

히스테리시스 주 루프의 비례관계를 이용한 형상기억합금 액츄에이터의 Preisach 모델

Preisach Model of Shape Memory Alloy Actuators Using Proportional Relationship of The Major Loop of Hysteresis

최 병 준, 이 연 정, 최 봉 열
(Byung-Jun Choi, Yun-Jung Lee and Bong-Yeol Choi)

Abstract : There has been a great demand for smart actuators in the field of micro-machines. However, the control accuracy of smart actuators, e.g., a shape memory alloy(SMA) and a piezoceramic actuator, is limited due to the inherent hysteresis nonlinearity. The Preisach hysteresis model has emerged as an appropriate model for the behavior of those smart actuators. Yet it is still not easy to construct a practical model of hysteresis using the classical Preisach model. Accordingly, in this paper, we propose a new simple method for modeling of the hysteresis nonlinearity of SMA. Using only the proportional relation of the major loop of hysteresis, the proposed method makes the computation of the Preisach model easy. We prove the efficacy of the proposed model through the comparative the experimentation with the classical Preisach model.

Keywords : shape memory alloy, hysteresis, modeling, preisach distridbution function

I. 서론

최근 마이크로 로봇의 개발이 활발히 진행됨에 따라 마이크로 로봇에 적합한 마이크로 구동원이 강력히 요구되고 있다. 기존의 전동식 액츄에이터는 소형화할수록 급격히 구동력이 감소한다. 따라서 마이크로 로봇의 개발에 소형화와 경량화가 가능하며 단위 중량비 구동력이 우수한 스마트 액츄에이터의 적용이 활발히 진행되고 있다[1]-[9]. 현재 상용화된 스마트 액츄에이터의 대표적인 예로 SMA (shape memory alloy)와 piezoceramic 액츄에이터가 있다. 그러나, 스마트 액츄에이터는 그림 1의 (a)와 같이 로컬 메모리가 존재하는 히스테리시스 특성 즉, 과거의 입력이 현재의 출력에 영향을 주어 생기는 부 루프(minor loop) 특성이 존재하여 수학적 모델링이 어렵고, 그로 인해 제어기의 설계 또한 어려운 부분으로 남아있다. 수년 전부터 많은 학자들이 스마트 액츄에이터의 제어 성능을 향상시키기 위해서 액츄에이터의 모델링 방법과 제어기의 모델을 제시하였다.

기존의 주요 연구들을 살펴보면, Ikuta[3]는 실험을 통해서 SMA의 인장과 압력의 관계를 구하고 인장과 압력의 관계를 이용하여 기계적 특성으로 동적 모델을 구했다. 그러나, 부 루프의 모델에 오차가 크게 생겼다. Daniel[4]은 Ikuta의 모델을 확장하여 부 루프의 특성을 모델링 하였다. 그러나, 기계적 특성을 고려한 모델링은 로컬 메모리가 존재하는 히스테리시스의 특성을 표현하는데 어려움이 있다. 스마트 액츄에이터의 기계적 특성을 적용시키지 않고 히스테리시스를 모델링하는 가장 일반적인 방법으로 Preisach 모

델[5]을 이용하는 방법이 있는데, 이 경우 가장 문제가 되는 것은 모델식이 2중 적분을 계산해야하고 실험으로 얻은 데이터의 미분을 계산하여야 한다는 것이다. 2중 적분은 계산 시간을 길게 만들고, 실험 데이터의 노이즈 성분은 미분의 계산에 큰 오차를 발생시킨다. 이러한 어려움을 해결하기 위해서 그림 1의 (b)와 같이 상승하는 주 루프(major loop)에서 처음 하강하는 부 루프인 FOD(first order descending) 곡선들과 PDF (Preisach distribution function)를 이용하는 방법을 사용하고 있다. Gorbet[6]과 Ge[7]는 주 루프와 FOD곡선들을 실험으로 구하고 실험으로 얻은 데이터들과 가장 오차가 작은 근사적인 PDF를 구하였다. 그러나, 근사적인 PDF를 구하기 위해서 많은 실험이 요구되고 구해진 PDF는 수식이 복잡하여 계산시간이 늦어지는 단점이 있다. Natale [8]은 실험으로 얻은 데이터들을 사용하여 PDF를 계산하는 퍼지 룰을 설계하였고, 그것을 이용하여 역 모델을 만들었다. 실험으로 구한 데이터를 이용하여 퍼지 룰을 만들기 위해서 많은 학습시간이 요구되는 단점이 있다. Majima[9]는

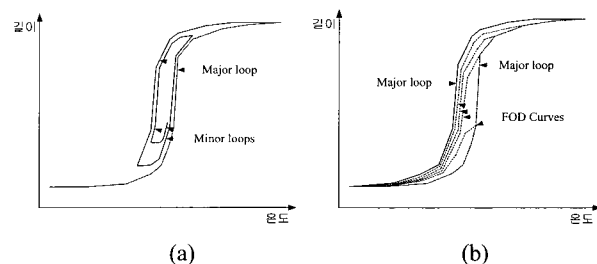


그림 1. 히스테리시스 루프 관련 용어들. (a) 로컬 메모리에 의한 부 루프, (b) FOD곡선들.

Fig. 1. Terms related to a hysteresis loop. (a) minor loop according to local memory, (b) FOD curves.

논문접수 : 2002. 3. 20., 채택확정 : 2002. 9 2.

최병준 : 경북대학교 전자공학과(mouse@palgong.knu.ac.kr)

이연정 : 경북대학교 전자공학과(yjlee@ee.knu.ac.kr)

최봉열 : 경북대학교 전자공학과(bychoi@ee.knu.ac.kr)

SMA의 압력의 변화는 온도의 변화와 관계 있다는 원리를 이용하여 히스테리시스를 모델링 하였다. 그러나, 부 루프의 모델에 오차가 크다.

기존의 연구 결과에서는 PDF를 구하는 과정이 어렵고, 구해진 PDF는 수식이 복잡하여 소형의 마이크로 컨트롤러로 액츄에이터를 실시간으로 제어하기에 어려운 문제점이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는, SMA 액츄에이터의 히스테리시스의 주 루프와 FOD곡선의 비례 관계를 Preisach 모델에 적용하여 간단하게 근사적인 모든 PDF들을 구하는 방법을 제안한다.

II. 양방향 SMA 액츄에이터

니티놀(nitinol)은 SMA의 한 종류로서 니켈과 티타늄을 1:1의 비율로 합금한 것이며 상온에서는 아주 약한 힘으로 형태의 변형을 줄 수 있다. 니티놀에 동작반응온도 이상으로 열을 가하면 형태의 변화를 일으키면서 이전에 미리 기억시켜 놓은 형상으로 변화를 일으키고, 이때 아주 큰 힘이 발생한다. 다시 동작 반응 온도 이하로 온도를 낮추면 형상이 열을 가하기 이전으로 돌아온다.

본 논문에서는 Educational Innovations사에서 판매하는 지름 150 μ m의 가는 선으로 만들어진 니티놀 선(flexinol muscle wire 150)을 SMA 액츄에이터로 사용했다. 사용된 니티놀 선은 온도에 의한 길이의 변화를 기억시켜서 만든 것으로 열을 가하면 전체 길이의 3~5% 길이가 줄어들었다가 온도를 낮추면 다시 늘어났다. 그러나 니티놀 선에 300 $^{\circ}$ C 이상의 온도가 인가되면 최대 길이 변화는 8%까지 가능하다. 그러나 이 경우 기억된 형태를 잃어버리므로 더 이상 사용할 수 없다. 3~5%에서 사용할 경우 수명은 반영구적이다. 만약 다른 형상을 기억시키려면 약 500 $^{\circ}$ C의 높은 온도에서 원하는 형태로 유지시킨 후 원자의 배열이 새롭게 구성될 때까지 열을 가하면 새로운 형상이 기억된다. 니티놀 선이 줄어들 때 생기는 힘은 선의 굵기에 비례하며 아주 큰 힘이 필요할 때는 여러 개의 선을 병렬로 사용하면 된다. 이때 길이가 줄어들거나 늘어날 때의 속도는 니티놀 선을 한 개 사용했을 때와 같다. Educational Innovations사의 니티놀 선은 90 $^{\circ}$ C(HT TYPE)에서 반응하는 것과 70 $^{\circ}$ C(LT TYPE)에서 반응하는 것이 있는데 90 $^{\circ}$ C에서 반응하는 것이 늘어날 때의 속도가 더 빠르다. 본 연구에서는 70 $^{\circ}$ C에서 반응하는 니티놀 선을 사용하였다.

