

병렬구조 신 압연기의 최적설계 : 조작성 및 제어성능의 최대화

Optimal Design of a New Rolling Mill Based upon Stewart Platform Manipulator : Maximization of Kinematic Manipulability

홍 금 식, 이 승 환, 최 진 태
(Keum-Shik Hong, Seung-Hwan Lee and Chintae Choi)

Abstract : A kinematic and dynamic optimal design of a new parallel-type rolling mill based upon Stewart platform manipulator is investigated. To provide sufficient degrees-of-freedom in the rolling process and the structural stability of each stand, a parallel manipulator with six legs is considered. The objective of this new parallel-type rolling mill is to permit an integrated control of the strip thickness, strip shape, pair crossing angle, uniform wear of the rolls, and tension of the strip. By splitting the weighted Jacobian matrices into two parts, the linear velocity, angular velocity, force, and moment transmissivities are analyzed. A manipulability measure, the ratio of the manipulability ellipsoid volume and the condition number of a split Jacobian matrix, is defined. Two kinematic parameters, the radius of the base and the angle between two neighboring joints, are optimally designed by maximizing the global manipulability measure in the entire workspace. The maximum force needed in the hydraulic actuator is also calculated using the structure determined through the kinematic analysis and the Plücker coordinates. Simulation results are provided.

Keywords : rolling mill, parallel manipulator, Stewart platform, Jacobian matrix, manipulability, kinematic optimal design

I. 서론

원통형 롤을 이용한 압연공정을 통한 철강제품의 생산은 17세기 말 무렵 영국에서 그 기원을 찾을 수 있다[1]. 18세기에 접어들면서 수차를 동력원으로 사용하는 압연기가 등장하였으며, 증기기관의 발명으로 동력원이 수차에서 증기기관으로 바뀌었고, 전기의 발명과 더불어 전동기를 이용한 압연 시스템으로 발전되었다. 19세기 초에는 3중 압연기에 의한 압연이 이루어 졌으며, 1920년대에는 다단계 연속압연기가 등장하였고, 그 이후로 계속 발전되어 지금의 최첨단 압연설비에 이르고 있다. 그림 1은 현재의 다단계 연속압연 시스템을 보이고 있다.

그림 2는 압연기의 작동도를 보이고 있다. 현재의 하나의 압연기 스탠드(stand)에는 스트립(strip, 강판)을 압연하는 두개의 작업롤(work roll)과 작업롤의 변형(deformation)을 지지해주는 두개의 지지롤(backup roll)이 있으며, 압연량(판의 두께)을 조절하기 위하여 상부의 롤을 수직방향으로 이동시키기 위한 2개의 유압실린더와 균일한 판두께를 얻기 위하여 작업롤 쌍을 어긋나게 배치시키기 위한 수평방향의 유압실린더(2개)로 구성되어 있다. 두개의 작업롤을 어긋나게 배치시키는 이유는 압연 시 롤의 변형(중앙부가 양 끝단에 비해 처짐량이 큼)으로 인하여 판의 중앙부가 좌우 끝단에 비하여 두꺼워 질 수 있는데, 이를 방지하기 위하여 상/하부의 롤을 어긋나게 배치시킴으로서 끝단부의 눌림량이 중앙부의 눌림량보다 약간 작게함으로써 판재의 균일한 압연효과를 얻을 수 있기 때문이다.

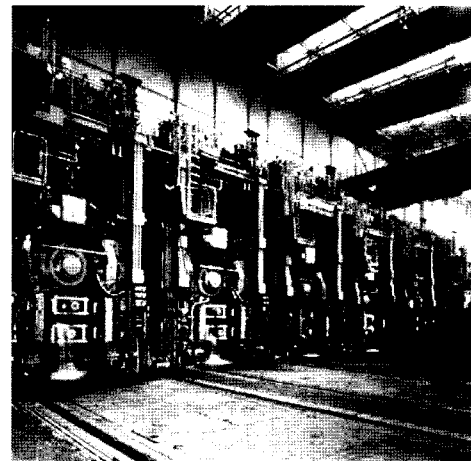


그림 1. 현재의 다단계형 연속압연공정.
Fig. 1. The current multi-stand rolling process.

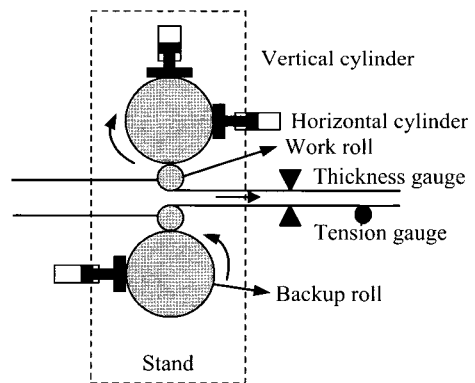


그림 2. 현재의 압연기의 작동도.
Fig. 2. Operation schematic of a rolling mill.

논문접수 : 2002. 1. 24. , 채택확정 : 2002. 7. 9.
홍금식: 부산대학교 공과대학 기계공학부 (kshong@pusan.ac.kr)
이승환: 부산대학교 대학원 지능기계공학과(shlee@pusan.ac.kr)
최진태: 포항산업과학연구원 (chintae@rist.re.kr)
※ 본 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 과제번호 KRF-2001-041-E00075의 지원에 의하여 연구되었습니다.

이와 같이 두개의 롤을 어긋나게 배치시키는 것을 롤교차(roll pair-crossing)라고 부른다. 압연 중 롤교차 각도, 압연력, 축력, 롤간격 등은 압연변수들로서 서로 결합되어 압연공정의 동특성에 영향을 미친다.

현재의 압연설비에서는 압연 시작 전 압연재료에 따라 스트립의 두께와 롤교차각도가 설정되면, 압연작업 도중에는 롤의 회전속도와 장력제어를 위한 루퍼(looper)의 각도만이 조절될 수 있다. 따라서, 잘못 설정된 롤간격(roll gap)과 롤교차로 인하여 불량판재가 발생되더라도 전 생산라인을 중지하지 않는 한 즉각적인 실시간 수정은 불가능하다. 또한, 현재의 압연기의 구조에서 롤간격과 롤교차를 실시간으로 제어할 수 있게끔 시설을 보완한다 하더라도, 각각의 작업롤은 3자유도 운동 즉, 수직방향으로의 이동, 수평면에서의 회전 운동, 롤의 회전운동만을 하게 되어 판두께 제어, 장력 제어, 판의 형상 제어, 롤의 균일마모 등을 통합적으로 제어하는 것은 불가능하다 하겠다.

본 논문에서는 위와 같은 문제점을 해결하기 위하여 새로운 병렬형 머니플레이터(parallel manipulator) [2-6] 형태의 압연기의 최적설계를 시도한다. 제안된 새로운 개념의 병렬형 구조의 압연기는 6개의 유압실린더를 사용하여 작업롤의 6자유도 운동을 만드는 것이 가능하기 때문에 스트립의 두께, 장력 및 형상의 통합제어가 가능하고, 기존의 시스템에서 장력제어를 위하여 사용되는 루퍼의 기능까지 포함하기 때문에 루퍼가 없는 압연기의 구현도 가능하게 된다.

압연공정에서는 큰 동력과 정밀한 위치제어가 요구된다. 병렬형 압연기는 6개의 유압실린더를 병렬로 사용함으로써 압연하중을 분산시켜 고부하에 견딜 수 있고, 직렬형 머니플레이터(serial manipulator)와 비교하였을 때 구조적으로 강성이 크고, 응답특성이 빠르며 위치정밀도가 좋다 하겠다. 그러나, 직렬형 머니플레이터에 비하여 작업공간이 작다는 단점이 있지만, 압연공정의 경우에는 요구되는 작업공간이 크지 않으므로, 제안된 신 개념의 병렬구조는 기존의 압연시스템을 대체할 수 있는 차세대 신 압연기술이라 할 수 있겠다.

본 논문에서 검토되는 스투어트 플랫폼(Stewart platform)은 상판(platform)과 하판(base) 그리고 상/하판을 연결하는 6개의 미끄럼관절로 표시되는 유압실린더와 상/하판과 유압실린더를 연결하기 위한 유니버설 조인트로 구성된다. 따라서, 작업롤은 스투어트 플랫폼의 상판에 부착되고, 압연하기 위해서는 두개의 스투어트 플랫폼이 아래/위로 대칭으로 배치되어 아래 위에서 두개의 작업롤을 각각 받쳐 주는 형태가 된다.

