의 VDIE의 구조는 표적이 저크 기동을 하지 않는다는 가정하에 그림 1과 같은 블록선도로 표현될 수 있다. 그림에서 상태 추정은 현재의 표적 운동을 기술하는데 적합하다고 판정된 표적모델을 이용하여 (19)~(24)를 통해 표적의 상태변수를 추정한다. 입력추정과 기동검출 부분에서는 Kalman 필터의 잔류오차를 이용하여 작성된 기동가설 중 최대공산함수를 갖는 가설의 기동시점과 기동입력을 추정하고, 추정된 입력에 대한 신뢰도 평가를 통해 기동의 검출을 수행한다. 기동이 검출되었을 때 현재의 표적모델이 등속도 운동모델이라면 추정된 기동입력에 대해 표적의 상태변수를 보상하고 표적모델을 등가속도 운동모델로 전환하여 계속해서 필터링을 수행하게 되며, 표적모델이 등가속도 운동모델인 경우에는 추정된 가속도의 신뢰도 평가를 통해 등속도 운동모델로의 전환여부를 판정하게 된다. 또한, 표적의 기동이 검출되지 않았을 경우에는 표적모델이 등가속도 운동모델일 때만 등속도 운동모델로의 전환 여부를 판정한다. 이러한 구조의 VDIE는 실제 표적이 등속도 운동을 하고 있는 경우에도 불필요한 입력추정을 매 샘플링 시간마다 실시하게 되므로 계산량면에서 취약하다고 할 수 있다. IE 기법과 모델 전환시 기동입력의 보상에 대한 내용은 MVDIE와 중복되는 내용이므로 구체적인 설명은 다음의 III장에서 다루기로 한다.

III. 수정된 가변차원 입력추정 필터

1. 수정된 가변차원 입력추정 필터의 구조

MVDIE는 기존의 VDIE를 계산량면에서 개선한 것으로 그림 2와 같이 기동의 검출과 입력추정을 분리한 구조를 갖고 있다. 즉, 기존의 VDIE에서 기동의 검출을 IE 기법에 의존하여 추정된 기동입력을 이용하여 실시하는데 반해, MVDIE에서는 기동의 검출을 IE 기법에 의존하지 않고 IE 기법에 비해 상대적으로 계산량이 적은 감쇄기억평균을 이용하여 기동의 검출을 수행한다. 따라서, MVDIE는 그 구조상 기동이 검출되었을 때만 입력추정을 실시할 수 있으므로 계산량을 현저히 감소시킬 수 있다. 예를 들어, 그림 2에서 만약 현재의 표적모델이 등속도 운동모델이라면, Kalman 필터링을 통한 상태 추정 후 기동 발생 여부를 먼저 판정하게 되는데 잔류오차의 감쇄기억평균을 이용하여 수행된다. 기동가설의 작성과 입력추정은 기동이 발생했다고 판정이 된 경우에만 실시되며, 추정된 기동입력에 대해 표적의 상태를 보상하고 등가속도 운동모델로 표적모델을 전환하게 된다. 또한, 현재의 표적모델이 등가속도 운동모델일 때는 가속도 추정값의 감쇄기억평균을 이용하여 등속도 운동모델로의 전환여부를 판정하게 된다.

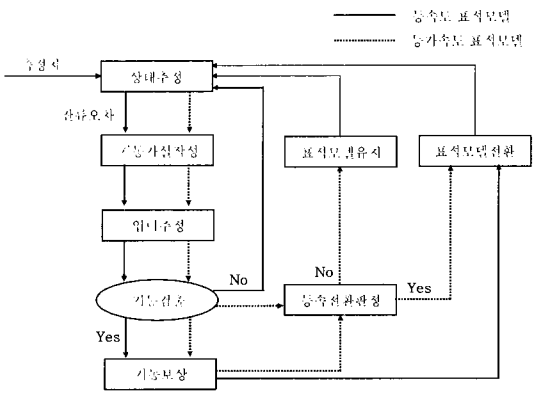


그림 1. 기존의 가변차원 입력추정 필터의 구조.

Fig. 1. Estimation scheme of VDIE.

