

수동화 기법에 의한 비정방 선형 시스템의 강인 제어기 설계

Robust Controller Design for Non-square Linear Systems
Using a Passivation Approach손 영 익
(Young-Ik Son)

Abstract : We present a state-space approach to design a passivity-based dynamic output feedback control of a finite collection of non-square linear systems. We first determine a squaring gain matrix and an additional dynamics that is connected to the systems in a feedforward way, then a static passivating (i.e. rendering passive) control law is designed. Consequently, the actual feedback controller will be the static control law combined with the feedforward dynamics. A necessary and sufficient condition for the existence of the parallel feedforward compensator (PFC) is given by the static output feedback formulation, which enables to utilize linear matrix inequality (LMI). The effectiveness of the proposed method is illustrated by some examples including the systems which can be stabilized by the proportional-derivative (PD) control law.

Keywords : (feedback) passivity, simultaneous stabilization, non-square system, parallel feedforward compensation, static output feedback

1. 서론

수동 시스템(passive systems) 이론은 제어기 설계 및 관측기 구성에 있어 다양한 응용 범위를 가지고 있다 [1-5]. 수동성에 기반한 제어기(passivity-based controller)의 주된 장점 중 하나는 제어 결과로 얻어진 시스템이 강인한(robust) 안정성을 지닌다는 것이다 [4]. 한편 수동적이지 않은 시스템에 대해서는 상태 궤환을 통해 수동화(passivation)할 수 있고, 그 필요충분조건은 대상 시스템이 주어진 입출력쌍에 대해 상대 차수(relative degree) 1을 가지고 약한 최소 위상(weakly minimum phase)이라는 것이다 [1]. 그러나 많은 시스템에서 이 조건들은 만족되지 않으며, 이러한 구조적인 문제를 극복하기 위한 연구들이 행해져 왔다 [3]. 참고 문헌 [3]에서 소개된 방법들이 모두 상태(state) 정보를 사용하고 시스템의 주어진 출력을 고려하지 않는데 반해, 병렬 보상기(Parallel Feedforward Compensator, PFC)를 사용하는 수동화 기법은 시스템의 출력 정보만을 고려하는 방법이다 [6, 7]. 즉, 병렬 연결로 얻은 새로운 입출력 쌍에 대해 상대차수 1과 최소 위상이라는 두 조건을 만족시키도록 보상기를 설계하는 방법이다. 후자는 시스템의 상태를 다 알 수 없는 경우, 출력 정보만을 이용할 수 있으므로 출력 궤환 제어기 구성에 있어 다른 수동화 방법들에 비해 장점을 지닌다.

선형 시불변(Linear Time-Invariant, LTI) 시스템에서 엄격한 수동성(strict passivity)은 엄격한 양실(Strictly Positive Real, SPR)과 같은 의미이다 [8, 9]. 선형 시불변 시스템에 병렬 보상기를 이용하는 수동화 방법은 적응제어 기법인 단순적응제어(Simple Adaptive Control, SAC)에서 시작되었다 [10, 11]. 단순적응제어(SAC) 기법은 제어 대상 시스템이

거의 엄격한 양실(Almost Strictly Positive Real, ASPR)인 경우에 적용될 수 있는데, 대상 플랜트가 ASPR이지 않은 경우에 대해 Bar-Kana는 처음으로 병렬 보상기를 이용하여 ASPR로 만드는 방법을 제안하였다 [10]. (시스템이 ASPR이라는 것은 정적출력궤환 (Static Output Feedback, SOF)을 통해 페루프 시스템이 엄격한 양실(SPR)로 바뀔 수 있음을 뜻한다.) 그러나, 제안된 병렬 보상기 $H^{-1}(s)$ 는 주어진 시스템을 안정화하는 제어기 전달함수(행렬) $H(s)$ 의 역(행렬)을 취한 것이라 이 방법은 출력 궤환 안정화 제어를 미리 구해야하는 단점이 있다. 선형 시불변 시스템에 대한 다른 결과들은 [6, 12]에서 찾을 수 있다.

한편, 수동성은 입출력의 개수가 같은 정방(square) 시스템에 대해 정의되고, 위의 언급된 결과들 역시 모두 정방 시스템에 관한 것이다. 이에 다센서 유연 구조물(sensor-rich flexible structures)과 같은 비정방(non-square) 시스템에 대해서는 시스템의 출력이 정방화 행렬(squaring matrix)을 곱함으로써 시스템을 수동화하려는 연구도 진행되어 왔다 (예들 들어 [13-16]). 이 중 [14]을 제외하고는 모두 대상 시스템이 안정하거나, 혹은 안정화된 시스템만을 다루고 있다. 병렬 보상기를 사용한 비정방 시스템의 수동화에 대한 한 예가 [14]에서 다루어졌지만, 병렬 보상기와 정방화 행렬을 동시에 설계해야 하는 비정방 시스템의 수동화 제어기 구성은 보다 체계적으로 해결되어야 한다.

본 논문에서는 상대 차수가 1보다 크거나 비-최소 위상인 선형 시불변 시스템에 대하여 병렬 보상기와 정방화 행렬을 설계하는 방법을 제시한다. 이 때 대상 시스템은 차수가 같은 다수의 시스템 집합이며, 이것은 하나의 병렬 보상기로 동시에 여러 시스템들을 수동화 (혹은 안정화)하는 문제이다. 동시 안정화(simultaneous stabilization)와 같이 다수의 시스템에 대해 단일 제어기를 구성하는 문제는 강인 제어기 설계 분야에 있어 중요한 문제이다 [17-20].

체계적인 해를 제시하기 위한 첫 단계로서 우리는 기존

논문접수 : 2002. 6. 18., 채택확정 : 2002. 9. 2.

손영익 : 동아대학교 전기전자컴퓨터공학부

(yson@controlbusters.com)

* 이 논문은 2002학년도 동아대학교 학술연구비(신진과제)에 의하여 연구되었음.

의 전달함수 접근법 대신, 다중 입출력(Multi-Input Multi-Output, MIMO) 시스템을 다루기 쉽고 수치적인 알고리즘이 많이 개발되어진 상태 공간 방정식으로 문제를 해결한다. 특히, 병렬 보상기의 차수를 대상 시스템의 입력의 차수와 동일하게 정함으로써 병렬 연결된 시스템이 상대 차수 1을 갖고 정규 형태(normal form)로 쉽게 바꿀 수 있음을 보인다. 다음으로 정적출력궤환(SOF) 안정화 기법을 사용하여 병렬 보상기와 정방화 행렬의 설계 방법을 제시하였다. 이때, 선형 행렬 부등식(LMI)과 같은 수치적인 방법을 사용할 수 있고, 대상 시스템의 출력 궤환 제어기에 대한 정보없이 병렬 보상기와 정방화 행렬을 동시에 구한다.

