

대형 LPG 엔진 피스톤의 온도 분포 해석을 위한 열전도 역문제에 관한 연구

이부윤*, 박철우**, 최경호*

Research on the Inverse Heat Conduction Problem for Thermal Analysis of a Large LPG Engine Piston

Boo Youn Lee*, Chul Woo Park** and Gyeong Ho Choi*

ABSTRACT

An efficient method to predict the convection heat transfer coefficients on the top surface of the engine piston is proposed. The method is based on the inverse method of the thermal conduction problem and uses a numerical optimization technique. In the method, the heat transfer coefficients are numerically obtained so that the difference between analyzed temperatures from the finite element method and measured temperatures is minimized. The method can be effectively used to analyze the temperature distribution of engine pistons in case when application of prescribed-temperature boundary condition is not reasonable because of insufficient number of measured temperatures. A hollow sphere problem with an analytic solution is taken as a simple example and accuracy and efficiency is demonstrated. The method is applied to a practical large liquid petroleum gas(LPG) engine piston and the heat transfer coefficients on the top surface of the piston is successfully calculated. Resulting analyzed temperature favorably coincides with measured temperature.

Key Words : Inverse Heat Conduction Problem(열전도 역문제), LPG Engine Piston(LPG 엔진 피스톤), Optimization(최적화), Finite Element Analysis(유한요소해석), Convection Heat Transfer Coefficient(대류열전달계수)

1. 서론

최근 자동차의 수요가 급증함에 따라 환경 오염에 대한 심각성이 국내외에서 대두되고 있다. 특히, 디젤 엔진은 가솔린 엔진에 비해 열효율이 높고 연비가 양호하며 이산화탄소 배출량이 적어 대형 동력원으로 널리 이용되고 있으나 대형 디젤 엔진에

서 배출되는 입자상 물질과 질소 산화물은 대기 오염의 주요 원인으로 작용하고 있다. 디젤 차량의 배출 가스가 대기 환경 오염에 미치는 악영향을 감소시킬 수 있는 가장 현실적인 대안으로, 가스 연료를 사용하는 차량에 대한 개발이 활발히 수행되어 왔으며, 청정연료 중의 하나인 LPG 연료를 엔진에서 사용하고자 하는 노력이 계속되고 있다. 근래

* 2002년 2월 21일 접수
* 계명대학교 기계자동차공학부
** 경창산업(주) 기술연구소

에 대기 오염에서 큰 부분을 차지하는 경유 차량에 LPG 연료를 사용함으로써 공해를 저감하기 위한 노력이 일부 실행되고 있다. 본 연구는 대형 버스용 디젤 엔진을 개조하여 LPG 엔진을 개발하는 과정에서 피스톤의 열부하에 관한 안전성을 규명하기 위한 노력의 일환으로 시작하였다.

디젤 엔진을 LPG 엔진으로 개조 시에 열부하의 안전성을 평가하기 위해 피스톤의 온도 분포 파악이 매우 중요하다. 피스톤은 엔진 가동시 고온의 연소가스와 냉각수, 엔진오일 등에 노출됨에 따라 내부에 온도 편차가 발생하게 된다. 엔진의 연소실 내의 온도분포 규명을 위해 엔진 작동시의 피스톤의 열전달 현상 규명과 온도 측정 및 해석을 위한 다수의 연구가 수행되었다. 내연기관의 연소실 내의 열전달에 관한 연구는 Nusselt로부터 시작되었으며, 그 후 난류 유동장에 적용되는 Nusselt수, Reynolds수와 Prandtl수의 관계식이 제시되었으며, Woschni는 실린더 보어를 특성 길이로 하고 실린더 내의 가스의 국부적 평균 속도를 고려하여 대류 열전달계수(Convection Heat Transfer Coefficient)를 구하는 실험식을 제시하였고, Pattas는 실험을 통해 디젤 엔진 연소실 내부의 열전달계수에 대한 포물선 형태의 반실험식(Semi-Empirical Equation)을 유도하였다^[1,2]. 온도분포 파악을 위한 이와 같은 실험식들은 모두 가스 유동 속도 항을 피스톤의 평균 속도로 대표했기 때문에 연소실 형상이나 각 운전 변수에 따른 유동 특성이 무시되어 열전달량이 엔진 회전 속도에 비례하게 된다. 따라서 근래에는 실험을 통하여 피스톤의 온도 분포를 규명하기 위한 연구 결과들이 제시되었다. Hohenberg^[3]는 직분식 디젤 엔진에 대한 열전달 측정방법을 제시하고 피스톤 표면의 온도 및 열유속 측정 실험을 수행하였다. Li^[4]는 가솔린 엔진의 피스톤 링과 홈의 접촉 시간과 열저항 회로 개념을 도입하여 열전달계수를 계산하였다. 국내에서는 이병훈, 신동성^[5]은 대형버스용 CNG 엔진 개발시 피스톤의 상부면과 측면에 템플러그(Templug)를 설치하여 온도를 측정하고, 측정 온도를 보간하여 얻은 온도 경계조건을 사용하여 피스톤의 온도 분포를 해석하였다. 이교승, 이진호^[6]는 연소가스와 접하는 피스톤 상부면에서의 경계조건은 연소실내의 압력 자료를 이용하여 크랭크 각에 따른 연소가스의 시간평균 온도와 시간평균 열전달계수를 계산하고 열전달계수의 공간적인 분포를 고려하기 위해 Pattas가 제시한 식을 이용하

였는데, 측면부와 하부면의 열전달계수는 Li^[4]가 제시한 열회로의 개념을 사용하여 계산하였다. 이재순 등^[7,8]은 피스톤 표면의 순간 온도와 표면 아래 일정한 깊이에서의 정상상태 온도를 측정하고 Fourier 전도 방정식을 이용하여 열유속을 계산하여 경계조건으로 사용하였다. 류영 등^[9]은 열유속의 해석에 방향성을 고려하여 피스톤에 열접점과 냉접점을 제작하여 실험을 수행하였으며, 각 측정점에서 측정된 온도값으로 유한요소해석을 통해 등온도 분포를 구하여 열유속 방향을 구한 후 Fourier 미분방정식으로부터 순간 열유속을 구하였다.

LPG 엔진 피스톤의 온도 분포 해석을 위한 경계조건을 도출하기 위해 실험으로 피스톤 표면의 많은 위치에서 온도를 측정하려면 많은 시간과 비용이 소요된다. 따라서 본 연구에서는 LPG 엔진 피스톤 표면의 최소한 개수의 위치에서 측정된 온도를 사용하여 열전도의 역문제(Inverse Heat Conduction Problem) 해석을 통하여 피스톤 표면의 대류 열전달계수를 계산하는 방법을 제시하고자 한다. 역문제 해석시에 피스톤 측면 및 오일과 접촉하는 피스톤의 하부면은 문헌^[4,6]에 근거하여 열전달계수를 부여하고, LPG 연소가스와 접하는 피스톤 상부면의 열전달계수를 상부면에서 측정된 온도에 의거하여 수치적 최적화(Numerical Optimization) 방법을 사용하여 계산하고자 한다. 이와 같이 결정된 상부면의 열전달계수를 경계조건으로 사용하여 LPG 엔진 피스톤의 온도 분포를 3차원 유한요소법으로 해석하고자 한다.

