

# 반응확산계의 가시화

도재수\*

## 1. 서론

최근, CG의 생성기술, 그 중에서도 특히 랜더링 기술의 진보는 두드러져, 계산기의 처리능력의 향상과 더불어, 텍스트를 첨부한 오브젝트를 리얼타임으로 구현하는 것이 비교적 쉽게 실현 가능하게 되었다. 한편, 조직의 생성, 특히 자연물의 조직 모델에 대하여는 연구가 별로 진행되지 않고, 현재의 연구의 중심은, 서서히 이러한 것들에 옮겨지고 있는 것으로 생각된다.

본 연구에서는, 생체학적인 관점으로부터 제창된 반응 확산계(Reaction-diffusion systems)라고 하는 국소적, 비선형적인 상호작용의 모델을 이용한 조직(texture)의 합성법[1]에 주목하여, 생성되는 도형과 파라미터의 관계에 대하여 고찰한다.

## 2. 반응확산계

### 2.1 반응확산계란

반응확산계의 기본적인 아이디어는 Alan Turing에 의하여 생각되어진 것이다[2], 세포의 성질(예를 들면 색소의 생성)의 대부분은, 배아가 발육하는 사이에 결정되고, 그것은 형태형성(Morpho-

genesis)이라고 불리는 화학적 전달물질의 농도에 의존한다. 세포의 형태는 주로, 형태형성을 그 농도에 맞게 생성, 파괴하는 화학반응과 조직을 통과하여 행하여지는 형태형성의 확산에 의하여 좌우된다.

반응 확산계는 비선형 편미분방정식으로 표현되고, 배질중의 각각의 점에 있어서의 형태형성의 농도는 현재의 농도와 위치에 관한 농도의 미분의 함수에 의하여 표현된다.

### 2.2 수식에 의한 표현

다음으로 반응 확산계를 수식에 의하여 표현한다. 2차원의 조직을 가정하여, 그곳에서 확산이 일어난다고 가정한다. 형태형성의 농도는 시간과 위치의 함수로 표현되어, 개개의 형태형성의 농도함수를  $C(x, y)$ 로 하면,  $C$ 의 시간미분  $\dot{C}$ 는

$$\dot{C} = a^2 \nabla^2 C - bC + R \tag{1}$$

로 표현된다. 식(1)의 우변의 각 항과 반응 확산계의 프로세스와의 대응은 아래와 같이 된다.

**제1항** 형태형성의 확산.(a:확산의 비율)

**제2항** 형태형성의 소실.(b:소실의 비율)

**제3항** 다른 종류의 형태형성과의 상호작용을 나타내는 반응함수.

여기서 우변 제1항은  $C$ 의 라플라시안이고, 전

\* 동국대학교 컴퓨터학과

방향으로의 균일한 확산을 나타낸다. 조직생성으로의 응용을 고려하여, 생성되는 패턴의 변화를 넓히기 위하여,  $x$  축방향,  $y$  축방향에 각각 다른 확산계

$a_1, a_2$ 을 정의한다(이방성확산).

$$\dot{C} = a_1^2 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + a_2^2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - bC + R \quad (2)$$

위의 식에 의하여 정의되는 확산의 방향은  $x$ 축,  $y$ 축에 따르는 방향으로 한정된다. 그러므로, 확산의 주축을  $\theta$  회전시켜,  $a_1$ 을  $(\cos \theta, \sin \theta)$ 방향에 대한 확산계수,  $a_2$ 를  $(-\sin \theta, \cos \theta)$ 방향에 대한 확산계수로 정의하면, 식(3)이 구하여진다.

$$\begin{aligned} \dot{C} = & \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \{a_1^2 \cos^2 \theta + a_2^2 \sin^2 \theta\} + \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} \\ & \{ (a_2^2 - a_1^2) \cos \theta \sin \theta \} + \frac{\partial^2 C}{\partial y \partial x} \\ & \{ (a_2^2 - a_1^2) \cos \theta \sin \theta \} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \{a_2^2 \cos^2 \theta + \\ & a_1^2 \sin^2 \theta\} - bC + R \end{aligned} \quad (3)$$