니티놀 선은 도전체로서 하나의 저항 성분으로 볼 수 있으므로 선에 전압을 인가하면 전류가 흐르고 열이 발생한다. 따라서, 인가되는 전압의 크기를 펄스폭 변조방식(PWM)으로 가변 시켜서 간접적으로 SMA 액츄에이터의 발생 열을 제어하여 길이의 변화를 제어할 수 있다.

그림 2는 양방향 SMA 액츄에이터의 구성을 보여준다. 니티놀 선은 온도가 증가하면 길이가 줄어들면서 큰 토크를 발생하지만 온도가 감소하면 길이가 늘어나는 방향으로 토크를 발생시키지 않는다. 따라서 그림 2와 같이 니티놀 선을 양방향으로 구성하여 길이가 줄어들어야 하는 방향의 니티놀 선에만 전압을 인가하고, 반대 방향의 니티놀 선에는 전압을 인가하지 않음으로서 양방향 길이의 변화를

제어할 수 있다.

SMA 액츄에이터를 모델링하기 위해서 니티놀 선A에 인가한 전압을 음(-)의 전압, 선B에 인가한 전압을 양(+)의 전압으로 구분하며, 인가된 전압에 의해서 변화된 길이는 가변저항(potentiometer)을 이용하여 측정한다. 이에 관하여 구체적인 내용은 3장에서 기술한다.

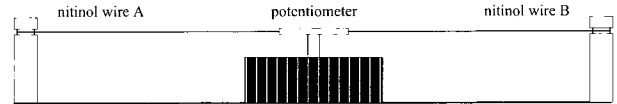


그림 2. 양방향 SMA 액츄에이터의 구성.
Fig. 2. Structure of bi-directional SMA actuator.

양방향 SMA 액츄에이터는 그림 3에서와 같이 입력전압과 출력온도 사이의 동적 특성을 나타내는 열전달(heat transfer) 모델과 입력온도와 출력길이 사이의 히스테리시스 특성을 나타내는 Preisach 히스테리시스 모델이 복합적으로 구성된 형태로 모델링된다[4].

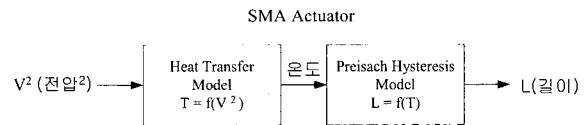


그림 3. SMA 액츄에이터의 모델.
Fig. 3. Model of SMA actuator.

III. 열전달 모델

SMA의 열전달 모델은 입력전압에 대한 출력온도의 관계식이다. 열전달 모델을 구하기 위해서 SMA의 온도를 측정하여야 하는데, 본 논문에 사용된 SMA는 가는선이므로 온도센서를 부착하기가 어렵고, 센서를 부착 하더라도 점점 축이 되어 SMA의 실제온도의 측정은 많은 어려움이 따른다[2]. 따라서 실험을 통하여 SMA의 열전달 모델을 구하기 위하여 그림 4와 같은 방법을 이용한다. 그림 4의 (a)는 실험으로 SMA에 계단 입력전압을 인가하고 출력길이의 시간에 따른 변화곡선을 구하는 것을 나타내며, 그림 4의 (b)

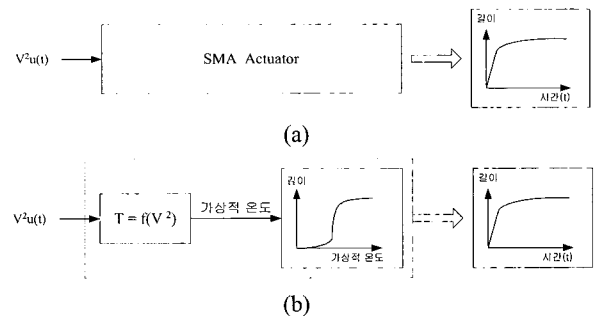


그림 4. 열전달 관계의 모델링.
(a) 실험 방법, (b) 모의실험 방법.
Fig. 4. Modeling of heat transfer relationship.
(a) experimental method, (b) simulation method.

는 모의 실험을 통하여 인가된 계단 입력전압이 열전달 모델에 의해서 가상적 온도로 출력되고, 생성된 가상적 온도는 가상적 온도와 길이의 변화 식에 입력되어 출력이 길이가 되는 것을 보여준다.

생성된 가상적 온도는 시간에 따른 온도의 변화이므로 시간에 따른 출력길이의 변화곡선을 구할 수 있다. 따라서, 모의 실험한 결과와 실험을 통하여 얻은 데이터 사이에 오차의 곱의 합이 최소인 모델을 SMA 액츄에이터의 열전달 모델로 한다. 그리고 모델식의 정확도를 높이기 위해서 계단 입력의 크기를 다양하게 하여 전체적으로 오차의 곱의 합이 최소가 되는 모델식의 변수를 구한다. 그러나 가상적 온도와 출력길이의 관계를 모르면 모의 실험을 할 수 없다. 따라서 그림 5와 같이 실험을 통하여 가상적 온도와 출력길이의 곡선을 구한다.

그림 5의 (a)는 단조 증가하는 온도입력에 대한 길이변화를 구하기 위해서 SMA에 인가된 입력 온도를 나타낸다. 일정한 전압이 인가되어 오랜 시간이 지나면 온도는 포화상태[6]에 이르고 더 이상 증가하지 않는다. 따라서 각 계단 입력을 인가하여 길이 출력이 더 이상 증가하지 않으면 다음 계단 입력을 인가하는 방법으로 실험을 하여 그림 5의 (b)와 같은 단조 증가하는 온도입력에 대한 길이변화의 곡선을 구할 수 있다. 여기서 온도는 SMA의 실제온도가 아니고 실제온도에 비례하는 가상적 온도이다. 가상적 온도의 설정기준은 양의 최대 전압에 의해서 포화되는 온도를 255, 음의 최대 전압에 의해서 포화되는 온도를 -255, 그리고, 0V의 입력전압에 의해서 포화되는 온도를 0으로 설정한다. 0과 255사이의 가상적 온도는 입력전압의 듀티비와 비례하고, -255와 0사이의 가상적 온도는 입력전압의 듀티비와 반비례한다.

SMA 액츄에이터의 열전달 모델은 입력전압과 출력온도 사이의 관계식이다. 여기서 출력온도를 가상적 온도로 변환하여 열전달 모델식을 정한다. 인가된 전압과 온도의 관계 [4]는

$$\rho c B \frac{dT}{dt} = R i^2(t) - hA(T(t) - T_{\infty}) \quad (1)$$

로 주어진다. 여기서 상수는 다음과 같이 정의된다.

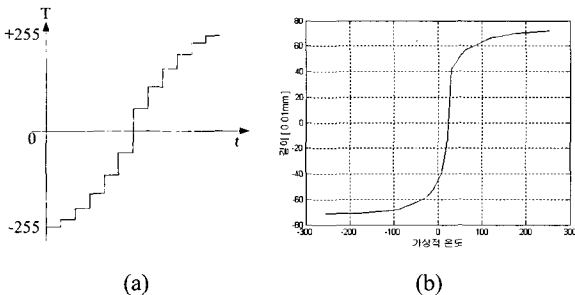


그림 5. 단조 증가하는 입력온도와 길이의 변화곡선.
Fig. 5. Transition curve of length and monotonically increasing input temperature.