2. 수정된 가변차원 입력추정 필터의 기동검출

MVDIE에서의 기동의 검출은 잔류오차의 감쇄기억평균을 통하여 수행되며, 감쇄기억평균은 현재의 표적모델이 등속도 운동모델이라고 가정하고 위첨자 c를 생략하면 다음과 같이 표현된다[8].

$$\delta(k) = r^T(k)\ S^{-1}(k)r(k) \tag{25}$$

$$\mu(k) = \alpha\mu(k-1) + \delta(k) \tag{26}$$

여기서, α는 감쇄율로서 $0<\alpha<1$ 인 상수이다. $\delta(k)$는 측정치와 같은 차원의 자유도를 갖는 χ^2-분포를 이루므로, $\mu(k)$는 χ^2-분포로의 근사화에 의해 다음의 식과 같은 정상상태(steady state) 기대값(mean)을 가진다.

$$\lim_{k\to\infty} E[\mu(k)] = \frac{n_z}{1-\alpha} \tag{27}$$

여기서, n_z는 측정치의 차원이다.

(27)에서 감쇄기억평균의 정상상태 자유도는 χ^2-분포의 성질에 의하여 기대값과 같음을 알 수 있다. 따라서, 기동의 검출에 적절한 유효 윈도우의 길이는 감쇄기억평균의 정상상태에서의 자유도와 주어진 윈도우내에서의 자유도의 일치조건으로부터 다음과 같이 정해질 수 있다.

$$l = \frac{1}{1-\alpha} \tag{28}$$

(28)에 의해 정해진 윈도우에 대한 감쇄기억평균을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mu(k) &= \sum_{i=k-l+1}^{k} \alpha^{k-i}\delta(i) \\ &= \sum_{i=k-l+1}^{k} \alpha^{k-i} r^T(i)\ S^{-1}(i) r(i) \ \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ C\end{aligned} \tag{29}$$

여기서, H_1과 H_0는 각각 기동이 발생하였다는 가설과 기동이 발생하지 않았다는 가설을 나타내며, C는 기동검출 임계치이다.

또한, (29)로 표현된 감쇄기억평균은 $n_z l$ 자유도의 χ^2-분포를 가지므로 C는 χ^2-분포표로부터 정해질 수 있다.

표적이 등가속도 운동을 하고 있다면 표적의 운동형태의 전환은 두 가지가 있을 수 있다. 첫째는 표적이 저크 기동을 하게 되는 경우이고, 두 번째는 등속도 운동을 하게 되는 경우이다. 현재의 표적모델이 등가속도 운동모델일 경우일 때는 이러한 두 가지 운동형태로의 전환을 동시에 고려해야 한다. 표적의 저크 기동의 검출은 (29)에 의해 검출된다. 또한, 등가속도 표적모델에서 등속도 표적모델로의 전환 여부는 추정 가속도의 감쇄기억평균으로 판정되며 다음으로 표현될 수 있다.

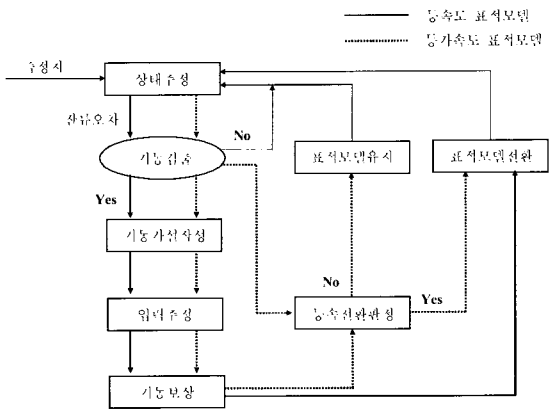


그림 2. 수정된 가변차원 입력추정 필터의 구조.
Fig. 2. Estimation scheme of MVDIE.

$$\delta_a(k) = \hat{a}^T(k|k)\,(P_a^m(k|k))^{-1}\,\hat{a}(k|k) \tag{30}$$

$$\mu_a(k) = \beta\mu_a(k-1) + \delta_a(k) < C_a \tag{31}$$

여기서, $\hat{a}(k|k)$, $P_a^m(k|k)$는 각각 k 시간에서의 표적의 가속도 추정값과 그 공분산이며, β는 감쇄율로서 $0<\beta<1$ 인 상수이며, C_a는 등속도 모델로의 전환 판정을 위한 임계치이다. (31)의 감쇄기억평균은 (28)을 이용하여 (29)과 같은 형태로 근사시킬 수 있다.