로봇 시스템을 비롯한 많은 실제 시스템들은 입력에서 일반화된(generalized) 속도 출력까지 수동적이다. 또한, 그 결과로 얻어진 제어기는 기본적으로 비례-미분(Proportional-Derivative, PD) 제어기이다 [4]. 이와 같은 문제에서 병렬 보상기를 통해 미분항을 대체하는 연구는 [10]에서 시작되었고, 본 연구에서는 병렬 보상기가 입력과 같은 차수를 갖는 경우에 제안된 수동화 방법이 PD 제어기의 미분항을 대체하는 효과적인 방법으로 활용될 수 있음을 예를 통해 확인하였다.

논문의 구성은 다음과 같다. 다음 장에서는 논문에서 다룰 문제를 정의하고 설계 알고리즘으로 사용될 정적출력궤환 알고리즘을 소개하였다. 병렬 보상기와 정방화 행렬은 3장에서 설계하였고, 4장에서는 수치적인 예제를 통해 제안된 제어기 설계방법을 설명하였다. 특히, 4.3절에서는 PD 제어기에 대한 적용으로 대형 유연 구조물과 선형화된 크레인 시스템 모델을 다루었다. 논문에서 행렬 A 의 가장 큰 특이값(singular value)은 $\|A\|$ 로 표시하고, I_n 은 $n \times n$ 단위행렬을 뜻한다.

II. 문제 정의 및 기본 정리들

본 논문에서는 다음과 같이 표현되는 r 개의 시스템 집합에 대하여 단일 제어기를 통한 (동시) 수동화(혹은 안정화) 문제를 다룬다. 이 때 시스템들은 상대 차수(relative degree)가 1보다 크거나 비-최소 위상(non-minimum phase)이며, 출력 정보만이 측정 가능한 경우를 생각한다.

$$(\Sigma_i): \begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i & x_i \in \mathbb{R}^n, u_i \in \mathbb{R}^m \\ y_i = C_i x_i & y_i \in \mathbb{R}^p \end{cases} \quad (1)$$

위 식에서 x_i 는 상태; u_i 는 제어 입력; y_i 는 시스템의 출력이다 (단, $i=1, \dots, r$). 입력과 출력의 개수가 같을 때, 시스템 (1)은 정방(square)이라 하고, 그렇지 않은 경우 (즉, $m \neq p$)일 때, 비정방(non-square)이라고 한다.

시스템 (1)에 대해 아래와 같이 가정한다.

가정 1 : 시스템 (1)에 대해 입출력 행렬들의 곱 $C_i B_i = A_i$ 로 일정하다 ($1 \leq i \leq r$).

첨언 1 : 가정 1이 만족되는 경우는 동시 출력 안정화에 관한 논문들에서 쉽게 찾을 수 있다 [17, 18, 20]. 예를 들어 시스템의 불확실성이 시스템 행렬 A_i 들에만 나타난다

면 $B_i = B$ 이고 $C_i = C$ 이므로 가정이 성립한다. 또한, 시스템 (1)의 모든 출력에 대해 상대 차수가 2 이상이라면 $A=0$ 이고 가정을 만족하게 된다.

선형 시불변(LTI) 시스템이 정방일 경우에 대해서는 최소 위상이고 상대 차수 1을 가지면 출력 궤환에 의해 엄격한 수동성을 갖도록 만들 수 있다 [21, Remark 4.1]. 이 때 시스템은 거의 엄격한 수동적(Almost Strictly Passive, ASP)이라 한다. 최소 위상이라함은 출력이 영일 때의 시스템의 영동특성(zero dynamics)이 안정함을 뜻하고, 시스템 (1)에 대해서 상대 차수가 1인 것은 행렬 $C_i B_i$ 가 정방 행렬이고 가역일 때이다 [1]. 반면에 시스템 (1)이 정방일지라도 상대 차수가 1보다 크거나 비최소 위상이라면 상태 궤환에 의해 서라도 수동화될 수 없다. 그러한 경우 - 특히 출력 정보만이 측정 가능할 때 - 시스템의 출력에 적절한 보상을 통해 수동성을 얻기 위한 방법이 그림 1에서와 같이 병렬 보상기를 사용하는 것이다 [6, 7, 10-12]. 또한, 수동 시스템 이론은 시스템의 입출력의 개수가 같은 경우에 정의되므로 비정방 시스템에 대해서는 출력의 개수를 입력과 같게 만들어 주는 정방화 행렬(squaring matrix)을 구해야 한다 (그림 2의 N 에 해당).

본 논문에서는 r 개의 시스템 (1)에 대해서 다음과 같은 단일 병렬 보상기 (V)와 정방화 행렬 $N \in \mathbb{R}^{m \times p}$ 을 설계하여, 함께 결합한 새로운 시스템들이 u_i 에서 y_i 까지 거의 엄격한 수동성을 갖도록 한다.

$$(V): \begin{cases} \dot{\eta} = E\eta + Mu, & \eta \in \mathbb{R}^m, u \in \mathbb{R}^m \\ y_\eta = L\eta, & y_\eta \in \mathbb{R}^m \end{cases} \quad (2)$$

그림 2와 같이 병렬 연결된 시스템 식은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_i \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ \eta \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} B_i \\ M \end{bmatrix} u_i \\ \tilde{y}_i = [NC_i \ L] \begin{pmatrix} x_i \\ \eta \end{pmatrix}, i=1, \dots, r. \end{cases} \quad (3)$$

이 때, 추가적인 시스템 (V)와 주어진 시스템의 입력은 같은 차수를 가진다 (즉, $\eta \in \mathbb{R}^m$). 앞으로 그러한 시스템을 입력-차수(input-dimensional) 시스템이라 부르기로 한다. 시스템 (3)이 상대 차수 1을 갖기 위한 행렬 L 과 M 의 차원을 생각하면, 일반적으로 시스템 (2)의 차원이 시스템 (1)의 입력-차수보다 크거나 같아야 한다. 본 논문에서는 시스템 (2)의 차수를 그 중 가장 낮은 차원으로 선택한다.

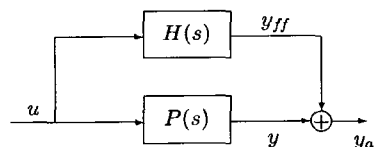


그림 1. 앞먹임 보상.
Fig. 1. Feedforward compensation.

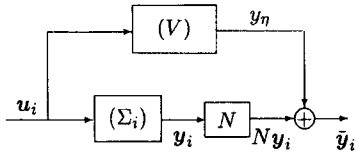


그림 2. 비정방 시스템을 위한 병렬 연결.
Fig. 2. Parallel connection for non-square systems.

