

## 미국 초등학교 교사의 학생중심 수학교실문화 형성사례 및 교수법 개발에 관한 소고

방 정 숙\*

### I. 시작하는 말

최근 수학 수업의 교수·학습 과정을 상세하게 분석하는 연구가 많은데, 이는 학생들이 참여한 수학 활동이 수학적 성향의 개발은 물론 개념 및 절차의 학습에도 보다 직접적인 영향을 끼치기 때문이다. 수학 교수·학습 과정과 관련하여 부각되는 세 가지 전제가 있다. 첫째, 수학교실은 단순히 물리적인 공간이나 개개학생들의 집합체라기보다는 수학적 아이디어를 논의하는 수학 공동체라는 것이다. 둘째, 그러한 공동체 안에서 학생들은 주어진 수학 문제를 해결하기 위한 일련의 절차를 획득하기 보다는 수학적 아이디어를 바탕으로 다양한 방법으로 접근하는 방법을 배워야 한다는 것이다. 셋째, 교사의 일방적인 판단이나 교과서의 전통적인 권위보다는 수학에서 타당하다고 여겨지는 논리와 증거에 기초한 토론이 강조되어야 한다는 것이다(National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 1991, 2000). 이와 같은 일련의 전제들은 수학적으로 생각하고 판단하고 의사소통하고 증명하고 가치를 부여하는 것 등의 독특한 수학적 사고 양식은 실제 그와 같은 활동을 강조하는 상황에 처하지 않고서는 제대로 학습될 수 없다는 것을 바탕으로 하고 있다. 이와 관련하여 최근 수학 교수·학습 과정

과 관련하여 수학교실문화가 새로운 연구주제로써 부각되고 있다.

수학교육 공동체에서 공통적으로 강조하는 수학교실문화는 학생들의 적극적인 참여와 아이디어가 수업의 주된 초점을 이루는 학생중심의 문화이다(예, 교육부, 1997; NCTM, 2000). 한편 이와 같은 문화 형성의 필요성은 쉽게 인식하지만, 실제로 수학 수업을 통해서 그와 같은 문화를 형성해 나가는 과정은 그다지 쉽지 않다. 예를 들어, 교실문화 개선이라는 취지에 맞춰 자신의 수업을 바꿔 나가려고 노력하는 교사들은 종종 모듈별 활동을 강조하고, 구체적인 조작물을 적극적으로 활용하여 수학 학습을 안내하며, 학생들 스스로 문제를 해결하도록 시간을 부여한 후 발표할 기회를 제공하기도 한다. 하지만 이와 같은 일련의 시도는 대부분 피상적으로 수학 수업의 사회적 구조를 바꾸는데 그치며 수학교육 문헌에서 권고하듯이 학생들의 수학적 사고나 성향을 개발하는 데까지는 충분치 않다는 것이다(Burrill, 1997; Research Advisory Committee, 1997).

결국 교사는 학생들의 참여 양상에 변화를 주는 교수 기술을 쉽게 배우는 반면에, 그러한 변화를 통해 어떻게 학생들에게 수학적 이해의 증진이나 긍정적인 수학적 성향의 발달을 촉진할 수 있는지 그 연계성에 대해서는 제대로 이해하지 못하고 있는 실정이다. 이와 같은 양상

\* 한국교원대학교

은 비단 교사가 수학교실 문화를 개선해 보려는 의지나 노력이 부족해서 발생하는 것만은 아니다. 안타깝게도 자신의 수학 교수법을 보다 나은 방향으로 개선하고자 자신의 교수 경력을 통하여 일관되게 노력해 온 교사들에게조차 일어나는 양상이기 때문이다(방정숙, 2000; Peterson, 1994). 이에 본 논문은 그러한 변화에 긍정적인 평가<sup>1)</sup>를 받는 미국의 한 초등학교 수학교실 문화를 소개함으로써 실제 학생 중심의 문화를 구체적으로 구현해 나가는 과정에 대한 이해를 넓히고, 부가적으로 교사의 교수법 및 교수법 개발과정에 대해 생각해 보고자 한다.

여기서 새삼 강조할 것은 이와 같은 연구가 한 교사의 사례를 바탕으로 그 수업을 모델로 삼아 다른 수업에 그대로 적용하면 된다는 식의 시사점을 주려고 하는 것이 아니라는 점이다. 교사와 학생들이 상당기간에 걸쳐서 상호작용하면서 서로의 역할과 기대에 대한 이해를 바탕으로 하여 개개 수학교실의 독특한 문화를 형성하는 것이기 때문에, 그것이 긍정적이든 부정적이든 간에 일대일로 전이되는 것은 아닐 것이다. 특히, 한국과 미국은 전반적인 교육 환경, 교육 과정 개발 및 운영, 교사 교육 프로그램, 교사 공동체의 위치와 역할 등에서 많은 차이가 있으며, 각 나라 고유의 '특색적인 교수법적 흐름(Characteristic Pedagogical Flow)',

즉 각 국가 내에서 수업을 전형적으로 어떻게 이해하는지를 반영하는 것으로써 교수·학습 활동 속에서 재현되는 패턴(Schmidt, Jorde, Cogan, Barrier, Bonzalo, Moser et al., 1996)이 있음을 고려할 때, 한 나라의 사례를 다른 나라의 상황에 그대로 접목시키는 것은 문제일 것이다. LeTendre(1999)가 지적했듯이, 한국과 미국 같이 문화적으로 상이한 국가들은 교육과 관련하여 무엇이 정말 문화적으로 관련된 것인지 연구할 필요가 있겠다.

한편, 한국과 미국 학생들의 수학 성취도는 일관성 있게 눈에 띄는 차이를 드러내는 반면에, 두 나라에서 수학교육과 관련하여 드러나는 문제점<sup>2)</sup>은 매우 유사하다. 이는 교육 환경, 교육 과정의 편제와 운영, 교수·학습 방법 등 여러 측면에서 그 원인을 유추해 볼 수 있는데, 많은 부분이 그 사회의 문화 및 가치와 밀접하게 관련되어 있어서 즉각적인 변화를 불러일으키기가 어렵다. 하지만, 교수·학습 방법은 적어도 그 변화에 대해 보다 직접적인 관련을 가진 요소이며 많은 수학교육의 문제점이 교사 중심의 수업 방식<sup>3)</sup>에서 비롯되었다는 점을 고려해 볼 때, 전형적인 수업 방식에서 벗어나 개혁의 방향대로 학생 중심의 수학교실문화를 형성하는 교수·학습 과정을 자세히 살펴보는 것은 적잖은 도움을 줄 것이다. 특히, 앞서 진술된 것처럼 학생 중심의 수학교실 문화를 형

1) 본 논문의 연구 대상 교사는 해당 지역 교육청에서 이름이 널리 알려져 있고, 주와 국가 수준에서 수학 수업과 관련하여 우수 교사상을 수상하였으며, 학회나 수학교사의 전문성 신장을 위한 다양한 세미나에 주요 강사로 봉사하고 있다. 또한 저자의 연구 프로젝트의 일환으로 수업을 분석해 봤을 때, 상대적으로 성공적인 것으로 판단되었다.

2) 예를 들어, 수학개념에 대한 이해의 부족, 학년이 올라갈수록 부정적인 수학적 성향 개발, 수학적 사고 능력의 부족, 문제해결능력의 제한성 등을 들 수 있다.

3) 한국의 전형적인 수학 수업을 미국의 수업과 비교해 볼 때, 전자는 전체 학생을 대상으로 하여 설명 또는 시범을 보이는 데에 더 많은 시간을 들이는 반면에 후자는 개별 학습 시간에 더 많은 시간을 들인다. 또한 후자의 경우 계산기나 구체물, 그리고 모둠별 활동을 더 많이 활용한다. 하지만, 이러한 차이점에도 불구하고 교사의 설명과 아이디어가 수업의 초점을 이룬다는 측면에서는 두 나라의 수학 수업이 공통적으로 교사 중심이다.

성하는 것이 헌신한 교사들에게조차 쉽지 않음을 고려해 볼 때, 성공적인 수업 사례는 시사점을 제공할 것이다. 이에 본 연구는 한 미국 교실에 대한 사례 연구를 통하여 바람직한 수학 교실 문화의 한 양상이 어떤 모습으로 구현되는지 상세히 분석하고, 이를 교수법 및 교수법 개발과 관련하여 이해하고자 하는 것이다.

교사 변화의 본질을 이해하고 교수법 개발 과정에 관한 이해를 깊이 있게 하기 위해서는 변화 과정에서 겪게 되는 혼동, 새로운 것을 시도하려는 자세, 원하는 결과대로 나오지 않을 때의 실망과 원인 분석, 대안적인 교수 방법에 관한 탐색 등 교사가 교수법을 전환해 나감에 따라서 겪게 되는 변화 과정에 대해서 여전히 많은 것을 배워야 하지만, 본 논문에서 제시하는 수학 교실 문화에 관한 사례연구에 있어서의 구체성과 상세함은 여전히 교실 수준에서의 교수법 변화 과정에 도움을 줄 것으로 기대한다.