본 논문에서는 압연공정에 가장 적합한 스투어트 플랫폼의 구조, 즉 압연시의 작업롤의 운동, 작업공간 그리고 롤에 발생하는 힘/모멘트 등을 적용하여 압연공정에 가장 적합한 스투어트 플랫폼의 기구학적/동역학적 구조를 찾아내는 것을 목표로 한다. 스투어트 플랫폼의 설계는 두 단계로 나뉘어진다. 첫 번째 단계는 기구학적인 설계이다. 이것은 주어진 상판의 반경에 대하여 하판의 반경과 관절의 배치, 유압실린더의 길이를 결정하는 것을 포함한다. 기구학적 관계식으로부터 속도-자코비안행렬(velocity Jacobian matrix: 이후 자코비안행렬을 자코비안으로 약칭함)을 유도한 뒤, 병진/회전운동시의 속도전달특성과 힘/모멘트 전달특성에 대한 조작성지수

(manipulability index)를 좋게 하는 기구학적 파라미터들을 찾는다. 본 논문에서 조작성 해석은 속도-자코비안과 힘-자코비안으로부터 총 4개(선속도, 회전각속도, 힘, 모멘트)의 자코비안을 유도한 뒤, 각각의 자코비안으로부터 조작성타원체의 체적과 조건수(condition number)를 구해 그것의 비(ratio)로써 새로운 조작성지수를 정의한다.

두 번째 단계는 동역학적 설계이다. 이것은 주어진 압연상황에 충분한 성능을 발휘하는 유압실린더에 작용하는 최대 힘을 결정하는 단계이다. 만약, 롤을 포함한 상판의 질량과 관성모멘트가 알려져 있고, 압연 시 발생하는 외부 힘과 토크, 상판의 가속도, 각속도, 속도, 각속도가 얼마인지 알려져 있다면, 6개의 유압실린더에 작용하는 최대 힘을 찾을 수 있게 된다. 본 논문에서의 최종설계는 조작성 해석을 통하여 설계된 기구학적 구조로부터 동역학 해석을 수행하여 이루어진다.

본 논문의 공헌은 다음과 같다. 본 논문은 병렬구조의 신 압연기술에 대한 세계 최초의 연구이다. 속도 및 힘-자코비안들로부터 유도된 타원체의 체적과 조건수의 비로서 새로운 조작성지수가 정의되며, 정의된 조작성지수가 압연공정시의 작업공간 내에서 최대가 되도록 압연기의 기구학적 파라미터들이 결정된다. 또한, 압연 시에 필요한 힘의 합력과 모멘트의 합력을 파악한 후 동역학해석을 통하여 압연기의 작동기를 설계한다. 본 논문에서 얻어진 결과는 신 압연기술의 개발을 위한 중요한 기초제원을 제공할 것이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. I절의 서론에 이어, II절에서는 압연공정에 대한 간략한 기술과 더불어, 스투어트 플랫폼의 구조와 기구학적 구속조건으로부터 속도-자코비안을 유도한 뒤, 가상일의 원리를 적용하여 힘-자코비안을 유도하고, 기구학적 및 동역학적 해석에 필요한 압연공정의 작업공간을 정의한다. 이것은 새로운 개념의 입출력 전달특성 해석의 바탕이 된다. III절에서는 작업공간을 고려한 조작성 해석을 통하여 병렬형 압연기의 기구학적 구조를 결정하고 스투어트 플랫폼의 최적의 다리길이를 결정한다. IV절에서는 III절에서 얻은 기구학적 매개변수들의 값을 바탕으로 동역학적 해석을 수행하여 유압실린더에 작용하는 최대 힘을 결정하게 된다. 마지막으로, V절에서 본 논문의 결론이 기술된다.

II. 압연공정과 스투어트 플랫폼의 구조

본 절에서는 독자들의 이해를 돕기 위하여 압연공정에 대하여 1절에서 먼저 간략히 기술하기로 한다. 그리고 2절 및 3절에서 스투어트 플랫폼의 기본구조와 좌표계의 정의, 자코비안행렬의 유도, 그리고 기구학해석 시에 필요한 압연공정의 작업공간에 대해서 간략히 기술하기로 한다.

1. 압연공정

압연이란 회전하는 두개의 원통형 롤 사이에 스트립을 밀어넣어 롤에 압력을 가하여 스트립을 더 얇게 만드는 과정을 말한다. 압연 시 사용되는 스트립의 온도가 어느 정도이냐에 따라 열간압연공정(재결정온도 이상)과 냉간압연공정(재결정온도 이하)으로 나뉘어진다[7]. 주조공정에서 제조된 슬라브(slab)는 가열로(reheating furnace)를 통해 열간압연이 가능한 온도(1250-1300°C)까지 가열되고, 이때 가열된 슬라브

위에는 산화된 박편(scale)이 생기게 되는데 고압수를 분사하여 스케일을 제거하게 된다. 두꺼운 슬라브는 한번에 원하는 두께로 압연할 수 없기 때문에 조압연기(roughing mill)로 적당한 두께로 압연을 한 후 마무리압연기(finishing mill)로 원하는 두께로 압연을 하게 된다. 이때 두께제어에는 X-선 두께 측정기가 이용되며, 압연기와 압연기의 사이에 루퍼가 있어 스트립이 겹쳐지거나 끊어지지 않게 장력을 조절한다. 이렇게 마무리 압연기를 거쳐 나온 스트립은 뜨겁고 매우 길기 때문에, 수냉장치로 스트립을 적절한 온도까지 낮추고, 출하를 위해 권취기(down coiler)로 감게 된다.

2. 스튜어트 플랫폼의 구조 및 자코비안

그림 3은 스튜어트 플랫폼의 개략도이다. 고정된 하판과 공간상에서 강체운동을 하는 상판 사이를 다수(본 논문에서는 6개를 대상으로 함)의 작동기로 연결하고, 작동기에 길이 변화를 줌으로서 상판의 필요한 자유도(본 논문에서는 6자유도)를 얻는 구조이다. 따라서, 작업물을 상판에 부착시킬 때 롤은 6자유도 운동을 하게 되며, 두개의 스튜어트 플랫폼을 아래/위로 대칭으로 위치시킴으로써 두개의 작업물을 서로 맞게 하는 구조를 만들 수 있다.

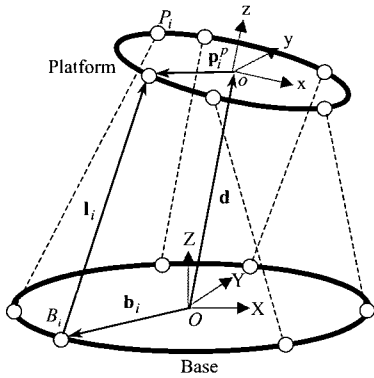


그림 3. 스튜어트 플랫폼 머니플레이터의 개략도: 좌표계의 설정.

Fig. 3. Schematic of the platform manipulator: Coordinate systems.

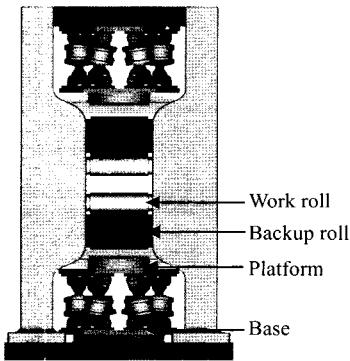


그림 4. 제안되는 새로운 병렬형 압연기.

Fig. 4. A new rolling mill using two Stewart platforms.

그림 4는 하나의 스탠드에 두개의 플랫폼이 아래/위로 배치되어 압연기를 구성하는 모습을 보이며, 그림 5는 7개의

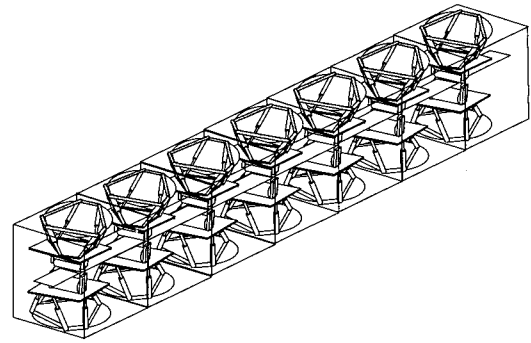


그림 5. 제안되는 병렬형 압연기를 사용한 다단계 연속압연 공정의 개념도.

Fig. 5. A continuous rolling process using the parallel rolling mills proposed.

스탠드가 배치된 연속압연공정을 보이고 있다. 각 스탠드에 설치된 개개의 스튜어트 플랫폼은 같은 형태를 가지므로, 본 논문에서는 하나의 스튜어트 플랫폼만을 설계하는 방법을 다룬다. 그림 6은 유압작동기와 연결되는 하판과 상판의 관절배치도이다. 그림 6과 같이 관절들을 배치한 것은 스튜어트 플랫폼에서 발생할 수 있는 기구학적 특이점(kinematic singularity)을 피하기 위해서이다[8,9]. 특이점은 외부하중의 지지나 말단효과장치(end-effector)의 구동력과 관계되고 또한 구조를 불안정하게 만드는 원인이 되기 때문에 설계 시에 피해야 할 중요한 문제이다.