논문에서 제안된 보상기 설계 방법은 정적출력궤환(SOF) 안정화 알고리즘을 이용할 수 있다. 따라서, $r=1$ 인 경우에 대한 SOF 문제를 먼저 소개한다.

$$(\Sigma): \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m \\ y = Cx, & y \in \mathbb{R}^p. \end{cases} \quad (4)$$

시스템 (4)에 대한 정적출력궤환 안정화 문제란 제어 입력 $u = -Fy$ 를 이용하여 폐루프 시스템 행렬 $A - BFC$ 의 모든 고유치가 음의 실수부를 갖도록 하는 문제이다. 한편, 시스템 (1)에 대해 단일 이득 행렬 F 를 이용하여 모든 A_i, B, F, C_i 들을 동시에 안정하게 하는 문제는 동시 정적출력궤환(simultaneous static output feedback) 안정화라 한다.

소개될 SOF 알고리즘을 위해 행렬 F 와 G 에 관한 집합 \mathbf{F} 와 \mathbf{G} 를 다음과 같이 정의한다. 증명과 더 자세한 내용은 논문 [17, 22]들을 참고한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \{F \in \mathbb{R}^{m \times p} \mid A - BFC \text{가 안정}\}; \\ \mathbf{G} &= \{G \in \mathbb{R}^{m \times n} \mid A - BG \text{가 안정}\} \end{aligned} \quad (5)$$

행렬 C 에 대하여 $N(C)$ 는 C 의 영 공간(null space)을 의미한다.

보조정리 2 [22] : 행렬 B 와 C 가 전-계수(full-rank)를 가지면 다음이 성립한다.

- i) $\mathbf{F} \neq \emptyset$ 인 필요충분조건은 $\mathbf{G}_0 := \mathbf{G} \cap \{G \mid GY = 0\} \neq \emptyset$ 이다. 단, Y 는 $N(C)$ 의 정규 직교 기저이다.
- ii) $\mathbf{G}_0 \neq \emptyset$ 이면, $F \in \mathbf{F}$ 는 $G \in \mathbf{G}_0$ 와 임의의 행렬 $Q = Q^T > 0$ 로 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$F = GQC^T(CQC^T)^{-1} \quad (6)$$

위 결과는 상태 궤환 행렬 G 가 미리 주어졌을 때 유용함을 알 수 있다. 한편, Cao와 Sun [17]은 다음의 행렬 부등식을 이용하여 출력 궤환 이득 행렬 F 를 계산하는 반복적인 선형 행렬 부등식(LMI) 알고리즘을 제시하였다. 행렬 F 가 P 에 독립적으로 구해짐으로 시스템 (1)에 대한 문제로 쉽게 확장될 수 있다.

정리 3 [17] : 시스템 (4)가 정적출력궤환에 의해 안정화될 수 있는 필요충분조건은 다음의 행렬 부등식을 만족하는 양한정 행렬 $P = P^T > 0$ 와 F 가 존재한다는 것이다.

$$A^T P + PA - PBB^T P + (B^T P - FC)^T (B^T P - FC) < 0 \quad (7)$$

다음 절에서는 그림 2의 시스템들이 하나의 출력 이득 행렬 F 에 의해 엄격한 수동성을 갖도록 E, L, M, N 들을 설계한다 (그림 3 참조).

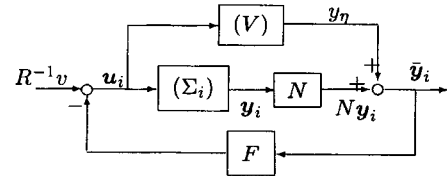


그림 3. 병렬 연결된 시스템에 대한 SOF.
Fig. 3. SOF for parallel-connected systems.

III. 병렬 보상기와 행렬 N 의 설계

전술한 바와 같이 주어진 시스템이 엄격히 수동화되기 위해서는 상대 차수 1이고 최소 위상을 가져야 한다. 우리는 먼저 시스템 (3)이 상대 차수 1을 갖도록 행렬들을 결정하고, 그 조건 하에서 시스템 (3)을 정규형태(normal form)로 전환한다. 이를 위해 적절한 좌표변환 행렬을 제시한다. 정규 형태로 바뀌어진 시스템들은 영 동특성(zero dynamics)을 명확하게 보여줌으로써 최소 위상으로 만드는 과정을 쉽게 해준다. 찾아낸 영 동특성들이 안정하게 나머지 행렬 값들을 결정하면 이제 최소 위상 조건도 만족하게 된 것이다. 마지막으로 수동화하는 단일 이득 행렬 F 는 쉽게 찾을 수 있다(그림 3).

먼저, 임의의 영이 아닌 상수 γ 로 L 을 다음과 같이 정한다. 이 L 은 임의의 가역 행렬로 바꿀 수 있다.

$$L = \gamma I_m. \quad (8)$$

이제, 시스템 (3)의 출력은

$$\overline{y}_i = N y_i + \gamma \eta, \quad \overline{y}_i \in \mathbb{R}^m, \quad 1 \leq i \leq r \quad (9)$$

이다. 행렬 N 은 비정방 시스템의 출력 개수를 입력의 수와 같게 한다. 정방 시스템에 대한 결과에서 이 행렬은 $N = I_m$ 이라 생각할 수 있다.

(9)를 시간에 대해 미분하면

$$\dot{\overline{y}}_i = NC_i A_i x_i + \gamma E \eta + (NC_i B_i + \gamma M) u_i \quad (10)$$

이다 ($1 \leq i \leq r$). 가정 1에 의해 $C_i B_i = A_i$ 이므로, 임의의 가역 행렬 $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 을 이용하여 병렬 보상기 (2)의 M 을 다음과 같이 결정한다.

$$M = \gamma^{-1}(R - N\Lambda). \quad (11)$$

이제, 시스템 (3)은 상대 차수 1을 갖게되고, 아래의 좌표 변환 행렬을 이용하면 [1, 7]

$$\begin{pmatrix} \xi_i \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_n - BR^{-1}NC & -\gamma BR^{-1} \\ NC & \gamma I_m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_i \\ \eta \end{pmatrix} \text{ 또는} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{x}_i \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & BR^{-1} \\ -\gamma^{-1}NC & \gamma^{-1}(I_m - NCBR^{-1}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \xi_i \\ \eta \end{pmatrix}, \quad (12)$$

다음과 같은 정규 형태로 쓸 수 있다 [1].

$$\begin{pmatrix} \xi_i \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{A}_{1i} & \widehat{A}_{2i} \\ \widehat{A}_{3i} & \widehat{A}_{4i} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \xi_i \\ \eta \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix} \mathbf{u}_i \quad (13)$$