다음으로 식(3)을 차분법에 의하여 근사하여, 컨벌루션의 형태로 표현한다. 확산과 소실을 섞은 컨벌루션 행렬  $M$ 은 격자점의 거리를  $h$ 라 하면,

$$\begin{aligned} M = \frac{1}{2h^2} & \begin{bmatrix} -\{ (a_2^2 - a_1^2) \cos \theta \sin \theta \} \\ 2\{ a_1^2 \cos^2 \theta + a_2^2 \sin^2 \theta \} \\ \{ (a_2^2 - a_1^2) \cos \theta \sin \theta \} \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 2\{ a_2^2 \cos^2 \theta + a_1^2 \sin^2 \theta \} \\ -4\{ (a_1^2 + a_2^2) (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \} - 2h^2 b \\ 2\{ a_2^2 \cos^2 \theta + a_1^2 \sin^2 \theta \} \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} \{ (a_2^2 - a_1^2) \cos \theta \sin \theta \} \\ 2\{ a_1^2 \cos^2 \theta + a_2^2 \sin^2 \theta \} \\ -\{ (a_2^2 - a_1^2) \cos \theta \sin \theta \} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

로 표현되어, 이것을 이용하여 식(3)은 아래와 같이 근사된다.

$$\dot{C} = C * M + R \quad (4)$$

식(4)로부터  $\Delta t$ 후의  $C$ 를 구하기 위하여, 오일러법을 이용한다.

$$C_{t+\Delta t} = C_t + \Delta t (C_t * M + R_t) \quad (5)$$

오일러법의 오차는  $O(h^2)$ 이고, 근사법으로서 정밀도가 높은 것은 아니지만, 본 연구의 실험에서는 문제없이 사용가능하였다.

### 2.3 경계조건

식(4)를 적용할 때, 농도공간의 끝에서의 컨벌루션을 어떻게 수행할까하는 것이 문제가 된다. 또, 실제로 오브젝트에 조직을 매핑할 때에는, 조직의 이음새가 보이지 않도록 하는 것이 중요하다. 본 연구에서는 농도공간을 2차원 토러스 평면으로 함으로서 이러한 문제를 회피하였다.

## 3. 실험

3장에서는 이상의 반응 확산계 모델을 근거로 행하여진 실험의 결과를 몇 가지 보인다. 조직은 2차원 픽셀공간의 각 점에 있어서의 형태형성의 농도치로 표현된다. 이것을 가시화하기 위한 틀(도구)로, 본 연구에서는 AVS(Application Visualization System)을 사용하였다.

### 3.1 이방성(anisotropy) 확산의 효과

2개의 농도공간  $C^*, C$ 에서 각각 형태형성의 확산, 소실이 일어난다고 한다. 반응 확산계  $R$ 을 2개의 농도공간의 어느 점에 있어서의 농도치의 대소 관계에 의존한 함수로서, 아래 식(6)과 같이 정의한다.

$$R^+ = R^- = \begin{cases} k & \text{if } C^+ > C^- \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

여기서  $k$ 는 반응정수라 한다. 이방성의 확산을 나타내는 3개의 파라미터를  $P = [\theta, a_1, a_2]$ 로 표현하고, 각각의 농도공간에,  $P^+ = [0, 2.0, 1.0]$ ,  $P^- = [0, 2.0, 1.5]$ 의 각 값을 부여하였다. 그 외의 파라미터는,  $b = 1.0$ ,  $k = 1.0$ ,  $h = 0.7$ ,  $\Delta t = 0.02$ 로 하고,  $C^+$ ,  $C^-$ 를  $[-1, 1]$ 의 난수로 초기화하였다.

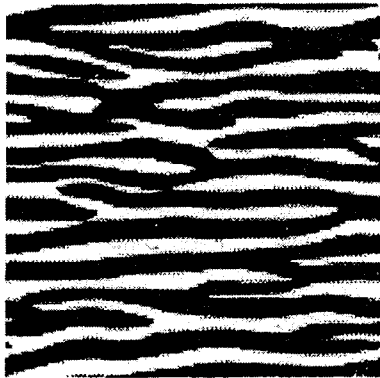
실험은 SPARCstation20에서 수행하였다.  $128 \times 128$  픽셀의 농도공간에서 데이터가 수축할 때

까지, 약 1500단계, 2시간의 계산을 필요로 하였다.