## II. 사회수학적 규범과 수학 교실 문화

최근 수학 교실 문화를 논의하는데 있어서 그 분석 도구로서 일반적인 사회적 규범(social norms) 및 사회수학적 규범(sociomathematical norms)의 유용성이 부각된다(방정숙, 2001a). 일반적인 사회적 규범은 교실 활동의 전형적인 패턴, 교사나 학생의 기대, 의무, 역할 등과 같이 교실의 참여 구조를 구성하는 특색으로서 어느 교과에나 적용 가능한 개념인데 반해, 사회수학적 규범은 특별히 학생들의 수학 활동

과 토론에 독특한 양상으로서 수학적 설명과 정당화에 관련된 규범이다.(Yackel & Cobb, 1996)<sup>4)</sup>.

학생 중심의 수업에서 형성될만한 일반적인 사회적 규범의 예는 학생들은 문제해결 방법을 발표하고 정당화하며 교사는 학생들의 발표를 주의하여 듣고 전체 학생들을 위해 부연하여 설명하는 것이다. 좀 더 특별한 상황을 예로 들자면, 토론에 참여하는 학생들은 이전에 발표된 해결 방법과는 ‘다른’ 아이디어를 제시할 것이라는 기대도 일반적인 수학적 규범에 들어간다. 하지만, 무엇이 하나의 해결 방법을 다른 방법과 비교해 볼 때, “수학적으로 다른” 해결방법을 만드는 지를 이해하는 것은 사회수학적 규범과 관련된다(Yackel & Cobb, 1996). 이와 유사하게, 무엇이 한 교실 공동체내에서 수학적으로 받아들여질 만한 설명인지에 대한 이해, 또는 수학적으로 정당화할 수 있는, 쉬운, 분명한, 효과적인, 또는 세련된 설명인지에 대한 이해는 사회수학적 규범의 예이다(Bowers, Cobb, & McClain, 1999).

사회수학적 규범은 이론적으로는 Cobb과 그의 동료들이 교실 수준에서의 수학 학습을 분석하는데 있어서 구성주의 관점과 사회적(또는 상호작용적) 관점을 조정한 이론을 활용하는 데서 비롯된다. 즉, 수학시간에 어떻게 개인적인 활동과 집단적인 활동을 연계하여 분석할 수 있는 지에 관한 체계를 개발하면서 사회적 관점으로부터 교실의 사회적 규범, 사회수학적 규범, 교실의 수학 관행이라는 개념을 도입하게 되는 것이다. 한편, 실제적으로는 연구 프로젝트 대상 교실에서 발생한 현실적인 문제로부터 비롯되었다. 교사가 학생들의 생각과 사고 과정을 중시한다는 명목아래 학생들의 발

4) 사회수학적 규범에 대한 자세한 문헌 분석 및 비평적 고찰은 방정숙(2001b)의 다른 논문에서 다루었으므로, 본 논문에서는 수업 사례를 이해하기 위한 개념 수준에서 간단히 제시하고자 한다.

표를 동일하게 받아들이자 학생들은 종종 이미 발표된 내용에 대해서 표현만 바뀌었을 뿐 수학적으로는 동일한 내용을 발표하는 경향이 있었다. 이는 곧 수학 시간의 토론을 비생산적으로 만들었고 이에 따라 교사가 무엇이 '수학적으로' 다른 방법인가에 대한 논의를 시작함으로써 연구자에게 부각된 개념인 것이다(Yackel & Cobb, 1996).

한편, 이전의 연구는 학생들의 집단적인 학습(collective learning) 과정을 상세하게 분석하기 위한 전제조건으로써 사회수학적 규범을 수학 토론을 위한 기준으로 비교적 간단하게 기술하는 경향이 있었다. 하지만, 사회수학적 개념의 유용성을 합리적으로 확장하거나 일반화하여 보다 광범위한 수학 교실 상황에 적용할 수 있는지에 관한 가능성도 논의되었다(방정숙, 2001a; Cobb, 1999). 이는 개개 교실에서 형성되는 독특한 수학 문화와 관련하여 학생들의 전반적인 수학적 참여의 질을 반영하고, 그들의 개념적 학습 기회를 예시해 줄 수 있는 핵심 요소로써 사회수학적 규범의 유용성을 고려해 보는 것이다.

사회수학적 규범은 교사가 미리 준비하여 수업 시간에 일방적으로 제시해 주는 것도 아니고 학생들의 수업 참여로 인해 자동적으로 성취되는 것도 아니다. 대신에 교사와 학생들이 교실 수학 활동 및 토론에 적극적으로 참여하는 과정 속에서 계속적으로 협상하고 재정의하는 사회적 과정을 통해 형성되는 것으로 분석되는 것이다. 다만, 교사는 한 교실에서 수학 공동체(mathematical community)의 대리인으로서, 사회수학적 규범을 형성하도록 토론을 진행시키는데 매우 중요한 역할을 한다는 점은 주의해 볼 필요가 있다(McClain & Cobb, 2001). 현재 수학교육 공동체에서 추구하는 바람직한 수학 교실 문화를 형성하기 위해서 교사가 구

체적으로 무엇을 해야 하는지에 관한 의문에 명확한 답이 부족한 상황에서(Smith, 1996), 학생들과 함께 한 교실의 사회수학적 규범을 만들어 나가는데 있어서의 교사들의 능동적인 역할이 무엇인지 자세하게 연구해 볼 필요가 있으며, 이러한 연구는 또한 수학 교수법을 바꾸려고 부단히 노력하는 교사들이 어떻게 학생들의 참여와 공헌에 기초하여 자신들의 교수 목표를 추구할 수 있는지 와도 관련되어야 할 것이다.

### III. 사례연구: 학생중심 수학교실문화 형성과 교수법

#### 1. 연구개관

본 연구에서 언급되는 교실은 수학교육 개혁과 관련된 난제를 고려하면서 학생 중심의 교수법이 적용되는 수학 교실을 찾아 해당 교실 문화를 상세하게 분석하여 수학교육 개혁에서 강조하는 아이디어가 수학 수업에 어떻게 적용되는지를 구체적으로 알아보고 개혁에 관한 시사점을 탐색해 보는 프로젝트를 위해 수집된 자료 중 일부이다. 연구대상 교실은 미국 루이지애나 주의 수도 배턴루지에서 학생중심 교수 방법을 적용하는 것으로 추천되는 17명의 2학년 교사들 중에서 예비 관찰 기간과 기초 면담을 통해 연구 대상으로 결정된 교실 중 하나이다. 예비 관찰에서는 학생들의 아이디어가 어떻게 추려지고 전체 토론과 활동에서 어떻게 사용되는지에 초점을 두었는데, 본 글에 언급되는 대상은 교사가 학생들의 수학적 사고를 토론의 주요 주제로 삼는 교실이었다.

본 논문에서 언급되는 교실에서는 한 번의 예비 녹화 후에 수업 상황에 따라서 교사 중

심, 학생 전체, 또는 모둠별 활동 중심으로 두 개 또는 세 개의 카메라를 통해서 전체 7개의 수업을 비디오 및 오디오로 녹화하였고, 관찰한 수업과 관련한 학생들의 학습지나 저널 역시 수집하였다. 또한 교사와의 면담은 집중적인 관찰 기간 동안의 비구조적인 면담 외에, 수업의 상세 분석과 해당 교사의 자연스런 교수법 개발 과정을 분석하기 위한 반구조적 면담을 네 번에 걸쳐서 심층적으로 진행하였다.

수업 전체와 면담자료에 대한 트랜스크립트를 만들어 주요 분석 자료로 활용하였다. 전반적으로 본 연구는 일정한 비교 분석(constant comparative analysis)에 기초한 탐구적·질적·비교 사례 연구로서 분석을 시작하면서 찾아낸, 분석 초기 단계의 추측을 전체 자료와 견주어 계속적으로 비교하고 대조하는 것을 핵심으로 하는 방법론을 적용하였다. 사례 연구는 성급하게 쟁점을 개발하기 보다는 사례 자체에 대한 충실한 이해에 기반을 두어야 하기 때문에, 분석은 수업 에피소드를 중심으로 주의 깊게 분석하였다. Cobb과 Whitenack(1996)이 제안한 네 가지 요소<sup>5)</sup>를 본 연구 목적에 맞게 수정하여 전반적인 수업의 흐름, 교사의 접근 방법, 학생들의 접근 방법, 학생들의 학습기회를 주요 구성 요소로 수업을 해석하였다. 그런 다음 이를 토대로, 사회적 규범과 사회수학적 규범을 중심으로 수학 교실 문화를 분석하였다.

수학적 논의와 사고가 중시되는 학생 중심의 수학 수업을 만들어 가는 과정과 이에 부합되는 교수 방법에 대한 이해를 넓히고자 본 논문에서는 일반적인 사회적 규범보다는 사회수학적 규범과 관련된 분석을 보다 상세히 다루었다. 또한 효과적인 기술을 위해 일부 수업 에피소드를 제시하고 이에 관한 구체적인 분석을

덧붙였다.

