

## 방사용 기어펌프 최적설계

천길정

원광대학교 기계공학부

## Optimal Design of a Gear Pump for Yarning

Cheon Gill-Jeong

Division of Mechanical Engineering, Wonkwang University

**Abstract** – Optimal design program for an external gear pump for yarning has been developed. Optimization is accomplished using ADS program. Pump design parameters can be determined automatically for maximum gear efficiency with constraints considering shaft, bearing, gear and pump. Comparing the design parameters obtained by the program with those of the sample, it was verified that the program could be used as a design tool if it is modified a little.

**Key words** – gear pump, yarning, optimal design, volume efficiency, mechanical efficiency.

### 1. 서 론

기어펌프는 다른 종류의 펌프에 비하여 적은 체적과 높은 신뢰성을 가지는 장점이 있어, 산업용으로 널리 이용되고 있다. 특히 고온 고압 특성과 정밀 제작제어 특성이 요구되는 각종 장단섬유용 방사작업과, 전선의 피복 및 필름제조를 위해 사용되는 폴리머를 성형하고 압출하는 작업에 많이 이용되고 있다.

지금까지의 기어펌프와 관련한 연구는, 치형과 설계 제원 등이 펌프성능에 미치는 영향[1,2], 토출유량과 토출 압력의 맥동을 감소 방안[3,4], 맞물린 이빨 사이에 간힌 유체의 체적 변화에 따른 진동 소음의 감소 방안 [5,6], 측면 마찰 손실감소와 윤활 및 발생열 감소방안 [7,8]과 관련된 분야에 집중되어 왔다.

따라서 본 연구에서는 정격 토출유량과 토출압력을 낼 수 있는 펌프의 제반 제원을 자동으로 결정할 수 있는 자동 설계 프로그램의 개발을 시도하였다. 설계 대상으로는 장단섬유 방사 작업에 주로 이용되는 외접 형 스퍼기어 인볼류트치형 기어펌프를 선정하였으며, 설계 프로그램에 의하여 결정된 설계 제원과 수입시판 중

인 펌프의 제원을 비교하여, 개발된 설계 프로그램의 적합성을 검토하였다.

### 2. 본 론

기어펌프는 펌프 기능을 수행하는 핵심 요소인 기어와 하우징, 동력 전달을 위한 축, 및 축을 지지하는 배어링으로 구성된다. 따라서 기어 펌프의 최적 설계를 위해서는 각 요소의 설계 조건들을 모두 검토하여야 한다. 외접형 기어펌프의 작용원리는 Fig. 1과 같고, Fig. 2는 방사용 기어펌프의 부품사진이다.

기계시스템을 구성하는 각 요소들의 반경방향 제원은 팽창의 원리에 의해 안쪽에 위치하는 요소에서부터 바깥쪽에 위치하는 요소 순서로 결정되기 때문에, 기어펌프 요소의 제원은 제일 먼저 축의 제원부터 결정된다.

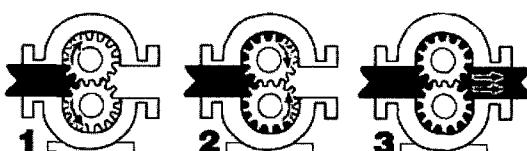


Fig. 1. Schematic diagram of the operating principle of the external gear pump.

<sup>†</sup>주저자 · 책임저자 : gjcheon@wonkwang.ac.kr

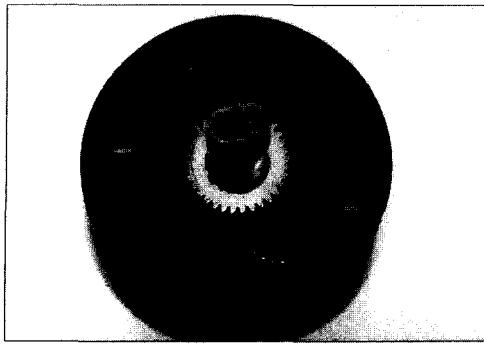


Fig. 2. Photograph of the yarning pump elements.

### 2-1. 측설계 관련 조건

구동축은 정격 토출 유량과 토출 압력을 발생시키는 데 소요되는 동력을 전달할 수 있는 강도를 지녀야 하며, 이때 축이 전달하는 토크는 토출압력과 유량에 의해서 결정된다.

