大韓數學教育學會誌 數學教育學硏究 第 12 卷 第 3 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XII, No.3, 409-424. Aug 2002

역사발생적 수학 학습-지도 원리에 관한 연구

우정호* · 민세영**

Ⅰ. 서 론

'수학을 어떻게 지도할 것인가'하는 문제에 대한 논의는 무엇보다도 수학의 본질을 어떻게 보는가에 따라 달라질 것이다. 형식주의자들은 수학을 형식적인 구조에 관한 이론이며 엄밀성을 특징으로 한다고 본다. 이러한 특징을 잘 보여주는 것이 Bourbaki의 『Elémentsde mathématique』이며, 그 근원은 Euclid의 『원론』이다.

수학의 본질에 대한 또 다른 관점은 수학은 실제현상을 모델화하기 위하여 이루어졌으며, 자연과학과 공학 등 다른 여러 학문 분야의 문제해결과 관련되어 그에 응용되면서 개발되고 발전되어 왔다고 보는 관점이며, 그 근원은 Archimedes의 수학이다. 이러한 관점에서 볼 때는, 수학은 인간이 생존하는 과정에서 부딪히는 여러 가지 실제적인 문제상황을 해결하기 위하여 생겨난 인간의 활동의 결과로, 단순한 개인적인 사변 이상의 사회적인 활동의 결과이다. 따라서 수학은 처음부터 완벽한 모습을 가진 지식체로 등장한 것이 아니라, 오랜 역사를 통해 많은 수학자들에 의해 개발되어 왔고 또한 지금도 그렇게 발달되어가고 있는 것이다.

수학교육의 주요 문제는 수학을 산물로서 보고 최종적으로 다듬어진 개념과 정리만을 논리적인 전개 순서에 따라 연역적인 전개 방식으로 가르치는 데에서 비롯된다. 역사발생적 수학 학습-지도 원리는 수학을 과정으로 보고 수학의 발생 과정을 학습-지도에 반영하고자 하는 것으로, 연역적인 전개 방식에 대한 대안으로 Clairaut 이후 Cajori, Smith, Klein, Poincaré 등 여러 학자들에 의하여 지속적으로 주장되어 왔으며, La Cour, Branford, Toeplitz 등에 의하여 역사발생적 원리에 따른 수학 교과서가 저술되기도 하였다.

1962년 Birkhoff, Courant, Kline, Polya, Weil 등을 비롯한 미국과 캐나다의 지도자급 수학자 75명이 발표한 각서『On the Mathematics Curriculum of the High School (1962)』에서 '새수학'에 대하여 경고하면서 역사발생적 원리를 다시 주장한 이후에 역사발생적 원리에 대한 관심이 다시 커지게 되었다. 1969년 NCTM의 제 31 연보는 교수 도구로서의 수학사를 주제로 하면서 수학교육에서 수학사를 이용할 것을 권고하였고, 1990년대 들어와서 IREM의 연구와 1997년의 ICMI의 연구를 비롯하여 수학사를 수학교육에 이용하려는 연구가 활발하게 진행 중이며, 역사발생적 학습-지도 원리의 중요성이 새롭게 인식되고 있다.

20세기 중반 이후 역사발생적 원리와 관련되어 여러 수학교육 이론이 연구되었으며, 대표적인 연구로 Lakatos, Freudenthal, Brousseau 등의 이론을 들 수 있다. 그러나 이들의 이론은

* 서울대학교
** 서울대 교육종합연구원

여러 면에서 그 이전의 역사발생적 원리와는 다른 다양한 면을 갖고 있으며, 표면적으로는 역사발생적 원리와 다른 이론으로 이해되기 쉽다. 왜냐하면, 일반적으로 역사발생적 원리는 "개체발생은 종족발생을 재현한다"는 Haeckel의 '재현의 법칙'과 동일한 것으로 여겨져, 단지 수학사의 순서대로 학습과정을 배열할 것을 주장하는 이론으로 이해되고 있는 반면에, 이러한 이론들은 그러한 주장을 하지 않기 때문이다.[1] 그러나 이들의 이론을 심층적으로 살펴보면, 그들 역시 나름대로 역사발생적 원리를 주장하고 있는 것이다. 따라서 역사발생적 원리에 대한 해석이 변화되어 왔다고 한다면, 이러한 해석의 차이는 무엇인지에 대해 구명하는 것이 필요하다.