- ρ = SMA의 밀도계수[Kgm⁻³]
- c = SMA의 온도 상수[Jkg⁻¹°C⁻¹]
- B = SMA의 체적[m³]
- T = SMA의 가상적 온도
- t = 시간[s]
- i = 전기적 전류[A]
- R = 전기적 저항[Ω]
- h = 열전달 계수[Wm⁻²°C⁻¹]
- A = SMA의 면적[m²]
- T_{∞} = 가상적 주위온도
- T_0 = SMA의 가상적 초기온도

(1)에 $\frac{1}{\rho c B} = K_1, \quad \frac{hA}{\rho c B} = K_2$ 그리고

$$R i^2 = \frac{V^2}{R} \text{ (전압의 곱)을 대입하면}$$

$$\frac{dT}{dt} = K_1 V^2(t) - K_2(T(t) - T_{\infty}) \quad (2)$$

로 간단히 표현되고, (2)는

$$T(t) = a V^2(1 - e^{-bt}) + T_{\infty} + e^{-bt}(T_0 - T_{\infty}) \quad (3)$$

으로 전개된다.

입력전압과 출력온도의 관계식 (3)의 두 개의 변수 a, b 를 결정하기 위해서, 실험에서 구한 단조 증가하는 온도에 의한 길이의 변화 식을 (3)에 대입하여 크기가 다른 계단 입력전압들과 출력길이의 모의 실험을 한다. 모의 실험결과와 실험에서 얻은 실험결과와의 오차의 곱의 합이 최소가 되게 하는 변수 a, b 를 정한다. 실험과정을 거쳐 구한 SMA의 열전달 모델은

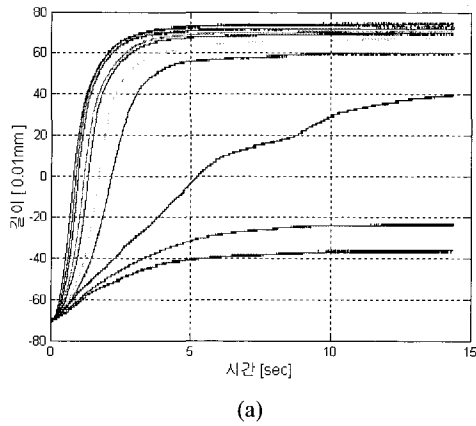
$$T(t) = V^2(1 - e^{-0.968t}) - 255 e^{-0.968t} \quad (4)$$

로 표현된다. 즉, 열전달 모델의 변수는 $a=1, b=0.968, T_0=-255, T_{\infty}=0$ 이다. 초기에는 항상 음의 최대입력 전압이 인가된 상태이므로 SMA의 초기온도 $T_0=-255$ 이다. SMA에 전압을 인가하지 않고 시간이 무한히 지나면 SMA는 주위 환경의 온도로 변한다. 주위환경의 온도는 전압을 인가하지 않은 상태이므로 가상적온도 $T_{\infty}=0$ 이다.

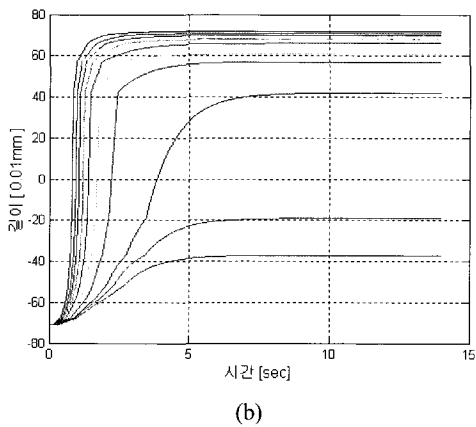
그림 6은 크기가 다른 계단 입력들을 인가한 실험 결과와 모의 실험결과이다. 과도상태에서는 차이가 있으나 정상 상태에서는 거의 일치함을 볼 수 있다.

IV. Preisach 히스테리시스 모델

SMA는 로컬 메모리의 영향으로 히스테리시스 평면에서 루프가 존재하는 히스테리시스 특성을 갖는 시스템이다. 히스테리시스는 입력온도와 출력길이의 정적인 특성이다. 이러한 정적 특성을 모델링하기 위해서 많은 연구가 있었다. 그러나 기존의 연구 결과에서는 PDF를 구하는 과정이 어렵고, 구해진 PDF의 수식이 복잡하여 소형 마이크로 컨트롤러로 액츄에이터를 실시간으로 제어하기에 어려움이



(a)



(b)

그림 6. 계단입력 전압에 의한 길이변화 곡선. (a) 실험 결과, (b) 모의실험 결과.

Fig. 6. Transition curve of length according to step input voltage. (a) experimental result, (b) simulation result.

있다. 따라서 본 연구에서는 기존의 모델링 방법중 하나인 실험으로 SMA의 FOD곡선들을 구하여 모델링하는 방법을 살펴보고, 주 루프만을 이용하여 간단하고 쉬운 모델링 방법을 제시한다. 그리고 실험결과와 비교하여 모델링 방법의 타당성을 검증한다.

1. Preisach 모델[5]

전통적인 Preisach 모델은 그림 7에서와 같이 히스테리시스를 갖는 시스템을 온도입력에 대한 출력 $\gamma_{\alpha\beta}$ 를 갖는 수많은 히스테리시스 릴레이들의 조합으로 나타내는 것이다. 각 릴레이들은 스위칭 변수 (α, β)를 가지며, 1 또는 -1의 두 가지 출력만을 갖는다. 각 릴레이들은 다른 릴레이들과 독립적인 입력력 특성을 가지며, α 는 β 보다 항상 크거나 같다. 또한 각 릴레이들의 출력은 각각의 가중치 함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 와 곱해지고, 가중치 함수와 곱해진 릴레이들의 출력의 합은 히스테리시스의 출력길이 $y(t)$ 는

$$y(t) = \int \int_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta} u(t) d\alpha d\beta \quad (5)$$

로 표현된다.

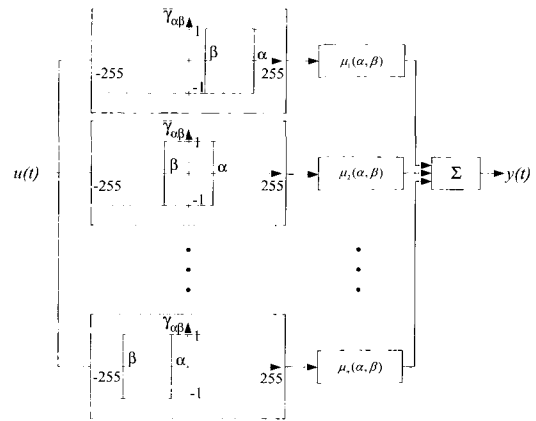


그림 7. Preisach 히스테리시스 모델.

Fig. 7. Preisach Hysteresis Model.

2. Preisach 평면[5]

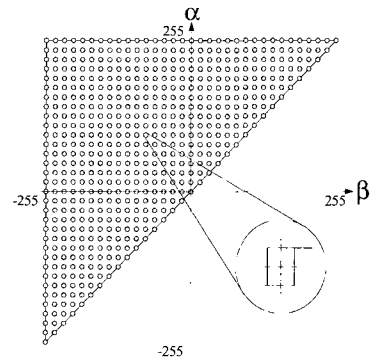


그림 8. Preisach 평면.

Fig. 8. Preisach plane.

스위칭 변수 α 가 β 보다 크거나 같은 영역의 모든 릴레이들은 그림 8과 같이 Preisach 평면에 일대일로 대응되고, 스위칭변수 α 와 β 의 Preisach 평면 위의 모든 릴레이들은 가중치 함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 를 갖는다. 이와 같은 Preisach 평면의 성질을 이용하여 히스테리시스의 특성을 해석할 수 있다.