한편 구동기어를 축에 연결시킬 때, 다중 출력의 경우에 대비한 조립 분해 가능성을 고려하여 펀키이를 이용하므로, 구동축의 직경을 결정할 때에는 펀키이의 제원을 고려하여야 한다.

구동축과 폐동축 모두에는 치물림에 의해 반경방향 힘이 작용하고, 이에 의해 반경방향으로 처짐이 발생하는데, 그 값이 과도할 경우 하우징과 기어가 접촉할 가능성이 있으므로, 그 최대 값을 제한하여야 한다.

### 2-2. 펌프 설계 관련조건

제반 설계 변수와 펌프 성능 사이의 관계식은 다음과 같다[3].

#### 일회전당 토출 유량

$$Q_{th} = \frac{\pi b}{2} \left[ \frac{m_G D_{a1}^2 + D_{a2}^2}{2m_G} - \frac{2}{m_G + 1} C^2 \right] - \frac{m_G + 1}{6m_G} p_N^2, \quad (1)$$

$$p_N = \pi n \cos \phi_n \quad (2)$$

측면 틈새를 최적화할 경우, 최소 측면누설량은 다음과 같이 표시 된다.

$$Q_s = 27(k_1 + k_2) R_a^3 \left( \frac{\mu}{P} \right)^{1/2} N_s^{3/2} \quad (3)$$

여기에서  $k_1$ 과  $k_2$ 는 측면틈새 등에 의해 결정되는 변수이다.

측면누설 손실 동력은 다음과 같다.

$$H_{sl} = Q_s P \quad (4)$$

반경틈새 누설량은 다음과 같이 표시 된다.

$$Q_r = b \left( \frac{1}{6N_c t_a \mu} \frac{P}{h_r^3} - 2\pi R_a N_s h_r \right), \quad (5)$$

$$t_a = 2R_a \left( \frac{t}{2R} + \text{inv}\phi - \text{inv}\phi_a \right), \quad (6)$$

$$\cos \phi_a = \frac{R \cos \phi_n}{R_a} \quad (7)$$

반경틈새 누설 손실 동력은 다음과 같다.

$$H_{rl} = Q_r P \quad (8)$$

마찰손실을 최소화 하기 위한 최적틈새 제원을 이용할 때, 펌프 마찰부에서의 마찰 손실들은 다음과 같다.

#### 측면 마찰손실 동력

$$H_{sf} = \frac{1}{3} (K_1 + K_2) \frac{1}{R_a} (\mu P)^{1/2} N_s^{3/2} \quad (9)$$

여기에서  $K_1$ 과  $K_2$ 는 설계제원에 의해 결정되는 변수이다.

#### 이끌면 마찰손실동력

$$H_{rf} = 8\pi^{3/2} b (\mu P)^{1/2} N_s^{3/2} (N_c t_a)^{1/2} R_a^{3/2} \quad (10)$$

한편, 펌프에 작용하는 압력에 의한 힘과 치면력은 축을 통하여 지지베어링에 전달되는데, 그 크기는 다음과 같이 표시된다.

$$F_{px} = PR_a b \frac{(\cos \theta_d - \cos \theta_s)}{\theta_h} \quad (11)$$

$$F_{py} = PR_a b \frac{(\theta_h + \sin \theta_d - \sin \theta_s)}{\theta_h} \quad (12)$$

$$F_{ty} = \frac{1}{2} Pb \frac{R_a^2 - R^2}{R} \quad (13)$$

$$F_{tx} = F_{ty} \tan \phi \quad (14)$$

$$F_x = F_{px} + F_{tx} \quad (15)$$

$$F_{y1} = F_{py} - F_{ty} \quad (16)$$

$$F_{y2} = F_{py} + F_{ty} \quad (17)$$

$$F_{bl} = \frac{1}{2} \sqrt{F_x^2 + F_{y1}^2} \quad (18)$$

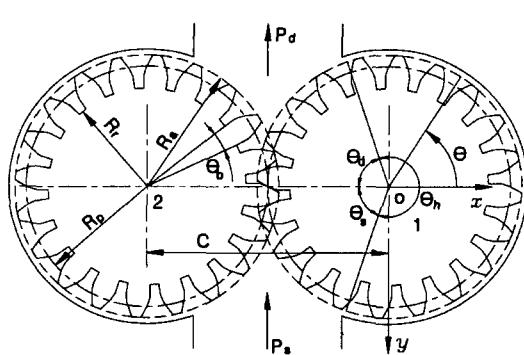


Fig. 3. Schematics of the gear pump.

$$F_{b2} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (19)$$

여기에서  $F_p$ 는 유압에 의한 힘,  $F_b$ 는 치물림에 의한 힘이고,  $F_d$ 는 베어링에 작용하는 힘이다. 하침자  $x, y$ 는 각각  $x, y$  방향을 나타내고, 1, 2는 각각 구동축과 피동축을 나타낸다.