2. 피스톤의 온도 분포 해석 방법

피스톤의 온도 분포를 해석하기 위해서는 연소가스측과 냉각측의 열전달 경계조건을 알아야 한다. 피스톤의 열전달은 일반적으로 비정상상태이지만 연소가스 온도의 사이클간 변동량에 비해 피스톤의 온도 변화는 매우 작으며, 표면 2mm 이상의 깊이에서의 온도 변화는 무시할 수 있는 정도이므로 피스톤의 열전달 현상은 정상상태로 가정할 수 있다^[10]. 일반적인 정상상태의 열전도 방정식과 경계조건은 열원이 없는 경우에 다음과 같이 표현할 수 있다^[11].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\Gamma_h : q = h(T - T_\infty)$$

$$\Gamma_q : q = q_0$$

$$\Gamma_T : T = T_0$$

여기서 T 와 k 는 온도와 열전도도(Thermal Conductivity)를 나타내고, Γ_h , Γ_q , Γ_T 는 각각 대류, 열속, 온도 경계조건이 주어진 경계를 나타내며, h 와 T_∞ 는 대류 열전달계수와 주위온도(Surrounding Temperature)를, q 는 표면에 수직인 방향의 열속(Normal Heat Flux)을, T_0 와 q_0 는 경계에서 주어진 온도와 열속을 각각 나타낸다. 열전도 해석을 위한 다른 경계조건으로 복사 열전달을 들 수 있으며, 피스톤에 가해지는 복사 열전달은

CO_2 , H_2O 등의 연소가스와 매연 등의 연소 입자로부터의 복사에너지의 합으로 이루어진다. 일반적으로 연소가스보다는 매연에 의한 방사율과 흡수 계수가 훨씬 크기 때문에 매연의 생성이 미미한 엔진의 복사 열전달은 대류 열전달에 비해 무시할 수 있다^[2,12]. 따라서 LPG 엔진 피스톤 내부의 온도 분포를 유한요소법으로 해석하기 위해서는 피스톤 표면의 각 위치에서 대류, 열속, 온도 경계조건 중에서 한 가지의 경계조건이 주어져야 한다.

이 중에서 온도 경계조건을 사용하려면 피스톤 표면의 상당히 많은 위치에서 온도가 측정되어야 한다. 대형 버스용 CNG 엔진 개발시의 사례를 보면 피스톤 표면에서 총 40점의 온도를 측정하였으며, 온도가 측정되지 않은 위치의 표면 온도는 측정 온도를 보간하여 온도 경계조건으로 사용하였다^[5]. 그러나 많은 위치에서의 온도 측정은 많은 시간과 비용이 소요되며, 온도가 측정되지 않은 위치에서는 측정 결과를 보간(Interpolation)하여 사용하므로 보간에 의한 오차도 발생하게 된다.

열속 경계조건을 사용하려면 문헌^[7,8]에서 수행한 것처럼 피스톤 표면과 표면에서 가까운 내부의 온도를 함께 측정하여 두 위치의 온도로부터 다음 식을 사용하여 열속을 계산하여 경계조건으로 사용하는 것이다.

$$q = -k \frac{T_2 - T_1}{\Delta s} \quad (2)$$

여기서 Δs 는 온도가 측정된 표면과 표면 아래 위치 사이의 거리를, T_2 와 T_1 은 각 위치의 측정 온도를 나타낸다. 이 방법은 온도 경계조건을 사용할 경우에 비하여 피스톤의 표면뿐만 아니라 내부 위치에서의 온도 측정이 추가로 필요하게 되는 단점이 있다.

본 연구에서는 LPG 엔진 피스톤의 온도 분포 해석을 위하여 대류 경계조건을 적용하고자 하며, 이를 위하여 식 (1)에 표시된 바와 같이 대류 열전달계수 h 와 표면을 둘러싼 유체의 주위온도 T_∞ 가 필요하다. 피스톤에서 대류 열전달이 이루어지는 경계면은 Fig. 1과 같이 3 부분(경계구간 I : 피스톤의 상부면, 경계구간 II : 링 홈, 링 랜드, 스커트부 등의 피스톤의 측면, 경계구간 III : 피스톤 하부면)으로 나눌 수 있다.

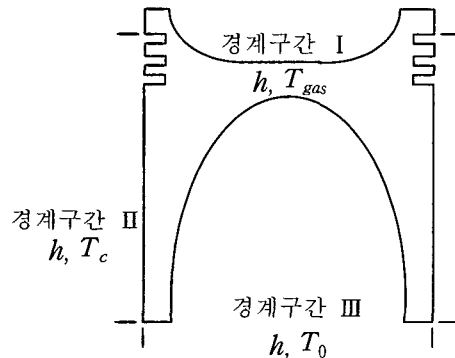


Fig. 1 Convection boundary condition applied to pistons

열전달계수 h 는 피스톤 표면의 위치에 따라 다르게 정의되며, 주위온도 T_∞ 는 Fig. 1에 표시된 바와 같이 피스톤의 3 경계 구간(T_{gas} : 연소가스 온도, T_c : 냉각수 온도, T_0 : 엔진오일 온도)별로 정의할 수 있다. 본 연구에서는 피스톤의 주위온도는 대형 LPG 엔진 개발과 관련하여 측정한 냉각수 및 엔진오일 온도, 연소가스 온도를 사용하였다. 연소가스 온도는 크랭크 각도에 따라 측정된 실린더 내의 압력으로부터 단열조건으로 가정하여 다음 식에 의해 계산하였으며,

$$T = T_i \left(\frac{p}{p_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (3)$$

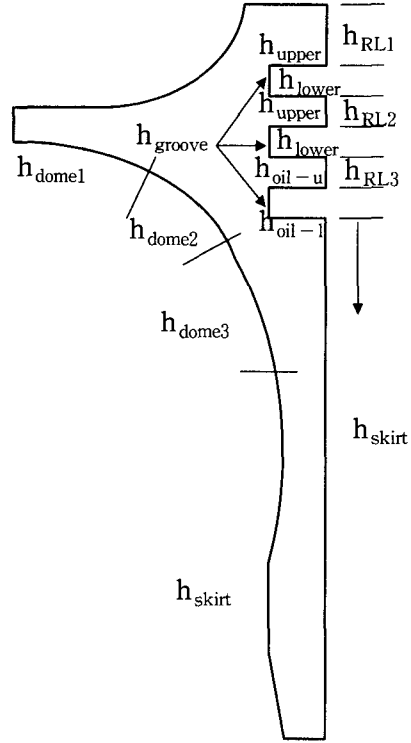
전체 크랭크 각도에서 계산된 최고온도의 값인 800°C를 연소가스 온도 T_{gas} 로 설정하였다. 이 때 엔진의 운전조건은 1500rpm, 압축비 10, 전부하 (Wide Open Throttle) 상태이며, 점화시기는 BTDC (Bottom Top Dead Center) 5°의 조건에서 측정되었다. 식 (3)에서 T_i 는 초기 온도로서 300K, p_i 는 초기 압력으로서 크랭크 각도마다 측정된 흡기압력을 사용하였다. 열용량비 γ 는 C_p/C_v 를 나타내며, γ 는 온도의 함수이고 정압비열 C_p 나 정적비열 C_v 는 모두 온도에 따라 증가하지만 그 비는 온도에 덜 민감하므로 일정한 값 1.35로 가정하였다^[13]. 냉각수 온도 T_c 와 엔진오일 온도 T_0 는 모두 80°C이다.