## 2. 수학 교실 문화 분석: 사회적 규범을 중심으로

연구대상 수학 교실의 전반적인 수업 분위기는 학생들이 활동이나 과제에 열심이었고 학생들 간에 의견을 자주 주고받는다든가 점에서 개방적이면서 역동적이었다. 연구 대상 교실의 교사 M은 학생들에게 발표할 기회를 공정하게 주려고 노력했고 무엇보다 학생들이 정답의 옳고 그름에 상관없이 자신의 생각을 마음껏 발표할 수 있는 분위기를 만들려고 노력했다. 예를 들어, 학생이 발표 도중에 실수했거나 제대로 응답하지 못하는 경우에 다른 학생들이 부정적인 반응을 보이지 않게 주의했다. 그 대신에 적절한 발문과 도움으로 그 학생이 발표를 마칠 수 있도록 도와주기도 하고 다른 방법으로 문제를 다시 생각해 볼 수 있는 기회를 우선적으로 제공하기도 했다.

수업 전반을 통해서 교사 M은 정답을 구하는 것보다는 사고 또는 학습 과정이 더 중요하다는 것을 강조했으며, 주어진 문제에 대해서 여러 가지 해결 방법을 찾도록 격려했다. 또한 교사 자신의 설명보다는 학생들이 문제를 직접 해결하고 그것을 전체 토론 시간을 통해 발표할 기회를 주었고 창의적인 아이디어에 대해서는 칭찬을 아끼지 않았다. 학생들의 발표에 대해서 교사가 직접적으로 평가하는 대신에 다른 학생들이 그 아이디어에 동의하는지 그렇지 않은지를 먼저 물어보고 그 근거를 부가하여 설명하도록 격려했다. 이와 같이 교사 M은 학생들이 수학 수업과 관련된 여러 가지 활동과 토론에 적극적으로 참여하도록 격려했

5) 학생들의 사회적 관계, 수학적 의미, 학습 기회, 수학 학습

고, 이러한 수학 교실 문화 속에서 학생들 역시 교실 활동에 대해서 빈번하게 흥미를 보였고 모듈별 활동이나 토론에서 자신의 아이디어를 적극적으로 발표하였다.

교사 M 교실의 사회적 규범과 관련하여 주의해 볼 필요가 있는 것은 교사가 이와 같은 규범을 혼자 결정하고 학생들로 하여금 따르도록 일방적으로 강요하는 것이 아니라는 점이다. 그 대신에 교사와 학생들이 수학 교실 공동체의 참여자로서 서로에 대한 기대, 의무, 역할 등을 사회적 상호작용을 통해 재조명해 보고 협상해 나가는 과정 중에서 사회적 규범을 형성해 나간다는 것이다. <에피소드 1>은 이러한 점을 반영해 주는 대표적인 예이다. 교사 M 교실에서는 매 수학시간마다 게임이나 활동을 하였는데, 학생들이 구체적으로 무엇을 해야 할지 교사가 먼저 자세히 설명해 주는 경향이 있었다. 하지만, 이 예에서 교사가 “150까지 만들기(Raise To 150)” 게임을 어떻게 하는지 설명했을 때, 150보다 더 많이 가지게 되는 경우에 관해서 학생이 질문을 던졌고 이는 이 교실에서 게임의 규칙을 보다 명확하게 규정짓는 계기가 되었다.

<에피소드1 : 게임의 규칙을 분명하게 만든 학생의 질문>

학생 A : 150보다 더 많이 갖게 되면 어떻게 하죠?

교사 : 150을 만들면 게임을 멈춰야지. 네 짝

이 150을 만들지 못했어도 여전히 거기서 멈춰야 해. 둘 중 한 명이 150을 만들면 게임을 끝내야 해. (학생 B 손을 든다.) 학생 B?

학생 B : 내가 149를 만들고 난 후 주사위를 던졌더니 1과 5가 나왔다면요?

교사 : 오! 학생 B의 말을 들어보렴. 149를 만든 다음에 6이 나왔다면? 뭐 보다 더 큰 수를 만든 셈이지?

학생들 : 그게 바로 학생 A가 말했던 건데요.

교사 : 학생 A, 그게 네가 말했던 거니? (학생 A 고개를 끄덕인다.) 미안하구나. 선생님이 제대로 이해를 못했었어. ... 그냥 150에 가까이 만들면 어떨까? 만약 6이 나왔다면, 그 수는 [150보다] 조금 더 크겠지? 오! 이렇게 하면 어떨까? 학생 A야, 이렇게 하면 어떨까? 150을 만들기 위해서 꼭 필요한 만큼의 수만 사용하면 어떨까? 어떻게 생각하니? (많은 학생들이 쾌히 네라고 답변한다.) 만약에, 설혹 12라 하더라도 그 수 중 1만 사용하는 거야. 그 수를 1과 11로 분해해서 꼭 필요한 만큼인 1만 사용하는 거지. 선생님은 너희들이 정확히 150을 만들기를 바라거든. 괜찮겠니? (학생들이 “네”라고 답변한다.) 내가 말하는 것을 이해하겠니?

학생 C : 그렇다면 우리 모두 똑같은 수를 가지게 되잖아요!

교사 : 글썸다. 네가 150을 만들었다 해도 네 짝은 아마 아닐 거야. 너희 둘 다 150을 동시에 만들 것 같지는 않은데.

- 6) 한 학생이 동시에 두 개의 주사위를 던져서 나온 수를 합한 다음, 자릿값 판에 그 합만큼 수모형을 놓는다. 예를 들어, 주사위에서 5와 6이 나왔으면, 그 합은 11이므로 자릿값 판의 십의 자리에 십 모형 1개를 놓고, 일의 자리에 날개 모형 1개를 놓는다. 그런 다음 주사위를 상대방에게 주고, 그 상대방은 이와 동일한 방법으로 수모형을 놓는다. 이런 방법으로 각자 자릿값 판에 계속 수모형을 더해가다가 100(십 모형 10개)을 만들게 되면, 교사를 향해 손을 흔들어 표한다. 교사는 봉투 하나를 가지고 와서 자릿값 판을 확인한 다음 십 모형 10개를 그 봉투에 넣어준다. 경기를 계속하여 둘 중 한 명이 150에 다다르면 승자가 되고 게임은 끝나며, 마지막으로 두 학생은 각자 만든 수를 합한다. 예를 들어, 한 학생이 150을 만들고, 다른 학생이 139를 만들었다면, 수학 공책에  $150+139$ 를 계산하는 것이다.

학생 D : 둘 다 동시에 똑같은 수를 가지고 있지 않다면 하네요. 하지만, 그런 [두 학생 모두 동시에 150을 만드는] 일은 잘 안 생길 것 같아요.

교사 M은 처음에 학생 A의 질문을 제대로 이해하지 못했으나, 학생 B가 149를 가지고 주사위를 굴려 1과 5가 나올 경우를 예로 들어 학생 A의 질문을 보다 분명하고 정교하게 했다. 교사 M이 학생 B의 예를 타당한 것으로 받아들이고 그 경우에 대해서 잘 생각해 보라고 다른 학생들에게 요구하자 학생들은 그 아이디어를 처음에 생각해 낸 사람은 학생 A라고 주장했다. 결국 교사 M은 학생 A의 공헌을 인정해 주며 그 경우를 자신의 교수법 의도에 맞게 설명하려고 노력하였다. 그러던 중, 학생들이 150보다 더 큰 수를 가지게 되었을 때 할 수 있는 새로운 아이디어를 즉석에서 생각해 냈다. 그 새로운 아이디어에 대해서 학생들로 하여금 그대로 따르도록 요구하는 대신에 교사 M은 학생들의 동의를 얻으려 노력했다는 점을 주의해서 볼 필요가 있겠다.

### 3. 수학 교실 문화 분석: 사회수학적 규범을 중심으로

교사 M은 학생들이 다양한 수학 활동과 게임 속에서 어떻게 스스로 의미를 만들어 가는 지 그 과정에 초점을 둔 반면에, 학생들이 특별히 수학적으로 무엇이 가치 있는 생각이며 수학적으로 어떻게 의사소통 하는 지를 배울 수 있도록 수업을 이끌어 나갔다. 정답은 찾아냈지만 수학적으로 정당화할 수 없는 과정을 사용하거나 타당한 근거를 제시하지 못하는 경우는 이 공동체 내에서 거절되었다. <에피소드 2>는 이와 관련된 대표적인 예로써 학생들은 켈셈 알고리즘을 배우지 않은 상태에서 42-26

을 풀고 있었다. 우선 주어진 수량에서 얼마를 덜어낸다는 켈셈의 기본적인 의미에 근거하여 학생들은 함께 계수 표시(tally marks)와 유니픽스 블록(unifix blocks)을 이용해서 문제를 풀었다. 교사 M이 또 다른 방법으로 문제를 풀 수 있는지 물어보았을 때, 한 학생은 먼저 40에서 20을 빼 것을 주장했으나 더 이상 어떻게 해야 할지 진전시키지 못했다. 상당한 시간 동안 단지 소수의 학생들이 6에서 2를 빼면 된다는 잘못된 방법을 제안했을 뿐, 대부분의 학생들은 더 이상 켈셈을 어떻게 발전시킬 수 있는지 별 다른 방법을 제안하지 못한 상황이었다. <에피소드 2>는 이런 상황에서, 한 학생이 어떻게 발표했고 교사 M은 그것을 어떻게 받아들였는지 보여준다.