본 논문에서 설계 파라미터는 하판의 반경(r_b), 하판 및 상판에서의 두 관절 사이의 각도($2\phi_b, 2\phi_p$)이다. 롤의 크기에 의해 상판의 반경 r_p 가 결정되고 상판의 반경에 대한 하판의 반경을 구할 필요가 있으며, 일반적으로는 ϕ_b 와 ϕ_p 를 서로 다른 각도를 갖게 설계할 수 있겠으나, 본 논문에서는 $\phi_b = \phi_p$ 로 가정한다. 즉, 머니플레이터의 조작성을 최대화하기 위한 하판의 크기와 관절 사이의 각도를 설계하는 것이 본 논문의 주제이다.

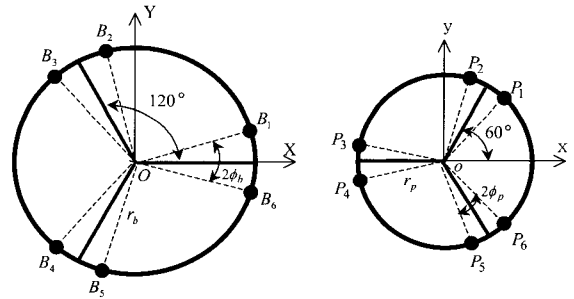


그림 6. 하판 및 상판의 관절 배치도.

Fig. 6. Joint locations on the base and platform.

그림 3 및 그림 6에서 하판에 부착된 X-Y-Z 좌표계는 고정좌표계로써 좌표계의 원점 O는 하판의 중심에 위치하고 있으며, 상판에 부착된 x-y-z 좌표계는 이동좌표계로써 좌표

하는 힘을 상판에 발생하는 힘/모멘트로 사상시키는 역할을 한다. (7)의 J_v 와 (12)의 J_f 는 액튜에이터에 가해지는 속도 및 힘에 대해 말단효과장치에서 발생하는 병진속도, 회전속도, 힘, 모멘트 등의 출력특성을 파악할 수 있기 때문에 스튜어트 플랫폼의 입출력 전달율과 조작성해석에 이용된다.

$J_f = (J_v^T)^{-1}$ 로부터 속도변수들과 힘/모멘트 변수들은 서로 이원적(dual) 관계를 갖고 있음을 알 수 있다. 따라서, 힘-자코비안의 입출력 전달율과 조작성이 좋을지라도, 속도-자코비안의 입출력 전달율과 조작성은 나쁠 수 있다. 그러나, 병렬형 신 압연기는 응답속도가 빠른 유압실린더에 의해 병렬로 연결되어 플랫폼을 이송시키기 때문에 응답속도가 빠르므로 속도-자코비안을 고려치 않고, 힘-자코비안만을 고려하는 것도 타당성이 있다.

3. 작업공간의 정의

본 절에서는 압연공정에서 필요한 작업공간을 살펴보기로 한다. 직렬형 머니플레이터의 경우, 작업공간이란 3차원 공간상의 점들의 집합으로써, 일반적으로 접근가능작업공간(reachable workspace)과 온방향작업공간(dexterous workspace)으로 나뉘어 진다. 접근가능작업공간이란 말단효과장치가 어느 한 방향에서라도 접근할 수 있으면 포함되는 모든 공간상의 점들의 집합을 말하며, 온방향작업공간이란 말단효과장치가 모든 방향에서 접근가능할 경우로 국한되는 점들의 집합을 말한다. 그러나, 스튜어트 플랫폼과 같은 병렬형 메커니즘에 있어서는 온방향작업공간이란 존재하지 않는다. 즉, 상판에 말단효과장치(본 논문에서는 작업롤이 됨)가 부착되어 있다고 가정할 때, 그 말단효과장치를 180° 돌려서 하판방향으로 향하게 하는 것은 구조적으로 불가능하기 때문이다. 또한, 본 논문에서는 공간상의 한 점에 촛점이 맞춰지는 것이 아니라, 공간상에서 강체가 놓이는 위치와 방향 두 가지 모두가 중요하게 되므로 직렬형 머니플레이터에서 정의된 작업공간은 본 논문의 경우 크게 관련이 없다 하겠다.

본 논문에서는 압연공정을 고려하여 다음과 같이 두 종류의 작업공간을 정의한다. 먼저, 롤의 병진변위에 촛점을 맞춰 상판의 중심위치가 도달할 수 있는 범위를 지칭하는 위치 작업공간(position workspace)을 아래와 같이 정의한다.

$$\Omega = \{(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) \mid -70 \leq \Delta X \leq 70, -100 \leq \Delta Y \leq 100, 0 \leq \Delta Z \leq 150; \text{ unit} = \text{mm}\}, \quad (13)$$

여기서 $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ 는 롤의 병진변위량을 나타낸다. 또한, 롤의 중심이 주어졌을 때 롤을 얼마만큼 회전시킬 수 있는지를 나타내는 회전작업공간(orientation workspace)을 아래와 같이 정의한다.

$$\Delta = \{(\theta_x, \theta_y, \theta_z) \mid -1.42 \leq \theta_x \leq 1.42, \theta_y = 0, -1 \leq \theta_z \leq 1; \text{ unit} = ^\circ\}, \quad (14)$$

여기서 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 는 고정각도로 표현된 상판의 회전변위량이다. 표 1은 롤의 6자유도 운동과 6자유도 운동의 압연공

정에서의 의미, 그리고 제어목적 등을 비교하고 있고, 또한 각 운동에서 필요한 작업공간을 나타내고 있다.

압연공정의 특성 상 회전작업공간의 영향은 아주 작기 때문에, 본 논문에서의 조작성 해석은 위치작업공간 만을 고려하여 수행된다. 그렇지만, 회전작업공간은 최소 및 최대 다리길이를 결정할 시점에서 다시 고려되게 된다. 특이형상은 그림 6과 같이 관절을 배치함으로써 피할 수 있지만, 작업공간 내의 특이점에 가까운 부분은 회전작업공간의 영향에 크게 좌우된다. 그러나, 병렬형 압연기의 회전작업공간은 거의 정적 평형상태에 가까우므로 압연시에 롤이 특이점에 다다르는 일은 없다 하겠다.

표 1. 작업공간의 제원.

Table 1. The workspace specifications.

6 DOF 운동		하부(상부) 플랫폼의 운동범위	제어 목적
병진 운동	관 진행 방향 (surge)	±70 mm	장력조절
	롤 좌우 이동 (sway)	±100 mm	롤 균일마모
	롤 두께 방향 (heave)	150 mm	판두께 조절
회전 운동	X-축 회전 (roll)	±1.42 °	좌우 판형상
	Y-축 회전 (pitch)	N/A	N/A
	Z-축 회전 (yaw)	±1 °	균일 롤변형

III. 기구학적 최적설계

1. 조작성 해석

순기구학 문제란 6개의 작동기의 길이가 주어졌을 때 상판의 위치와 방향이 무엇인가를 알아내는 문제이다. 같은 맥락으로, 조작성 해석이란 각각의 작동기에 일정크기의 선속도 성분 혹은 힘이 가해졌을 때 이들이 상판의 선속도/회전속도 및 힘/모멘트에 어떠한 영향을 미치는가를 분석하는 과정이다.

주어진 메커니즘의 입출력 특성을 분석하기 위해서, 단위 노름(norm)의 입력이 자주 이용된다. 그러나, 단위 노름의 입력은 메커니즘의 실제 전 작동범위를 대표하지는 않는다. 왜냐하면 작동기들 마다 발생하는 최대 힘과 속도가 서로 다를 수 있기 때문이다. 그러므로 각각의 작동기에서 발생하는 최대 힘과 속도로써 정규화(normalization)된 입력들을 사용하는 것이 바람직하다[12]. 이제, 입력속도와 입력힘을 다음과 같이 정규화한다.

$$\dot{\mathbf{q}}^\Delta = \mathbf{W}_l^{-1} \dot{\mathbf{q}}, \quad (15)$$

$$\mathbf{f}^\Delta = \mathbf{W}_f^{-1} \mathbf{f}, \quad (16)$$

여기서 $W_l = \text{diag}(i_{1\max}, i_{2\max}, i_{3\max}, i_{4\max}, i_{5\max}, i_{6\max})$, $W_f = \text{diag}(f_{1\max}, f_{2\max}, f_{3\max}, f_{4\max}, f_{5\max}, f_{6\max})$ 로써 6개의 다리에서 발생하는 최대선속도와 최대힘들을 나타내며, \wedge 은 정규화 된 값을 나타내기로 한다.