한편, 20세기의 교육에 영향을 준 대표적인 이론으로 Dewey의 경험주의 교육과정과 Bruner의 학문중심 교육과정을 들 수 있다. 각 교육과정은 20세기 교육 전반에 큰 변화를 가져왔고 우리나라 수학과 교육과정에서도 미친 영향도 매우 컸다.[2] Dewey와 Bruner의 입장은 각각 경험중심, 문제해결 중심의 '생활단원' 교육과정과 학문중심, 구조중심의 '새 수학' 교육과정을 대표하는 것으로 볼 수 있다. Dewey는 교육은 경험의 재구성이라 보고 학생이 활동을 통하여 경험으로부터 학습이 이루어지도록 해야 한다고 보았으며 그의 이러한 주장은 경험중심 교육과정으로 나타났고, 오늘날에도 구성주의를 비롯한 주요한 교육이론의 바탕이 되고 있다. Bruner는 Dewey가 경험으로부터의 학습을 주장한 것과 달리 지식의 구조를 가르칠 것을 주장하였고 그의 이러한 생각은 학문중심 교육과정으로 나타났다. 수학 학습-지도 원리로서의 역사발생적 원리의 의의를 보다 명확히 하기 위하여, 이 두 교육과정과 역사발생적 원리의 관련성을 밝히는 것이 필요하다.

본 논문에서는 역사발생적 원리에 대한 해석의 차이는 근본적으로 수학에 대한 역사관의 차이와 수학교육학의 발전에 기인한다고 보아, 이 두 관점에 따라 본 논문에서는 역사발생적 원리를 고전적 역사발생적 원리와 현대적인 역사발생적 원리로 나누어 고찰하고 Ⅱ장과 Ⅲ장에서 각각의 특징을 고찰하고, Ⅳ장에서 Dewey의 경험주의 교육과정과 Bruner의 학문중심 교육과정을 고찰하고 역사발생적 원리와의 관계에 대하여 고찰한다. 그리고 Ⅴ장에서는 이상과 같은 고찰을 통하여 실제 학습-지도에 적용하는 것과 관련되어 역사발생적 수학 학습-지도 원리를 재규정하고자 한다.

Ⅱ. 고전적인 역사발생적 원리

역사발생적 원리는 발생적 원리의 한 유형으로, 16, 17세기 이후 자연과학의 발달과 민권의 신장, 계몽사상과 공교육제도의 확립 등이 교육의 제도, 목적, 내용, 방법 전반에 걸쳐 근본적인 변화를 요구하던 시기에 태동되었다. 르네상스 시대에서 바로크 시대로의 변환기였던 16세기에 Ramus에 의하여 연역적인 교재 구성의 전형이었던 Euclid의 『원론』에 대한 비판이 제기되면서부터 역사발생적 원리가 모습을 나타내기 시작하였다. Ramus의 사상은 Descartes, Arnauld, Clairaut 등을 비롯한 많은 수학자들에게 영향을 주었다. Arnauld와 Clairaut는 Euclid의 『원론』과 다른 형식을 가진 기하학 교과서

1) 역사발생적 원리를 재현의 법칙과 동일한 것으로 간주하는 관점은 Blom(2000, p.4), Fauvel & van Mannen(2000, p.145), Ernest(1994, p.117), ICME(1986) 등에서 볼 수 있다.

2) 우리 나라의 제 1차 교육과정은 Dewey의 경험중심 교육과정에, 제 3차 교육과정은 Bruner의 학문중심교육과정의 영향을 크게 받았다(강완 · 백석윤, 1998)

를 저술하였으며, 특히 Clairaut는 역사발생적 원리에 따른 수학교과서인 『Eléments de géométrie(1741)』를 저술하였다.

17세기는 학문의 형성시기일 뿐만 아니라, 일반 근대적인 교수학의 성립시기이다. Bacon, Ratke, Comenius 등의 영향으로 발생적 원리는 Comenius를 선두로 하는 교수학자들 사이에서 교수학의 원리로 채택되었다.

역사발생적 원리는 단순히 수학사의 이용만을 강조하는 것이 아니라, 수학교재 구성과 지도방법에 있어서 수학사와 학습자의 학습과정 사이의 관련성을 중시하는 입장이라는 점을 생각할 때, 지식교육에서 지식의 역사적 발달에 대한 관심이 어떻게 학습의 과정과 관련된 교육학적 논의로 연결되었는지 살펴볼 필요가 있다. 역사발생적 원리의 교육학적 배경에 관하여 논의하기 위하여 먼저 Rousseau의 자연주의 교육사상에 대하여 살펴보고자 한다.

역사발생적 원리와 관련하여 Rousseau의 교육사상에서 주목할 수 있는 것은 개인의 성장과 발달에 관한 Rousseau의 두 가지 주장이다. 하나는 개인의 성장발달 과정과 인간의 진화과정 사이에 대응관계가 있다는 것이고, 다른 하나는 아동에서 성인으로의 발달은 감각적 능력에서 시작하여 점차로 이성적 능력을 구사할 수 있게 되는 과정이라는 것이다. 이러한 생각은 아동이 어른과 같은 이해력을 지녔다는 가정 하에, 순수 이성적인 사고를 필요로 하는 연역적으로 전개된 교재로 가르치던 당시의 수학교육의 상황에서 새로운 시각을 갖도록 한 결정적 계기가 되었다고 볼 수 있다. Rousseau의 교육사상은 Euclid 『원론』 위주의 형식적 교육에 대한 Ramus, Arnauld, Clairaut의 비판과 더불어 수학교육에 있어서 새로운 방향을 찾고자 하는 시도를 가져오는 바탕을 제공하였다고 볼 수 있다.