3. 입력추정

기존의 VDIE와 MVDIE에서의 입력의 추정은 다음의 (32), (33)과 같이 가상적인 표적의 기동을 선형시스템에 인가된 입력의 항으로 표현한 상태방정식을 이용하여 기동가설을 작성하고, 최대공산함수를 갖는 가설의 기동시점과 기동입력을 구하는 것으로 요약될 수 있다 [11].

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k) + Bu(k) \tag{32}$$

$$z(k) = Hx(k) + v(k) \tag{33}$$

여기서, $u(k)$는 기동입력을 나타낸다.

표적의 기동입력을 추정하기 위하여 표적이 주어진 윈도우의 길이 l 내에서 n 번째 샘플링 시간에서 기동을 시작하였다는 가설을 α_n이라고 정의한다. 가설 α_n에 대한 사후확률은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned}&P\{\alpha_n | z(k), z(k-1), \cdots, z(k-l+1)\} \\ &\quad = \frac{P\{z(k), z(k-1), \cdots, z(k-l+1) | \alpha_n\} P\{\alpha_n\}}{P\{z(k), \cdots, z(k-l+1)\}} \\ &= \frac{P\{z(k) | z(k-1), \cdots, z(k-l+1), \alpha_n\}}{P\{z(k), \cdots, z(k-l+1)\}} \\ &\qquad \times P\{z(k-1), \cdots, z(k-l+1) | \alpha_n\} P\{\alpha_n\} \\ &\qquad \vdots\end{aligned} \tag{34}$$

(34)는 다음과 같은 공산함수로 재정리 될 수 있다.

$$\frac{1}{c}\prod_{i=k-l+1}^{k}\{P(z(i)|z(i-1),\cdots,z(k-l+1),\alpha_n)\}$$
$$=\frac{1}{c}\prod_{i=k-l+1}^{k}\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n|S(i)|}} \quad (35)$$
$$\times\exp\left\{(-\frac{1}{2})[z(i)-H\hat{x}^n(i|i-1)]^T S(i)^{-1}[z(i)-H\hat{x}^n(i|i-1)]\right\}$$

여기서, $\hat{x}^n(i|i-1)$ 은 기동가설 α_n 하에서의 표적의 상태 예측값이다.

시간 n에서 표적이 $u(n)$ 의 기동 가속도로 기동을 시작하였다고 가정하면, 이후의 표적의 상태 추정값은 다음의 식으로 표현될 수 있다.

$$\hat{x}^n(n+1|n+1)=F\hat{x}^n(n|n)$$
$$+Bu(n)+K(n+1)[z(n+1)-H(F\hat{x}(n|n)+Bu(n))] \quad (36)$$

$$\vdots$$

기동입력추정을 순환적인 구조로 간편화하기 위하여 Kalman 필터의 천이행렬 $M(k)$를 다음과 같이 정의한다.

$$M(k)\triangleq[I-K(k)H]F \quad (37)$$

(36), (37)을 이용하여 가설 α_n에 대한 표적의 상태 추정값을 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{x}^n(n+1|n+1)=M(n+1)\hat{x}^n(n|n)+[I-K(n+1)H]Bu(n)$$
$$+K(n+1)z(n+1)$$
$$=M(n+1)\hat{x}^n(n|n)+M(n+1)F^{-1}Bu(n)+K(n+1)z(n+1) \quad (38)$$

$$\hat{x}^n(n+2|n+2)=M(n+2)M(n+1)\hat{x}^n(n|n)$$
$$+M(n+2)M(n+1)F^{-1}Bu(n)$$
$$+M(n+2)F^{-1}Bu(n)+M(n+2)K(n+1)z(n+1)$$
$$+K(n+2)z(n+2) \quad (39)$$

$$\vdots$$

(38), (39)로부터 시간 k에서의 표적의 상태 추정값은 다음과 같이 표현됨을 알 수 있다.