<에피소드 2 : 수학적으로 타당치 못한 주장에 대한 교사의 부정적인 반응>

학생 A : 단지 해야 할 것은 ... 선생님은 분명히 [이 방법이] 잘못됐다고 얘기하실 거예요. 하지만 그래도 단지 필요한 것은 20에서 4를 빼는 것입니다. 19, 18, 17, 16.

교사 : 그렇게 생각하니? 왜 4를 빼야 한다고 생각했지? 다시 한 번 설명해봐.

학생 A : 음, 그냥 4를 빼면 돼요.

교사 : 왜냐하면 너는 이미 답을 아니까. 그래서 4만 빼면 정답이 나온다는 것을 알지. 학생 A야, 만약 네가 그 정답을 알지 못했다면 어떻게 풀었겠니?

학생 A는 나름대로 적절한 풀이 방법을 제시했다. 즉, 40에서 20을 빼면 20이고, 20에서 4를 더 빼면 19, 18, 17, 16이 되므로 답 16을 얻을 수 있다고 발표했다. 하지만, 학생 A는 왜 4

를 빼야 하는지를 설명하지 못하였다<sup>7)</sup>. 결국 답은 맞았으나 수학적으로 믿을 만한 근거를 제시하지 못했기 때문에 학생 A의 아이디어는 이 수학 교실 공동체에서 타당한 것으로 받아들여지지 않았다. 여기서 또 한 가지 주의하여 볼 것은 학생 A가 자신의 아이디어를 발표하기 전에, 교사가 부정적으로 반응할 것을 예측하고 있다는 점이다. 이것은 학생 스스로 자신의 설명이 무엇인가 수학적으로 충분치 않다는 것을 인지하고 있음을 간접적으로 드러내 주는 것이며, 교사 M이 수학 수업에서 정답의 여부에 상관없이 항상 학생들의 사고 과정에 초점을 둔 덕분이라 할 수 있다.

교사 M의 주된 관심은 학생들이 자기 자신의 해결 방법이나 아이디어를 창안하고 설명하며 정당화 할 수 있는 효과적인 수학 교실 공동체를 형성하는 것이었다. 교사 M은 자신이 토론에 직접적으로 개입하여 옳고 그름을 판단하기보다는 상당한 시간동안 학생들이 서로 논쟁을 벌일 수 있는 학습 분위기를 조성해 주곤 했는데, 특히 학생들이 상반되는 수학적 아이디어를 가지고 있을 때 더욱 그렇게 했다. 토론에 학생들이 충분히 자기 의견을 발표한 이후에만, 교사 M은 논의되는 중요한 아이디어를 요약해 주었다. 또한 수업시간에 이용된 다양한 수학 게임과 관련하여 교사 M은 빈번히 학생들의 사고를 촉진시키는 발문을 제공하였고

이에 대한 토의로 교실 내에서 효과적인 수학 공동체를 형성하는데 초점을 두었다. <에피소드 3>은 이에 대한 대표적인 예라고 할 수 있는데, 교사 M은 학생들에게 “20에 얼마나 가까운가? (How close to 20)” 라는 게임<sup>8)</sup>을 설명하고, 이 게임에서 높은 점수를 받는 것이 좋은지 낮은 점수를 받는 것이 좋은지에 대해서 생각해 보라고 요청했다.

<에피소드 3: 교사의 흥미 있는 질문과 학생의 토론>

교사 : 선생님이 매우 어려운 질문을 하나 해 봐야지. 이것은 말야, 생각하는 사람의 질문이야. 높은 점수를 가지고 싶니, 아니면 낮은 점수를 가지고 싶니? ... 학생 A?

학생 A : 가장 높은 점수.

교사 : 왜 가장 높은 점수를 가지고 싶지?

학생 A : 왜냐하면 점수가 높을수록 좋으니까요.

교사 : 많은 게임에서 높은 점수가 더 낫지. 사실 많은 게임에서 학생 A의 생각은 옳아. 학생 A의 생각이 이 게임에서 옳을까? (학생들의 의견은 분분하다.) 어떤 사람은 예라고 하고, 어떤 사람은 아니라고 하네. 학생 A의 생각이 이 게임에서도 옳으니? 옳다고 생각하면 손을 들어봐. (조금 후) 그렇지 않다고

7) 보상 전략(compensation strategy)을 사용하여 42-26대신에 40-24를 생각하고 있는 것으로 추측할 수도 있지만, 그러한 해석은 신빙성이 적다. 예를 들어, 학생 A의 이전 설명을 자세히 살펴보면, 42를 40으로 바꿔서 생각한 기미는 보이지 않고, 대신에 42의 십의 자리로서의 40을 생각하고, 마찬가지로 26의 십의 자리로서의 20을 생각하여 40에서 20을 뺀 것으로 여겨진다. 더욱이, 평상시에 학생 A가 자신의 해결 전략을 잘 설명하던 것과는 달리 이 상황에서 특별한 수학적 근거 없이 4만을 빼면 된다고 주장한 것을 고려해 볼 때, 학생 A는 수를 이용하여 이 문제를 풀려 하다가 40에서 20을 뺀 후에 어떻게 해야 할지를 몰랐고, 대신 답이 16임을 알고 있었기 때문에 그 과정을 타당화하기 위해서 4만을 빼면 된다고 주장한 것으로 해석된다.

8) 한 경기자가 이 게임에서 사용할 숫자 카드(1에서 10까지 각각 4매)를 섞는다. 각각의 경기자는 자기 차례가 돌아오면 무작위로 5개의 숫자 카드를 받게 되는데, 이 중에서 3개 카드를 적절히 선정하여 그 합이 20에 가깝도록 만들어야 한다. 경기자는 매번 그 세 카드의 합과 20과의 절대값으로 점수(score)를 계산한다. 5차례 경기를 진행한 다음 점수의 합이 적은 사람이 승자가 된다.



생각하면 손을 들어봐. (좀 더 많은 학생들이 그렇지 않다 쪽에 손을 든다.) 왜 그렇지 않다고 생각하지, 학생 B?

학생 B : 왜냐하면, 이 게임에서는 누가 20에 가까이 갈 수 있는가를 살펴봐야 하니까요. 만약 가장 높은 점수를 가지고 있다면, 그것은 20에 가까이 있지 않다는 것을 말해줍니다.

교사 : 자 더 얘기해 보자. 계속해서 말해봐. 학생 C?

학생 C : 그러니까, 20에 가까이 가면 갈수록 낮은 점수를 가지게 되니까요.

교사 : 더 발표해보자. 계속해 보자. 누가 더 얘기해 볼 수 있겠니? 학생 D?

학생 D : 23을 예로 들자면, 이때, 20보다 3만큼 여분을 가지고 있는 셈입니다.

교사 : 좋아, 3이 1보다 더 나은 점수이니? 학생 D? 무엇이 더 나은 점수이지?

학생 D : 1.

교사 : 그래서, 무엇을 가지고 싶단 얘기지? 무엇? 학생 E?

학생 E : 가장 낮은 점수.

교사 : 가장 낮은 점수. 좋아. (이때, 학생 F가 갑자기 손을 든다.) 학생 F, 뭐 발표할 것 있니?

학생 F : 골프에서와 같아요. 낮은 점수를 따려고 하죠, 왜냐하면 더 높은 점수를 얻게 되면, 나쁘기 때문입니다. 만약 누군가 78을 얻게 된다면, 전혀 좋지 않지요, 왜냐하면 그것은 20이 아니니까요.

교사 : 음, 알겠다. 맞아. 그것 [78]은 20으로부터 너무 멀리 떨어져 있을 거야. 네가 78을 가졌다고 하면, 20으로부터 정말 멀리 떨어져 있는 거지, 그렇지, 학생 F? 애들아, (칠판 위에 걸려있는 수직선에서 각각 20과 78을 가리키며) 20을 보고, 그 다음에 78을 봐라

학생들 : 하느님 갑소사!!!!