대류 경계조건 적용을 위한 열전달계수는 피스톤의 측면과 하부면, 상부면의 표면 위치에 따라 다르게 정의되어야 한다. 디젤 엔진에서 LPG 엔진으로 개조된 엔진의 경우 엔진의 연소실 내부의 조건들은 가솔린 엔진과 유사한 조건을 나타내며 일반적으로 LPG 엔진은 가솔린 엔진오일을 사용하고 있으므로 오일의 점도에 많은 영향을 받는 피스톤 측면의 열전달계수는 링과 홈의 접촉 시간과 윤활유 막 두께를 고려하여 Li^[4]가 제시한 열회로의 개념을 도입하여 계산한 열전달계수를 적용하였으며, LPG 엔진 피스톤 하부면의 오일에 의한 냉각 조건은 개조전의 디젤 엔진과 차이가 없으므로 문헌^[4,6]에서 제시된 열전달계수를 적용하였다. 이와 같이 설정된 피스톤의 하부면과 측면의 위치별 열전달계수 값을 Fig. 2에 나타내었다.

LPG 엔진 피스톤 상부면의 열전달계수는 상부면의 최소한 개수의 위치에서 측정된 온도를 사용하여 열전도의 역문제 해석을 통하여 계산하였으며, 자세한 방법과 과정은 다음 절에서 기술하고자 한다.

3. 열전도 역문제를 이용한 피스톤 상부면의 대류 경계조건 설정

LPG 엔진 피스톤의 상부면은 LPG 연소가스와 직접 접촉하고, 화염의 확산에 따른 불규칙한 열전달이 발생하므로 가솔린이나 디젤 엔진의 연구를 통하여 제시된 결과를 적용하는 것은 타당하지 않다. 본 연구에서는 이러한 상황을 감안하여 LPG 엔진 피스톤 상부면의 표면온도 측정 결과로부터 상부



$$\begin{aligned}
 h_{upper} &= 730, & h_{lower} &= 1190, & h_{oil-u} &= 360, \\
 h_{oil-l} &= 360, & h_{RL1} &= 0, & h_{RL2} &= 180, \\
 h_{RL3} &= 220, & h_{groove} &= 0, & h_{skirt} &= 150, \\
 h_{dome1} &= 1000, & h_{dome2} &= 800, & h_{dome3} &= 500
 \end{aligned}$$

Fig. 2 Heat transfer coefficients on the side and bottom surfaces of the piston
(Unit: $W/m^2 \cdot K$)

면에서의 열전달계수를 역으로 계산하는 열전도 문제의 역방법을 제시하고자 한다.

3.1 열전달계수 결정을 위한 열전도 역문제

일반적인 고체의 열전도 문제는 경계조건을 부여하여 열전도방정식을 해석하여 온도 분포를 결정하는 것이나, 본 열전도 역문제에서는 물체 표면의 온도를 측정하고 측정된 온도로부터 표면의 경계조건을 역으로 예측하고자 한다.

열전달계수는 피스톤의 표면 위치에 따라서 연속적으로 정의되지만, 본 역문제에서는 수치적 실행

을 위하여 표면을 여러 개의 경계 구간으로 분할하고 각 구간 내에서는 열전달계수가 균일한 것으로 가정한다. 본 연구에서는 피스톤 상부면에서의 열전달계수를 결정하고자 하므로, 피스톤의 상부면을 열전달계수가 일정한 여러 개의 경계 구간으로 분할한다.

대류 경계조건 하의 피스톤 상부면에서 주위 온도가 T_{gas} 일 때 상부면의 열전달계수 값을 n 개의 경계 구간으로 구분하면 피스톤 상부면의 대류 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$q = h_i(T - T_{gas}) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

여기서 n 은 열전달계수가 균일한 경계 구간의 수를 나타내며, h_i 는 i 번째 경계 구간에서의 열전달계수를 나타낸다. 본 열전도 역문제는 피스톤 표면에서 측정된 온도가 해석된 온도와 같아지도록 하는 n 개 경계 구간의 열전달계수 값을 정확하게 찾아내는 것이 주목적이다.

열전도의 역문제는 다음과 같이 각 경계 구간의 열전달계수를 설계변수(Design Variable)로 정의하여 이를 결정하기 위한 최적화문제로 정의할 수 있다.

$$\text{Find } \{h_1, h_2, \dots, h_n\} \quad (5)$$

To minimize

$$\Phi(h) = \sum_{i=1}^l (T_{a_i} - T_{m_i})^2 \quad (6)$$

여기서

h_i : 최적화 문제에서 결정해야 할 설계변수로서 피스톤 상부면의 i 번째 경계 구간의 열전달계수.

n : 설계변수의 수, 즉 피스톤 상부면에 위치한 경계 구간의 수.

T_m : 측정된 피스톤 표면 온도.

T_a : 설계변수인 열전달계수 $\{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ 를 경계조건으로 부여했을 때 측정된 위치에서 발생하는 온도.

l : 온도 측정 위치의 수.

즉 역문제에서는 해석 모델의 모든 절점의 온도 중에서 측정된 온도와 피스톤의 상부면의 열전달계수에 의해 해석된 온도의 차이로 정의되는 오차인 식

(6)을 목적함수(Objective Function)로 사용하여, 이 오차를 최소화하는 열전달계수를 구하는 것이다. 이 목적함수의 값이 0이 되면 측정 온도와 해석 온도의 오차는 측정 위치에서 0이 되는 것이다. 따라서 대류 경계조건이 있는 역문제는 목적함수 식 (6)을 최소화하는 설계변수 식 (5)를 구하는 최적화문제로 정의할 수 있으며, 이 때 설계변수인 열전달계수는 양의 값을 가지므로 다음과 같은 제한 조건을 부여하고,

$$g_i(h) \equiv h_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

수치적 최적화의 효율성을 높이기 위해 다음과 같이 허용 가능한 상한치와 하한치를 부여한다.

$$h_{il} \leq h_i \leq h_{iu} \quad (8)$$

식 (5)~(8)의 최적화 문제의 해는 비선형계획법(Nonlinear Programming)^[14]을 사용하여 구할 수 있다. 최적화 문제의 수치해석 방법은 다음과 같은 반복과정(Iteration)에 기초를 둔다.

$$h_i^{(k+1)} = h_i^{(k)} + \Delta h_i^{(k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

여기서 k 는 반복과정의 횟수를 나타낸다. 또한 $\Delta h_i^{(k)}$ 는 다음과 같이 두 부분으로 분리된다.

$$\Delta h_i^{(k)} = \alpha_k d_i^{(k)} \quad (10)$$

여기서 $d_i^{(k)}$ 는 설계 공간(Design Space)에서 목적함수의 크기를 감소시키기 위한 탐색방향(Search Direction)이고, α_k 는 탐색방향으로의 이동거리(Step Size)를 나타낸다^[14]. 이와 같이 최적화의 진행은 각 반복과정에서 설계변수를 개선하기 위해 이들 탐색방향과 이동거리를 결정하는 부분제(Subproblem)의 해를 찾는 것이다. 최적화 수행 시에는 목적함수의 설계변수에 관한 설계민감도(Design Sensitivity) 정보가 필요한데, 식 (6)의 목적함수의 j 번째 설계변수에 관한 민감도는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial h_j} = 2 \sum_{i=1}^l \left\{ (T_{a_i} - T_{m_i}) \frac{\partial T_{a_i}}{\partial h_j} \right\} \quad (11)$$

여기서 $\frac{\partial T_{a_i}}{\partial h_j}$ 는 계산된 온도의 설계변수, 즉 각 경계 구간의 열전달계수에 관한 민감도를 나타낸다. 즉, 매 반복과정 중에 목적함수의 민감도를 계

산하려면 모든 설계변수 h_j 에 관하여 $\frac{\partial T_{a_i}}{\partial h_j}$ 를 다음과 같은 과정의 유한차분(Finite Difference) 방법을 사용하면 된다.