그러나 병렬형 압연기에 있어서 W_l 과 W_f 는 상수와 단위행렬의 곱으로 표현이 가능하다. 왜냐하면 각 유압실린더는 서로 대칭으로 배치되어 최대속도는 모두 같고, 최대 힘 또한 모두 같기 때문이다. (15)와 (16)을 (7)과 (12)에 각각 대입하면,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = (J_v W_l) \dot{\boldsymbol{\eta}}, \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = (J_f W_f) \hat{\mathbf{f}} \quad (18)$$

이 된다. (17)과 (18)에서 가중 자코비안들을 병진운동과 회전운동에 대한 두 부분으로 각각 분리하면,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{v_o} \\ \hat{J}_{\omega_o} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}, \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{F_o} \\ \hat{J}_{M_o} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{f}} \quad (20)$$

이 된다[12]. 여기서 $\hat{J}_{v_o}, \hat{J}_{\omega_o}, \hat{J}_{F_o}, \hat{J}_{M_o} \in R^{3 \times 6}$ 이고, 아래첨자 “o”는 출력(output)으로의 전달특성에 관계된 량이란 의미이다. (19)와 (20)에서 4개의 가중 자코비안들을 해석하는 방법은 모두 같기 때문에 대표적으로 하나만을 선택하여 해석하기로 한다.

이제, $\hat{\mathbf{u}}$ 은 정규화 된 입력성분을 나타내고 \mathbf{q} 는 출력성분을 나타내기로 한다. 따라서 (19)와 (20)의 4개의 식들을 다음과 같이 하나의 식으로 대표된다.

$$\mathbf{q} = \hat{J}_o \hat{\mathbf{u}}, \quad (21)$$

여기서 $\hat{J}_o \in \{\hat{J}_{v_o}, \hat{J}_{\omega_o}, \hat{J}_{F_o}, \hat{J}_{M_o}\}$, $\mathbf{q} \in \{\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{F}, \mathbf{M}\}$, $\hat{\mathbf{u}} \in \{\dot{\boldsymbol{\eta}}, \hat{\mathbf{f}}\}$ 이다. \hat{J}_o 의 6개 열들은 서로 선형독립이 될 수 없기 때문에 주어진 \mathbf{q} 에 대해 $\hat{\mathbf{u}}$ 은 유일하지 않다. 대신 \mathbf{q} 에 대한 최소 노름의 해(minimum norm solution)는 가능하다. \hat{J}_o 의 유사역행렬(pseudo-inverse matrix)을 \hat{J}_o^+ 이라고 하면 [13],

$$\hat{\mathbf{u}}^+ = \hat{J}_o^+ \mathbf{q} \quad (22)$$

이 되고, \hat{J}_o^+ 는 특이값 분해로부터

$$\hat{J}_o^+ = H_o \Sigma_o^+ G_o^T \quad (23)$$

로 표기될 수 있다. (23)에서 $G_o = [\mathbf{g}_1 \mathbf{g}_2 \mathbf{g}_3]$ 는 $\hat{J}_o \hat{J}_o^T \in R^{3 \times 3}$ 의 고유벡터 행렬이고, $H_o = [\mathbf{h}_1 \mathbf{h}_2 \mathbf{h}_3 \mathbf{h}_4 \mathbf{h}_5 \mathbf{h}_6]$ 는 $\hat{J}_o^T \hat{J}_o \in R^{6 \times 6}$ 의 고유벡터 행렬이며 G_o 와 H_o 는 직교행렬(orthogonal matrix)이 된다. 대각행렬 $\Sigma_o^+ \in R^{6 \times 3}$ 는 $\Sigma_o \in R^{3 \times 6}$ 전치행렬이 되며, 대각요소는 $\Sigma_o \in R^{3 \times 6}$ 대각요소의 역수가 된다.

이제, 작동기 입력벡터 $\hat{\mathbf{u}}$ 가 정규화 되어져 있기 때문에 $\hat{\mathbf{u}}$ 의 유클리드 노름은

$$\|\hat{\mathbf{u}}\|^2 = \hat{\mathbf{u}}^T \hat{\mathbf{u}} \leq 1 \quad (24)$$

을 만족하게 된다. 또한 $\hat{\mathbf{u}}^+$ 도 (24)를 만족하므로 최소 노름의 해가 된다. (22)를 (24)에 대입하면,

$$(\hat{\mathbf{u}}^+)^T \hat{\mathbf{u}}^+ = \mathbf{q}^T (\hat{J}_o^+)^T \hat{J}_o^+ \mathbf{q} \leq 1 \quad (25)$$

이 된다. (23)을 (25)에 대입하면,

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^T (\hat{J}_o^+)^T \hat{J}_o^+ \mathbf{q} &= \mathbf{q}^T (H_o \Sigma_o^+ G_o^T)^T (H_o \Sigma_o^+ G_o^T) \mathbf{q} \\ &= (G_o^T \mathbf{q})^T (\Sigma_o^+)^T \Sigma_o^+ (G_o^T \mathbf{q}) \leq 1 \end{aligned} \quad (26)$$

이 된다. \hat{J}_o 의 특이값을 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$), $\bar{\mathbf{q}} = G_o^T \mathbf{q}$, $\bar{\mathbf{q}} = [\bar{q}_1 \bar{q}_2 \bar{q}_3]^T$ 라고 하면,

$$\frac{\bar{q}_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\bar{q}_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{\bar{q}_3^2}{\sigma_3^2} \leq 1 \quad (27)$$

인 타원방정식이 유도된다[12]. 이제, (27)을 가중 자코비안 \hat{J}_o 의 출력 조작성타원체(output manipulability ellipsoid)라고 부르기로 한다.

위의 과정을 요약하면, 다음과 같다. 모든 가능한 정규화 된 입력들은 $\|\hat{\mathbf{u}}\| \leq 1$ 을 만족하고, 최대출력은 최대특이값 σ_1 에 대응하는 G_o 의 특이벡터 \mathbf{g}_1 의 방향으로 얻어진다. 그러므로 출력의 최대크기는 σ_1 이고, 이러한 최대출력을 얻기 위해서 입력 $\hat{\mathbf{u}}$ 은 $\mathbf{h}_1 = \hat{J}_o^+(\sigma_1 \mathbf{g}_1)$ 의 방향으로 가해져야 한다.

같은 방법으로, 최소출력은 최소특이값 σ_3 에 대응하는 G_o 내의 특이벡터 \mathbf{g}_3 의 방향으로 얻어진다. 그러므로 출력의 최소크기는 σ_3 이고, 이러한 최소 출력을 얻기 위해서 입력 $\hat{\mathbf{u}}$ 은 $\mathbf{h}_3 = \hat{J}_o^+(\sigma_3 \mathbf{g}_3)$ 의 방향으로 가해져야 한다.

따라서, $\|\hat{\mathbf{u}}\| \leq 1$ 을 만족하는 모든 입력들의 출력범위는

$$\sigma_3 \leq \|\mathbf{q}\| \leq \sigma_1 \quad (28)$$

이 된다. 그리고, 원하는 출력을 \mathbf{q}_d 라고 하면,

$\bar{\mathbf{q}} = \mu \mathbf{G}_o^T \mathbf{q}_d$ 라고 둘 수 있다. μ 는 최대 입/출력 전달물로 정의할 수 있고 위의 관계식을 (27)에 대입하면,

$$\mu = \left(\frac{\bar{q}_{d1}^2}{\sigma_1^2} + \frac{\bar{q}_{d2}^2}{\sigma_2^2} + \frac{\bar{q}_{d3}^2}{\sigma_3^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (29)$$

이 된다. 이때 $\bar{\mathbf{q}}_d = \mathbf{G}_o^T \mathbf{q}_d$ 이다.

조작성은 말단효과장치가 임의의 방향으로 얼마나 효율적으로 움직일 수 있는가를 나타내는 지수이다. 메커니즘의 조작성을 해석하기 위해서, 조작성타원체는 아주 유용한 도구이다. 그것은 입력공간에서 단위 구가 자코비안에 의해 사상되어 나타나는 출력공간에서 타원체를 형성한다. 타원체의 장축과 단축은 상관이 최대와 최소의 성능을 발휘하는 방향을 나타내며, 주축의 길이에 비례하게 된다. 여기서, 주축의 방향과 길이는 위의 내용에서처럼 특이값분해를 통해서 얻을 수 있다. 만일 타원체가 더욱 더 크고 원에 가까우면, 상관이 그만큼 더 빠른 속도 및 큰 힘을 발휘하고 방향성도 좋다는 것을 의미한다.