이 에피소드에서 교사 M은 학생들 자신의 주장에 대한 근거를 발표하라고 격려했다. 학생들이 두 가지 대답(높은 점수와 낮은 점수)을 하자, 교사 M은 낮은 점수가 이 게임에서 올바른 선택이라는 것과 왜 그런지에 대해서 설명하도록 기회를 부여했다. 앞서 기술했듯이, 일반적으로 학생들 사이에 상반된 의견이 있는 경우, 교사 M은 양쪽의 의견을 다 듣는 방향으로 전체 토론을 유도했지만, 이 에피소드에서는 다소 예외적으로 반에서 수학을 잘 하는 학생들 중심으로 발표시켰다. 면담결과 이는 학생들이 논의 중인 질문에 대해서 이미 상당히 혼동하고 있다고 판단했고, 그런 상황에서 교사 자신의 직접적인 설명보다는 정답을 제대로 알고 있음직한 학생들이 왜 그렇게 생각했는지 근거를 제시하는 경우에 다른 학생들이 더 잘 이해할 것이라고 교사가 생각했기 때문이었다. 토의가 진행되는 동안, 한 학생은 점수가 낮을수록 승리하는 골프 경기를 적절하게 예로 들었고, 큰 수 78을 가진 가상적인 경우에 대해서도 발표했다. 사실 가장 큰 숫자 카드는 10이므로, 78은 이 게임에서 세 숫자 카드의 합이 될 수는 없다. 실제 그 학생이 78을 세 수의 합으로써 생각하고 발표한 것인지 아니면 5회 경기가 모두 끝난 최후의 점수으로써 제시한 것인지는 분명치 않으나 아무튼 골프의 예는 이 토론을 끝맺음 짓는데 매우 효과적인 생각

이었다.

이 교실에서 수학 교실 문화와 관련하여 한 가지 더 유의해서 볼 것은 학생들의 게임이나 활동 경험을 토대로 전체 토론 주제가 정해지는데, 빈번히 예측치 못한 발표로 인해서 교사와 학생들이 서로 그 의미를 찾아가며 수학적 논의를 활성화한다는 점이다. 예를 들어, 위에서 언급된 “20에 얼마나 가까운가”라는 게임을 한 후, 토론 시간에 교사 M은 게임과 관련한 흥미로운 경험을 발표하라고 했다. 이에, 한 학생이 제 작은 자주 숫자카드 10을 갖는 반면에 자신은 한 번밖에 갖지 못했다고 말했다. 이 학생의 발표로부터 교사는 학생들에게 어떤 카드를 가지고 싶은지 질문을 제기했고, 학생들은 토론하기 시작했다.

학생들은 특정한 예를 가지고 자신의 주장을 지지하거나 다른 사람의 아이디어를 반박함으로써 토론에 능동적으로 참여했다. 논란이 있었던 부분은 숫자카드 10을 많이 가지느냐 아니면 숫자카드 1 또는 2처럼 크기가 작은 수를 가지는 것이 좋은가였다. 전반적으로 학생들은 일반화에 대한 이해가 부족했다. 예를 들어, 숫자카드 10을 많이 가지지 말아야 한다는 주장은 숫자카드 10 하나를 포함해서 정확하게 20을 만드는 경우로 반박되었다(예,  $10+6+4=20$ ). 이와 유사하게, 크기가 작은 수를 많이 가지지 말아야 한다는 주장은 크기가 작은 숫자카드 하나만을 포함해서 정확하게 20을 만드는 경우로 반박되었다( $9+9+2=20$ ).

일반적인 경우에 대한 학생들의 이와 같은 어려움으로 인해 교사는 ‘어떤 종류의’ 카드를 가지고 싶은 지로 질문을 수정했다. 흥미롭게도 이 게임에서 한 개의 숫자카드 10은 세 개의 카드를 가지고 그 합이 20이 되게 만들 기회를 최적화하기 때문에 숫자카드 10을 가지는 것은 최선이다. 하지만, 카드 모두에 대해서

말해야 할 필요가 있다면, 5에서 8 범위에 있는 모든 카드를 가지는 것이 최선책일 것이다. 이와 같은 가장 기본적인 가정이 논의에서 정해져 있지 않았기 때문에 논의되는 수학은 다분히 산만했다. 하지만 교사 M은 학생들이 제안하는 특정한 경우에 한해서 일반화시킴으로써 아이디어를 요약하고, 학생들의 주장을 증명하거나 반박하기 위해서 적절한 예를 제안하면서 학생들에게 자신의 아이디어에 대한 근거를 설명하라고 요구함으로써 토론을 활성화시켰다.

교사의 분명한 질문 덕분에, 한 학생은 중간 범위에 있는 수라는 새로운 아이디어를 생각해냈고, 또 다른 학생은 대안적인 해결책으로써 큰 수와 작은 수의 조합을 제안했다. 여기서 후자의 학생은 반에서 수학적으로 매우 약한 학생이었음에도 불구하고, 상대적으로 긴 그러나 학생들의 다양한 사고를 유발하는 논쟁 속에 참여함으로써 인해서 그 아이디어를 제안했다는 점은 주목해 볼 만 했다.

결국 이 교실에서 무엇이 수학적으로 받아들여지는가에 관한 사회수학적 규범은 그것이 합당한 논쟁이 되는지, 논리적인 설명을 덧붙일 수 있는지, 다른 사람을 납득시켜서 교실 공동체에서 인정받을 수 있는지 등과 관련된 것이다. 수학적 참여의 정도에 관한 사회수학적 규범 역시 매우 긍정적이었는데, 일례로써 학생들이 전체 토론이나 소집단 활동에 자신의 고유한 문제해결 방법을 창안하고, 교사의 시작이나 중재 없이도 자율적으로 중요한 수학적인 개념을 다루는 토론을 제기했다는 것이다. 즉, 수학적으로 안다는 것이 무엇인지, 가치를 부여한다는 것이 무엇인지, 그리고 논의를 벌인다는 것이 무엇인지에 대해서 배울 수 있는 학습 환경에 끊임없이 접할 수 있었으며, 그러한 교실 공동체에 참여하면서 자신들이 배우고 있

는 수학에 대해 개념적인 근간을 만들어 나갈 학습 가능성을 가지고 있었다.

#### 4. 학생 중심 수학 교실 문화 형성을 위한 교수법 개발

위에서 분석한 수학 교실 문화와 관련한 교사 M의 교수법에 대해 간단하게나마 살펴보고자 한다. 사회적 규범은 사회적인 양상으로써 교실에서의 사회적 상호작용을 바탕으로 교사와 학생들의 참여와 의미의 협상으로 형성되는 것이기에 교사의 접근 방법과 학생들의 접근 방법 둘 다를 분석해야 하겠지만, 그러한 의미의 협상 과정에서 특히 초등학교 저학년에서는 교사가 보다 능동적으로 토론을 이끌어 나가는 점을 고려해서 그리고 보다 효율적인 초등학교 수학 교실 문화를 어떻게 형성해 나가는지 알아보기 위해서 교사의 교수법에 관한 분석을 주로 한다. 앞서 진술하였듯이 교사의 전반적인 접근 방법은 학생들의 아이디어를 이끌어 내고 그 아이디어를 수업 토론의 핵심으로 활용하여 효과적인 수학 교실 공동체를 만들어 나가는 것이었는데, 이를 위해서 사용된 주된 방법은 다음과 같다.

첫째, 가장 눈에 띄는 것은 매 수업시간마다 적용된 수업의 구조적인 흐름인데, 이는 문제 해결로 시작하고 수학적 활동을 안내한 후 학생들로 하여금 직접 활동하게 하고 마지막으로 그 경험에 대해서 전체 토론 시간을 할당하는 방법이었다. 이와 같은 수업의 흐름은 수학 교육 공동체에서 강조하는 교수 모델을 그대로 적용했다기보다는 교사 M이 자신의 교수 경험을 통해 학생들의 수학적 사고를 증진시키고자 노력한 결과로 개발된 것이었다.

교사 M은 수 년 간 지역 구청에서 수학 전문가(mathematics specialist)로서 봉사했던 경험

이 있었는데, 이 기간동안 많은 초등학교 수학 수업을 관찰할 수 있는 기회를 가졌다. 이때 대부분의 학생들이 주어진 수학 문제를 풀기 위해서 매우 낮은 수준의 전략을 활용하는 것을 알아냈고, 이와 같은 관찰은 그녀로 하여금 문제해결 단계를 두고 학생들에게 다양한 해결 방법을 찾아볼 수 있는 기회를 제공하는 촉진제가 되었다. 또한 교사 M은 학생들이 익힘책을 끝내도록 도와줘야 한다는 명목아래 많은 교사들이 이해의 기반 없이 기능만을 지나치게 강조하는 경우를 자주 보게 되었는데, 이러한 관찰로 인해서 익힘책 보다는 게임과 활동을 포함하여 다양한 교수 활동을 수업시간에 적극적으로 활용하게 되었다. 한편 자신의 교수 경험을 통해 학생들이 단지 게임이나 활동을 함으로써 수학을 학습하는 것은 아니라는 점을 깨닫게 되어 학생들이 활동을 하기 전에 생각해야 할 질문을 제기했고 활동 후에도 꼭 전체 토론할 수 있는 기회를 제공하게 되었다.