Preisach 평면에서 입력온도가 음의 포화상태이면 모든 릴레이들의 출력은 -1의 값을 가지게된다. 각 릴레이들의 출력과 가중치 함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 와 곱해진 결과의 합은 출력 길이가 된다. 여기서 입력온도가 양의 포화상태 쪽으로 단조 증가하면 출력길이는 주 루프를 따라서 증가한다. 입력온도가 증가함에 따라서 출력이 +1로 변하는 릴레이들이 생겨나고, 그때 릴레이들의 출력과 가중치 함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 와 곱해진 결과의 합은 현재의 출력길이가 된다. 이러한 결과를 Preisach 평면에서 해석을 할 수가 있다.

그림 9의 (a)는 현재의 입력온도가 음의 포화상태를 나타낸다. 이때 Preisach 평면 위의 모든 릴레이들은 -1을 출력하고, 가중치 함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 와 곱해진 결과의 합은 출력 길이가 된다. 여기서 입력온도가 양의 포화상태 쪽으로 단조 증가하면 Preisach 평면에서 α 의 값이 증가한다. 이때 α 의 값만 증가하는 이유는 그림 7에서와 같이 온도입력이

증가할 때 릴레이의 출력에 영향을 주는 스위칭변수는 α 이기 때문이다. 따라서 Preisach 평면 위에 출력이 +1로 변하는 릴레이들이 생겨나고, 그때 릴레이들의 출력과 가중치 함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 와 곱해진 결과의 합은 현재의 출력길이 된다.

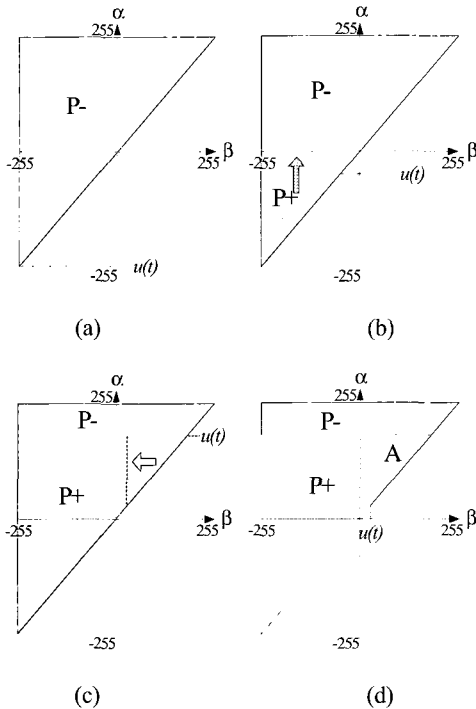


그림 9. Preisach 평면을 이용한 기하학적 해석.
Fig. 9. Geometrical analysis using Preisach plane.

그림 9의 (b)와 (c)는 입력온도가 계속 증가함에 따라 -1을 출력하던 릴레이들의 출력이 +1로 변하는 것을 나타내고 있다. 그림 9의 (d)는 증가하던 온도가 감소한 것을 보여준다. 여기서 입력온도가 음의 포화상태 쪽으로 단조 감소하면 Preisach 평면에서 α 값은 상관없고 온도가 β 의 값보다 작아지는 릴레이의 출력이 -1로 변한다. 이때 β 의 값만 감소하는 이유는 그림 7에서와 같이 온도입력이 감소할 때 릴레이의 출력에 영향을 주는 스위칭변수는 β 이기 때문이다. 이 경우 +1을 출력하던 릴레이들의 일부가 -1의 출력으로 변한다. 여기서 위와 같은 방법으로 현재의 출력길이를 계산할 수 있다. Preisach 평면에서 출력길이는

$$y(t) = \int \int_{P_+(t)} \mu(\alpha, \beta) da d\beta - \int \int_{P_-(t)} \mu(\alpha, \beta) da d\beta \quad (6)$$

으로 표현될 수 있고, 식 (6)은

$$y(t) = - \int \int_T \mu(\alpha, \beta) da d\beta + 2 \int \int_{P_+(t)} \mu(\alpha, \beta) da d\beta \quad (7)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서

$$\int \int_T \mu(\alpha, \beta) da d\beta = L(T) \quad (8)$$

이며, $L(\cdot)$ 은 길이를 나타내며 스위칭 변수 (α, β) 에 의한 $\mu(\alpha, \beta)$ 의 이중적분 함수이다. T 는 Preisach 평면 전체이고 $L(T)$ 는 Preisach 평면 전체에 해당하는 길이를 나타낸다.

그림 9의 (d)에서 A영역의 출력길이를

$$L(A) = \int \int_A \mu(\alpha, \beta) da d\beta \quad (9)$$

로 표현될 수 있으며, 양의 영역에서 음의 영역으로 바뀌면 출력길이의 변화는 $-2L(A)$ 가 된다. 따라서, 그림 9의 (c)의 출력길이에서 A영역이 음의 영역으로 바뀐 출력길이는

$$y(t) = L(P+) - L(P-) - 2L(A) \quad (10)$$

로 표현된다. 따라서 Preisach 평면 위의 가중치 함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 를 알면 출력길이를 계산할 수가 있다. 그러나 가중치 함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 를 구하기 위해 실험 데이터의 미분을 계산해야 하는데, 실험 데이터의 노이즈 성분은 미분의 계산에 어려움을 주고 가중치 함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 를 구하더라도 면적에 해당하는 길이를 계산하기 위해서 두 번의 적분식을 계산하여야하는 문제가 있다[5]. 이러한 문제 때문에 일반적으로 가중치 함수 $\mu(\alpha, \beta)$ 를 구하지 않고 실험을 통하여 FOD곡선들을 구하여 출력길이를 계산하는 방법을 이용한다.

3. PDF를 이용한 수치 계산 방법

FOD곡선이란 히스테리시스 평면 위에 상승하는 주 루프의 한 점에서 온도입력이 감소하면서 처음 하강하는 곡선을 말한다. 하강하는 곡선의 시작점의 온도는 α 와 β 의 크기를 의미하고 감소하는 온도의 변화는 β 의 크기의 변화를 의미한다. FOD곡선들은 입력변수 α 와 β 를 갖는 하나의 함수로 나타낼 수 있는데 이것을 PDF (Preisach distribution function)라 하고 본 연구에서는 $P(\alpha, \beta)$ 로 표현한다.

그림 10은 정의된 PDF를 이용하여 다각형의 면적에 해당하는 길이를 계산하는 방법을 나타낸다. 그림 10의 (a)는 히스테리시스 평면에서 출력길이가 a점에서 b점으로 이동 후 b점에서 c점으로 이동하는 경우를 나타내고, 그림 10의 (b)는 그것을 Preisach 평면에서 보여준다.

본 연구에서 사용한 PDF를 그림 10에 적용시켜 다음과 같이 정의한다.

$$P[u(t_1), u(t_1)] = y(t_1) = -L(T) + 2L(A_1 + A_2) \quad (11)$$

여기서, 길이 $y(t_1)$ 은 그림 10의 (a)에서 b점에 해당하는 길이이며, FOD곡선이 하강하는 시작점이다. 그리고,

Preisach 평면에서 FOD곡선이 하강하는 시작점의 입력은 $u(t_1)$ 이다. 따라서 PDF의 $\alpha = \beta = u(t_1)$ 이다. 또한,

$$P[u(t_1), u(t_2)] = y(t_2) = -L(T) + 2L(A_1) \quad (12)$$

에서 길이 $y(t_2)$ 는 그림 10의 (a)에서 c점에 해당하는 길이이다. 그리고, Preisach 평면에서 FOD곡선이 하강하여 PD F에서 $\alpha = u(t_1)$, $\beta = u(t_2)$ 이다.

그림 10의 (a)에서 길이 l_{bc} 는 Preisach 평면에서 A_2 삼각형이 양의 영역에서 음의 영역으로 변할 때의 길이이고, $y(t_1) - y(t_2)$ 로 표현된다. 따라서 l_{bc} 는

$$P[u(t_1), u(t_1)] - P[u(t_1), u(t_2)] = l_{bc} = 2L(A_2) \quad (13)$$

이다. 따라서, FOD곡선을 이용하여 PDF를 알고있다면 Preisach 평면에서의 각 다각형에 대응하는 길이를 계산할 수 있다.