주어진 가중 자코비안에 대해 출력 조작성타원체의 체적 (manipulability ellipsoid volume, MEV)과 조건수(condition number, CN)는,

$$MEV = \frac{\pi^{\frac{\nu}{2}}}{\Gamma(1 + \frac{\nu}{2})} \prod_{i=1}^{\nu} \sigma_i, \quad (30)$$

$$CN = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \quad (31)$$

와 같이 정의된다[12,14]. ν 은 조작성타원체의 차원이고, $\Gamma(\cdot)$ 는 감마함수(gamma function)이다. 조작성타원체의 체적과 조건수의 물리적인 의미는 다음과 같다. 조작성타원체의 체적은 커질수록 주어진 입력에 대한 전체 출력은 커진다. 즉, 단위 입력에 대한 임의의 방향으로의 출력의 크기를 나타낸다. 조건수는 가중 자코비안의 방향에 관한 특성을 나타내며, 커질수록 심각한 상황을 만든다. 왜냐하면, 조건수는 기구학적 형상에 의존하고 조건수가 커지면 특이형상에 가까워지기 때문이다[4]. 따라서, 조건수가 커질수록 원하는 방향으로 원하는 출력을 낼 수 없는 상황을 만든다. 그러므로, 조건수가 작고 체적은 커지는 것이 바람직하다. 그러나, 조작성타원체의 체적이 크다고 해서 조건수가 좋다고는 할 수 없고, 조건수가 좋다고 해서 조작성타원체의 체적이 크다고 할 수는 없다. 따라서, 어느 한 지수만을 택하여 기구학적 최적설계를 하는 것은 바람직하지 않다.

이제, 새로운 조작성지수를 정의하면 다음과 같다.

$$\lambda(J_o) = \frac{\text{Manipulability Ellipsoid Volume of } J_o}{\text{Condition Number of } J_o} = \frac{MEV(J_o)}{CN(J_o)} \quad (32)$$

여기서, 새로운 조작성지수는 조작성타원체의 체적의 물리적인 의미인 입/출력의 크기와 관련되어 있고, 차원은 무차원인 조건수로 나누어진 양이므로 조작성타원체와 조건수를 동시에 고려한 정량적인 양임을 알 수 있다. 분리된 가중 자코비안의 각각에 대해 조작성지수를 정의하면,

$$\lambda_1 = \frac{MEV(\hat{J}_{v_o})}{CN(\hat{J}_{v_o})} : \text{병진속도-조작성지수(TVM)},$$

$$\lambda_2 = \frac{MEV(\hat{J}_{\omega_o})}{CN(\hat{J}_{\omega_o})} : \text{회전속도-조작성지수(RVM)},$$

$$\lambda_3 = \frac{MEV(\hat{J}_{F_o})}{CN(\hat{J}_{F_o})} : \text{힘-조작성지수(FM)},$$

$$\lambda_4 = \frac{MEV(\hat{J}_{M_o})}{CN(\hat{J}_{M_o})} : \text{모멘트-조작성지수(MM)}$$

와 같다. \hat{J} 의 아래첨자 \mathbf{v} , $\boldsymbol{\omega}$, \mathbf{F} , \mathbf{M} 는 각각 선속도, 각속도, 힘, 모멘트를 나타낸다. 위의 조작성지수는 국부적으로 작업공간 내의 각 지점마다 달라지게 된다. 따라서, 전체의 작업공간에 대해 적분하는 포괄적인 성능지수를 정의하면,

$$\Lambda_i = \frac{\int_{\Omega} \lambda_i(r_b, \phi_b, \phi_p) d\Omega}{\int_{\Omega} d\Omega}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (33)$$

이 된다. 여기서, Ω 는 작업공간 전 영역, λ_i 는 지역(local) 조작성, Λ_i 는 전역(global) 조작성을 나타내고, 그림 6에서처럼 r_b 는 하판의 반경, $2\phi_b$ 는 하판상의 두 관절 사이의 각도, $2\phi_p$ 는 상판상의 두 관절 사이의 각도를 나타낸다. 상판의 반경이 성능지수의 변수에 포함되지 않는 것은 상판의 중심에 물이 부착되므로 상판의 반경은 물의 길이에 의해 미리 결정된다고 가정하였기 때문이다.

결국, 전역 조작성지수는 기구학적 설계 파라미터들을 변수로 하는 함수가 된다. 만일 속도조작성이 크다면, 메커니즘이 빠른 응답특성을 보이며, 힘/모멘트 조작성이 크다면, 메커니즘은 유압실린더의 적은 힘으로도 외부력에 의한 큰 하중을 지지할 수가 있다.

2. 기구학적 설계 파라미터 결정

압연롤의 정적기준상태(static equilibrium position)는 상하판 좌표계의 원점들 사이의 위치벡터가 $\mathbf{d} = [0 \ 0 \ 0.8]^T$ 이고 회전행렬 R 이 단위행렬인 경우로 가정한다. 따라서 작업공간 상에서의 롤의 위치와 방향은 이제 정적기준상태에서 벗어난 양으로 표시될 수 있다.

II장의 3절에서 정의된 작업공간을 고려하여 III장의 1절에서 정의된 4개의 전역 조작성지수를 설계 파라미터인 하판의 반경 r_b , 상판의 관절사이의 각도 ϕ_p (본 논문에서는 하판의 관절사이의 각도 ϕ_b 는 ϕ_p 와 같게 둔다고 가정함)의 변화에 따라 그림 7, 그림 8, 그림 9, 그림 10에 각각 나타내었다. 기구학적 설계 파라미터를 결정하기 위해서 그림 7 및 그림

8을 등고선으로 표현하면, 그림 11 및 그림 12와 같다. 전역 조작성지수를 최대화 하는 설계 파라미터는 표 2에 요약한다. 표 2에서 보면, 전역 병진속도 및 회전속도 조작성지수는 상대적으로 중요치 않다고 표기되어 있는데, 즉 이들 지수들은 압연기 설계 시 고려 대상에서 제외시킬 수 있는데, 그 이유는 압연공정의 경우 압연두께와 롤 교차등의 급격한 변화보다는 압연 힘 및 모멘트의 변화가 상대적으로 중요하기 때문이다.

최적의 값을 도출하기 위한 설계 파라미터들의 변동범위 들은 다음과 같다.

설계 파라미터 변동범위

$$0^\circ < 2\phi_p < 60^\circ,$$

$$0^\circ < 2\phi_b < 60^\circ,$$

$$1,620 \text{ mm} \leq r_b \leq 2,850 \text{ mm}.$$

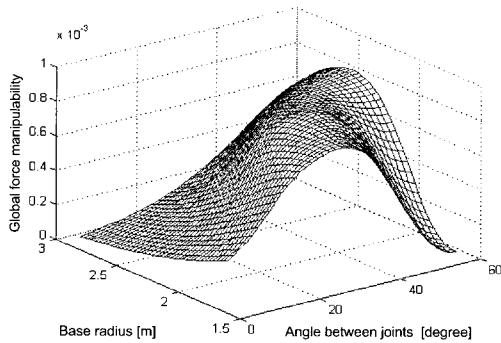


그림 7. 전역 작업공간 힘-조작성의 3D 분포.
Fig. 7. 3D plot of the global force manipulability measure.

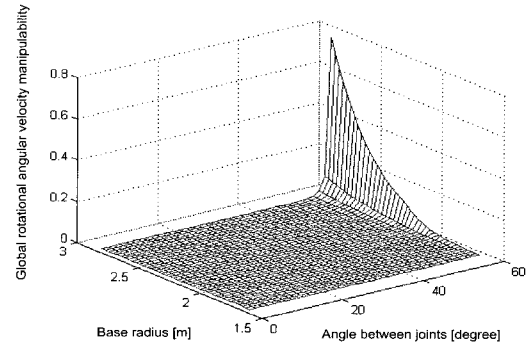


그림 10. 전역 작업공간 회전속도-조작성의 3D 분포.
Fig. 10. 3D plot of the global rotational angular velocity manipulability measure.

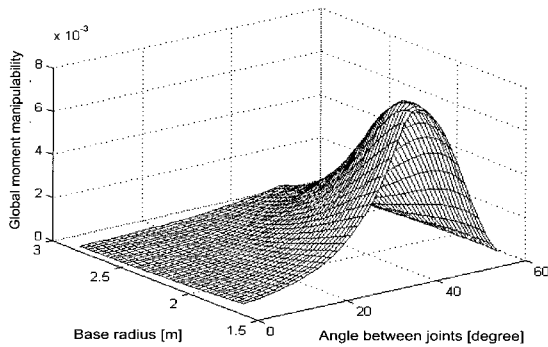


그림 8. 전역 작업공간 모멘트-조작성의 3D 분포.
Fig. 8. 3D plot of the global moment manipulability measure.