$$\hat{x}^n(k|k)=\hat{x}(k|k), \quad \text{if} \quad k\le n$$
$$\hat{x}(k|k)+M_k^n Bu(n), \ \text{if} \quad k>n \quad (40)$$

$$M_k^n\triangleq\sum_{i=n+1}^{k}\prod_{j=i}^{k}M(j)F^{-1} \quad (41)$$

가설 α_n에 대한 공산함수 (35)를 (40), (41)을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\prod_{i=k-l+1}^{k}p\{z(i)|z^{i-1},\alpha_n\}=\prod_{i=k-l+1}^{k}\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n|S(i)|}}$$
$$\times\exp\left[-\frac{1}{2}r^{nT}(i)S^{-1}(i)r^n(i)\right] \quad (42)$$

$$r^n(k)=r(k)-H(FM_{k-1}^n+I)Bu(n) \quad (43)$$

여기서, $r^n(k)$ 은 기동가설 α_n에 대한 Kalman 필터의 잔류오차이다.

각각의 가설에 대해 최대공산함수를 가지는 입력의 크기 $\hat{u}(n)$를 구할 수 있다면 기동 입력의 크기뿐만 아니라 기동시점까지 구할 수 있다. (42)의 우변에서 지수부만이 $u(n)$의 함수이고, 기동 가설 α_n에 대해서 잔류오차 $r^n(k)$는 시점 $n+1$부터 발생하므로 양변에 로그를 취한다면 입력추정을 위한 평가함수를 다음과 같은 로그 공산함수(log-likelyhood function)로써 정의할 수 있다.

$$L(n)\triangleq-\sum_{i=n+1}^{k}\frac{1}{2}r^{nT}(i)S^{-1}(i)r^n(i) \quad (44)$$

(43)을 (44)에 대입하여 $u(n)$에 대해 미분하면 (44)의 평가함수를 최대로 하는 입력의 크기를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{u}(n)=\left[\sum_{i=n+1}^{k}\{B^T(FM_{i-1}^n+I)^T H^T S^{-1}(i)H(FM_{i-1}^n+I)B\}\right]^{-1}$$
$$\times\sum_{i=n+1}^{k}\{B^T(FM_{i-1}^n+I)^T H^T S^{-1}(i)r(i)\} \quad (45)$$

기동시점을 무시하고 (45)에서 구한 기동입력의 크기에 대한 오차의 공분산을 U^n로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$U^n\triangleq E[(\hat{u}-u)(\hat{u}-u)^T]$$
$$=\left[\sum_{i=n+1}^{k}\{B^T(FM_{i-1}^n+I)^T H^T S^{-1}(i)H(FM_{i-1}^n+I)B\}\right]^{-1} \quad (46)$$

(49)에서 구한 기동입력을 이용하여 평가함수 $L(n)$을 재정리하면 다음 식과 같이 기동입력 $\hat{u}(n)$에 대한 함수로 표시되는 부분을 분리할 수 있다.

$$L(n)=-\frac{1}{2}\sum_{i=n+1}^{k}r^T(i)S^{-1}(i)r(i)$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{i=n+1}^{k}r^T(i)S^{-1}(i)H(FM_{i-1}^n+I)B\hat{u}(n) \quad (47)$$

최적의 기동시점은 (47)의 우변의 두 번째 항에 각각의 기동시점 가설에 대해 구한 최적의 기동입력의 크기 $\hat{u}(n)$를 대입하여 평가함수를 최대로 하는 가설을 채택함으로써 구할 수 있다.

단, 기존의 VDIE의 경우에는 기동의 검출이 입력추정 후에 수행되는데, $\hat{u}(\hat{n})$이 Gaussian 분포라는 사실을 이용하여 다음과 같은 기동검출 논리를 이용하여 기동의 검출을 수행한다.

$$\hat{u}^T(\hat{n})U^{n-1}\hat{u}(\hat{n})>C_u \quad (48)$$

여기서, C_u는 기동검출을 위한 임계치이며, 추정된 기동입력 $\hat{u}(\hat{n})$의 차원과 같은 자유도의 χ^2-분포에 의해 결정된다.