### 2-3. 베어링 설계 관련 조건

고온 고압용 기어펌프의 경우 파손은 주로 베어링부에서 발생하기 때문에, 적정 부하용량을 보장하기 위한 베어링 제원의 결정에 신중을 기하여야 한다. 높은 부하용량과 열전달 용이성 및 체적감소를 위해 고온 고압용 기어펌프에는 볼베어링보다 저널베어링이 선호된다. 작용원리상 구동축 베어링과 피동축 베어링에 작용하는 부하가 서로 다르고, 구동기어는 입력축과 일체가 되므로, 구동기어의 지지베어링은 기어의 상하부 하우징에 있고, 피동기어는 수동적으로 회전만하는 아이들러의 역할을 하므로 축에 헐거운 끼워맞춤되어 기어와 축이 각각 베어링과 저널의 역할을 한다.

저널베어링의 부하용량 계산에는 수치계산이 용이한 무한소폭베어링(ininitely short bearing) 기준을 적용하였고, 입력축의 구조상 베어링의 끝단이 막혀 있으므로 베어링 틈새 누설량은 무시하며, 경계조건으로는 음압 형성을 방지하는 Reynold's 조건을 적용하였다. 이 때 부하지지용량과 마찰력 및 마찰 손실동력을 다음과 같이 표시된다[9].

부하 지지용량

$$W = \frac{1}{2} \pi R_s N_s \mu \frac{B_l^3}{C_b^2 (1-\varepsilon^2)^2} \cdot [\pi^2 (1-\varepsilon^2)^2 + 16\varepsilon^2]^{1/2} \quad (20)$$

마찰력

$$F_{bf} = \frac{4\pi^2 \mu B_l R_s^2 N_s}{C_b} \cdot \frac{1}{(1-\varepsilon^2)^{1/2}} \quad (21)$$

마찰손실 동력

$$H_{bf} = 2\pi R_s N_s \cdot F_{bf} \quad (22)$$

베어링 틈새비 제한조건과 종횡비 제한조건, 및 표면 거칠기 가공조건을 고려한 최소유막 두께 제한조건들을 설계 제한조건으로 부과한다.

### 2-4. 기어설계 관련 조건

펌프용 치형은 통상 축방향 하중에 의한 문제를 예방하고 가공을 쉽게 하기 위해 인볼류트 평치차를 이용하고, 압력각은 주로  $20^\circ$ 를 사용하기 때문에, 본 연구에서도 압력각이  $20^\circ$ 인 인볼류트 치형 평치차를 설계의 대상으로 하였다.

기어펌프를 설계하는데는 일반적인 동력전달용 기어설계식을 적용하여, 이때 고려해야 할 사항들은 다음과 같은 것들이 있다.

- 굽힘강도 제한조건
- 피팅강도 제한조건
- 스코링강도 제한조건
- 치형간섭 방지 조건
- 물림률 제한조건
- 종횡비 제한조건

본 연구에서는 강도제한 조건으로 AGMA 조건식을 적용하였다[10].

피치 원주 속도가  $100 \text{ m/s}$  이하인 경우에는 물림마찰 손실과 공기손실은 베어링 손실에 비하여 매우 적으므로, 물림 마찰손실은 무시한다.

스코링 강도 조건으로서 섬광온도 제한조건을 이용하기 위해서는 자동유체의 섬광허용온도 지수 값을 알아야 하나, 사용유체인 폴리머의 종류가 매우 다양하고 정확한 허용온도가 알려져 있지 않기 때문에, 상대 운동하는 두 치면 사이의 최소 유막두께가 두 치면의 접촉을 방지할 만큼 충분해야 하는 최소 유막두께 제한 조건을 적용하였다.