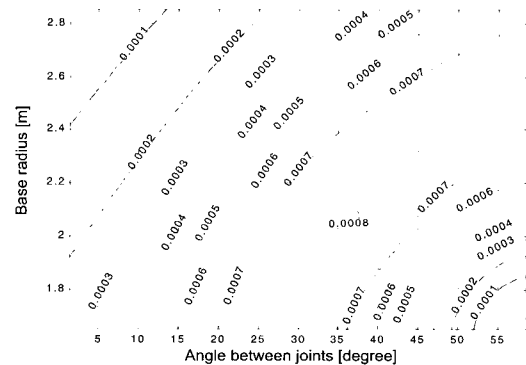


그림 11. 전역 작업공간 힘-조작성의 등고선도.
Fig. 11. 2D contours of the global force manipulability measure.

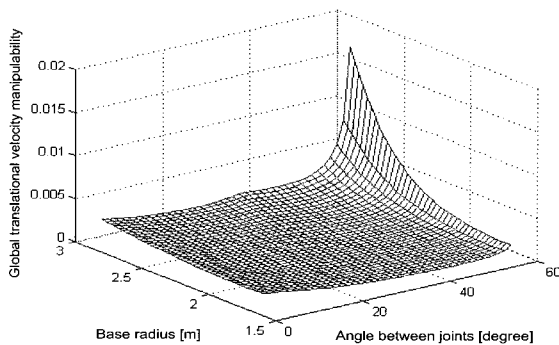


그림 9. 전역 작업공간 병진속도-조작성의 3D 분포.
Fig. 9. 3D plot of the global translational velocity manipulability measure.

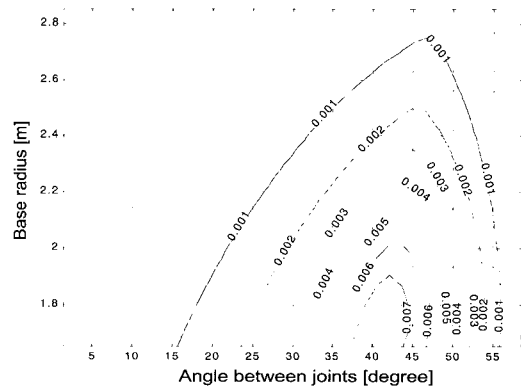


그림 12. 전역 작업공간 모멘트-조작성의 등고선도.
Fig. 12. 2D contours of the global moment manipulability measure.

위에서 한계 값들은 다음과 같은 의미를 가진다. 관절사이의 각도가 0°가 되는 것은 2개의 유압실린더가 한 지점에 중복 되는 형상이 되어 3자유도 운동만이 되어, 6자유도 병렬형 압연기의 설계에 적절하지 못하다. 그리고 60°의 경우 기구학적 특이형상이 되어 적절하지 못하다[8,9]. 하관의 반경이 $r_b \geq 1,620 \text{ mm}$ 인 것은 롤의 길이로부터 주어지고, $r_b \leq 2,850 \text{ mm}$ 인 것은 스탠드의 크기에서 제한되기 때문이다. 위에서 제시한 수치들은 설계 상의 가정일 뿐이므로 실제 상황에 따라 달라질 수 있다. 만약, 하관의 반경과 상관의 반경이 같게 되면, 모멘트 전달특성이 좋아질 수 있다[14].

II장의 3절에서 정의된 작업공간 상을 병렬형압연기의 롤이 움직인다면, (3)을 이용해 유압실린더의 최소길이와 최대 길이를 결정할 수 있다. 왜냐하면, \mathbf{b}_i 와 \mathbf{p}_i^p 는 모두 기구학적 설계로 인해 결정되고, 회전작업공간에 의해 회전행렬 R 이 정해지고, 위치작업공간에 의해 \mathbf{d} 가 정해지기 때문이다. 그러면, 회전작업공간과 위치작업공간을 고려한 유압실린더의 길이 변화를 그림 13과 같이 나타낸다. 그리고, 기구학적 최적설계에 의해 결정된 최종적인 값들을 표 3에 정리한다. 여기서, 표 3에서 결정된 하관의 반경(r_b)와 관절사이의 각도($2\phi_b, 2\phi_p$)는 표 2에서 최적화 된 링크파라미터 값들 중 전역 작업공간 힘·조작성과 전역 작업공간 모멘트·조작성을 공통으로 최대화 시킬 수 있는 영역 1,800mm ~

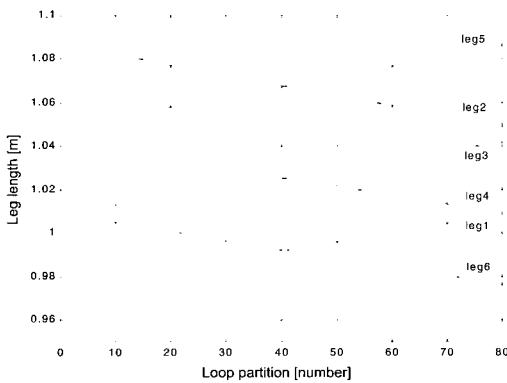


그림 13. 실린더의 길이 변화.

Fig. 13. Cylinder length variations.

표 2. 조작성지수에 의해 최적화 된 링크변수.

Table 2. Link parameters optimized by manipulability measure.

	r_b [mm]	$2\phi_p$ [°]	$2\phi_b$ [°]
Global force manipulability	1,800~2,200	30~45	30~45
Global moment manipulability	1,620~1,950	37.5~44	37.5~44
Global translational velocity manipulability	2,850	60	60
Global rotational angular velocity manipulability	2,850	60	60

표 3. 기구학적 최적설계에 따른 최종 제한.

Table 3. Final specifications based upon kinematic optimization.

Platform radius (r_p)	Base radius (r_b)	Angle between joints ($2\phi_b = 2\phi_p$)	Minimum/Maximum length of leg (l_{min} / l_{max})
1,620mm	1,900mm	41°	907.7/1,269.3 mm

1,950 mm와 37.5°~44° 에서 값을 하나씩 임의로 선택한 경우이다.

IV. 동역학적 최적설계

1. 동역학적 해석

III절에서 병렬형 압연기의 기본구조가 되는 스튜어트 플랫폼의 기구학적 최적설계를 힘/모멘트 조작성을 최대화 하는 구조로 수행되었다. 이제 기구학적 최적설계를 바탕으로 동역학적 최적설계를 위한 도구로 플러커 좌표계(Plücker coordinates)[15]를 정의한다. 플러커 좌표계를 정의하는 이유는 상관좌표계를 기준으로 유압실린더의 입력 힘과 그에 따른 모멘트를 보다 쉽게 나타내기 위해서이다. 그림 14에서 벡터 \mathbf{l}_i 는 하관좌표계로 표시된 선분 $\overline{B_i P_i}$ 을 나타내고, \mathbf{l}_i^p 는 상관좌표계로 표시된 선분이며, 벡터 \mathbf{m}_i 는 하관의 원점 O 와 선분 $\overline{B_i P_i}$ 를 포함하는 평면에 수직인 모멘트 벡터를 나타낸다. 먼저, 모멘트 벡터 \mathbf{m}_i 를 아래와 같이 정의한다.

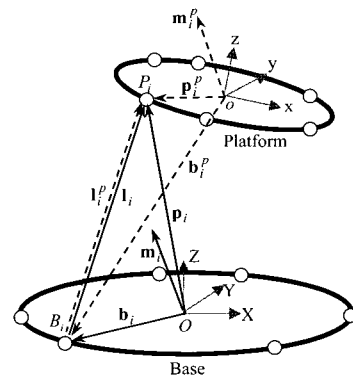


그림 14. 하관(실선) 및 상관(점선)을 기준으로 한 플러커 좌표계.