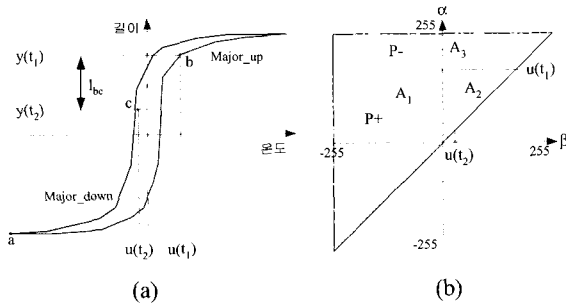


그림 10. FOD곡선을 이용한 Preisach 모델의 해석. (a) 히스테리시스 평면, (b) Preisach 평면.

Fig. 10. Analysis of Preisach model using FOD curve. (a) hysteresis plane, (b) Preisach plane.

그림 11은 입력온도가 증가와 감소를 반복한 경우를 보여준다. 여기서 출력길이를 계산하는 방법은 Preisach 평면 위의 양(P+)의 출력부분을 그림 11에서와 같이 사다리꼴과 삼각형의 조합으로 나눈다. 나누어진 각 다각형의 영역에 의해서 계산되는 길이를 PDF를 이용하여 구하고, 각 길이의 합을 계산하면 출력길이가 된다. PDF를 이용하기 위해서는 각각의 경우에 해당하는 FOD곡선들을 실험을 통해서 모두 알고 있어야한다. 그러나 실험을 통하여 모든 FOD곡선을 구할 수 없으므로 몇 개의 FOD곡선을 구하고, 그 곡선들을 이용하여 실험으로 구하지 못한 나머지 FOD곡선들을 근사적으로 만족하는 PDF를 구한다. PDF를 이용하여 전체 출력길이를 계산하는 과정을 살펴보면, 전체 출력길이를 나타내는 식 (7)은

$$y(t) = -L(T) + 2L(a + b + c) \quad (14)$$

로 표현되고, 다각형 a, b, c 에 의해서 계산되어지는 출력은 각각

$$P(\alpha_0, \beta_0) = -L(T) + 2L(a) \quad (15)$$

$$P(\alpha_1, \beta_1) - P(\alpha_1, \beta_0) = 2L(b) \quad (16)$$

$$P(\alpha_2, \beta_2) - P(\alpha_2, \beta_1) = 2L(c) \quad (17)$$

로 표현되며, 각 다각형에 의해서 계산되어지는 출력길이의 합은 식 (14)의 결과와 같다. 그러므로, 그림 11에서 PDF를 이용하여 전체 출력길이를 계산할 수 있다. 그림 11의 (a)는 현재의 입력온도가 증가하는 경우이고 (b)는 감소하는 경우를 나타낸다. 두 가지의 경우에 대해서 각각 출력길이를 계산하는 식은

$$y(t) = P(\alpha_0, \beta_0) + [P(\alpha_1, \beta_1) - P(\alpha_1, \beta_0)] + [P(\alpha_2, \beta_2) - P(\alpha_2, \beta_1)] \quad (18)$$

로 표현될 수 있고 일반적인 경우는

$$y(t) = P(\alpha_0, \beta_0) + \sum_{i=1}^{n-1} [P(\alpha_i, \beta_i) - P(\alpha_i, \beta_{i-1})] \quad (19)$$

로 표현된다. n 은 입력온도가 상승과 하강을 반복하여 그림 11과 같이 Preisach 평면에 생성되는 다각형의 수와 같다. 그림 11은 $n=3$ 인 경우를 보여준다.

실험을 통하여 FOD곡선을 구하기 위해서 SMA에 입력 전압을 그림 12의 (a)와 같이 인가한다. 그림 12의 (b)는 실험을 통하여 얻은 12개의 FOD곡선들이다. 일정한 전압이 인가되어 오랜 시간이 지나면 온도는 포화상태[6]에 이르고 더 이상 변화하지 않는다. 따라서 각 계단 입력을 인가하여 출력길이가 더 이상 변화하지 않으면 다음 계단 입력을 인가하는 방법으로 FOD곡선들을 구한다.

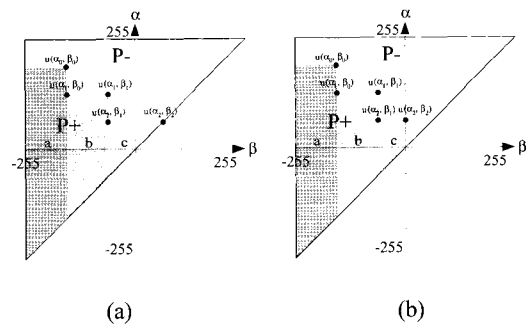


그림 11. PDF와 Preisach 평면의 관계.

Fig. 11. Relationship between PDFs and a Preisach plane.

실험을 통하여 구한 FOD곡선들과 오차의 제곱의 합이 최소가 되는 PDF를 한 예를 들어 구하면 다음과 같다[6].

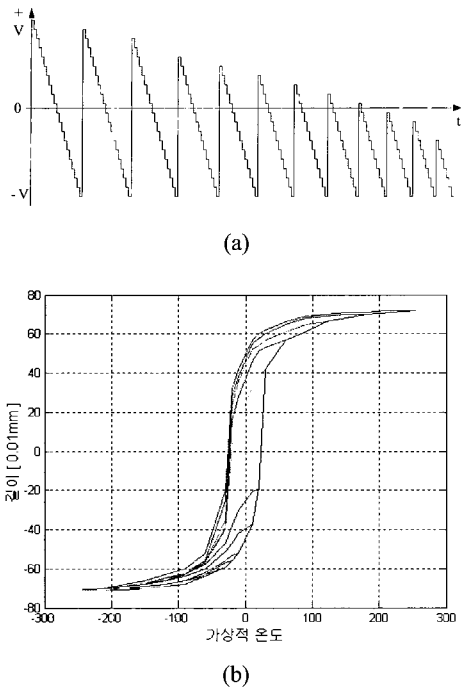


그림 12. 실험에 의해 얻어진 FOD곡선.
(a) 입력 전압, (b) FOD곡선.

Fig. 12. FOD curves obtained by experimentation.
(a) input voltage, (b) FOD curves.

$$P(\alpha, \beta, c_1, c_2) = K \times \frac{[e^{-x_2(U_{min} + c_1(\alpha))} - e^{-x_2(\beta + c_1(\alpha))}]}{[1 + e^{-x_1(\alpha + c_2(\alpha))}][1 + e^{-x_2(\beta + c_1(\alpha))}]} \times \frac{1}{[1 + e^{-x_2(U_{min} + c_1(\alpha))}]} + Y_{min} \quad (20)$$

여기서,

$$K = [Y_{max} - Y_{min}] [1 + e^{-x_1(Y_{max} + c_1(\alpha))}] \times \frac{[1 + e^{-x_2(U_{max} + x_3)}][1 + e^{-x_2(U_{min} + x_3)}]}{[e^{-x_2(U_{min} + x_3)} - e^{-x_2(U_{max} + x_3)}]}$$

이다. 그리고, α, β 는 스위칭 변수이며, c_1, c_2 는 α 의 함수이고, x_1, x_2, x_3 는 상수이다. 상수 Y_{max}, Y_{min} 는 각각 출력길이의 최대값과 최소값이고, U_{max}, U_{min} 은 각각 입력 가상적온도의 최대값과 최소값이다.

그림 13의 (a)는 실험을 통해서 구한 FOD곡선들이고 (b)는 식 (20)의 기존의 PDF를 이용하여 모의 실험한 FOD곡선들이다. 그림 13의 결과를 보면 실험결과와 모의실험 결과가 차이가 있는 것을 볼 수 있으며, PDF 또한 수식이 복잡하며 PDF의 결정할 계수들이 많고 계수의 값을 구하는 방법이 어렵다. 기존의 연구[6]에서도 이러한 결과를 보여 주고 있다.