- (1) 현재 반복과정(Current Iteration)에서의 j 번째 설계변수 값 $h_j^{(1)}$ 을 사용하여 온도 분포 $T_{a_i}^{(1)}$ 를 계산한다.
- (2) 설계변수 값을 다음과 같이 미소양 Δh_j 만큼 증가시키고, 그 때의 온도 분포 $T_{a_i}^{(2)}$ 를 계산한다.

$$h_j^{(2)} = h_j^{(1)} + \Delta h_j \quad (12)$$

본 연구에서는 미소양 Δh_j 를 $h_j^{(1)}$ 의 0.1%로 설정하였다.

- (3) 다음과 같이 $\frac{\partial T_{a_i}}{\partial h_j}$ 를 계산한다.

$$\frac{\partial T_{a_i}}{\partial h_j} \approx \frac{T_{a_i}^{(2)} - T_{a_i}^{(1)}}{\Delta h_j} \quad (13)$$

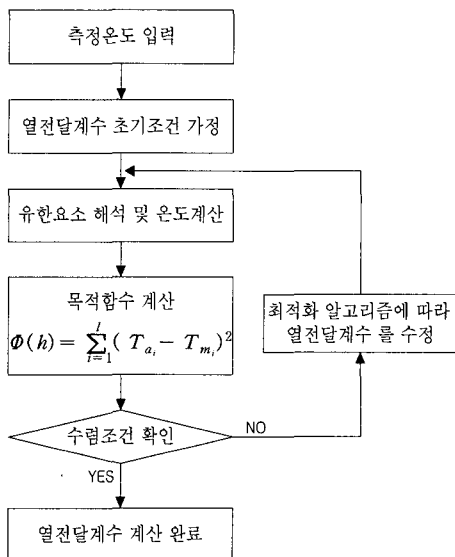


Fig. 3 Procedure to perform the inverse heat conduction method

최적화 기법을 도입하여 열전달계수를 구하기 위한 계산 절차는 Fig. 3에 나타내었으며, 본 연구에서 사용한 최적화 알고리즘은 Arora^[15]의 방법을 사용하였다. 이 알고리즘의 주요 특징은 최적화를 위한 반복과정 중에 이동거리를 계산하기 위한 일차원 검색을 하지 않으므로 한 반복과정에서는 각종 함수를 한번만 계산하면 된다. 또한 목적함수의 새로운 상한치와 하한치를 계속 찾아 나가는 방식을 사용하는데, 일단 상한치와 하한치를 설정한 후 목적함수치를 줄이기 위한 이차계획법(Quadratic Programming, QP) 부분제의 해석, 제한조건 위배의 보정을 위한 QP 부분제의 해석, 일정한 목적함수치를 유지하면서 제한조건을 보정하기 위한 QP 부분제의 해석 등의 체계적 방법을 사용하여 더 좋은 상한치와 하한치를 찾아나가게 되며 최적해를 발견할 때까지 반복과정을 수행하게 된다.

유한요소해석은 ANSYS^[16]를 사용하였고, 수치적 최적화의 반복과정 중에 설계변수인 열전달계수가 변경되면 그때의 온도분포 해석을 बै치(Batch) 방식으로 ANSYS를 실행하여 수행하였다.

3.2 중공 구 문제의 열전도 역문제 해석

본 절에서는 해석적 해가 존재하는 중공 구(Hollow Sphere) 문제에 대하여 앞 절에서 제시한 역방법을 적용하여 정확성과 타당성을 확인하였다. Fig. 4에 중공 구 문제를 나타내었다. 구의 내부와 외부에서 대류 경계조건이 주어질 때 중공 구의 온도분포 식은 다음과 같다^[17,18].

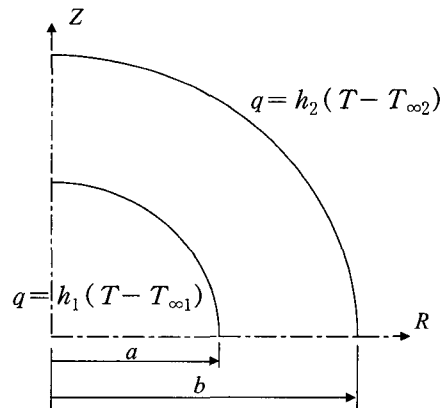


Fig. 4 A hollow sphere problem

$$T = \frac{T_{\infty 1} a^2 h'_1 \{b^2 h'_2 - \rho (b h'_2 - 1)\} + T_{\infty 2} b^2 h'_2 \{\rho (a h'_1 - 1) - a^2 h'_1\}}{\rho \{b^2 h'_2 (a h'_1 + 1) - a^2 h'_1 (b h'_2 - 1)\}} \quad (14)$$

여기서 ρ 는 중심에서의 반경좌표를 나타내며, a 와 b 는 각각 중공 구의 내경과 외경을 나타내고,

$T_{\infty 1}$, $T_{\infty 2}$ 는 각각 중공 구 내면과 외면의 주위 온도를 나타낸다. h'_1 , h'_2 는 각각 h_1/k , h_2/k 를 나타내며, k 는 열전도도를, h_1 , h_2 는 내면과 외면의 열전달계수를 나타낸다. 구의 온도분포를 계산하기 위한 수치로서 $a=1m$, $b=3m$ 를, 열전도도는 $k=155 W/m \cdot K$ 를, 열전달계수는 $h_1=500 W/m^2 \cdot K$, $h_2=200 W/m^2 \cdot K$ 를, 주위 온도는 $T_{\infty 1}=1000 K$, $T_{\infty 2}=300 K$ 를 사용하였다. 식 (14)에서 계산된 구의 온도는 내면에서 $795.8K$ 이며 외면에서 $356.7K$ 이고, 단면의 중앙부($\rho=2m$)에서는 $466.5K$ 이다. 열전도 역문제에서는 내면과 외면 그리고 단면의 중앙부의 3 점의 온도를 가상적인 측정값으로 정하였다. 설계변수는 내면의 열전달계수 h_1 을 선택하였으며, 열전달계수의 초기값은 $h_1=900 W/m^2 \cdot K$ 으로 가정하고 역문제 해석을 위한 최적화를 수행하였다. 열전달계수의 초기값을 사용하여 계산된 목적함수의 값은 6028.0이었다. 역문제의 수렴 후 열전달계수의 최적값은 $h_1=503.6 W/m^2 \cdot K$ 이고 목적함수는 0.607이며, 수렴까지 소요된 반복횟수는 36회였다. 해석적 해에서 구한 온도분포와 역문제를 이용하여 구한 온도분포의 그래프를 Fig. 5에 나타내었다. 역문제에서 구한 중공 구의 내면, 외면 및 단면 내

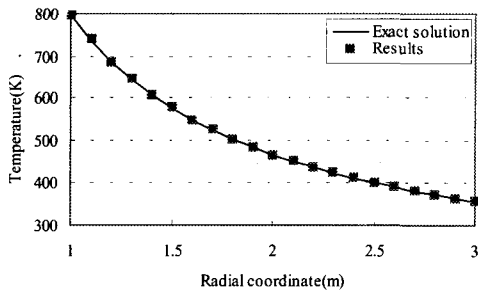


Fig. 5 Temperature distribution in the hollow sphere problem

에서의 온도는 해석적 해와 잘 일치함을 알 수 있다. 이와 같이 해석적 해가 있는 문제를 통하여 피스톤 상부면의 열전달계수를 결정하기 위해 사용하고자 하는 열전도의 역방법의 정확성과 타당성을 확인하였다.