둘째, 교사 M은 수학시간에 다양한 게임 형태를 적극적으로 활용하였는데, 이는 어린 아동들에게 학습은 사회적인 것이며 놀이여야 한다는 신념을 반영한 것이었다. 교사 M은 가능한 한 학생들이 수학을 즐길 수 있도록 수업 목표에 부합되는 게임을 선택하거나 스스로 만들었다. 여기서 보다 중요한 것은 학생들이 단순히 게임을 즐기거나 참여하는 데 그치지 않고 그 속에서 자연스럽게 수학적 개념을 익히거나 사고할 수 있는 기회를 가졌다는 것이다. 이는 교사가 자주 학생들의 사고에 도전을 가했고 게임의 승패여부 또는 문제의 정답여부 이상으로 수학적으로 흥미 있는 토론을 위해 학생들의 공헌을 이끌어냈고 활용했기 때문이었다. 이 교실에서 활용된 모든 게임은 특별한 교수 의도가 있었고 학생들의 활동 직후 진행된 전체 토론은 게임과 관련하여 학생들의 수

학적 사고를 점검해 볼 수 있는 주요한 근거가 되었다.

셋째, 주어진 문제에 대해서 여러 가지 다른 해결방법을 생각해 보고 자신의 사고 과정을 설명할 수 있는 기회를 많이 제공하는 것이었다. 학생들의 설명을 끝까지 듣기 전에 실수를 수정해 주거나 학생들 간의 논쟁을 성급하게 방해하지 않았다. 그 대신에, 교사는 보다 생산적인 논쟁을 촉진하고 다른 학생들의 이해를 돕기 위해 논의 중인 주요 생각을 요약해 주었다. 교실 공동체 내에서 대비되는 답변이 있는 경우 정답이 무엇인지 설명하는데 있어서 교사의 권위를 활용하기보다는 수학에 강한 학생들의 공헌을 적절히 활용해서 다른 학생들로 하여금 다시 한번 생각할 수 있는 기회를 제공하였다.

교사 M은 학생들 나름대로의 방법을 발표할 수 있는 학습 분위기를 만들어 주기 위해 이미 발표된 것보다 수학적으로 덜 세련된 방법을 발표하는 경우조차 받아들이는 경향이 있었다. 여러 가지 다른 해결 방법과 관련하여 교사 M은 무엇이 수학적으로 다른 방법을 만드는지에 관한 깊이 있는 토론은 대개 추구하지 않았다. 예를 들어, 42-26을 계산하는데 있어서 쿠키를 그려서 문제를 해결한 경우와 동그라미를 그려서 문제를 해결한 경우 서로 다른 방법으로 인정해 주었을 뿐, 이 두 방법이 수학적으로 왜 다른지 또는 같은지에 관한 논의는 없었다. 한편, 여러 가지 문제해결 방법의 비교 및 대조를 바탕으로 하여 어떤 해결 방법이 수학적으로 다른지, 세련된 지, 쉬운지, 등등의 논의가 별로 없었던 것은 수학은 개개 학생들에게 의미 있어야 한다는 교사의 기본 생각과 연관된 것이었다. 즉, 학생이 수학적으로 타당한 한 가지 해결방법을 사용하고 그 방법에 대해서 자신이 이해한 바를 교실 공동체 내에서 설명할

수 있지만 하면, 그것이 어떤 방법이든지 간에 이 교실에서 합당한 것으로 받아들인다는 것이다.

하지만, 학생들의 다양한 해결 방법과 관련하여 그것이 수학적 개념 및 절차의 이해와 직접적으로 관련되는 경우, 교사는 보다 능동적인 역할을 했다. 예를 들어, 교사는 학생들이 개념적인 이해 없이 알고리즘만을 기억하여 문제풀이에 적용하는 것에 대해서 매우 민감한 반응을 보였는데, 특히 학생들이 세로셈 형태의 계산 방법을 발표했을 때 심진 블록을 이용하는 상황과 연계시켜 각 단계에서의 절차가 뜻하는 바를 강조하는 것을 잊지 않았다. 또한 곱셈에 대한 도입 단계에서 한 학생이 곱셈의 교환법칙을 우연히 계산 중에 발견하고 주어진 문제 상황에 적용했을 때, 교사는 발견 자체를 인정했지만, 곱셈의 의미를 부각시키려는 수업 상황에서는 예를 들어 5x10과 10x5의 서로 다른 의미를 구별하여 강조했다.

넷째, 학생들의 아이디어를 활용하는 전략은 교사 M이 설명한 대로 ‘학생관찰(kid-watching)’이었다. 활동 시간 동안, 교사 M은 학생들이 주어진 과제를 잘 수행하고 있는지 점검해 볼 뿐만 아니라 주어진 문제에 어떻게 해결 방법을 시도했는지도 파악하려 노력했다. 면담에서 설명하기를, 문제해결 단계에서 학생들의 전반적인 전략을 파악할 수 있다고 했지만, 실제 교사의 도움이나 중재 없이도 학생들이 자신들끼리의 활동에서도 그러한 전략을 제대로 활용하는지 살펴볼 필요가 있다고 말했다. 이러한 조심스런 관찰로 인해서 교사 M은 토론 시간에 무엇을 문제제기 해야 하고 이와 관련하여 무엇을 가르치고 강조해야 할 필요가 있는지를 알아냈다. 이와 같은 학생관찰에 관한 생각은 석사과정을 통해 피아제의 연구에 대해서 학습하게 되고, 유치원 교사로서의 경험 때문에 비

롯되었다. 이 때부터 어떻게 어린 아동들이 배우는지를 이해하기 시작했고 학생들을 관찰하는 것이 얼마나 중요하며 그들이 정말 아는 바를 조사하기 위해서 적절한 발문을 하는 것이 얼마나 중요한지 깨닫기 시작했다. 한편, 교사 M에게 있어서 정규수업 시간의 모든 단계에서 학생들이 어떻게 문제를 풀어 나가는지를 관찰하는 것과 함께 개별 면담은 실제 학생들이 수학을 어느 정도 이해했는지를 평가하는 기본적인 도구였다.

마지막으로, 위에 기술한 모든 전략 위에, 교사 M은 학생들에게 스스로 앎의 양식을 발전시켜 나갈 많은 기회를 제공해 줌으로써 자신의 수학 시간에 위험부담을 감내할 의지가 있었다. 면담 중, 수학 수업이 일반적으로 계획했던 대로 진행되는지 물어봤을 때, 교사 M은 학생들이 무엇을 발표할지 또는 어떻게 활동할지 예측할 수 없다는 점에서 학생들을 일종의 ‘폭탄(bomb)’ 이라고 표현하였다. 그럼에도 불구하고, 교사 M은 수업에 대한 열정과 사랑을 변함없이 가지고 있었고, 그녀의 오랜 기간 동안의 교수 경험에 기초하여 예측치 못한 학생들의 반응을 다루는 방법에 대해 자신감을 가지고 있었다.

이렇듯 교사 M의 우선 순위는 효과적인 수학교실 공동체를 형성함으로써 학생들이 자연스럽게 긍정적인 수학적 성향을 개발하도록 촉진하는 것임에 반해, 개념적인 이해 역시 전적으로 등한시 한 것은 아님을 살펴봐야 할 필요가 있다. 위에 소개된 전반적인 수학교실 문화는 교사 M이 수학적 내용을 직접 가르치는 것보다는 안내자의 역할을 부각시켰을 것이다. 하지만, 학생들의 아이디어가 개념적 이해와 직접적으로 연관되는 경우 적절하게 구체물을 연계시키거나 토론의 방향을 이끌어 나가면서 보다 능동적인 역할을 수행했으며, 전체 토론

에서 필요에 따라 조심스럽게 발표할 학생들을 선정함으로써 논의되는 주제와 관련된 수학적 개념 또는 내용에 대한 관심을 드러냈던 것이다.

예를 들어, 에피소드 3에서 반영되었듯이 많은 학생들이 논의되는 주제에 대해서 혼동하는 경우에, 교사 M의 주요 교수 전략 중의 하나는 수학에 강한 학생들로 하여금 발표를 하게 하는 것이었다. 이와 같은 교수 전략은 크게 두 가지 방법으로 해석 가능하다. 우선 개별적 관점(individual perspective)에서, 교사 M은 매우 능숙한 교사로 자신의 권위 대신에 수학에 강한 학생들로 하여금 발표하게 하여 토론에 수학적 아이디어를 간접적으로 삼입할 수 있었다는 것이다. 이것은 다분히 수학교실 공동체에서 자신이 제기하는 수학적 아이디어가 얼마나 강한 것인지 또는 그렇지 않은 것인지에 대해서 동료 학생들의 인식과 평가에 바탕으로 두고 자신의 위치를 형성해 나가기보다는, 교사가 해당 학생들의 수학적 재능을 인정하고 이를 공동체 안에서 적극적으로 활용한다는 측면에서 수직적으로 학생들 간의 위계 또는 권위를 인식하게 하는 것으로 분석해 볼 수 있다.