한편 구동기어는 키이에 의해 구동축에 연결되며, 기어의 림(rim) 두께는 키이의 결합조건 및 최소 림두께 조건을 고려하여 결정하여야 하므로, 이 제한 조건을 고려하여야 한다.

### 2-5. 설계문제 최적화

방사용 기어펌프의 경우 공장 내부의 공간적 여유가

비교적 충분하며, 펌프 고장에 의한 조업중단과 그에 따른 손실이 크고, 펌프의 고장이 주로 발생열에 기인하는 기어나 베어링의 융착과 마찰에 의해 발생한다. 방사되는 섬유의 굵기가 균일해야하기 때문에 토출량의 변동이 적어야하나, 고압 기어펌프의 경우 실제 토출유량의 맥동율은 이론치 보다도 훨씬 적고 맥동율은 기어의 잇수가 많을수록 적어진다[1-4]. 따라서 본 연구에서는 효율의 최대화를 목적함수로 선정하였다.

펌프의 효율은, 누설량 등에 의해 결정되는 체적 효율과, 마찰 손실 등에 의해 결정되는 기계효율의 곱으로 표시된다.

설계 변수들은 구동기어의 잇수, 기어비, 모듈을 및 구동축과 피동축의 베어링 편심률, 반경틈새량 및 축반경등 총 9개로 선정하였다. 이 값들이 결정되고 나면, 기어의 폭은 설계 토출유량에 의해 결정되고, 축면틈새량은 축면틈새 누설량 식에 의해서 결정되며, 베어링 길이는 부하지지 용량에 의하여 결정된다.

제한 조건들로는 앞에서 살펴본 바와 같은 축, 펌프, 베어링 및 기어 설계조건들이 적용된다. 목적함수와 제한 조건들을 표준최적화 공식으로 변환하여 정리하면 다음과 같다[12].

$$\text{Min. } OBJ = 1/E_p \quad (23)$$

$$\text{s. t. : } G_i < 0, i = 1 \sim 25 \quad (24)$$

$$G_1 = b_{min}/b - 1.0 \quad (25)$$

$$G_2 = R_{sm1}/R_{s1} - 1.0 \quad (26)$$

$$G_3 = R_{sm2}/R_{s2} - 1.0 \quad (27)$$

$$G_4 = R_{rm1}/R_{r1} - 1.0 \quad (28)$$

$$G_5 = R_{rm2}/R_{r2} - 1.0 \quad (29)$$

$$G_6 = 500 \cdot C_{b1}/R_{s1} - 1.0 \quad (30)$$

$$G_7 = 500 \cdot C_{b2}/R_{s2} - 1.0 \quad (31)$$

$$G_8 = 1.0 - 1000C_{b1}/R_{s1} \quad (32)$$

$$G_9 = 1.0 - 1000C_{b2}/R_{s2} \quad (33)$$

$$G_{10} = 0.7R_{s1}/B_{f1} - 1.0 \quad (34)$$

$$G_{11} = 0.7R_{s2}/B_{f2} - 1.0 \quad (35)$$

$$G_{12} = 1.0 - 3.0 \times R_{s1}/B_{f1} \quad (36)$$

$$G_{13} = 1.0 - 3.0 \times R_{s2}/B_{f2} \quad (37)$$

$$G_{14} = -\varepsilon_1 \quad (38)$$

$$G_{15} = -\varepsilon_2 \quad (39)$$

$$G_{16} = 1.0 - \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{R_{sl}}{2000C_{b1}\varepsilon_1} \quad (40)$$

$$G_{17} = 1.0 - \frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{R_{s2}}{2000C_{b2}\varepsilon_2} \quad (41)$$

$$G_{18} = \frac{\sigma_F}{\sigma_{FP}} - 1.0 \quad (42)$$

$$G_{19} = \frac{\sigma_H}{\sigma_{HP}} - 1.0 \quad (43)$$

$$G_{20} = \frac{h_{min}}{h_{sf}} - 1.0 \quad (44)$$

$$G_{21} = \frac{z_{min}}{z_1} - 1.0 \quad (45)$$

$$G_{22} = \frac{\varepsilon_{cmin}}{\varepsilon_c} - 1.0 \quad (46)$$

$$G_{23} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cmax}} - 1.0 \quad (47)$$