4. 상태 보상

IE 기법을 통하여 구한 기동의 크기와 시점에 대해 상태의 추정값은 다음과 같이 보상한다.

$$x_{cp}(k|k) = x(k|k) + M_k^{\hat{n}} B\hat{u}(\hat{n}) \tag{49}$$

기동의 시점을 무시한다면 추정오차의 공분산은 다음과 같이 보상할 수 있다.

$$P_{cp}(k|k) = P(k|k) + M_k^{\hat{n}} BU^n B^T M_k^{\hat{n}\,T} \tag{50}$$

등속도 운동모델에서 등가속도 운동모델로의 표적모델 전환시 초기치는 모델을 나타내는 첨자 c와 m을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$x^m(k|k) = [\, x^c_{cp}(k|k)^T \;\; \hat{u}_x(\hat{n}) \;\; \hat{u}_y(\hat{n})\,]^T \tag{51}$$

$$P^m(k|k) = \begin{bmatrix} P^c_{cp}(k|k) & M_k^{\hat{n}} BU^n \\ \{M_k^{\hat{n}} BU^n\}^T & U^n \end{bmatrix} \tag{52}$$

표적모델이 등가속도 운동모델에서 등속도 운동모델로 전환될 경우에는 (31)을 이용하여 모델전환 여부를 판정하고 상태벡터와 추정오차 공분산에서 가속도에 해당하는 항들을 제거하여 표적모델의 차원을 (1)~(9)과 같이 축소시킨다.

IV. 모의 실험

본 장에서는 기존의 VDIE와 MVDIE의 성능을 100회의 Monte-Carlo 시뮬레이션을 통하여 비교하고 그 결과를 고찰한다.

1. 실험 조건

측정치의 샘플링 주기는 1초로 하였고, 표적은 2차원 공간상에서 선회한다고 가정하고 초기 위치와 속도는 직교좌표계에서 각각 $[29685\;\; 35840]^T m$, $[-250\;\; -228.8]^T m/s$로 하였으며 초기 가속도는 0으로 하였다. 표적의 기동은 10초에서 20초, 35초에서 45초까지 각각 가속도 $[10\;\; -12]^T m/s^2$ $[-12\;\; 15]^T m/s^2$로 기동하는 시나리오를 구상하였고 단순화를 위해 표적이 저크 기동을 하는 경우는 배제하였으며, 표적모델이 등가속도 운동모델인 경우는 IE 기법을 사용하지 않는 것으로 하였다. 표적의 비행궤적은 그림 3과 같다. 공정잡음의 분산은 등속도 표적모델의 경우, $q_c^2(k) = 2^2 m^2/s^4$으로 하였고, 등가속도 표적모델인 경우, $q_m^2(k) = 3^2 m^2/s^4$으로 하였다. 그리고 센서의 측정잡음 공분산은 다음과 같이 설정하였다.

$$R(k) = \begin{bmatrix} 10^2 & 5 \\ 5 & 10^2 \end{bmatrix} m^2$$

기동의 검출과 모델 전환에 사용된 모의 실험 파라미터(parameter)는 다음의 표 1에 나타내었다. 표에서 α와 β는 각각 (26)과 (31)의 감쇄율이며, l_1은 기동의 검출과 입력의 추정을 위한 윈도우의 길이이고, l_2는 등속도 운동모델로의 전환 판정에 사용된 윈도우의 길이이다. 기동의 검출과 등속도 모델로의 전환 판정에 사용된 임계치는 χ^2-분포표로부터 각각 99%와 95%의 신뢰도에 해당하는 값으로 설정하였다.

표 1. 기동검출에 관련된 파라미터 설정값.
Table 1. Simulation parameter related with maneuver detec -tion.

	α	l_1	β	l_2	C	C_u	C_a
MVDIE	0.8	5	0.8	5	23.2	·	9.49
VDIE	·	5	0.8	5	·	9.21	9.49

2. 모의 실험결과 및 고찰

그림 4, 5, 6은 각각 RMS (root mean square) 위치 추정오차, 속도 추정오차, 가속도 추정오차를 나타낸 그림이다. 그림 4, 5, 6에서 MVDIE의 표적 추적 성능이 기존의 VDIE와 거의 비슷한 것을 볼 수 있다. 그림 6에서 등속도 구간에서 가속도 오차가 국지적으로 발생하는 것을 볼 수 있는데 이는 기동의 오검출에 의한 것으로 기동 검출의 임계치를 조절함으로써 이러한 오차를 없앨 수는 있으나 이는 필터의 기동에 대한 민감도를 떨어뜨리는 결과를 가져오게 된다.