한편, 대안적으로 공동체적 관점(communal perspective)에서 개인보다는 전체로서의 수학교실이 지식의 근원으로 간주될 때, 교사 M의 교수 전략은 개인보다는 수학교실 공동체의 강함과 약함을 고려하는 것으로 분석할 수 있다. 이와 같이 수학교실 공동체의 전체적인 기능에 초점을 두었을 때, 개개 학생들이 공동체 내에서 차지하는 상대적인 위치 또는 위계는 다소 중요하지 않게 인식되고, 그 대신에 개개 학생들이 참여하는 수학교실 공동체가 학생들의 수학적 성향은 물론 개념적 발달을 가져올 만큼 충분히 효과적이나 하는 것이 보다 중요한 관

심사가 되는 것이다.

#### IV. 논의: 교수법 개발과 수학교실문화 형성

##### 1. 교수 경험과 교수법 개발

앞서 언급된 교사 M의 경우는 교사의 교수 경험이 실제 교수법이나 교수법에 관한 신념을 결정하는데 있어서 가장 중요한 요소들 중의 하나임을 입증한다. 어떻게 학생들이 수학을 학습하는지, 그리고 결과적으로 어떻게 수학을 가르쳐야 하는지를 깨닫는데 있어서 교사 M에게 학생들과 상호작용 하는 것은 매우 중요했다. 학생들이 얼마나 많은 수학을 알고 있는지 깨닫지 못하던 교사 M이 교수 경험을 통해서 학생들의 생각에 관심을 가진 후에야, 학교에서 수학을 배우기 이전에도 수학을 많이 알고 있다는 것을 믿게 되었다. 교사 M의 교수법은 간단히 말해서 아동을 관찰하고, ‘그 아동이 성공적인 수학 학생이 되기 위해서 그 다음에 무엇을 알아야만 하는가?’라는 질문을 끊임없이 자신에게 되물어 봄으로써 그 아동의 사고를 도와주는 것이었다. 면담에서 강조했듯이, 교사 M은 수학 교과서가 아니라 아동에 의해서 자신의 수학 교수법을 개발해 나갔다. 예를 들어, 교사 M은 많은 아동들이 맹목적인 암기만으로 알고리즘을 사용하는 것을 관찰했기 때문에, 그들이 자리값 개념을 어느 정도 이해한 시점에서, 그리고 여러 가지 비형식적 계산법을 창안해 내는 경험을 충분히 가진 후에야 표준 알고리즘을 가르치기로 결정했던 것이다. 교사 M의 교수는 학생들의 수학적 사고를 끊임없이 파악하기 위한 탐구였으며 이와 같은 점에서 매일의 수학 수업은 교수법 개발의 주

요 매개체가 되었다.

한편, 교수 실체는 교수법 개발 과정에서 교사 M이 외부로부터 배운 아이디어를 실험해 보는 데 있어서 매우 중요한 역할을 했다. 종종 수학 교사의 교수법 개발에 교사교육 프로그램이 미친 영향을 분석한 사례를 보면, 변화하지 못하는 또는 기껏해야 피상적인 변화에 그치는 주된 원인은 교사가 외부에서 배운 방법을 자신의 수업 상황에 그대로 수입하여 따라해 보는데 그치기 때문이다(예, Carpenter, Franke, & Levi, 1998). 하지만, 교사 M의 경우는 수학 수업을 통해 자신의 학생들에게 무엇이 실제 작용을 하는지, 또는 무엇이 그렇지 않은지를 구별할 수 있는 필터 역할을 한 것이고, 학생들과의 이와 같은 일종의 실험은 외부의 교수 모델을 자기 나름대로 이해하고 적용하는 촉매 역할을 한 것이다.

최근 제 7차 교육과정의 시행과 더불어 수학 수업 개선을 위해서 교원양성 프로그램의 변화, 다양한 연수 프로그램과 세미나, 수업연구 및 발표대회, 동료장학 등 여러 가지 방법을 다각적으로 시행하고 있다. 이러한 방법의 궁극적인 성공 여부는 교사가 외부로부터의 정보를 수업을 통해 어떻게 재구성하는가에 달려 있다고 해도 과언이 아니다. 학생들의 수학적 사고에 대해서 배우는 장으로써 수업을 인식하지 못하고 결과적으로 학생들과의 상호작용이 그러한 학습을 만들어내지 못하는 한 외형적인 성공과 지원은 비효율적일 수밖에 없다. 이제는 “교수 경험이 교수법 개발에 영향을 끼친다”와 같은 통념적인 전제를 뛰어 넘어서, 교사가 교수경험을 통해서 구체적으로 무엇을 배워나가고 교수법 개발과 관련하여 어떻게 해석하고 활용해 나가는지, 그리고 자신의 교수경험에 대한 인식론적 견지가 어떻게 새로운 수학교실문화를 만들어나가는 데 기여하는 지를 분

석해야 할 것이다.

## 2. 개별 인성 특성과 교수법 개발

학생 중심의 수학교실문화를 이루고 적절한 사회수학적 규범을 형성하는 데는 교사의 개별 인성 특징 역시 많은 영향을 미친다. 본인의 교수 실제에 대한 불만족과 이를 계기로 학생들이 수학을 이해하는 과정을 돕고자 했던 교사 M의 자발적인 동기는 수학교육에 지속적인 관심을 갖게 하고 능동적인 역할을 하는데 초석이 되었다.

학생 중심의 수학교실문화를 이룬다는 것은 학습과 관련된 모호함이나 불확실성이 드러나는 경우 위험을 감수해야 하는 어려움을 동반한다. 어떻게 문제를 풀 것인지 학생들에게 직접 말로 설명하는 대신에 그들로 하여금 다양한 문제해결 전략과 사고 방법에 대해 발표하도록 용기를 북돋워주는 교수법은 학습과 관련된 대화의 방향을 정확히 예측할 수 없기 때문에 교사로 하여금 일종의 불안감을 느끼게 할 수 있다. 또한 구체적 조작물이나 흥미진진한 활동 형태를 활용하는 수업은 학생들 통제 측면에서 교사로 하여금 어려움을 겪게 할 수도 있다. 교사 M 역시 이와 같은 불확실성이나 어려움을 겪는 일에 예외는 아니었지만, 자신의 수학 수업이 예상한 대로 진행되지 않았을 때, 교사 M은 그 수업 경험으로부터 무엇이 문제였는지를 짚어내고 이를 바탕으로 더 나은 후속 수업을 계획하려고 노력하려는 성향을 가지고 있었다. 학생들은 자기 나름대로 의미를 만드는 과정을 통해 수학을 학습한다고 믿었기 때문에, 교사 M은 위험 부담을 감수했고 학생들이 문제 풀이 방향이나 아이디어와 관련하여 혼동되어 있을 때, 보통의 교사들처럼 매우 상세한 설명을 제공해 주는 대신에, 때로는 인지

적 혼동을 겪게 하면서 여러 가지 아이디어를 고민해 볼 수 있는 기회를 제공했던 것이다.

그동안 우리나라에서 교사의 교수법 개발과 관련하여 빈번히 논의되는 영역은 교사의 지식과 신념 부분이었다. 하지만, 교사 M의 사례는 교사의 개별 인성 특징도 간과할 수 없는 영역임을 보여주고 있다. 특히, 새로운 수학교실문화 형성에 따른 불확실성을 받아들이고 그것에 따르는 위험을 감수하려는 의지와 노력 정도는 교수법 개발에 많은 영향을 끼치기 때문이다. 또한 교사 M의 경우처럼, 자율성과 전문성을 바탕으로 자신의 교수법과 관련된 결정을 내리는 주체가 바로 교사 자신이어야 한다고 생각할 때, 교사는 국가적 수준에서 강조되는 아이디어들을 반성적 사고 없이 그대로 실행하는 대신에 그런 아이디어의 여러 가지 대안을 고려하고 그 효율성을 수업을 통해 경험적으로 검증해 볼 것이기 때문이다.

## 3. 수학교실문화 형성과정과 교사의 역할

전형적인 교사 중심의 수학교실문화를 학생 중심의 문화로 바꾸는 것은 분명히 쉽지 않은 과제이며 근본적인 변화를 의미하는 개혁이다. 이러한 변화 과정에서 우리는 학생이 정답여부에 관계없이 자신의 생각을 발표할 수 있는 분위기를 만들어 주고, 학생들의 흥미를 고려한 활동이나 과제를 제시하기도 하며, 교사의 일방적 강의보다는 모둠별로 과제를 다양하게 해결해 보고, 그 방법을 발표할 수 있는 기회를 제공해 보기도 한다. 하지만, 이러한 일련의 시도는 교사나 학생들의 참여 양상을 바꿀 수는 있지만, 수학적 성향의 발달이나 개념적 이해를 자동적으로 촉진하는 것은 아니라는 점에 주의를 기울여야 할 필요가 있다. 즉, 다양하고

재미있는 수학 활동에 참여하면서, 학생들은 긍정적인 수학 학습 경험을 가지면서도 개념적으로 수학을 배울 기회를 가지지 못할 수도 있으며, 특별히 수학적 방법으로 사고하고 의사소통하며 가치를 부여하는 방법을 배우지 못할 수도 있다.