$$G_{24} = b/5\pi m - 1.0 \quad (48)$$

$$G_{25} = 3\pi m/b - 1.0 \quad (49)$$

$$X_{il} \leq X_i \leq X_{iu}, \quad i = 1 \sim 9 \quad (50)$$

최적화에 이용된 프로그램은 공개 소스프로그램인 ADS를 이용하였다. 초기 조건에 따라 수렴되는 최적 설계 변수가 여러 가지로 달라지기 때문에, 다양한 초기 조건을 제공하여 얻어지는 수치들 중에서 계열 표준 제원 부근의 값을 최종 최적 값으로 선정하였다. 1차 수렴에 의해 결정되는 잇수값을 제일 가까운 정수값으로 고정한 후, 나머지 변수들의 최적값을 다시 탐색하여 결정한다.

## 2-6. 최적화 결과 예

방사용 기어펌프로 시판되는 Barmag사 제품의 제원

**Table 1. Design parameters obtained by the program: 1.8 cc**

	Barmag	Program	Error (%)
Flow Rate (cc/rev)	1.8	1.8	
Differential Pressure (bar)	400	400	
Gear	No. of Teeth Module (mm) Width (mm)	20 1 9	20 0 84
Driving Shaft	20	16	20
Diameter (mm)			
Idle Shaft	10	9.3	7
Diameter (mm)			
Input Bearing Length (mm)	11.5	13.2	15
Efficiency (%)		60	

**Table 2. Design parameters obtained by the program:  
120 cc**

	Barmag	Program	Error (%)
Flow Rate (cc/rev)	120	120	
Differential Pressure (bar)	400	400	
No. of Teeth	18	24	33
Gear	Module (mm)	3.5	2.9
	Width (mm)	85	90
Driving Shaft Diameter (mm)	35	40	14
Idle Shaft Diameter (mm)	38	40	5.2
Input Bearing Length (mm)	29	55	85
Efficiency (%)		79	

과 비교하기 위하여, 동일한 토출유량과 토출압력에 대하여 프로그램을 적용하여 제원을 결정하였으며, 그 결과는 Table 1 및 Table 2와 같다. 표준 샘플을 확보하고 있는 모델의 토출 유량과 토출 압력이 각각 1.8 cc/rev, 400 bar인 1-inlet, 4-outlet 타입과 120 cc/rev, 400 bar인 1-inlet, 1-outlet 타입 두 가지여서, 이 수치를 제품의 비교 스펙으로 선정하였다. 모든 재질들의 물성치는 SKH-51의 값을 이용하였고, 사용유체의 동 점도는 0.045 pa-sec/Mpa로 가정 하였다.

두 가지 모두에 있어서, 개발된 프로그램에 의한 제원이 샘플의 제원보다 더 보수적인 경향을 보인다. 특히 1.8 cc의 경우에는 치폭의 제원이 큰 차이를 보이고, 120 cc의 경우에는 입력축의 길이가 큰 차이를 보인다. 이는 제원 결정에 이용한 제반 상수들과 재질의 물성치가 정확하지 않기 때문인 것으로 추정된다. 또한 샘플 제품의 경우, 제품군의 계열화와 관련된 표준 제원들이 이용되었을 가능성도 예상된다.

그 밖에 잇수와 모듈, 및 축 직경과 베어링의 길이들은 두 가지 제원이 비교적 유사한 값을 갖는다. 또한, 본 프로그램을 이용하면 샘플 제원의 측정에 의해서는 결정하기 어려운 펌프하우징의 반경틈새와 측면틈새, 및 베어링 틈새의 최적치 등을 결정할 수 있다. 따라서 향후, 보다 정확한 물성치를 이용하여 치폭 관련 제원을 얻을 수 있도록 프로그램을 개선하면, 개발된 프로그램은 다양한 스펙의 외접형 기어 펌프를 자동설계 하는데 이용될 수 있을 것으로 판단된다.

### 3. 결 론

방사용으로 이용될 고온 고압형 기어 펌프의 설계제원을 자동으로 결정하기 위하여, 효율 최대화를 목적함수로 하는 최적설계 프로그램을 개발하였다. 제한조건으로는 펌프를 구성하는 핵심요소들인 축, 기어, 베어링 및 펌프의 설계 조건들을 적용하였으며, 개발된 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 시판중인 샘플의 제원과 프로그램에 의해 결정된 제원을 비교하였다.