위에서 $\xi_i \in \mathbb{R}^n$ 이고, $i=1, \dots, r$,

$$\begin{cases} \widehat{A}_{1i} = A_i + B_i R^{-1} E N C_i - B_i R^{-1} N C_i A_i, \\ \widehat{A}_{2i} = (I_n - B_i R^{-1} N C_i) A_i B_i R^{-1} \\ \quad - B_i R^{-1} E (I_m - N A_i R^{-1}), \\ \widehat{A}_{3i} = N C_i A_i - E N C_i, \\ \widehat{A}_{4i} = N C_i A_i B_i R^{-1} + E (I_m - N A_i R^{-1}) \end{cases} \quad (14)$$

이다. 편의상 행렬 $\mathcal{C}_i = \begin{bmatrix} C_i \\ C_i A_i \end{bmatrix}$ 로 둔다. 이제, 시스템 (13)(혹은 (3))의 영 동특성은 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\xi_i = (A_i - B_i [-R^{-1} E N R^{-1} N] \mathcal{C}_i) \xi_i, \quad 1 \leq i \leq r. \quad (15)$$

시스템 (15)가 안정하도록 하는 E 와 N 을 구하기 위해 다음의 가상 시스템을 생각한다.

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i = A_i \xi_i + B_i \omega_i, & \xi_i \in \mathbb{R}^n \\ \mathbf{y}_{\xi_i} = \mathcal{C}_i \xi_i, & \mathbf{y}_{\xi_i} \in \mathbb{R}^{2p}. \end{cases} \quad (16)$$

시스템 (16)에 대한 동시 SOF 문제는 행렬 $(A_i - B_i F \mathcal{C}_i)$ 들이 모두 안정하도록 하는 행렬 F 를 결정하는 것이므로, 다음과 같이 찾은 행렬 F 는

$$F = [-R^{-1} E N \quad R^{-1} M] \quad (17)$$

영 동특성 (15)를 안정하게 한다. 즉, 적절한 알고리즘을 이용하여 시스템 (16)에 대한 동시 SOF 문제가 풀리면, 얻어진 이득 F 는 $F = [F_1 \quad F_2]$ 로 쓸 수 있고, F_1 과 F_2 는 모두 $m \times p$ 행렬이다. 이 때 다음을 만족시키는 행렬 $K \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 가 존재한다면,

$$F_1 = K F_2 \text{ or } F_1^T = F_2^T K^T \quad (18)$$

나머지 행렬 N, E, M 들은 차례대로 얻을 수 있다. 또한,

(17)에서 $F_2 = R^{-1} N$ 이므로, 행렬 R 은 N 의 크기를 조절하는 역할을 할 수 있다.

첨언 4 : 병렬 보상기 설계에 대한 기존 결과는 참고 문헌 [14]를 제외하고 모두 정방 시스템에 대한 것이다. 정방 시스템의 경우, (18)의 행렬 F_1 과 F_2 는 모두 $m \times m$ 정방 행렬이다. 따라서 행렬 F_2 가 가역이면, 행렬 $N = R F_2$ 와 $E = -R F_1 F_2^{-1} R^{-1}$ 로 쉽게 찾을 수 있다. 이 때, 계산된 F_2 가 가역이지 않다면 그 원소를 다소 조정하여 $(A_i - B_i F \mathcal{C}_i)$ 의 안정성을 해치지 않고 F_2 를 가역으로 바꿀 수 있다. 행렬의 고유치는 그 원소들에 연속적이므로 이것은 많은 경우에 대해 가능하다. 또한, 참고문헌 [17, 24]등에서 보듯이 F 를 찾는 SOF 알고리즘들이 초기 행렬 값에 민감하기 때문에 초기 값을 다소 조정하여 가역인 F_2 행렬을 찾을 수도 있다. 즉, 이 문제는 우리가 선택하는 SOF 알고리즘과 많은 관련이 있다.

병렬 보상기 (2)와 행렬 N 이 결정된 후에 전체 시스템은 출력궤환에 의해 엄격한 수동성을 가질 수 있다. 이것을 다음에서 정리하였다. 행렬 E 와 N 이 존재할 필요충분조건은 참고 논문 [17]에서 인용하였다.

정리 5 : 영이 아닌 상수 γ 로 $L = \gamma I_m$ 과 같이 정한다. 가정 1이 만족될 때, r 개의 시스템 (3)이 거의 엄격히 수동적(Almost Strictly Passive, ASP)이기 위한 필요충분조건은 다음과 같다.

i) 아래 행렬 부등식들을 만족하는 r 개의 $P_i = P_i^T > 0$ 들과 F 가 존재한다:

$$A_i^T P_i + P_i A_i - P_i B_i B_i^T P_i + (B_i^T P_i - F \mathcal{C}_i)^T (B_i^T P_i - F \mathcal{C}_i) < 0;$$

ii) $F = [F_1 \quad F_2]$ 일 때, $F_1 = K F_2$ 를 만족하는 행렬 $K \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 가 존재한다.

첨언 6 : 정방 시스템인 경우 첫 번째 조건이 만족되면 (18)을 만족하는 가역인 F_2 를 많은 경우 찾을 수 있다 (첨언 4).

Proof : 가정 1 하에서 r 개의 시스템 (3)은 (11)에 의해 상대 차수 1을 갖고 시스템 (13)과 동치이다. 위의 두 조건이 만족되면 $(A_i - B_i F \mathcal{C}_i)$ 를 안정하게 만드는 $F = [K F_2 \quad F_2]$ 가 존재한다. 이것은 아래의 단일 병렬 보상기를 통해 (13)의 \widehat{A}_{1i} 들이 모두 안정함을 의미한다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -R K R^{-1} \eta + \gamma^{-1} R (I_m - F_2 A) \mathbf{u}_i \\ \mathbf{y}_i = R F_2 \mathbf{y}_i + \gamma \eta. \end{cases} \quad (19)$$

한편, 모든 \widehat{A}_{1i} 들이 안정하면 위의 두 조건은 만족되고, 시스템 (13)은 상대 차수 1을 가짐으로 위 조건은 시스템 (3)이 거의 엄격히 수동적이기 위한 필요충분조건이 된다.