3.3 LPG 엔진 피스톤 문제의 열전도 역문제 해석

3.3.1 축대칭 역문제 해석

본 절에서는 대형 버스용 LPG 엔진 개발과 관련하여 측정된 LPG 피스톤의 온도 데이터^[19]를 이용하여 열전도 역문제를 적용하여 피스톤 상부면의 열전달계수를 구하고자 한다. 온도 측정 위치와 측정값은 Fig. 6과 같이 피스톤 상부면의 19점이다. 온도 측정이 이루어진 피스톤은 Base Type의 피스톤이다. 피스톤 표면의 온도는 텀플리그를 이용하여 측정하였으며, 온도측정 시에 엔진은 800rpm에서부터 2,200rpm까지 200rpm 단위로 변화시켜 가면서 전부하, 1/2부하, 1/4부하의 조건으로 운전하였으며, 연료는 프로판 60% 부탄 40%의 LPG를 사용하였다^[19]. 텀플리그는 경강(Hardened Steel)의 열적 연화(Thermal Softening)에 의한 담금질 원리를 이용하는 방식으로, 충분한 시간동안 측정할 온도에 노출시킨 후 재질 변화와 경도를 분석함으로써 최고 온도를 결정하는데 사용된다. 텀플리그를 사용하면 엔진의 운전시에 그 위치에서 발생한 최고 온도를 얻을 수 있다.

역문제 해석을 위해 만일 측정된 모든 위치에서의 값을 이용하고 3차원 LPG 피스톤의 상부면을 분할하게 되면 설계변수의 수인 상부면의 경계 구간의 수가 매우 많아진다. 한편, 한번의 최적화 반복과정에서의 민감도 해석의 횟수는 식 (11)에 표시된 것처럼 설계변수의 수만큼 필요하다. 따라서 자유도가 많은 3차원 모델을 대상으로 많은 횟수의 유한요소해석이 필요하므로 최적화에 매우 많은 시간과 노력이 소요된다. Fig. 6의 온도 측정 위치를 보면 캐비티(Cavity)의 중심을 기준으로 45°의 등간격으로 온도가 측정되었다. 따라서 역문제 해석을 효율적으로 수행하기 위해 일차적으로 8개의 축대칭 역문제로 간략화시켜 피스톤의 상부면의 열전달계수를 결정하고, 이차적으로 축대칭 역문제의 결과를 초기값으로 사용하여 3차원 역문제를 해석하여 피스톤 상부면의 열전달계수를 최종적으로 결정하고자 한다.

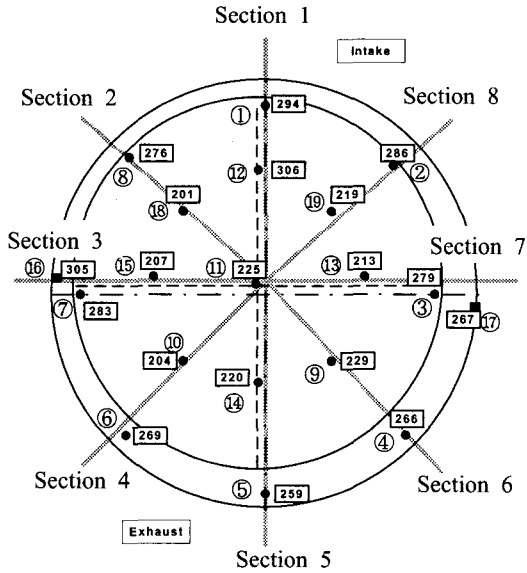


Fig. 6 Measured location and temperature(°C) on top surface of the Base Type LPG piston^[19]

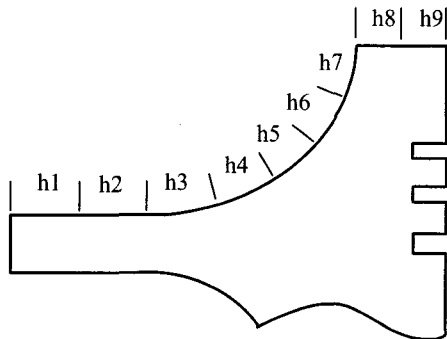


Fig. 7 Definition of linear boundary segments for the axisymmetric inverse problem

피스톤의 상부면을 제외한 측면과 하부면의 경계조건은 Fig. 2에서 정의한 열전달계수를 부여하였다. 축대칭 역문제 해석을 위한 측정값은 Fig. 6에 나타난 것과 같이 단면 1~8까지 단면 당 각각 3~4점의 온도를 사용하였다. 8가지 단면에 대해 각각의 축대칭 역문제를 정의하기 위한 설계변수는 Fig. 7에 나타난 것처럼 상부면을 9개의 선 구간으로 분할하여 h1~h9까지의 선 구간에서의 열전달계

수를 설계변수로 정의하였다. 각 구간에서의 열전달계수는 일정한 값을 갖는다. 피스톤 축대칭 형상은 Fig. 8과 같이 단면 1~8까지의 형상을 각각 상부면의 폭 w 를 감안하여 모델링하고, ANSYS의 SOLID55 요소를 이용하여 유한요소 모델을 구성하였다.

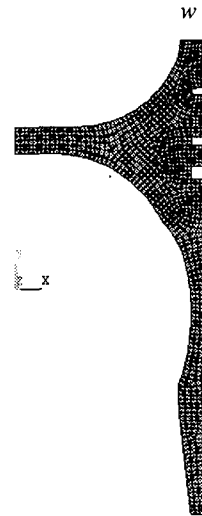


Fig. 8 Axisymmetric finite element model of the piston

최적화 수행시 필요한 설계변수의 초기값은 모두 $300 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ 로 지정하였다. 단면 1~8까지 각각의 축대칭 역문제를 해석하여 구한 열전달계수의 최적값과 목적함수의 초기값, 최적값을 Table 1에 나타내었다.

단면 3의 경우 측정 온도는 모두 4곳이었으나 Fig. 6에서 볼 수 있듯이 근접한 두 위치 ⑦과 ⑩의 온도값의 차가 커서 9개의 설계변수만으로는 수렴에 어려움이 있어서 위치 ⑩을 제외한 3곳의 온도값만을 사용하여 최적화를 수행하였다. 단면 1~8까지의 8개의 최적화 문제는 1200~1600번의 반복횟수를 거쳐 수렴하였으며, 목적함수의 수렴이력은 Fig. 9에 나타내었다. Table 1에서 볼 수 있듯이 8개의 단면에서의 목적함수의 최대값은 361.3~5382였으며, 수렴 후에 0.2293~0.8911로 감소하였다. Fig. 9에 나타난 것처럼 목적함수값은 최초의 10여 회의 반복과정 후에 매우 크게 감소하며 그 이후에는 점진적으로 조금씩 감소하는 것을 알 수 있다.