현재 일부 제원이 샘플의 제원과 많은 차이가 있는 항목이 있으나, 사용 재질의 물성치가 보다 정확히 결정되고 프로그램이 개선되면, 개발된 프로그램은 외접형 기어펌프의 자동설계 프로그램으로 이용될 수 있을 것으로 판단된다.

### 후 기

이 논문은 2001년도 원광대학교의 교비지원에 의해 서 수행됨.

### 기호설명

<i>b</i>	: tooth width
<i>B</i> <sub>i</sub>	: bearing length
<i>C</i>	: center distance
<i>C</i> <sub>b</sub>	: bearing clearance
<i>D</i> <sub>s</sub>	: shaft diameter
<i>D</i> <sub>a</sub>	: addendum diameter
<i>E</i>	: efficiency
<i>F</i>	: force
<i>h</i>	: fluid film thickness
<i>h</i> <sub>r</sub>	: gear housing radial clearance
<i>h</i> <sub>sf</sub>	: surface roughness
<i>H</i>	: power
<i>k</i> <sub>1</sub> , <i>k</i> <sub>2</sub>	: parameter for side leakage
<i>K</i> <sub>1</sub> , <i>K</i> <sub>2</sub>	: parameter for radial leakage
<i>m</i>	: module
<i>m</i> <sub>G</sub>	: gear ratio ( $\geq 1$ )
<i>N</i> <sub>c</sub>	: teeth number contacting with housing
<i>N</i> <sub>s</sub>	: round per second of the input shaft
<i>P</i>	: pressure difference, ( <i>P</i> <sub>d</sub> - <i>P</i> <sub>s</sub> )
<i>Q</i>	: flow rate
<i>R</i>	: pitch circle radius

$R_a$	: addendum radius
$R_{rm}$	: minimum root radius
$R_{sm}$	: minimum shaft radius
$t$	: tooth tip thickness
$X_i$	: design parameter
$X_{il}, X_{iu}$	: lower and upper bound of the design parameter
$W$	: load carrying capacity
$z$	: teeth number
$\phi$	: transverse pressure angle
$\phi_n$	: normal pressure angle
$\theta_d$	: discharge angle
$\theta_s$	: suction angle
$\theta_h$	: housing contacting angle
$\varepsilon$	: eccentricity ratio
$\varepsilon_c$	: contact ratio
$\sigma_F$	: maximum tooth root stress
$\sigma_{FP}$	: permissible tooth root stress
$\sigma_H$	: contact stress
$\sigma_{HP}$	: permissible contact stress
$\mu$	: dynamic viscosity

### 참고문헌

- Chen, C. K., Yang, S. C., "Geometric Modelling for Cylindrical and Helical Gear Pumps with Circular Arc Teeth," *IMechE*, Vol. 214, Part C, pp. 599-607, 2000.
- Mimmi, G. C., Pennacchi, P. E., "Involute Gear Pumps Versus Lobe pumps: A Comparison," *ASME J. Mechanical Design*, pp. 458-465, 1997.
- 김철호, "유압 기어펌프의 성능 향상을 위한 연구," 전북대학교 석사학위논문, 1994.
- 김철호, 정재연, "Involute 치형을 가진 유압 기어펌프의 릴리프 홈의 위치에 관한 연구," 윤활학회지, Vol. 16, NO. 2, pp. 126-132, 2000.
- Mimmi, G. C., "Experimental Investigation of Flow-rate Irregularity in Rotary Gear Pumps," *ASME DE*-Vol. 43-1, pp. 283-289, 1992.
- Lee, S. H., Royston, T. J., "Air-Borne, Fluid-Borne and Structure-Borne Noise Radiation Paths in a Hydraulic Power Application Equipped with a Gear Pump," *NOISE-CON 97*, pp. 47-52, 1997.
- Imthurn, A., "Lubrication of Hydrodynamic Bearings in Gear Pumps," *ANTEC '97*, pp. 278-282, 1997.
- Frith, R. H., Scott, W., "Comparison of an External Gear Pump Model with Test Data," *Wear*, Vol. 196, pp. 64-71, 1996.
- Pincus, O., Sternlicht, B., "Theory of Hydrodynamic Lubrication," McGraw-Hill, 1961.
- AGMA, "ANSI/AGMA 2001-B88 Manual," 1988.
- MAAG, "MAAG Gear Book," 1990.
- Optimization User's Group, "Automated Design Synthesis Version 1.0," 1984.