Fig. 14. Plücker coordinates: Solid line for the base and dotted line for the platform.

$$\mathbf{m}_i^\Delta = \mathbf{b}_i \times \mathbf{p}_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6. \quad (34)$$

또한,

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{b}_i \times \mathbf{l}_i = \mathbf{p}_i \times \mathbf{l}_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (35)$$

의 관계가 성립됨을 알 수 있다. (3)과 (34)를 사용하여 플러커 좌표계를 구성하면,

$$\mathbf{s}_i = [l_{ix} \ l_{iy} \ l_{iz} \ m_{ix} \ m_{iy} \ m_{iz}]$$

이 된다. 이때 l_{ix}, l_{iy}, l_{iz} 는 길이벡터 \mathbf{l}_i 의 세 성분을 나타내고, m_{ix}, m_{iy}, m_{iz} 는 모멘트벡터 \mathbf{m}_i 의 세 성분을 나타낸다. 길이벡터 \mathbf{l}_i 를 정규화 시키면 $\hat{\mathbf{l}}_i = \frac{\mathbf{l}_i}{\|\mathbf{l}_i\|}$ 이고, 모멘트벡터 \mathbf{m}_i 를 \mathbf{l}_i 에 대해서 정규화시키면 $\hat{\mathbf{m}}_i = \frac{\mathbf{m}_i}{\|\mathbf{l}_i\|}$ 이 된다. 따라서 정규화 된 플러커 좌표계는

$$\hat{\mathbf{s}}_i = [\hat{l}_{ix} \ \hat{l}_{iy} \ \hat{l}_{iz} \ \hat{m}_{ix} \ \hat{m}_{iy} \ \hat{m}_{iz}]$$

이 된다. 여기서 플러커 좌표계를 정규화하는 이유는 벡터 $\hat{\mathbf{l}}_i$ 는 선분 $\overline{B_i P_i}$ 의 단위 벡터가 되어 유압실린더의 입력힘이 스칼라로 주어지면 유압실린더에 작용하는 힘 벡터를 표현할 수 있고, 벡터 $\hat{\mathbf{m}}_i$ 의 크기는 원점에서 선분 $\overline{B_i P_i}$ 까지의 최단거리이므로 그 선분을 따라 작용하는 단위 힘의 원점에 관한 모멘트가 되기 때문이다[16].

그림 14에서 보면, $\mathbf{l}_i^p = \mathbf{p}_i^p - \mathbf{b}_i^p$ 임을 알 수 있고, $\mathbf{b}_i = \mathbf{d} + R\mathbf{b}_i^p$ 이므로

$$\mathbf{l}_i^p = \mathbf{p}_i^p + R^T(\mathbf{d} - \mathbf{b}_i), \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (36)$$

의 관계가 성립한다. R 이 직교행렬 임을 이용하면

$$\mathbf{l}_i^p = R^T R \mathbf{p}_i^p + R^T(\mathbf{d} - \mathbf{b}_i) = R^T(R \mathbf{p}_i^p + \mathbf{d} - \mathbf{b}_i) = R^T \hat{\mathbf{l}}_i \quad (37)$$

이 된다. 그림 14에서, (36)과 $\mathbf{l}_i^p \times \hat{\mathbf{l}}_i^p = \mathbf{0}$, $\mathbf{l}_i^p = R^T \hat{\mathbf{l}}_i$ 을 이용하여, 상판좌표계를 기준으로 표현하면,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{m}}_i^p &= \mathbf{p}_i^p \times \hat{\mathbf{l}}_i^p = [\mathbf{l}_i^p + R^T(\mathbf{b}_i - \mathbf{d})] \times \hat{\mathbf{l}}_i^p \\ &= \mathbf{l}_i^p \times \hat{\mathbf{l}}_i^p + R^T(\mathbf{b}_i - \mathbf{d}) \times \hat{\mathbf{l}}_i^p = R^T(\mathbf{b}_i - \mathbf{d}) \times R^T \hat{\mathbf{l}}_i \\ &= R^T[(\mathbf{b}_i - \mathbf{d}) \times \hat{\mathbf{l}}_i] = R^T[(\mathbf{b}_i \times \hat{\mathbf{l}}_i) - (\mathbf{d} \times \hat{\mathbf{l}}_i)] \end{aligned} \quad (38)$$

이 되고, (38)은

$$\hat{\mathbf{m}}_i^p = R^T[\hat{\mathbf{m}}_i - (\mathbf{d} \times \hat{\mathbf{l}}_i)] \quad (39)$$

이 된다. 결국, 상판을 기준으로 한 정규화 된 플러커 좌표계를 표현하면,

$$\hat{\mathbf{s}}_i^p = [\hat{l}_{ix}^p \ \hat{l}_{iy}^p \ \hat{l}_{iz}^p \ \hat{m}_{ix}^p \ \hat{m}_{iy}^p \ \hat{m}_{iz}^p]$$

이 된다.

이제 작동기의 질량과 관성모멘트는, 다단계 연속압연기에 동일하게 분포되는 스트립의 질량과 관성모멘트와 더불어 상판과 롤을 합한 질량과 관성모멘트에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작고, 관절에는 실린더 방향으로 로드의 양단의 압력 차이에 의한 힘이 작용한다고 가정하자. 그림 15는

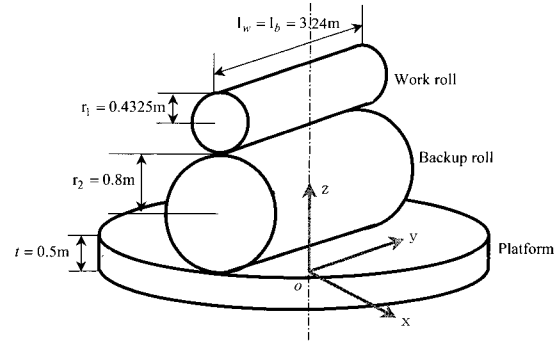


그림 15. 동역학적 최적화에 사용된 상판구조물.
Fig. 15. The platform structure used for dynamic optimization.

질량관성모멘트를 구하기 위한 상판의 구조물을 간략화하여 나타낸 것이다. 여기서, l_w 와 l_b 는 각각 작업롤 및 지지롤의 길이, t 는 상판의 두께, r_1 는 작업롤의 반경, r_2 는 지지롤의 반경을 나타낸다. 상판좌표계를 기준으로 뉴턴 제 2법칙의 힘의 평형방정식과 모멘트의 평형방정식[11]을 이용하면 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_G^p + \mathbf{F}_E^p + \sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_i^p = m\mathbf{a}, \quad (40)$$

$$\boldsymbol{\tau}_E^p + \sum_{i=1}^6 \boldsymbol{\tau}_i^p = \mathbf{I}^p \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}^p \boldsymbol{\omega}), \quad (41)$$

여기서 m 은 상판의 구조물의 질량 ($m = m^p + m_b + m_w$, 여기서 m^p 는 상판의 질량, m_b 는 지지롤의 질량, m_w 는 작업롤의 질량), \mathbf{a} 는 상판의 구조물의 병진가속도, \mathbf{F}_G^p 는 상판 구조물의 중량, \mathbf{F}_E^p 는 압연하는 수직 힘과 스트립이 들어올 때 부딪히는 충격력과 스트립의 장력을 포함하는 외력항, \mathbf{F}_i^p 는 구동기에서 작용하는 힘(크기는 f_i 이고 방향은 $\hat{\mathbf{l}}_i$ 임), $\boldsymbol{\tau}_E^p$ 는 외부에서 가한 토크 즉, 스트립의 충격력으로 인한 토크와 스트립의 장력으로 인한 토크를 포함하는 항, $\boldsymbol{\tau}_i^p$ 는 구동기로 인한 모멘트, $\boldsymbol{\alpha}$ 는 상판 구조물의 각속도, $\boldsymbol{\omega}$ 는 상판 구조물의 각속도를 나타내고, \mathbf{I}^p 는 상판을 기준으로 상판과 롤을 합친 질량관성모멘트로써,

$$\mathbf{I}^p = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

이나, 본 논문에서는 $I_{xy} = I_{yx} = 0$, $I_{xz} = I_{zx} = 0$, $I_{yz} = I_{zy} = 0$ 이 된다. $I_{xy} = I_{yz} = I_{zx} = 0$ 인 이유는 상판의 구조물이 x-z 평면과 y-z 평면에 대칭이기 때문이다. 상판의 x-y-z 좌표계 원점 o 는 상판 밑면의 중심에 위치한다. 그리고, 상판의 질량, 지지롤의 질량, 작업롤의 질량은 재료가 강철이라고 가정한다. 강철의 밀도 ρ_s 는 $7,850\text{kg/m}^3$ 이므로,

상관구조물의 질량 m 은 $m^p + m_b + m_w = 9.8445 \times 10^4 \text{ kg}$ 이 된다. 이제, (40)과 (41)을 플러커 좌표계로 표현하면,

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_1^p & \hat{i}_2^p & \hat{i}_3^p & \hat{i}_4^p & \hat{i}_5^p & \hat{i}_6^p \end{bmatrix} \mathbf{f} = \sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_i^p \quad (42)$$

$$= \mathbf{ma} - \mathbf{F}_G^p - \mathbf{F}_E^p,$$

$$\begin{bmatrix} \hat{m}_1^p & \hat{m}_2^p & \hat{m}_3^p & \hat{m}_4^p & \hat{m}_5^p & \hat{m}_6^p \end{bmatrix} \mathbf{f} = \sum_{i=1}^6 \boldsymbol{\tau}_i^p \quad (43)$$

$$= \mathbf{I}^p \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}^p \boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{\tau}_E^p$$

이 되고, (42)와 (43)을 합치면,

$$U \mathbf{f} = E \quad (44)$$

가 된다. 이때,

$$U = \begin{bmatrix} \hat{i}_1^p & \hat{i}_2^p & \hat{i}_3^p & \hat{i}_4^p & \hat{i}_5^p & \hat{i}_6^p \\ \hat{m}_1^p & \hat{m}_2^p & \hat{m}_3^p & \hat{m}_4^p & \hat{m}_5^p & \hat{m}_6^p \end{bmatrix} \in R^{6 \times 6},$$

$$E = \begin{bmatrix} \mathbf{ma} - \mathbf{F}_G^p - \mathbf{F}_E^p \\ \mathbf{I}^p \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}^p \boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{\tau}_E^p \end{bmatrix} \in R^{6 \times 1}$$

이다. U 는 기구학적 구조

로부터 정해지고, \mathbf{f} 는 유압실린더에 의해 발생하는 입력 힘 이고, E 는 외부력과 관성력, 중력, 외부토크, 관성토크를 포함한다.