Table 1 Initial and optimum values of design variable and objective function for the axisymmetric inverse problem

설계 변수	열전달계수 ($W/m^2 \cdot K$)					
	초기값	단면 1	단면 2	단면 3	단면 4	
		단면 5	단면 6	단면 7	단면 8	
h1	300	66.9	460.0	417.3	465.6	
		276.0	303.8	585.0	494.9	
h2	300	66.3	153.0	180.0	138.3	
		250.0	271.4	135.4	158.0	
h3	300	128.7	141.6	133.3	137.6	
		249.1	270.1	113.1	155.5	
h4	300	405.8	136.5	200.0	137.5	
		248.7	269.5	111.1	199.1	
h5	300	1788.0	143.9	92.4	137.6	
		249.4	270.3	120.8	162.1	
h6	300	223.9	175.6	171.4	142.6	
		252.7	273.0	137.2	168.4	
h7	300	108.2	261.6	221.5	182.4	
		256.3	275.4	660.1	314.0	
h8	300	39.5	588.7	320.8	341.2	
		272.2	284.2	463.5	755.4	
h9	300	44.3	453.2	1007	740.3	
		328.5	327.6	186.4	279.1	
목적함수의 초기값		5382	1451	969.9	1325	
		743.5	155.9	670.8	361.3	
목적함수의 최적값		0.6127	0.4183	0.3534	0.8911	
		0.6787	0.7140	0.6234	0.2293	

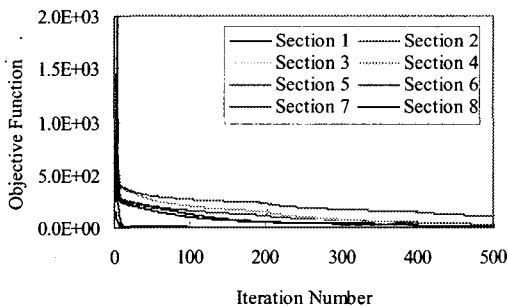


Fig. 9 Variation of the objective function value during optimization

Fig. 10은 8개의 단면 중에서 대표적인 단면 1에서의 해석 결과로서, 축대칭 역문제에서 결정된 Table 1의 열전달계수의 최적값을 이용하여 구한 축대칭 피스톤의 온도분포 결과와 온도측정값을 나타낸다. Table 2에는 8개의 단면에서의 온도측정값과 역문제의 해석 결과를 이용하여 해석된 온도를 같은 위치에서 표시하였으며, 측정값에 대한 해석값의 비율을 백분율로 나타내었다. 오차가 가장 큰 부분의 비율이 99.5%로서 본 축대칭 역문제 해석을 통하여 축대칭 모델의 해석 결과와 측정 온도의 오차가 최대 0.5% 이내의 정확한 결과를 나타냄을 알 수 있다.

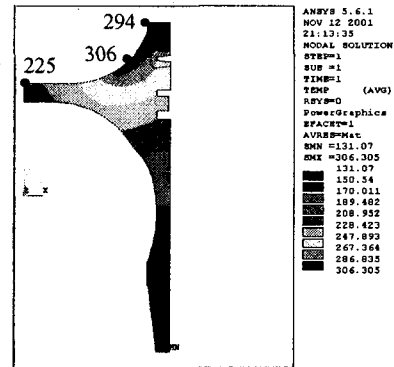


Fig. 10 Axisymmetric distribution of temperature at section 1 obtained by using optimum values of heat transfer coefficients (Unit : $^{\circ}C$)

3.3.2 3차원 역문제 해석

열하중에 의해 피스톤에 발생하는 응력을 해석 하려면 3차원 유한요소 모델을 사용해야 한다. 따라서 피스톤의 온도 분포 해석시에는 앞 절에서 제시한 축대칭 모델이 아닌 3차원 모델을 사용하게 되므로, 피스톤 상부면의 열전달계수는 3차원 유한요소 모델의 면적 경계구간에서 정의되어야 한다. 만일 LPG 엔진 피스톤 문제에서 앞 절에서 제시된 축대칭 역방법으로 구한 열전달계수를 3차원 모델에 그대로 경계조건으로 적용하면 측정 온도와 해석된 온도가 당연히 일치하지 않게 된다. 따라서 축대칭 역문제에서 구한 결과를 최적화 문제의 설계변수의 초기값으로 이용하여 3차원 모델에서 피스톤 상부면의 열전달계수를 결정하기 위한 3차원

Table 2 Comparison of measured temperature and analyzed temperature obtained with optimum heat transfer coefficients for the axisymmetric inverse problem

구분	측정 위치	측정 온도(°C)	해석 온도(°C)	비율(%)
단면 1	①	294	294.22	100.1
	⑫	306	305.44	99.8
	⑪	225	225.50	100.2
단면 2	⑧	276	276.63	100.2
	⑱	201	200.96	100.0
	⑪	225	224.85	99.9
단면 3	⑦	283	283.44	100.2
	⑮	207	207.21	100.1
	⑪	225	225.34	100.2
단면 4	⑥	269	268.65	99.9
	⑩	204	204.81	100.4
	⑪	225	224.66	99.8
단면 5	⑤	259	258.72	99.9
	⑭	220	220.69	100.1
	⑪	225	224.69	99.9
단면 6	④	266	264.68	99.5
	⑨	229	229.67	100.3
	⑪	225	224.60	99.8
단면 7	⑰	267	266.60	99.9
	③	279	279.18	100.1
	⑬	213	213.55	100.3
단면 8	⑪	225	224.64	99.8
	②	286	285.93	100.0
	⑲	219	218.71	99.9
	⑪	225	225.38	100.2

역방법을 이차적으로 실행하였다.

3차원 역문제에서는 축대칭 역문제에서 계산한 단면 1~8까지의 열전달계수를 보간하여 상부면의 면적 경계구간의 열전달계수의 초기값으로 사용하였다. 피스톤의 3차원 유한요소해석 모델은 Fig. 6에 표시된 단면 1과 5를 기준으로 하여 흡기밸브측(Intake side) 절반과 배기밸브측(Exhaust side) 절반의 2개의 모델을 사용하였다. 3차원 모델에서 피스톤 상부면의 면적 경계 구간은 Fig. 11과 같이 45개로 분할하여 정의하였으며, 3차원 유한요소 모델은 Fig. 12와 같으며 ANSYS의 10절점 Quadratic

Tetrahedron 요소인 SOLID87 요소를 사용하였다. 피스톤과 핀이 접하는 부분은 절점의 온도를 연계(Coupling)시켜 구속조건을 부여하였다.