따라서, 교사가 수학 시간에 학생들의 다양한 사회적 참여 양상을 활용하여 학생들로 하여금 바람직한 수학적 신념이나 가치를 개발하도록 북돋워 주고 수학적 개념에 대한 이해를 증진시키는지 그렇지 못한지를 분석하는 데는 일반적인 사회적 규범보다는 사회수학적 규범이 보다 중요한 도구가 되어야 할 것이다. 또한 효과적인 수학교실문화를 형성하는 데 있어서 역동적인 교사의 역할이 부각되어야 할 것이다.

본 연구에서 교사 M은 학생들의 참여와 다양한 아이디어를 바탕으로 효과적인 수학교실문화를 형성하였다. 사회수학적 규범을 바탕으로 교사 M과 학생들은 함께 수학교실 공동체를 구성하고 자신의 주장에 관해서 수학적으로 타당한 근거를 제기하도록 요구하였으며 다른 사람의 설명과 문제 해결 방법에 도전을 제기하는 것 등을 통해서 수학적 의미를 협상해나갔다. 학생들은 자신의 이해과정에 기초해서 수학을 배우고 있었고, 무엇보다 사고하고 의사소통하고 논의하고 증명하고 가치를 부여하는데 있어서 특별히 수학적 양상에 참여하고 있었다. 여기서 교사의 역할은 그러한 토론이나 대화가 점차적으로 좀더 세련된 수학적 양상을 닮아갈 수 있도록 주의 깊게 중재하는 것이었다.

이렇듯 사회수학적 규범은 수학교실 공동체에 참여하는 것과 관련하여 특별히 수학적 양상을 개발하는 것과 관련된 규범으로서 학생들의 수학적 참여의 질을 반영하고 그들의 개

념적 학습 기회를 예시해 주는 중요한 요소이기 때문에, 학생들의 수학적 발달을 촉진시키는 수학교실문화를 만들어보려는 교사의 경우 자신의 수학 시간에 형성되는 사회수학적 규범에 보다 관심을 기울여야 할 것이다.

## V. 맺는 말

본 논문은 학생중심의 수학교실문화를 형성하는데 따르는 난제를 바탕으로 미국 초등학교 저학년 수업 사례를 바탕으로 교사와 학생들이 어떻게 수학적인 논의가 이루어질 수 있는 교실문화를 형성해 나가는지 그 일면을 상세하게 분석하고 교사의 교수법 및 교수법 개발 과정에 대해서 살펴보았다. “어떻게 하면 수학을 보다 잘 가르칠 수 있을까”라는 교수법에 관한 물음은 전혀 새롭지 않은 의문인데 반해서 교수법 변화 또는 개발 과정에 관한 답은 간단하지 않다. 예를 들어, 발달심리학에 근거한 교사교육 프로그램에서는 교사가 기존에 가지고 있던 아이디어가 적절치 않음을 깨달아 결국 수학 학습 및 수학의 본질에 관한 생각이 바뀌어 교수법의 변화가 이루어진다고 보는 반면에 (Schifter & Fosnot, 1993), 인지과학에 근거한 프로그램에서는 교사가 가지고 있는 지식의 내용과 조직 측면에서, 예를 들어 학생들이 어떻게 수학적 사고를 개발하는지에 관해서 교사가 잘 구조화된 지식을 가지고 이를 활용할 수 있을 때 진정한 교수법 변화가 이루어진다고 본다(Carpenter, Fennema, Peterson, & Carey, 1988). 한편, 교사가 학생들의 수학적 개념 구성과 수학적 아이디어를 논의하는 과정에서 학생들과 함께 새로운 사회적 또는 사회수학적 규범들을 협상해 나가는 과정에서 교수법 변화가 이루어질 수도 있다(Cobb & Bauersfeld, 1995).



이와 같이 서로 다른 패러다임과 그에 따른 교수법 변화에 관한 전제 및 설명은 수학교육 문헌에서 강조하는 바람직한 수학교실문화가 기존의 전형적인 교수 방법의 목록에 새로운 교수 기술 몇 개를 단순하게 첨가하는 것으로 형성되지 않는다는 점을 반영하는 것이다. 수학교실문화를 형성하는데 핵심적인 역할을 하는 교사가 지속적으로 학생들의 수학적 사고와 성향을 증진시키는 방향으로 수학의 교수·학습 과정 자체에 대한 본질을 이해해 나가야만 하는, 결코 쉽지 않은 과제인 것이다.

전형적인 수학 수업을 통해 수학을 배운 교사에게 있어서, 학생 중심의 수학교실문화를 만들어 나가는 것은 교수·학습과 관련된 상당한 정도의 위험 부담을 수반하는 것이다. 따라서, 교사들이 자발적인 의지를 가지고 새로운 형태의 교수법을 적용하거나 개발시켜 나가려고 할 때 경험하게 되는 다양한 난제들 또는 수업의 불확실성에서 비롯되는 문제들을 어떻게 해결해 나가는지 연구하는 것은 교수법 변화와 관련하여 필요한 연구분야이다. 바람직한 수학교실문화의 형성이나 교수법의 궁극적인 변화는 결국 해당 교사가 교수·학습과 관련된 여러 가지 이론이나 아이디어를 바탕으로 자신의 수학 수업을 통해 구현했을 때 비롯되는 것임을 고려해 볼 때(Kirshner, 2002), 이와 같은 종류의 연구는 지속되어 논의될 필요가 있으며, 본 논문은 한 미국 초등학교 교사의 수학교수법에 관한 사례를 통하여 초등수학 교실문화의 형성과정과 교수법 개발에 관련한 논의의 장을 제공한 것이다.

## 참고문헌

교육부(1997). 제 7차 수학과 교육과정. 서울:

대한교과서 주식회사.

방정숙(2000, April). *Challenges in implementing reform ideals: Insights from South Korean and the U.S. elementary mathematics classrooms*. Paper presented at the Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics. Chicago, IL.

방정숙 (2001a, April). *Challenges of reform: Utility of sociomathematical norms*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. Seattle, WA. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 452 076)

방정숙(2001b). 사회수학적 규범과 수학교실문화. 수학교육학연구, 11(2), 273-289.

Bowers, J., Cobb, P., & McClain, K. (1999). The evolution of mathematical practices: A case study. *Cognition and Instruction*, 17(1), 25-64.

Burrill, G. (1997). The NCTM Standards: Eight years later. *School Science and Mathematics*, 97(6), 335-339.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L. & Carey, D. A. (1988). Teachers' pedagogical content knowledge of students' problem solving in elementary arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 385-401.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (1998, April). *Teachers' epistemological beliefs about their knowledge of children's mathematical thinking*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Diego, CA.

- Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(1), 5-43.
- Cobb, P. & Bauersfeld, H. (eds.). (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P., & Whitenack, J. (1996). A method for conducting longitudinal analysis of small groups. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 213-228.
- Kirshner (2002). Untangling teachers' diverse aspirations for student learning: A crossdisciplinary strategy for relating psychological theory to pedagogical practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(1), 46-58.
- LeTendre, G. K. (1999). The problem of Japan: Qualitative studies and international educational comparisons. *Educational Researcher*, 28(2), 38-45.
- McClain, K., & Cobb, P. (2001). An analysis of development of sociomathematical norms in one first-grade classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(4), 236-266.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: The Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- Peterson, P. L. (1994). Revising their thinking: Keisha Coleman and her third grade mathematics class. In H. H. Marshall (Ed.), *Redefining student learning: Roots of educational change*, 151-176. Norwood, NJ: Ablex Publishing.
- Research Advisory Committee (1997). Clarifying the contributions of research with NCTM. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(4), 396-397.
- Schifter, D. & Fosnot, C. T. (1993). *Reconstructing mathematics education: Stories of teachers meeting the challenge of reform*. New York: Teachers College Press.
- Schmidt, W., Jorde, D., Cogan, L. S., Barrier, E., Bonzalo, I., Moser, U., et al. (1996). *Characterizing pedagogical flow: An investigation of mathematics and science teaching in six countries*. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers.
- Smith III, J. P. (1996). Efficacy and teaching mathematics by telling: A challenge for reform. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 387-402.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.

# An American elementary school teacher's teaching practice toward student-centered mathematics classroom culture

Pang, Jeong Suk (Korea National University of Education)

The mathematics education community is seeking to change a teacher-centered classroom culture to a student-centered culture. However, the real transition is not easy, even for teachers who are eager and willing to teach differently. The challenge for teachers is to use the social structure of the classrooms to nurture students' development toward mathematical ways of thinking and communicating as well as their understanding of mathematical concepts and processes.

By introducing an elementary teacher's teaching practice and professional development along with her classroom episodes,

this paper is to make strides toward an enriched understanding of the culture of the elementary mathematics classrooms in which students may have a lot of opportunities to develop conceptual understanding and mathematical disposition. This paper first provides a detailed description of the classroom flow in terms of general social norms and sociomathematical norms in order to explore how the teacher and the students have established such a student-centered mathematics microculture. This paper then analyzes the teacher's teaching approach and professional development.