실험으로 구해진 몇 개의 FOD곡선들을 근사화하는 PDF를 구한 후, 구해진 PDF를 이용하여 실험 데이터가 없는 FOD곡선들 또한 근사화하여 구하는 기존 방법은 모델링의

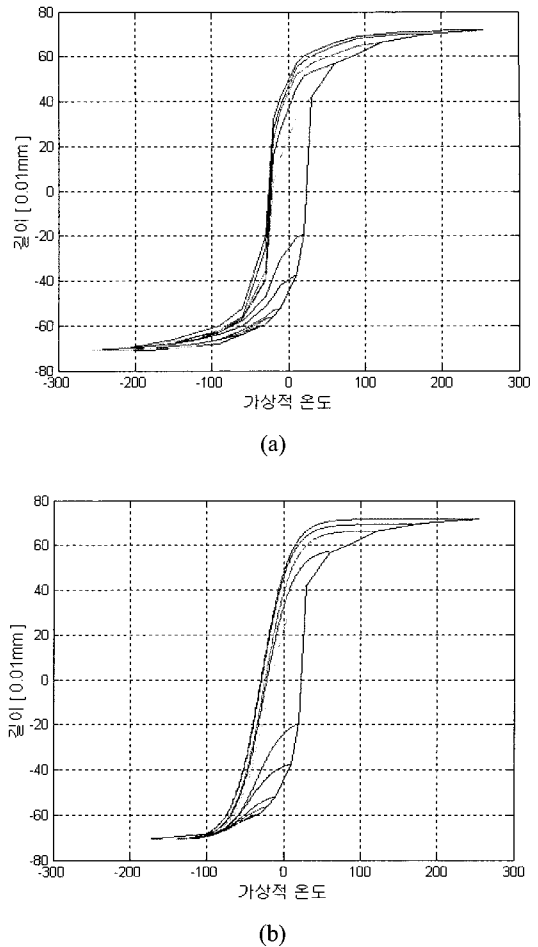


그림 13. FOD곡선의 실제실험 결과와 기존의 방법을 이
이용한 모의실험 결과의 비교.
(a) 실험 결과, (b) 모의실험 결과.

Fig. 13. Comparison of FOD curves: experimental result and
computer simulation result using the conventional
modeling method.
(a) experimental result, (b) simulation result.

복잡성에 비해 모델링 성능이 좋지 않은 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위하여, 본 논문에서는 실험을 통하여 구한 히스테리시스의 주 루프의 정보만을 이용하여 비교적 간단하게 FOD곡선들을 구하는 방법을 제시하고자 한다.

V. 히스테리시스 주 루프의 비례관계를 이용한 모델링 방법

그림 14의 히스테리시스 평면에서 출력길이는 상승 주 루프(major_up loop)를 따라 a점에서 b점을 경유하여 c점으로 이동한다. 그리고 c점에서 하강 주 루프(major_down loop)를 따라서 d점으로 이동한다. 출력길이가 a점에서 상승 주 루프를 따라 b점으로 이동 후 FOD곡선을 따라서 하강하면 a와 d사이의 직선상의 한 점 d'을 통과할 것이다. 기존의 연구[5]-[7][9]에서는 실험을 통해서 구한 몇 개의 FOD 곡선들을 근사적으로 만족하는 PDF를 이용하여 b점에서

하강하는 근사적인 FOD곡선을 구하고, FOD곡선을 이용하여 a와 d사이의 d'점을 구하였다. 그런데, 히스테리시스의 주 루프와 FOD곡선의 비례관계로부터 d'점을 근사적으로 구할 수 있음을 알 수 있다. 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

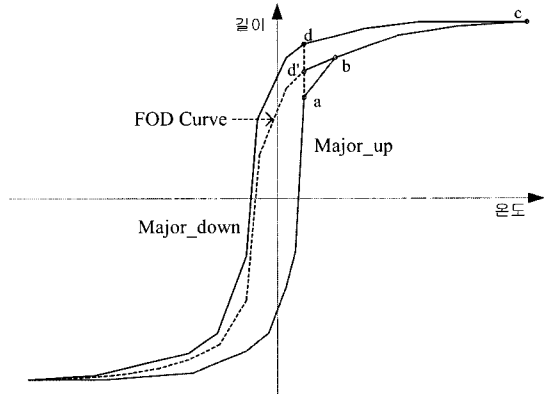


그림 14. FOD곡선과 히스테리시스 주 루프의 관계.
Fig. 14. Relationship between a FOD curve and a major hysteresis loop.

그림 15의 (a) ~ (c)는 그림 14의 출력길이가 주 루프를 따라 a점에서 c점을 거쳐서 d점으로 이동하는 것을 Preisach 평면에서 보여준다. 그림 15의 (a)는 출력길이가 a점인 것을 보여준다. 그림 15의 (b)는 입력온도가 증가함에 따라 A_1 의 영역이 음의 영역에서 양의 영역으로 변하고 출력길이가 상승 주 루프를 따라 a점에서 c점으로 이동하는 것을 보여준다. 그림 15의 (c)는 입력온도가 감소함에 따라 A_{12} 의 영역이 음의 영역으로 변하고 출력길이가 c점에서 하강 주 루프를 따라서 d점으로 이동하는 것을 나타낸다. 그림 15의 (d)에서 A_{12} 의 영역이 음의 영역일 때 A_{11} 의 영역이 양의 영역이면 출력길이는 그림 14의 d점을 나타내고 A_{11} 의 영역이 음의 영역이면 출력길이는 그림 14의 a점을 나타낸다. 따라서 그림 15의 (d)에서 A_{12} 의 영역이 음의 영역일 때 A_{11} 의 영역이 음의 영역에서 양의 영역으로 변하면 그림 14의 출력길이는 a점에서 d점으로 직선을 따라서 이동하고 A_{11} 영역이 양의 영역으로 변화가 h에 이르면 출력길이는 d'점이 된다. 이때 A_{11} 영역의 변화에 의한 출력길이의 증가는 상승 주 루프의 증가와 유사하게 비례하여 증가하는 것으로 근사화 할 수 있다.

그림 15의 (e)는 (a)의 상태에서 입력온도가 증가하여 A_2 의 영역이 음의 영역에서 양의 영역으로 변하여 h에 이르면 출력길이가 그림 14의 상승 주 루프를 따라 b점이 되는 것을 나타내며, 그림 15의 (f)는 입력온도가 감소함에 따라 A_{22} 의 영역이 음의 영역으로 변하고 출력길이가 c점에서 하강 주 루프와 유사한 곡선을 따라서 d'점으로 이동하는 것을 나타낸다. 따라서 그림 14에서 출력길이가 a점에서 주 루프를 따라서 c점과 d점으로 이동하는 경향과 출력