완전한 증명을 위해 다음의 출력 궤환 제어입력을 통해

$$u_i = -F \bar{y}_i + R^{-1} v \quad (20)$$

페루프 시스템 (13)-(20)이 v 로부터 \bar{y} 가 엄격한 수동성을 지님을 보인다 (그림 3). 위에서 시스템 (13)의 \widehat{A}_{1i} 들이 안정하므로 다음을 만족하는 행렬 $P_i = P_i^T > 0$ 들이 존재한다.

$$P_i \widehat{A}_{1i} + \widehat{A}_{1i}^T P_i = -I_n, \quad 1 \leq i \leq r. \quad (21)$$

리아프노프 함수를 아래와 같이 정하고

$$V_i(\xi_i, \bar{y}_i) = \frac{1}{2} \xi_i^T P_i \xi_i + \frac{1}{2} \bar{y}_i^T \bar{y}_i, \quad 1 \leq i \leq r, \quad (22)$$

시스템 (13)을 따라 시간에 대해 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -\frac{1}{2} \xi_i^T (\widehat{A}_{1i}^T P_i + P_i \widehat{A}_{1i}) \xi_i + \xi_i^T P_i \widehat{A}_{2i} \bar{y}_i \\ &\quad + \bar{y}_i^T \widehat{A}_{3i} \xi_i + \bar{y}_i^T \widehat{A}_{4i} \bar{y}_i + \bar{y}_i^T R u_i \\ &\leq -\frac{1}{2} \|\xi_i\|^2 + \|P_i \widehat{A}_{2i} + \widehat{A}_{3i}^T\| \|\xi_i\| \|\bar{y}_i\| \\ &\quad + \|\widehat{A}_{4i}\| \|\bar{y}_i\|^2 + \bar{y}_i^T R u_i \\ &\leq -\frac{1}{4} \|\xi_i\|^2 + (\|P_i \widehat{A}_{2i} + \widehat{A}_{3i}^T\|^2 + \|\widehat{A}_{4i}\|^2) \|\bar{y}_i\|^2 \\ &\quad + \bar{y}_i^T R u_i. \end{aligned}$$

(20)에서 $F = \sigma R^{-1}$ 이고

$$\sigma > \max_i (\|P_i \widehat{A}_{2i} + \widehat{A}_{3i}^T\|^2 + \|\widehat{A}_{4i}\|^2) + 1 \text{ 일 때,}$$

$$V_i(\xi_i, \bar{y}_i) \leq -\frac{1}{4} \|\xi_i\|^2 - \|\bar{y}_i\|^2 + \bar{y}_i^T v, \quad 1 \leq i \leq r. \quad (23)$$

(23)은 페루프 시스템 (13)-(20)(또는 (3)-(20))의 엄격한 수동성을 의미하고, $v=0$ 일 때 점근적 안정성을 보장한다. 그림 3은 $v=0$ 일 때 그림 4와 같이 나타낼 수 있으므로, 제안된 보상기 설계 방법은 준 시스템 (1)에 대한 출력 궤환 동적 안정화 제어기 설계 방법으로 볼 수 있다. ■

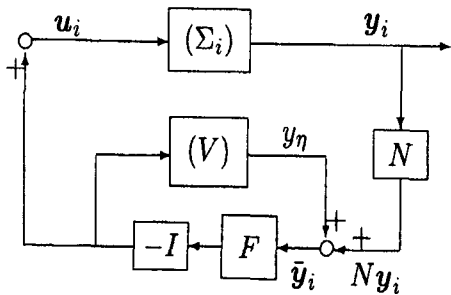


그림 4. 병렬 연결과 등가인 궤환 연결 ($v=0$).
Fig. 4. Equivalent Feedback Connection ($v=0$).

위의 증명에서 시스템 (16)을 안정화시키는 이득 행렬 F 는 다른 SOF 알고리즘들로 얻을 수 있다 (예를 들어 [23]). 한편, (12)에서 $\bar{y}_i \equiv 0$ 일 때, ξ_i 와 x_i 가 동일함

에 주목한다. 만약 $\bar{y}_i \equiv 0$ 이고 $C_i B_i = 0$ 이라면, (16)에 대한 SOF 입력 ω 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\omega_i = -FC \xi_i = R^{-1} E N y_i - R^{-1} N \dot{y}_i. \quad (24)$$

이에 착안하여 만약 (1)이 PD 제어기에 의해 안정화된다면 병렬 보상기를 쉽게 구성할 수 있다. 즉, $J = I_m + K_d A$ 일 때,

$$u_i = -K_p y_i - K_d \dot{y}_i = -J^{-1} (K_p C_i + K_d C_i A_i) x_i \quad (25)$$

이므로, 아래 식으로 병렬 보상기 (19)를 구성할 수 있다.

$$F_1 = J^{-1} K_p, \quad F_2 = J^{-1} K_d. \quad (26)$$

다음 절에서는 몇 가지 예를 통해 제안된 설계 방법을 설명한다.

IV. 몇 가지 예제들

제안된 병렬 보상기를 단일 시스템(4.1절)과 다수 시스템 (4.2절)의 경우에 대해 차례로 설계하였다. 4.3절에서는 병렬 보상기 설계를 통한 제어기 설계 적용 예로서 PD 제어기를 통해 안정화되는 제어 문제를 다루었다.

1. 단일 시스템에 대한 수동화

예제 1 : 다음 행렬들로 이루어진 시스템 (4)를 생각한다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

위에서 $\lambda(A) = \{1.6180, 0, -0.6180\}$ 이므로 불안정하고, 이 시스템은 상대 차수 $\{3, 2\}$ 를 가진다. 시스템 (27)이 정적출력궤환으로 안정화 될 수 없음을 임의의 이득 행렬 $F = [a_1 \ a_2]$ 로 $\det(sI - A + BFC) = s^3 - s^2 - (1 - a_2) \cdot s + a_1$ 가 안정하지 못하기 때문이다. 반면에 행렬

$C = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$ 일 때, 행렬 $(A - BFC)$ 의 고유치는 이득 행렬 $F = [f_1 \ f_2 \ l_1 \ l_2]$ 에 의해 자유롭게 지정될 수 있다. 특히, 다음 행렬 P 와 F 는 정리 5의 조건들을 만족한다:

$$P = \begin{bmatrix} 148 & 161 & 18 \\ 161 & 196 & 26 \\ 18 & 26 & 9 \end{bmatrix}, \quad F = [35.69 \ 34.4 \ 8.3 \ 8.0]. \quad (28)$$

즉, $\lambda(A - BFC) = \{-1, -3 + j5.17\}$ 이고, $F_1 = 4.3 F_2$ 이다. 따라서, $\gamma = R = 1$ 일 때, 행렬 $N = [8.3 \ 8.0]$ 이고 $E = -4.3$ 이다. 결국, 병렬 보상기 (19)는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{y} = -4.3 \eta + u \\ y = [8.3 \ 8.0] y + \eta. \end{cases} \quad (29)$$

위의 병렬 보상기와 정방화 행렬을 통해 얻어진 시스템 (27)-(29)는 정리 5에 의해 엄격한 수동성을 갖게 되고, 따라

서 시스템 (27)는 출력 정보만으로 안정화됨을 알 수 있다.
 예제 2 : 본 예에서는 제안된 설계 방법의 간편함을 보이기 위해 참고 논문 [12]의 시스템을 다루었다. 또한, 보상기 설계에 있어 상수 γ 와 행렬 R 을 다양하게 결정할 수 있음을 확인한다. 다음 행렬로 이루어지는 시스템을 생각한다.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & -15 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -15 & -1 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

보조 정리 2를 사용하여 병렬 보상기 (19)를 설계할 수 있다. 위 시스템 (30)에 대해 C 은 전-계수(full-rank)이고, 아래의 이득 행렬 $G \in \mathcal{G}$ 일 때,
 $\lambda(A - BG) = \{-1.51, -3.19 + j2.14, -6.56 \pm j3.77\}$ 이다.