Fig. 13은 축대칭 역문제에서 구한 열전달계수를 원주 방향으로 보간하여 3차원 역문제에서 초기값으로 사용하여 온도분포 해석을 수행한 결과와 측정 온도의 위치 및 온도 값을 나타내며, Table 3에는 초기값을 사용한 결과와 3차원 역문제의 실행 결과를 정리하여 수록하였다. Table 3에서 볼 수 있듯이 축대칭 역문제에서 구한 열전달계수를 3차원 모델에 초기값으로 적용하면 측정 온도에 대한 해석 온도의 비율이 단면 1의 위치 ①과 ⑫에서 배기밸브측 모델은 86.4%와 81.4%이고 흡기밸브측 모

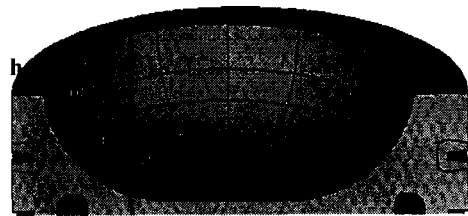


Fig. 11 Definition of area boundary segments for the 3-dimensional inverse problem

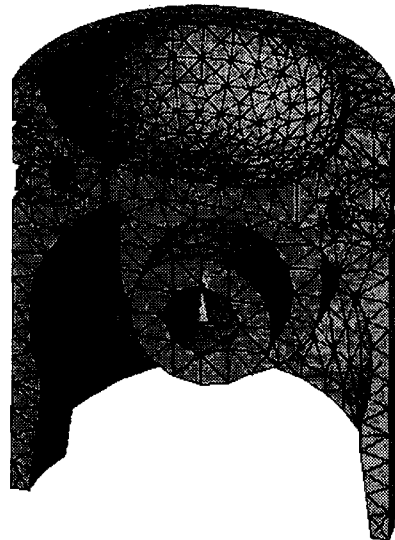
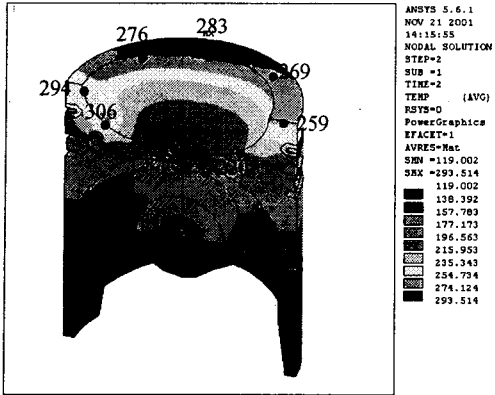
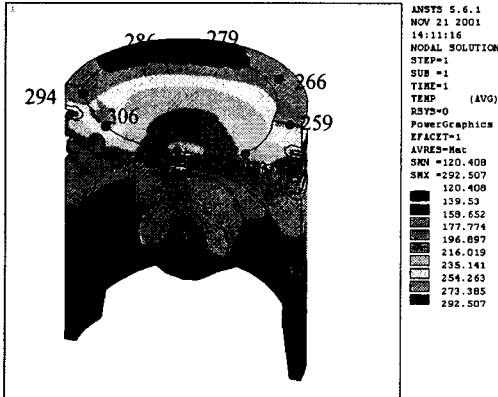


Fig. 12 3-dimensional finite element model of the piston



(Exhaust side)



(Intake side)

Fig. 13 Temperature distribution obtained by using results of the axisymmetric inverse problem and measured temperature (Unit: °C)

델은 88.5%와 82.9%로서 가장 큰 오차가 발생함을 알 수 있다. 특히 위치 ⑩는 측정 온도가 306°C로 가장 높은 중요한 위치이나 배기밸브측 모델에서의 오차가 19.6%로 가장 크게 나타난 것을 알 수 있다. 따라서 3차원 역문제에서는 측정 온도와 해석 온도의 차이가 많이 발생하는 단면 1에 해당되는 Fig. 11의 h40~h45까지의 6 경계 구간의 열전달계수를 3차원 역문제의 설계변수로 정의하고, 단면 1의 ①, ⑩, ⑫의 3 점의 온도만을 측정 온도로 사용하여 최적화를 수행하였다.

Table 3 Comparison of measured temperature and analyzed temperature using 3-dimensional piston model

구 분	측정 위치	측정 온도 (°C)	열전달계수 초기값 사용		열전달계수 최적값 사용	
			해석 온도 (°C)	비율 (%)	해석 온도 (°C)	비율 (%)
Exhaust	①	294	253.9	86.4	294.5	100.2
	⑤	259	256.3	99.0	260.9	100.7
	⑥	269	272.5	101.3	267.5	99.4
	⑦	283	287.9	101.7	286.3	101.2
	⑧	276	277.8	100.7	275.0	99.6
	⑩	204	216.9	106.3	217.6	106.7
	⑪	225	212.6	94.5	225.6	100.3
	⑫	306	249.1	81.4	305.9	100.0
	⑭	220	214.1	97.3	219.5	99.7
	⑮	207	213.2	103.0	215.3	104.0
	⑯	305	293.2	96.1	301.6	98.9
	⑱	201	215.9	107.4	217.6	108.3
Intake	①	294	260.1	88.5	292.6	99.5
	②	286	289.2	101.1	288.9	101.0
	③	279	281.1	100.8	284.0	101.8
	④	266	262.3	98.6	265.8	99.9
	⑤	259	256.4	99.0	259.3	100.1
	⑨	229	225.1	98.3	229.1	100.0
	⑪	225	218.9	97.3	226.6	100.7
	⑫	306	253.8	82.9	305.9	100.0
	⑬	213	217.2	102.0	217.9	102.3
	⑭	220	218.7	99.4	219.0	99.5
	⑰	219	222.2	101.5	223.9	102.2

3차원 역문제의 수치적 최적화를 수행한 결과 흡기밸브측의 목적함수는 초기값 1546에서 최적값 2.487, 배기밸브측은 초기값 1978에서 최적값 1.062로 1400번의 반복횟수를 거쳐 수렴하였다. 3차원 역문제에서 사용한 설계변수, 즉 h40~h45의 경계 구간의 열전달계수의 초기값과 최적값은 Table 4에

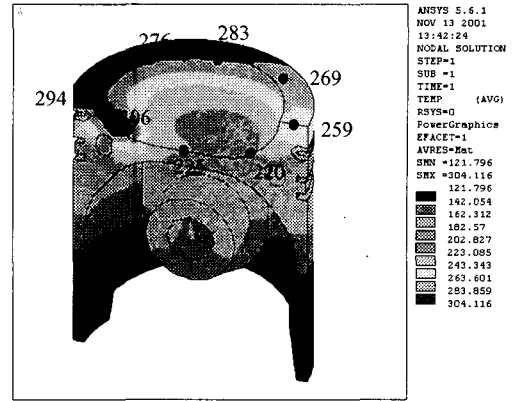
나타내었다.

Table 4 Initial and optimum values of design variables for the 3-dimensional inverse problem($W/m^2 \cdot K$)

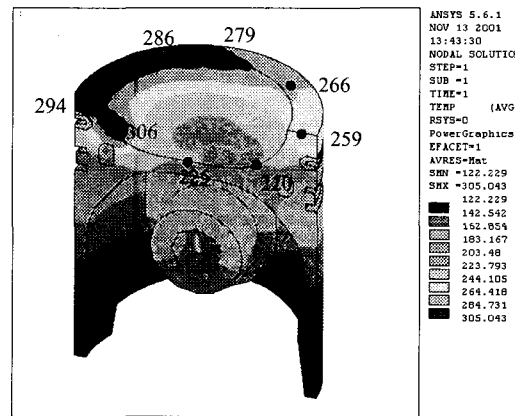
설계변수	초기값	최적값	
		Exhaust	Intake
h40	405.8	2260.39	723.59
h41	1788.0	2122.73	2640.64
h42	223.9	471.18	442.04
h43	108.2	224.50	188.77
h44	39.5	66.87	93.84
h45	44.3	125.41	115.26

3차원 역문제 해석을 통하여 구한 상부면의 열전달계수 최적값을 경계조건으로 사용하여 온도분포 해석을 수행한 결과를 Fig. 14에 나타내었다. 최고온도는 상부면 캐비티의 경사면에서 305.0°C(측정 온도는 306.0°C임)로 나타났으며 최저온도는 스킵트 최하단부에서 121.8°C로 나타났다. Table 5에는 3차원 역문제에서 측정 온도로 사용한 3 점 ①, ②, ③의 온도 측정값과 역문제의 해석 결과인 열전달계수의 최적값을 사용하여 해석된 온도 및 비율을 같은 위치에서 표시하였다. 오차가 가장 큰 부분의 비율은 100.7%로서 3 점에서 측정 온도와 오차가 최대 0.7% 이내인 정확한 온도 분포를 결정하였음을 알 수 있다.