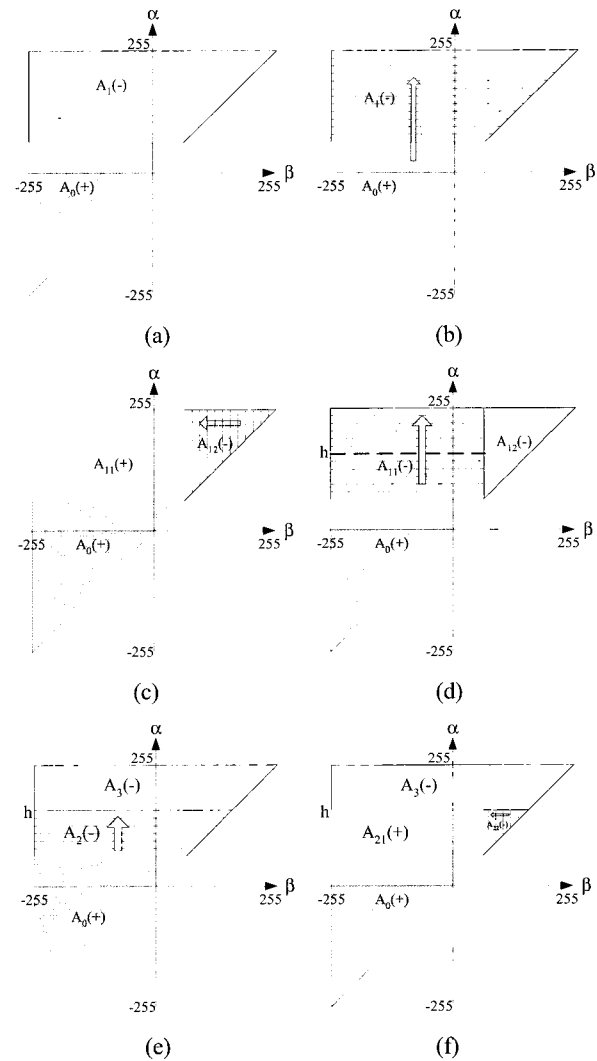


그림 15. Preisach 모델을 이용한 제한된 모델링 방법.
Fig. 15. Proposed modeling method using Preisach model.

길이가 a점에서 b점으로 이동 후 FOD곡선을 따라서 d'점으로 이동하는 경향은 근사적으로 같은 경향을 보일 것이다.

히스테리시스의 FOD곡선들이 근사적으로 주 루프와 같은 경향을 갖기 때문에 그림 16의 (a)에서 주 루프의 최고점과 FOD곡선의 하강시작점의 출력길이의 비례관계를 이용하여 근사적인 d'점을 찾을 수 있다. 히스테리시스 평면에서 a점의 출력길이 l_a 는 Preisach 평면에서

$$l_a = L(A_0) - L(A_{21} + A_{22} + A_{31} + A_{32}) \quad (21)$$

로 표현되고, a점과 FOD곡선의 하강시작점 b점 사이의 출력길이 l_{ab} 는

$$l_{ab} = 2L(A_{21} + A_{22}) \quad (22)$$

으로, a점에서 최고점 c점까지의 출력길이 l_{ac} 는

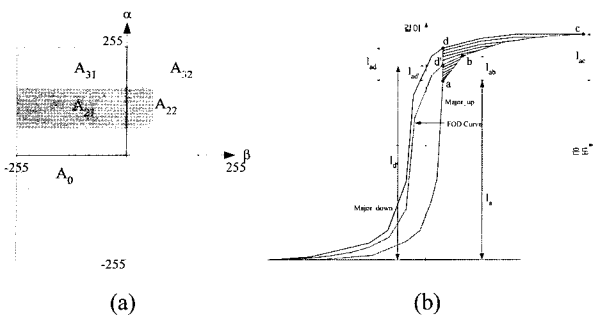


그림 16. 주 루프를 이용한 기하학적 해석.
 (a) Preisach 평면, (b) 히스테리시스 평면.
 Fig. 16. Geometrical analysis using major loop.
 (a) Preisach plane, (b) hysteresis plane.

$$l_{ac} = 2L(A_{21} + A_{22} + A_{31} + A_{32}) \quad (23)$$

로 표현된다. 그리고 a점에서 d점 사이의 출력길이 l_{ad} 와 a점에서 d'점 사이의 출력길이 $l_{ad'}$ 은 각각 (24), (25)와 같다.

$$l_{ad} = 2L(A_{21} + A_{31}) \quad (24)$$

$$l_{ad'} = 2L(A_{21}) \quad (25)$$

주 루프와 FOD곡선이 근사적으로 같은 경향을 갖기 때문에 주 루프의 최고점과 FOD곡선의 하강시작점의 출력길이의 비를 근사적으로

$$l_{ac} : l_{ab} \approx l_{ad} : l_{ad'} \quad (26)$$

으로 표현될 수 있다. 따라서 d'점의 출력길이 $l_{d'}$ 은 (27), (28)로 구해진다.

$$l_{d'} = l_a + l_{ad'} \quad (27)$$

$$l_{d'} \approx l_a + \frac{l_{ab} l_{ad}}{l_{ac}} \quad (28)$$

(28)의 변수들은 모두 히스테리시스의 주 루프의 데이터를 통하여 구할 수 있는 값들이므로 제안된 방법을 이용하면 α , β 와 주 루프의 데이터만을 이용하여 간단하게 근사적인 모든 FOD곡선들을 구할 수 있다. 다음 장에서는 제안된 방법의 타당성을 검증하기 위해서, 주 루프의 비례관계를 이용하여 모의실험으로 구한 FOD곡선들과 실험으로 구한 FOD곡선들을 비교한다.

VI. 실험 결과

그림 17은 SMA 액츄에이터와 실험 환경을 보여준다. 가변저항을 중심으로 양쪽에 각각 SMA 액츄에이터를 설치하고, 각 액츄에이터의 반대쪽 끝은 기구물로 고정시켰다.

마이크로 컨트롤러는 80c196kc-20MHz를 사용하였고, 컨트롤러

내부의 10bit A/D를 사용하여 가변저항의 아날로그 출력을 측정하여 SMA 액츄에이터의 길이를 측정했다. 그리고 컨트롤러 내부의 PWM 출력을 이용하여 SMA 액츄에이터에 전압을 인가하였다.

그림 18의 (a)는 FOD곡선들을 실험으로 구한 것이고 그림 (b)는 제안된 방법을 이용하여 FOD곡선들을 모의실험한 것이다. 그림 13의 결과를 얻기 위해서 FOD곡선들을 구하는 실험과 FOD곡선들을 이용하여 PDF를 구하는 어려움이 있었으나, 제안된 방법을 사용했을 경우 히스테리시스의 주 루프만을 구하여 간단하게 모든 근사적인 FOD곡선들을 구할 수 있고, FOD곡선들 또한 그림 13의 결과보다 실험 결과와 일치함을 볼 수 있다. 그리고, PIII-866MHz 컴퓨터로 그림 18의 FOD곡선들을 구하는 계산시간을 측정하였다. 제안된 모델링 방법을 이용한 경우 걸리는 시간은 0.22sec이고, 실험으로 구한 FOD곡선들을 통해서 구한 PDF를 이용하면 계산 시간이 0.32sec이다. 그리고 실험으로 구한 FOD곡선들과 모의 실험을 통해서 구한 FOD곡선들의 오차를 비교하면 제안된 모델링 방법을 이용한 경우 오차는 9.52mm²이며 PDF를 이용한 경우 오차는 43.82mm²이다. 따라서, 제안된 방법은 간소한 PDF를 쉽게 구할 수 있고 적은 계산 시간이 소요된다. 그리고 FOD곡선들의 오차가 기존의 PDF를 이용한 방법보다 작은 것을 알 수 있다. 만약, 초월함수의 계산이 어려운 소형의 마이크로 컨트롤러를 사용하면 두 방법 사이의 계산시간 차이는 더 클 것이므로, 특히 히스테리시스 특성의 역모델을 이용한 제어에 있어 온라인 역모델 계산 시 제안된 방법이 더욱 효율적일 것으로 예상된다.