(단, 집합 $\mathcal{G} = G \cap \{G | GY = 0\}$ 이고, Y 는 $N(C)$ 의 정규 직교 기저이다). 이것은 보조 정리 2의 조건을 만족시키고, $Q = I_5$ 일 때, (6)에서 \bar{F} 는 다음으로 주어진다:

$$G = \begin{bmatrix} 52 & 162 & -92 & -592 & -39 \\ -2 & -10 & 12 & -43 & -4 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} 32 & 4 & 20 & 7 \\ 3 & 4 & -5 & 0 \end{bmatrix}.$$

이 때, F_2 는 가역이다. 이제, $\gamma = 1, R = I_2$ 이라 두면 $K = F_1 F_2^{-1}$ 이고, (19)에서 아래와 같은 병렬 보상기를 구성할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \begin{pmatrix} -0.5714 & 4.1143 \\ -0.5714 & -1.6857 \end{pmatrix} \eta + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} u \\ \bar{y} = \begin{pmatrix} 20 & 7 \\ -5 & 0 \end{pmatrix} \eta + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \eta \end{cases} \quad (31)$$

또 다른 보상기를 얻기 위해 $R = F_2^{-1}$ 이고 $\gamma = 0.1$ 로 두면, (19)에서 다음과 같은 병렬 보상기를 얻게 된다. 이것은 $\gamma \ll 1$ 일 때, $\bar{y} \approx y$ 와 같이 근사할 수 있음을 의미한다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \begin{pmatrix} 0.600 & 0.800 \\ -6.2857 & -2.8571 \end{pmatrix} \eta + \begin{pmatrix} 0 & -2.000 \\ 1.4286 & 5.7143 \end{pmatrix} u \\ \bar{y} = y + 0.1\eta. \end{cases} \quad (32)$$

2. 다수 시스템의 동시 수동화

예제 3 : 다음과 같은 전달함수로 표현되는 시스템을 생각한다.

$$G(s) = \frac{\sqrt{\theta} + 1}{s^2 + (\theta^2 - 10)s + 3\theta + 11}, \quad 3 \leq \theta \leq 11. \quad (33)$$

이 예는 논문 [17]의 상대 차수 1이고, 최소 위상인 경우를 상대 차수가 2인 시스템으로 바꾼 것이다. 즉, 참고 논문 [17]의 경우는 정적 출력 궤환으로 수동화될 수 있음을 쉽게 알 수 있다. 우리는 공칭 작용점 $\theta_1 = 7$ 과 $\theta_2 = 3$,

$\theta_3 = 11$ 인 세 경우에 대해 제어기를 설계한다 [18]. 즉, 다음 시스템들에 대해 하나의 병렬 보상기를 설계하는 문제를 생각한다.

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -39 & -32 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -20 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} -39 & -44 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \\ B_1 &= B_2 = B_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}; \\ C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 3.65 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, C_3 = \begin{bmatrix} 0 & 4.32 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (34)$$

위 시스템들은 $\Lambda = 0$ 으로 가정 1을 만족한다.

가상의 출력 이득 행렬 $F = [6 \ 4]$ 일 때, 정리 5의 조건을 만족시키는 P_1, P_2, P_3 을 쉽게 찾을 수 있다. 따라서, $\gamma = R = 0.25$ 으로 정하면 다음과 같은 병렬 보상기를 얻는다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -\frac{3}{2} \eta + u \\ \bar{y}_i = y_i + \frac{1}{4} \eta. \end{cases} \quad (35)$$

결국, 정리 5에 의해 시스템 (34)는 하나의 제어기로 엄격한 수동성을 갖게됨을 알 수 있다.

예제 4 : 다음과 같이 표현된 시스템을 생각한다.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -2.98 & q_1(t) & 0 & -0.0340 \\ -0.99 & -0.210 & 0.035 & -0.0011 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0.39 & -5.555 & 0 & -1.8900 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.032 \\ 0 \\ 0 \\ -1.600 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (36)$$

단, 변수 $q_1(t)$ 는 범위 $-0.570 \leq q_1(t) \leq 2.430$ 내의 임의의 수이다. 이 시스템은 참고 논문 [18, 22]에서 인용하였으나, 우리는 세 번째 상태만이 측정 가능한 경우를 다루고 있다. 불확실성이 행렬 A 에만 존재함으로 가정 1을 만족한다 ($\Lambda = 0$). 상대 차수는 2이다.

참고 논문에서와 같이 다음 두 경우에 대해 제어기를 설계한다.

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -2.98 & -0.570 & 0 & -0.0340 \\ -0.99 & -0.210 & 0.035 & -0.0011 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0.39 & -5.555 & 0 & -1.8900 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -2.98 & 2.430 & 0 & -0.0340 \\ -0.99 & -0.210 & 0.035 & -0.0011 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0.39 & -5.555 & 0 & -1.8900 \end{bmatrix}; \\ B_1 &= B_2 = B, C_1 = C_2 = C. \end{aligned} \quad (37)$$

이득 행렬 $F = [-1.5 \ -1]$ 일 때, 정리 5의 두 조건이 만족됨을 쉽게 확인할 수 있다. 따라서, $\gamma = R = -1$ 으로 정하면 (19)에서 다음과 같이 병렬 보상기를 정할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -1.5 \eta + u \\ \bar{y}_i = y_i - \eta. \end{cases} \quad (38)$$

3. PD 제어 시스템

예제 5 : 유연 구조물의 상태 공간 표현은 다음과 같다 [25]. 상태 $x_p = [x_1^T \ x_2^T]^T \in R^{2n}$ 이고 (n 개의 위치 상태들과 n 개의 속도 상태들), $A_i = \text{diag}(\lambda_i), \forall \lambda_i > 0$ 이다.

$$\begin{cases} \dot{x}_p = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -A_l & 2\zeta\sqrt{A_l} \end{bmatrix} x_p + \begin{bmatrix} 0 \\ C^T \end{bmatrix} u, & u \in \mathbb{R}^m \\ y_p = [aC \ C] x_p, & y_p \in \mathbb{R}^m \end{cases} \quad (39)$$

논문 [25]에서는 다음 제어 입력으로 위 시스템을 안정화한다.

$$u = -K_L(\alpha y_1 + y_2) \quad (40)$$

단, $y_1 = Cx_1, y_2 = Cx_2$ 이고, K_L 은 임의의 양한정 행렬이다. (C, A_l) 가 관측 가능하다는 가정 하에서 $\zeta = 0, \alpha = 1$ 일 때, 페루프 시스템 (39)-(40)은 안정하다 [25].