3차원 역문제에서 측정 온도로 사용한 3 점을 포함하여 모든 측정점에서의 온도해석 결과는 Table 3에 수록되어 있는데 다른 점들에 비하여 위치 ⑩과 ⑪에서는 비율이 106.7%와 108.3%이고 따라서 측정값과의 오차가 6.7%와 8.3%로 다소 크게 나타남을 알 수 있다. 이것은 3차원 역문제에서는 3 점 ①, ②, ③에서의 해석 온도와 측정 온도와 오차를 최소화하는 열전달계수를 결정하였기 때문, 즉 3 점을 제외한 다른 점들에서의 오차는 고려하지 않았기 때문이다. 그러나 오차가 크게 나타난 위치 ⑩과 ⑪은 타 위치에 비해 상대적으로 측정 온도가 204°C와 201°C로 가장 낮으며 온도 구배도 낮아서 열응력도 낮게 되므로 이러한 방법으로 구한 온도 분포를 사용하여 피스톤 열부하에 관한 평가에 활용하는 데에는 실제적으로 문제가 되지 않는



(Exhaust side)



(Intake side)

Fig. 14 Temperature distribution obtained by using results of the 3-dimensional inverse problem and measured temperature (Unit: °C)

것으로 보인다. 만일 Fig. 11에 표시된 45개의 경계구간의 열전달계수를 모두 설계변수로 사용하여 3차원 역문제를 해석한다면 모든 측정 위치에서의 오차가 균일하게 작게 되는 결과를 도출할 수 있겠지만 이를 위하여 매우 많은 해석 시간과 노력이 소요될 것이다. 따라서 본 연구에서 제시한 역문제 해석 과정을 사용하더라도 실제적으로 활용하기에 충분히 만족스러운 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

Table 5 Comparison of measured temperature and analyzed temperature obtained with optimum heat transfer coefficients for the 3-dimensional inverse problem

구 분	측정 위치	측정 온도(°C)	해석 온도(°C)	비율(%)
Exhaust	①	294	294.49	100.2
	②	306	305.29	99.8
	③	225	225.57	100.3
Intake	①	294	293.91	100.0
	②	306	305.95	100.0
	③	225	226.57	100.7

4. 결론

본 연구에서는 열전도의 역문제를 대형 LPG 엔진용 피스톤에 적용하여 표면 온도 측정 결과로부터 피스톤 상부면에서의 열전달계수를 효율적으로 계산하는 방법을 제시하였다. 이 열전도의 역방법은 측정된 피스톤 상부면의 표면 온도 측정 개수가 온도 경계조건으로 사용할 수 있을 만큼 충분히 많지 않을 경우에 효율적으로 사용할 수 있다. 본 역방법을 해석적 해가 존재하는 중공 구 문제에 적용하여 정확성과 타당성을 확인하였다. 제시된 방법을 대형 LPG 엔진용 피스톤에 적용하였고, 수치적 최적화에 소요되는 시간을 단축하기 위하여 축대칭 역문제를 3차원 역문제 해석의 두 단계로 나누어 역문제를 해석하였으며 그 결과 피스톤 상부면의 열전달계수를 성공적으로 계산하였다. 이 열전달계수를 사용하여 해석된 피스톤의 온도 분포는 측정 결과와 비교하여 만족스럽게 일치하였다. 본 연구의 결과로서 얻어진 대형 LPG 엔진 피스톤의 온도 분포 해석 결과는 열응력 해석 및 열부하에 관한 피로수명 해석에 활용할 수 있다.

후 기

본 연구는 한국기계연구원 LP가스엔진연구사업단 주관의 저공해 대형 LPG 엔진 개발 사업의 일환으로 이루어졌으며, 관계자 분들께 감사드립니다.

참고문헌

1. A. Garro, V. Vullo, "Some Considerations on the Evaluation of Thermal Stress in Combustion Engine," SAE Technical Paper Series 780664, 1978.
2. 허강열, "연소실 대류 및 복사 열전달 해석," 한국자동차공학회지, Vol. 13, No. 4, pp. 11~17, 1991.
3. G.F. Hohenberg, "Diesel Engine Thermal Loading," SAE Technical Paper Series 790825, pp. 59~79, 1979.
4. C.H. Li, "Piston Thermal Deformation and Friction Considerations," SAE 820086, 1982.
5. 이병훈, 신동성, "CNG 엔진의 피스톤 기계적 및 열응력 유한요소해석," 한국자동차공학회 춘계 학술대회 논문집, pp. 170~176, 2000.
6. 이교승, 이진호, "자동차용 디젤 엔진 피스톤의 열변형 특성에 관한 연구," KSAE 97370018, pp. 162~173, 1997.
7. 이재순, 우종현, 이응래, 정인곤, 안병태, "유한요소법을 이용한 직접분사식 단기통 디젤기관 피스톤의 열응력 해석," 한국자동차공학회 춘계 학술대회 논문집, pp. 455~460, 1997.
8. 이재순, 우종현, 이응래, 정인곤, 이현구, "순간 열플럭스 측정용 프루브 개발 및 유한요소법에 의한 피스톤 열응력 계산," 한국자동차공학회 논문집 KSAE NO. 98370147, pp. 267~275, 1998.
9. 류영, 위신환, 송영식, 최경호, 이종태, "선박용 디젤기관의 피스톤 벽표면 온도 및 열유속 측정," 한국자동차공학회 춘계학술대회논문집, 96380126, pp. 349~355, 1996.
10. D.N. Assanis, E. Badillo, "Transient Heat Conduction in Low-Heat Rejection Engine Combustion Chambers," SAE 870156, pp. 153~163, 1987.
11. J.P. Holman, Heat Transfer, 4th ed., McGraw-Hill, 1976.
12. G.L. Borman, K. Nishiwaki, "Internal Combustion Engine Heat Transfer," Prog. Energy Combust. Sci., Vol. 13, 1987.
13. 이현구, 이철수, 유영재, 화학공학열역학, 희중당, pp. 21~49, 1996.
14. J.S. Arora, Introduction to Optimum Design,

- McGraw-Hill, 1989.
15. J.S. Arora, "An Algorithm for Optimum Structural Design without Line Search," in E. Atrek(ed.), *New Directions in Optimum Structural Design*, Wiley, New York, pp. 429~441, 1984.
 16. ANSYS User's Manual, revision 5.6, ANSYS Inc, 2000.
 17. 이부윤, "경계적분방정식을 이용한 축대칭 열전도 고체의 형상설계민감도 해석," 대한기계학회 논문집, 제17권, pp. 141~152, 1993.
 18. H.S. Carslaw, J.C. Jaeger, *Conduction of Heat In Solids*, Oxford, pp. 230~254, 1959.
 19. 강우, "대형 LPG 엔진 부품의 열부하 특성 및 개선 방법 연구," 저공해 대형 LPG 엔진 개발(2차년도 기반기술 연구 보고서), 한국기계연구원, 2001.