제어기 설계시 제안된 모델링 방법의 유용성을 검증하기 위해서 SMA의 위치제어에 관한 실제실험과 모의실험의 결과를 비교하여 보았다. 여기서, 사용된 위치제어기는 SMA의 설정길이의 출력길이의 오차에 비례하는 출력을 내는 비례제어기이며, 비례이득 $K_p = 30$ 이다. 그림 19의 (a)는 SMA에 비례제어기를 적용시켜서 실험한 결과이고, (b)그림은 제안된 모델을 이용하여 모의 실험한 결과이다. 실험결과와 주된 특징은 SMA의 히스테리시스 특성으로 인해서 출력길이가 0.6mm에서 0.8mm로 이동할 때 와 0.8mm에서 1.0mm로 이동할 때 같은 길이의 변화임에도 불구하고 출력길이의 상승시간은 상당한 차이를 보임을 볼 수 있고, 길이의 각 구간마다 차이는 있으나 같은 현상을 보인다. 특히 출력

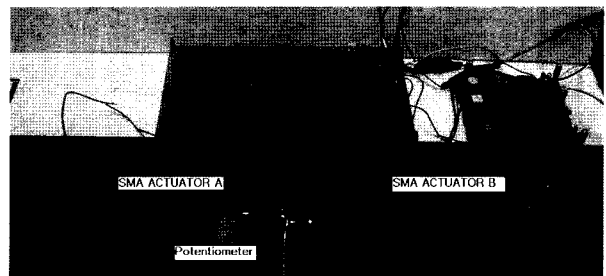
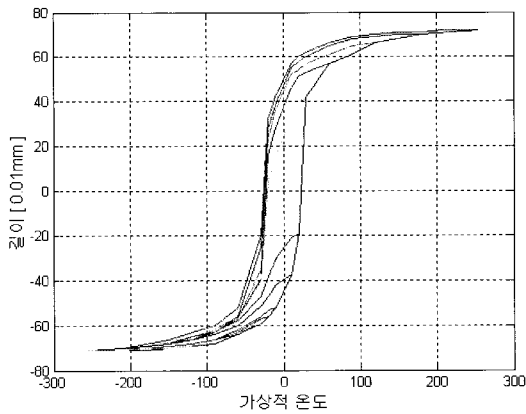
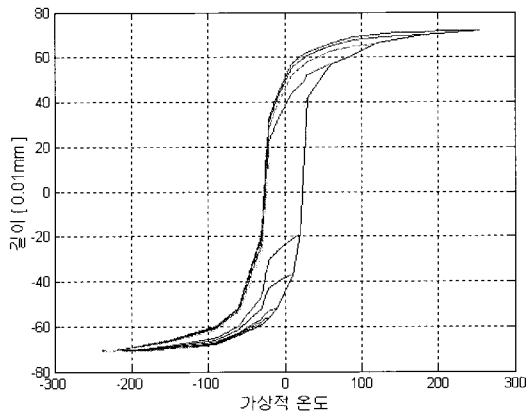


그림 17. SMA 액츄에이터 시스템의 구성.
 Fig. 17. Structure of SMA actuators system.



(a)



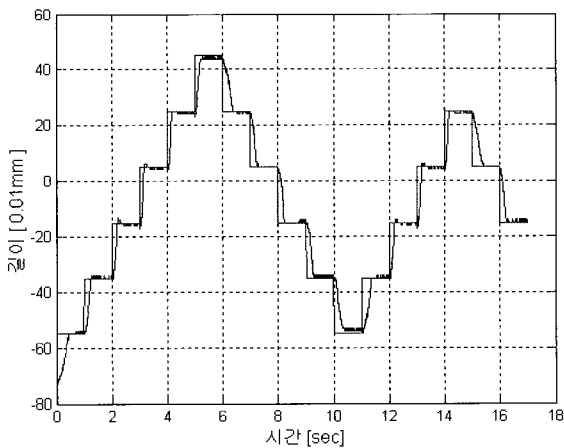
(b)

그림 18. FOD곡선의 실제실험 결과와 제안된 방법을 이용한 모의실험 결과의 비교.

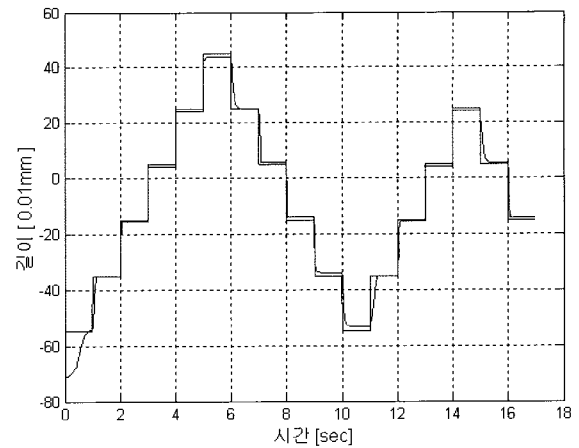
(a) 실험 결과, (b) 모의실험 결과.

Fig. 18. Comparison of FOD curves: experimental result and computer simulation result using the proposed modeling method.

(a) experimental result, (b) simulation result.



(a)



(b)

그림 19. 비례제어기를 적용한 위치제어.

(a) 실험결과, (b) 모의실험 결과.

Fig. 19. Position control using a proportional controller.

(a) experimental result, (b) simulation result.

길이가 1.6mm에서 1.8mm로 이동할 때와 1.8mm에서 1.6mm로 이동할 때 출력길이의 상승시간이 차이를 보임을 알 수 있다. 모의 실험에서도 또한 같은 결과를 보임을 알 수 있다.

VII. 결론

현재 상용화된 대표적인 스마트 액추에이터인 SMA (Shape memory alloy)는 로컬 메모리가 존재하는 히스테리시스 특성을 가지므로 수학적 모델링이 어렵고, 그로 인해 제어기의 설계 또한 어려운 부분으로 남아있다. 본 논문에서는 SMA의 입출력 특성을 온도 전달 특성을 나타내는 열전달 모델과 히스테리시스 특성을 나타내는 Preisach 히스테리시스 모델로 분리하여, 각각을 실험을 통하여 모델링하는 방법을 제안했다. 특히 히스테리시스를 모델링하기 위해서 일반적으로 많이 사용되는 Preisach 모델을 응용하였고, Preisach 평면에서 히스테리시스의 주 루프의 비례관계를 이용하여 모든 근사적인 FOD곡선들을 비교적 쉽게 구하는 방법을 제안했다. 제안된 방법을 이용하여 구한 SMA의 FOD곡선들은 실험으로 구한 FOD곡선들과 거의 일치함을 볼 수 있었고, FOD곡선들의 계산시간 또한 짧은 것을 볼 수 있었다. 특히, 빠른 계산 시간은 히스테리시스의 역 모델을 이용하는 제어에 유용하다.

참고문헌

[1] M. Hashimoto, T. Tabata, and T. Yuki, "Development of electrically heated SMA active forceps for laparoscopic surgery," *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 2372-2377, May, 1999.
 [2] T. Hasegawa and S. Majima, "A control system to compensate the hysteresis by Preisach model on SMA actuator," *International Symposium on Micromechatronics And Human Science*, pp. 171-176, 1998.

- [3] K. Ikuta, M. Tsukamoto, and S. Hirose, "Mathematical model and experimental verification of shape memory alloy for designing micro actuator," *Proceedings of IEEE Micro Electro Mechanical Systems Conference*, pp. 103-108, 1991.
- [4] D. R. Madill and D. Wang, "Modeling and L2-stability of a shape memory alloy position control system," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 6, pp. 473-481, July, 1998.
- [5] I. D. Mayergoyz, *Mathematical Models of Hysteresis*. Springer-Verlag, New York, 1991.
- [6] R. B. Gorbet, D. W. L. Wang, and K. A. Morris, "Preisach model identification of a two-wire SMA actuator," *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 2161-2167, May, 1998.
- [7] P. Ge and M. Jouaneh, "Tracking control of a piezoceramic actuator," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 4, pp. 209-216, May, 1996.
- [8] C. Natale and F. Velardi, "Modelling and compensation of hysteresis for magnetostrictive actuators," *Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 744-749, July, 2001.
- [9] S. Majima, K. Kodama, and T. Hasegawa, "Modeling of shape memory alloy actuator and tracking control system with the model," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 9, pp. 54-59, January, 2001.



최 병 준

1970년 1월 7일 생. 1997년 경일대 제어계측 공학과 졸업. 1999년 경북대 전자공학과 석사, 2000년 ~ 현재 동대학원 박사과정. 관심분야는 이동 로봇, 로보틱스, 지능제어.

이 연 정

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제8권, 제3호, 참조.

최 봉 열

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제8권, 제3호, 참조.