우리는 (39)에서 위치 상태 정보만이 측정 가능한 경우를 생각한다. 논문 [25]에서와 같이 $\zeta = 0, \alpha = 1$ 일 때, 시스템 (39)는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{x}_p = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -A_l & 0 \end{bmatrix} x_p + \begin{bmatrix} 0 \\ C^T \end{bmatrix} u \\ y_1 = [C \ 0] x_p \end{cases} \quad (41)$$

또한, 제어 입력 (40)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u = -K_L y_1 - K_L \dot{y}_1 \quad (42)$$

따라서, $\zeta = 0$ 이고 $\alpha = 1$ 일 때, 페루프 시스템 (39)-(40)과 (41)-(42)는 동일하며, (24)와 (42)로부터 $R^{-1}EN = -R^{-1}N = -K_L$ 로 쓸 수 있다. 즉, $N = RK_L$ 이고 $E = -I_m$ 을 얻을 수 있다. 결국, $\gamma = 1, R = I_m$ 일 때, 아래의 왼쪽을; $\gamma = 0.1, R = K_L^{-1}$ 일 때 아래 오른쪽과 같은 병렬 보상기(PFC)를 설계할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -\eta + u \\ y = K_L y + \eta \end{cases}, \text{ 또는 } \begin{cases} \dot{\eta} = -\eta + K_L^{-1} u \\ y = y + 0.1\eta \end{cases} \quad (43)$$

위와 같은 병렬 보상기를 이용함으로써 시스템 (41)은 속도 정보없이 안정화될 수 있다.

예제 6 : 아래와 같이 표현되는 참고 논문 [26]의 크레인을 생각한다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(M+m)g}{lM} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{1}{lM} \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (44)$$

각 문자들의 의미는 [26]을 참고한다. 단, $z = [x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}]$ 인 상태 변수에서 x 는 카트의 위치이고 θ 는 짐(또는 추)가 수직선과 이루는 흔들림 각이다. 참고 논문 [26]에서는 입력에서 \dot{x} 까지가 수동적임을 이용하여, θ 의 측정없이 다음 PD 규칙으로 시스템을 안정하게 만든다:

$$u = -\frac{1}{k_E}(k_x x + k_d \dot{x}), \quad (45)$$

본 예제에서는 [26]과 달리 측정 가능한 출력 $y = x$ 뿐이라 생각한다. 이때, 위 시스템 (44)는 상대 차수 2를 가지고 더 이상 수동적이지 않다.

참고 논문과 같이 $M = m = 1 \text{ kg}, l = 1 \text{ m}, g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 이라 정하면, $k_E = 1, k_x = 3, k_d = 4.5$ 일 때, 페루프 시스템 (44)-(45)는 안정함을 알 수 있다. 이 때, 식 (24)로부터 $F_1 = 3$ 이고 $F_2 = 4.5$ 이게 된다. 따라서, $K = 3/4.5$ 이다. $\gamma = R = 1$ 로 두면 (19)에서 다음의 병렬 보상기를 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -\frac{3}{4.5} \eta + u \\ y = 4.5y + \eta. \end{cases} \quad (46)$$

행렬의 노름(norm) 계산에 의해 정리 5의 증명에서 출력 이득 $F = \sigma R^{-1} = 86$ 으로 구할 수 있다.

초기조건이 $z(0) = [-5, 0, -\pi/4, 0]$ 인 모의 실험 결과는 그림 5-7에 나타내었고, 논문 [26]에서 비교한 아래의 궤환 입력에 의한 결과와 같이 그렸다:

$$u = -kz = -[3 \ 3.69 \ 0.71 \ -0.87]z. \quad (47)$$

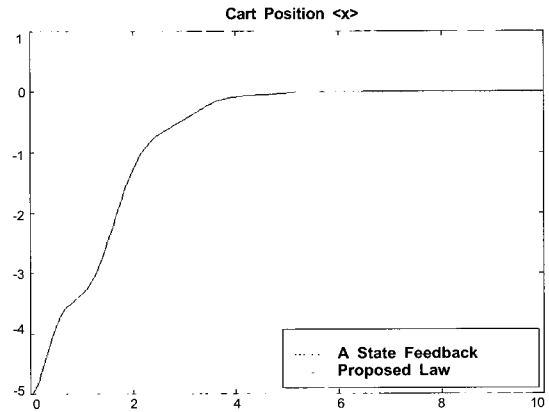


그림 5. 카트의 위치 x .

Fig. 5. Cart position x .

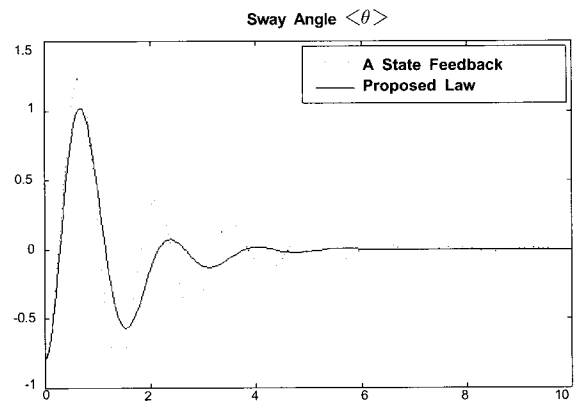


그림 6. 흔들림 각 θ .

Fig. 6. Sway angle θ .

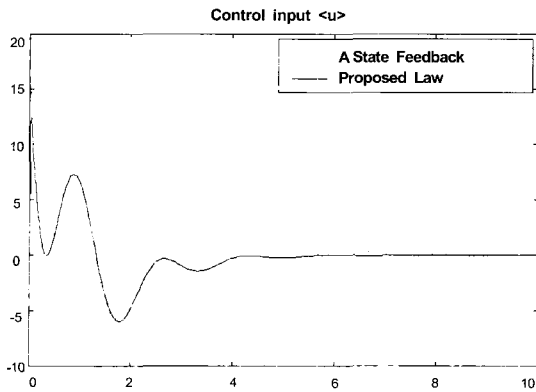


그림 7. 제어 입력 u .

Fig. 7. Control input u .

실선으로 표시된 궤적이 제안된 병렬 보상기에 의한 결과이며, 점선이 제어식 (47)에 의한 결과이다. 속도 정보없이 카트의 위치 정보만으로 페루프 시스템이 안정함을 확인할 수 있다.