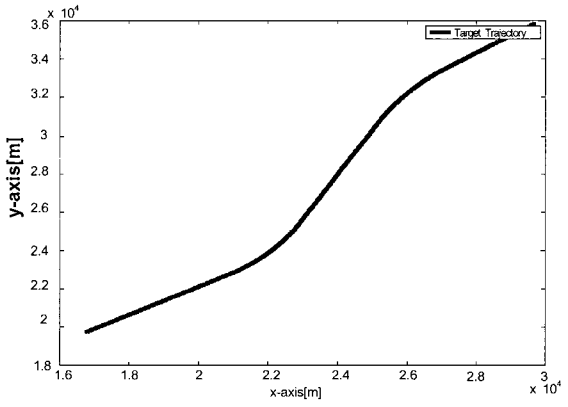


그림 3. 표적 시나리오.
Fig. 3. Target trajectory.

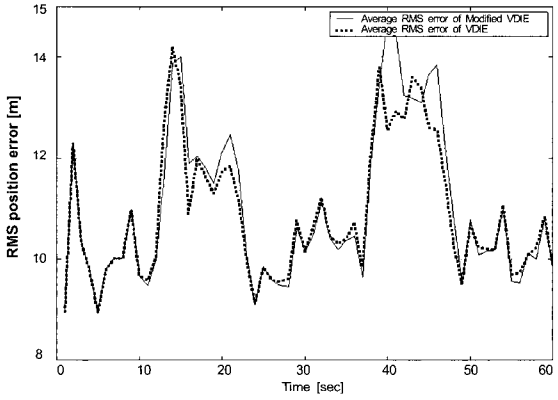


그림 4. RMS 위치 추정오차.
Fig. 4. RMS position error.

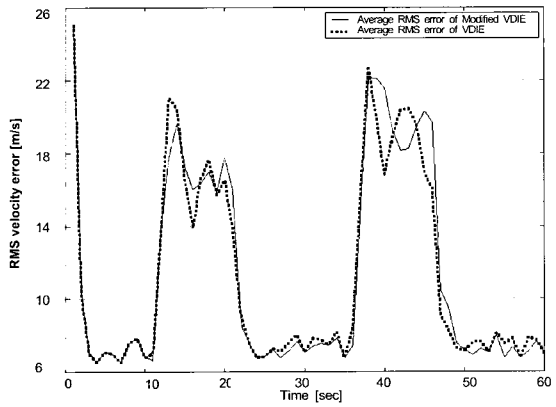


그림 5. RMS 속도 추정오차.
Fig. 5. RMS velocity error.

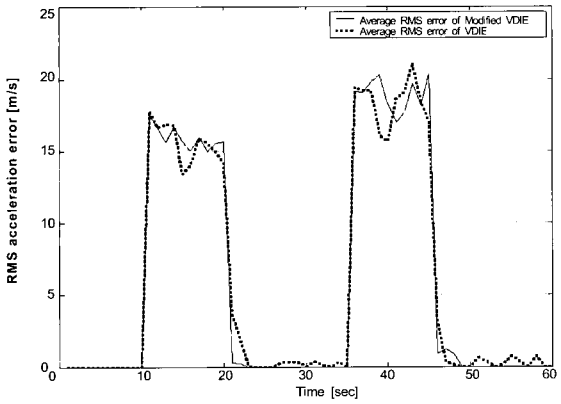


그림 6. RMS 가속도 추정오차.
Fig. 6. RMS acceleration error.

표 2. VDIE와 MVDIE의 계산량 (플롭).
Table 2. Computational load (Number of FLOP).

	VDIE	MVDIE
총 플롭수	69,173,081	18,686,701

계산량 면에서 살펴보면, MVDIE의 경우 두 번의 IE 기법을 적용한 데 반해, 기존의 VDIE의 경우, 매 샘플링 시간마다 IE 기법을 수행하였으므로, MVDIE가 표적 추적성능 대비 계산량 면에서 월등히 우수함을 알 수 있다. 표 2에 100회의 Monte-Carlo 시뮬레이션 동안의 총 플롭(flops) 수를 나타내었다.