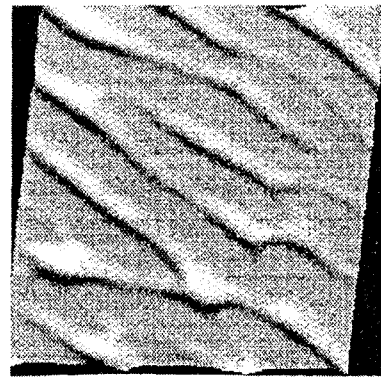
출력된 데이터에 대하여, AVS로 각 농도치에 적절하게 흑백 계조를 할당하여 가시화 한 것을 (그림 1(a))에 보인다. 그림에서와 같이 얼룩무늬에 닮은 조직이 생성되었다.  $\theta$ 를 변화시켜 모양의 확장 방향을 기울어지게 하는 것은 용이하고, 농도치를 3차원 공간에 있어서의 높이로 데이터를 변환하여, 그것을 렌더링하는 것으로, (그림 1(b))와 같이 모래무늬와 흡사한 모양을 만들 수 있다.

### 3.2 확산 파라미터의 공간변화의 효과

앞 절의 실험에 있어서  $P$ 는 정수이고, 농도공

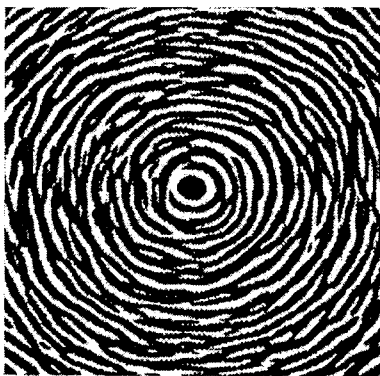


(a)

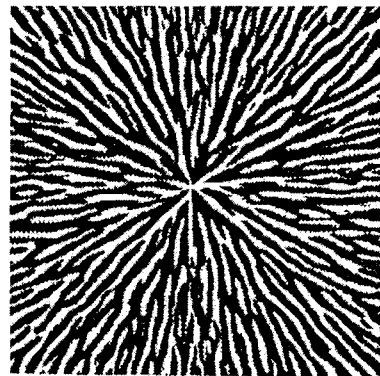


(b)

그림 1. 이방성 확산을 이용한 조직의 예



(a)



(b)

그림 2. 확산 파라미터를 공간 변화시킨 경우의 조직의 예

간 중의 어느 위치에 있어도 값은 변화지 않는다.  $P$ 를 농도공간에 있어서의 위치의 함수로 함으로써, 보다 변화가 풍부한 조직을 생성할 수 있다.

$P$ 에서  $a_1, a_2$ 를 고정하고,  $\theta$ 를 농도공간의 중심과 구하는 위치를 연결하는 직선의 기울기로부터 계산하여 구하여진 조직을 (그림 2)에 보인다.  $P$  이외의 파라미터는, 앞 절의 것과 거의 변화가 없다.

#### 4. 결론

본 논문에서는, 반응 확산계를 이용한 조직의 생성을 시도하였다. 선모양을 기본으로 하는 자연물의 조직을 아주 생동감 있는 형태로 생성할 수 있음을 확인하였다. 그러나, 파라미터의 수가 아주 많고, 조정이 미묘한 것도 알 수 있었다. 이후의 과제로, 이하의 것을 생각할 수 있다.

- 다양한 조직을 생성할 수 있는 반응함수의 설계
- 파라미터를 보다 간단하게 설정할 수 있는, 조직 데이터베이스의 실현

#### 참고 문헌

- [1] Andrew Witkin and Michael Kass, "Reaction-Diffusion Textures", Computer Graphics, Volume25, Number 4, pp.299-308, July 1991.
- [2] Alan Turing, "The Chemical Basis Morphogenesis", Philosophical of the Royal Society (B), Number 237, pp.37-72, 1952.



도 재 수

- 1991년 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사)
- 1994년 일본 홋카이도(Hokkaido)대학 대학원 전자공학과 (공학석사)
- 1997년 일본 홋카이도대학 대학원 전자공학과(공학박사)
- 1997년~1999년 동국대학교 전자계산학과 전임강사
- 1999년~현재 동국대학교 컴퓨터학과 조교수
- 관심분야 : 영상신호처리, 영상압축, 웨이브렛변환 등
- e-mail : dojesu@mail.dongguk.ac.kr