V. 결론

동서 안정화와 같이 다수의 시스템에 대해 단일 제어기를 구성하는 문제는 강인 제어기 설계 분야에 있어 중요한 문제이다. 본 논문에서는 상대 차수가 1보다 크거나 비-최소 위상인 다수의 시스템 집합에 대하여 단일 병렬 보상기(PFC)와 정방화 행렬을 설계하는 방법을 연구하였다. 설계된 병렬 보상기와 이득 행렬을 통해 페루프 시스템들은 엄격한 수동성을 갖는다. 따라서 논문의 결과는 출력 정보만이 측정 가능하고 정적 출력 궤환(SOF)만으로 안정화 할 수 없는 경우에 대해, 하나의 병렬 보상기로 여러 시스템들을 동시에 수동화(혹은 안정화)하는 문제에 대한 한가지 해를 제시한 것이다.

병렬 보상기가 입력과 같은 차수를 가질 경우에 대한 설계 문제는 정적출력궤환(SOF) 기법을 사용할 수 있고, 따라서 선형 행렬 부등식(LMI)과 같은 수치적인 방법이 사용될 수 있음을 보였다. 본 결과는 기존의 정방 시스템에 대한 병렬 보상기 설계 문제나 정방화 행렬만으로 비정방 시스템을 수동화하는 문제보다 일반적인 경우에 대한 해를 제시한 것이라 할 수 있다. 한편, 제안된 수동화 방법은 PD 제어기로 제어 가능한 시스템에 대해 미분 항을 대체하는 효과적인 방법으로 활용될 수 있음을 대형 유연 구조물[25]과 크레인 시스템[26]의 예로 설명하였다. 논문에서 제안된 방법의 적용 대상 시스템을 넓히기 위해서는 입력 차수보다 높은 차수의 보상기 설계 문제가 진행되어야 할 것이다.

참고문헌

[1] C. I. Byrnes, A. Isidori, and J. C. Willems, "Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 36, No. 11, pp. 1228-1240, 1991.
 [2] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, 2nd Ed., 1996.

[3] R. Sepulchre, M. Jankovic, and P. V. Kokotovic, *Constructive Nonlinear Control*, Springer-Verlag, 1997.
 [4] R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson, and H. Sira-Ramirez, *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*, Springer-Verlag, 1998.
 [5] Hyungbo Shim and Jin H. Seo, "Passivity framework for nonlinear state observer", *Proc. of ACC*, pp. 699-705, 2000.
 [6] A. G. Kelkar and S. M. Joshi, "Robust control of non-passive systems via passification", *Proc. of ACC*, 1997.
 [7] Young I. Son, Hyungbo Shim, and Jin H. Seo, "Passification of nonlinear systems via dynamic output feedback", *Journal of KIEE*, pp. 23-28, 2000.
 [8] W. Sun, P. P. Khagonekar, and D. Shim, "Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 39, pp. 2034-2046, 1994.
 [9] C. - H. Huang, P. A. Ioannou, J. Maroulas, and M. G. Safonov, "Design of strictly positive real systems using constant output feedback," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 44, No. 3, pp. 569-573, 1999.
 [10] I. Bar-Kana, "Parallel feedforward and simplified adaptive control," *Int. J. Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 1, No. 2, pp. 95-109, 1987.
 [11] H. Kaufman, I. Bar-Kana, and K. Sobel, *Direct Adaptive Control Algorithms*, Springer-Verlag, 2nd Ed., 1998.
 [12] Z. Iwai and I. Mizumoto, "Realization of simple adaptive control by using parallel feedforward compensator," *Int. J. Control*, Vol. 59, No. 6, pp. 1543-1565, 1994.
 [13] A. Saberi and P. Sannuti, "Squaring down by static and dynamic compensators", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 33, No. 4, pp. 358-365, 1988.
 [14] Y. Kawasaki, I. Mizumoto, R. Wakamiya, and Z. Iwai, "Adaptive control of an inverted pendulum system," In *Proc. of Asia-Pacific Vibration Conference '93*, Japan, Vol. 3, pp. 1114-1119, 1993.
 [15] F. C. Lee, H. Flashner, and M. G. Safonov, "Positivity embedding for noncolocated and nonsquare flexible structures," *Proc. of ACC*, pp. 267-271, 1994.
 [16] P. Akella and J.T. Wen, "Synthesized passive feedback control of sensor-rich structures," *Proc. of ACC*, pp. 2652-2656, 1997.
 [17] Y.-Y. Cao and Y.-X. Sun, "Static output feedback simultaneous stabilization: ILMI approach," *Int. J. Control*, Vol. 70, No. 5, pp. 803-814, 1998.
 [18] R. E. Benton, Jr. and D. Smith, "A non-iterative LMI-based algorithm for robust static-output-feedback stabilization," *Int. J. Control*, Vol. 72, No. 14, pp. 1322-1330, 1999.
 [19] S. M. Joshi and A. G. Kelkar, "Passivity-based robust control of systems with redundant sensors and actuators," *Int. J. Control*, Vol. 74, No. 5, pp. 474-481, 2001.
 [20] I. N. Kar, "Design of static output feedback controller for uncertain systems," *Automatica*, Vol. 35, pp. 169-175, 1999.

- [21] Z. P. Jiang and D. J. Hill, "Passivity and disturbance attenuation via output feedback for uncertain nonlinear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 43, No. 7, pp. 992-997, 1998.
- [22] J. C. Geromel, P. L. D. Peres, and S. R. Souza, "Convex analysis of output feedback control problems: robust stability and performance," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 41, No. 7, pp. 997-1003, 1996.
- [23] C. A. R. Crusius and A. Trofino, "Sufficient LMI conditions for output feedback control problems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 44, No. 5, pp. 1053-1057, 1999.
- [24] V. Kuvcera and C. de Souza, "A necessary and sufficient condition for output feedback stabilizability," *Automatica*, Vol. 31, No. 9, pp. 1357-1359, 1995.
- [25] I. Bar-Kana, R. Fischl, and P. Kalata, "Direct position plus velocity feedback control of large flexible space structures," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 36, No. 10, pp. 1186-1188, 1991.
- [26] J. Collado, R. Lozano, and I. Fantoni, "Control of convey-crane based on passivity," *Proc. of ACC*, pp. 1260-1264, 2000.



손 영 익

1969년 3월 11일 생. 1995년 서울대학교 전기공학과 졸업. 서울대학교 대학원 전기공학과 석사(1997). 서울대학교 대학원 전기·컴퓨터공학부 박사(2002). 2002년 3월-현재 동아대학교 전기전자 컴퓨터공학부 전임강사. 관심 분야는

로보틱스, 비선형 시스템 제어기 및 관측기 설계, 수동 시스템 이론 및 응용 연구.