2. 동역학적 설계 파라미터의 결정

동역학적 설계 파라미터는 일반적인 압연조건 하에서 유압구동기인 압연기의 다리에 걸리는 최대 힘이다. 이 힘이 구해지면, 실린더의 최소길이를 최대길이를 이용해, 압연기를 지탱하는 지지부의 설계인 하판 부분의 유니버설 조인트의 설계가 일괄적으로 해결될 뿐 아니라 유압실린더의 용량 또한 쉽게 설계된다. 본 논문에서는 표 1의 일반적인 압연조건을 기준으로 최대 작동 힘을 구하고, 그 힘을 토대로 지지부의 제원만을 제공한다.

롤 힘, 롤 토크는 다음과 같다고 하자. 즉, 압연하는 수직 힘은 4,000 ton 이라 가정하고, 스트립이 진행하면서 롤에 부딪히는 충격력과 수평 힘은 100 ton , 충격력과 스트립의 진행으로 인한 외부토크는 $100 \times 2.965 \text{ ton} \cdot \text{m}$, 모든 속도와 가속도는 1 m/s 및 1 m/s^2 , 모든 각속도와 각가속도는 1 rad/s 및 1 rad/s^2 이라고 가정한다. 여기서, 롤 토크는 상판에 외부력으로 작용하지 않는다. 물론, 롤 힘, 롤 토크에 포함되어 있는 파라미터 값들은 실제 상황에서는 실험과 센서를 통해 얻을 수 있는 값들이다. 그러면, (44)를 이용하면 최대 작동력은 $1.2246 \times 10^7 \text{ N}$ 이 된다. 이것은 유압실린더 하나에 작용되는 최대 힘이며 약 1250 ton 에 해당된다(실제 구해진 최대 작동력에 안전계수로서 1.5배를 곱한 값). 이 힘으로 인한 스텔러트 플랫폼의 지지부의 최종적인 제원을 표 4에 나타내었다.

표 4. 동역학적 최적설계에 따른 최종 제원.

Table 4. Final specifications based upon dynamic optimization.

유압실린더 로드 직경	364mm
유압실린더 외경	789.6mm
유압실린더 내경	653.4mm
유니버설 조인트 십자축 직경	343mm
요크 폭	686mm
요크 두께	152mm

V. 결론

본 논문에서는 두개의 스텔러트 플랫폼을 이용한 새로운 형태의 병렬형 압연기의 구성에 대한 가능성을 연구하였다. 기존 압연기의 문제점을 개선하고 루퍼를 없애는 목적으로 압연상황에 의해 주어진 5자유도 움직임에 대해 고려하였다. 속도 및 힘-자코비안들로부터 유도된 조작성타원체의 체적과 조건수의 비로서 새롭게 정의된 조작성지수가 압연과정시의 작업공간 내에서 최대가 되도록 함으로써 하판의 반경과 다리 배치 및 최적길이를 설계하였다. 이렇게 설계된 기구학적 구조를 바탕으로 일반적인 압연상황을 고려하여 동역학적 최적설계를 수행하였으며, 유압실린더에 작용하는 최대 힘이 규명되었다. 그리고, 실제와 유사한 압연상황을 고려하여 스텔러트 플랫폼의 기구학적 최적설계와 동역학적 최적설계를 바탕으로 새로운 병렬형 압연기의 기초제원을 구하였다. 본 논문에서 제시한 설계방법은 일반적으로 입/출력 공간이 다른 머니플레이터에 대해서 입력을 출력에 최적으로 반영하는 머니플레이터의 고유 구조를 설계하는데 이용될 수 있다.

추후과제로 제어적인 측면에서 강판의 두께제어, 장력제어 및 롤교차 각도제어등 통합제어에 관한 연구와 압연기의 상부 및 하부를 동작 시 문제점에 관한 측면이 해석되어야 한다. 본 논문에서 얻어진 결과는 우리나라가 철강강국으로써 철강생산 뿐 만 아니라 압연기 기술에 있어서도 세계적 우위를 확보할 수 있는 기술자료를 제공할 수 있다고 믿는다.

참고문헌

- [1] W. L. Roberts, *Hot Rolling of Steel*, Marcel Dekker, New York, 1983.
- [2] C. M. Gosselin, "Determination of the workspace of 6-DOF parallel manipulators," *Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design*, Vol. 112, pp. 331-336, 1990.
- [3] D. Kim and W. Chung, "Analytic singularity equation and analysis of Six-DOF parallel manipulators using local structurization method," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 4, pp. 612-622, 1999.
- [4] J. P. Merlet, *Parallel Robots*, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [5] J. W. Kim, F. C. Park, S. J. Ryu, J. W. Kim, J. C. Hwang, C. B. Park, and C. C. Iurascu, "Design and analysis of a redundantly actuated parallel mechanism for rapid machining," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 17, No. 4, pp. 423-434, 2001.
- [6] 윤정원, 류제하, "병렬구조를 이용한 새로운 6 자유도 역감제시장치의 설계 및 해석," 제어·자동화시스템공학 논문지, 제 7 권, 제 1 호, pp. 32-40, 2001.

[7] W. D. Callister, *Materials Science and Engineering*, 3rd edition, John Wiley & Sons, 1994.

[8] C. M. Gosselin and J. Angeles, "Singularity analysis of closed-loop kinematic chains," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 6, No. 3, pp. 281-290, 1990.

[9] O. Ma and J. Angeles, "Architecture singularities of platform manipulators," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, California, pp. 1542-1547, 1991.

[10] J. J. Craig, *Introduction to Robotics*, 2nd edition, Addison Wesley, 1989.

[11] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, John Wiley & Sons, 1989.

[12] K. S. Hong and J. G. Kim, "Manipulability analysis of a

parallel machine tool: application to optimal link parameter design," *Journal of Robotics Systems*, Vol. 17, No. 8, pp. 403-415, 2000.

[13] G. Strang, *Linear Algebra and Its Applications*, 3rd edition, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., 1988.

[14] 안병준, 홍금식, "병렬형 매니플레이터의 힘/모우먼트의 전달특성에 관한 연구," 한국정밀공학회지, 제 13 권, 제 4 호, pp. 109-121, 1996.

[15] K. H. Hunt, *Kinematic Geometry of Mechanisms*, Oxford University Press, 1978.

[16] E. F. Fichter, "A stewart platform based manipulator: general theory and practical construction," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 5, No. 2, pp. 157-181, 1986.



홍금식

1957년 8월 25일생. 1975년~1979년 서울대학교 기계설계학과 (공학사). 1985년~1986년 Columbia University (New York) 기계공학과 (공학석사). 1987년~1991년 University of Illinois at Urbana-Champaign (UIUC) 응용수학과 (이학석사) 및 기계공학과 (공학박사). 1991년~1992년 UIUC 기계공학과 Post-doctoral Fellow. 1979년~1982년 군복무 (포병). 1982년~1985년 대우중공업 (인천) 기술연구소 연구원 (소음/진동/배기가스 담당). 1993년~현재 부산대학교 공과대학 전임강사, 조교수, 부교수. 1996년~1999년 제어-자동화시스템공학 논문지 편집위원. 1995년~1999년 대한기계학회 동역학 및 제어부문 운영위원, 2000년~현재 Automatica, Associate Editor. 관심분야는 시스템이론, 적응제어, 비선형제어, 분포매개변수시스템의 제어.



이승환

1976년 8월 24일생. 1996년~2000년 부산대학교 기계공학부 (공학사). 2000년~2002년 부산대학교 대학원 지능기계공학과 (공학석사). 2002년~현재 동대학원 박사과정. 관심분야는 병렬형 로봇시스템, 로봇 제어, 적응제어, 시스템규명, 건설제어.

최진태

제어-자동화시스템공학 논문지, 제8권, 제5호, 384쪽 참조.