V. 결론

본 연구에서는 기동 표적의 추적을 수행하기 위한 IE 기법과 VD 필터의 알고리즘을 개략적으로 살펴보았으며, 각각의 단점을 극복하고 계산량면에서 우수한 성능을 가지는 수정된 가변차원 입력추정 필터를 제안하였다. 제안된 필터는 기동입력의 크기와 시간을 추정하기 위해 IE 기법을 적용함으로써 일반적인 가변차원 필터의 단점을 극복하였으며, 시뮬레이션을 통해 기존의 가변차원 입력추정 필터와의 성능을 비교하였다. 제안된 필터에서 기동의 검출과 기동입력의 추정을 분리함으로써 기존의 가변차원 입력추정 필터에 비하여 약 75%의 계산량을 감소시켰다.

참고문헌

[1] Y. Bar-Shalom, and T. E. Fortmann, *Tracking and Data Association*, Academic Press, 1988.

[2] H. A. P. Blom, and Y. Bar-Shalom, "The interacting multiple model algorithm for systems with markovian switching coefficients," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-33, No. 8, pp. 780-783, Aug. 1988.

[3] 최재원, 황태현, 홍금식, "오류모니터링 및 회복 기법을 이용한 클러터 환경 하에서 기동표적 추적," 한국항공우주학회지, 제27권, 제5호, pp. 90-101, 8. 1999.

[4] A. Houles, and Y. Bar-Shalom, "Multisensor tracking of a maneuvering target in clutter," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-25, No. 2, pp. 176-188, Mar. 1989.

[5] D. Lerro, and Y. Bar-Shalom, "Interacting multiple model tracking with target amplitude feature," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 29, No. 2, pp. 494-509, Apr. 1993.

[6] R. J. Dempster, S. S. Blackman, and T. S. Nichols, " Combining IMM filtering and MHT data association for multitarget tracking," Proceedings of the Twenty-Ninth Southeastern Symposium on System Theory, pp. 123-127, 1997.

[7] B. Chen, and J. K. Tugnait, "Tracking of multiple maneuvering targets in clutter using IMM/JPDA filtering and Fixed-Lag smoothing," Automatica, Vol. 37, No. 2, pp. 239-249, Feb. 2001.

[8] Y. Bar-Shalom, and K. Birmiwal, "Variable dimension filter for maneuvering target tracking," *IEEE Transac -tions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-18, No. 5, pp. 621-629, Sep. 1982.

[9] Y. T. Chan, A. G. C. Hu, and J. B. Plant, "A Kalman filter based tracking scheme with input estimation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-15, No. 2, pp. 237-244, Mar. 1979.

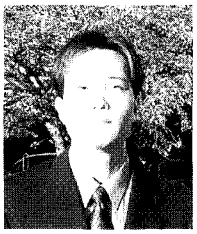
[10] P. L. Bogler, "Tracking a maneuvering target using input estimation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electro -nic Systems*, Vol. AES-23, No. 3, pp. 298-310, May 1987.

[11] Y. H. Park, J. H. Seo, and J. G. Lee, "Tracking using the Variable-Dimension filter with input estimation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-31, No. 1, pp. 399-408, Jan. 1995.

[12] Y. Bar-Shalom, and X. R. Li, *Estimation and Tracking - Principles, Techniques, and Software*, Artech House, 1993.

[13] R. A. Singer, "Estimating optimal tracking filter perfo -rmance for manned maneuvering targets," *IEEE Transac -tions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-6, No. 4, pp. 473-483, July 1970.

[14] A. Gelb, *Appled Optimal Estimation*, M. I. T. Press, pp.107-121, 1974.



안 병 완

1975년 10월 21일 출생. 2001년 부산대학교 기계공학부 졸업. 2001년~현재 동대학 기계공학부 석사과정. 관심분야는 표적 추적 필터. 고장 검출 및 분리 기법. 센서 융합. 추정 이론.

최 재 원

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 8 권 제 5 호 참조.

송 택 렬

1952년 8월 28일 출생. 1974년 서울대학교 졸업. 1981년 University of Texas at Austin 항공우주공학과 석사. 1983년 University of Texas at Austin 항공우주공학과 박사. 1974년~1995년 국방과학연구소. 1995년~현재 한양대 전자전기제어계측공학과 교수. 관심분야는 유도제어. 항법. 표적상태추정 등.

황 태 현

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 8 권 제 10 호 참조.