이러한 Rousseau의 자연주의 교육사상의 영향으로 교육과정은 어떤 계열을 가져야 하며 그러한 계열에서 논리보다는 '자연'이 중요한 열쇠를 제공한다고 주장되었다. Rousseau의 교육사상은 Pestalozzi, Froebel, Herbart에게 영향을 주었고, 이들은 지식교육에서 '자연스러운 순서'라는 관념을 지지하였다. 수학교육에서는 그에 앞서 이미 18세기 중엽에 Clairaut에 의해 역사발생적 원리에 따른 수학교과서가 집필되었으며, 19세기 초에 Lindner와 Mager 등에 의하여 역사발생적 원리가 보다 구체적으로 논의되기 시작하였다.

이상의 논의들은 생물학에서의 Haeckel의 '재현의 법칙(recapitulation law)'이 나오기 이전에 이루어졌다. 19세기에 생물발생학에서는 동물과 인간의 발달을 연구하여, 알이나 태아 상태의 동물의 성장 형태는 다른 단계에 있는 동물의 형태와 매우 유사하다는 것을 관찰하였다. 1866년 동물의 태아발생 과정은 종족이 진화한 과정을 재현한다는 Haeckel의 재현의 법칙이 발표되면서, Ziller를 중심으로 하는 Herbart 학파는 초등학교 교과과정의 근거를 재현의 법칙에 두려는 생각으로 문화단계설을 주장하였다(Gould, 1997). Herbart 학파의 문화단계설은 주로 문학과 도덕교육과 연관되어 있었으며 수학, 과학에 있어서는 그 적용에 있어서 문제가 있음이 지적되었다. 문화단계설은 역사적인 발달 순서에 따라 교재를 구성해야 한다는 점에서 역사발생적 원리와 공통점을 갖고 있으며 수학교육에서 역사발생적 원리가 강조되는 교육학적 배경이 되었다고 볼 수 있다.

19세기말에 많은 수학교육자들은 Haeckel의 재현의 법칙이 역사발생적 원리의 핵심적인 주장을 보여주는 것이라 생각하였고, 역사적 발달 단계에 따른 수학의 학습-지도가 바람직하며 필요한지에 관한 논의와 함께, 각 학생의

학습과정은 인류의 학습과정을 재현하며 역사발생적 방법이 학생들이 수학을 배우는 가장 자연스러운 방법이라고 생각하였다. 20세기로 들어오면서 Cajori, Smith, Poincaré, Klein 등은 재현의 법칙을 언급하면서 역사발생 순서에 따라 수학을 지도해야 한다고 주장하였고, La Cour, Branford, Toeplitz 등에 의하여 역사발생적 원리에 따른 교재가 저술되었다.

이러한 고전적인 역사발생적 원리의 특징은 크게 두 가지로 나누어 볼 수 있다. 첫 번째 특징은 수학적 개념의 역사적 발생이 연속적으로 이루어진다고 보는 역사관을 기초로 하고 있다는 점이다. 즉, 수학의 역사에 있어서 단절이 없이 연속적으로 개념의 발달이 이루어져 왔다고 본다. 두 번째 특징은 Haeckel의 재현의 법칙과 밀접하게 결부되어 있다는 점이다. 역사적으로 볼 때, 역사발생적 원리는 Haeckel의 재현의 법칙이 발표되기 이전에 이미 논의되고 있었고, 18세기에 이미 Clairaut에 의하여 교재화되어 제시되었다. 그러나 1866년 Haeckel의 재현의 법칙이 발표된 후에 Cajori, Smith, Poincaré, Klein 등은 역사발생적 원리의 핵심적 아이디어를 재현의 법칙이 잘 보여준다고 생각하였기에, 재현의 법칙을 근거로 역사발생적 원리를 주장하였던 것이다. 따라서 역사발생적 원리의 탄생은 재현의 법칙과 관계없이 이루어졌음에도 불구하고 일반적으로 역사발생적 원리는 재현의 법칙과 동일한 것으로 간주되었다. 따라서 역사발생적 원리에 대한 비판은 곧 재현의 법칙에 초점을 두고 이루어졌다.

III. 현대적인 역사발생적 원리

현대적인 역사발생적 원리가 고전적인 역사발생적 원리와 달라진 원인은 근본적으로 수학의 발달과 개인의 학습과정이 연속적으로 이루어진다고 보던 관점에서 불연속적으로 이루어진다고 보는 관점으로 바뀐 것에 기인한다. 20세기 중반 이후에 수리철학의 변화와 수학교육학의 발전 과정에서 역사발생적 원리가 다시 주목을 받게 되었지만, 그 모습은 고전적인 역사발생적 원리와는 다른 모습으로 나타나게 되었다. 재현의 법칙과 결부된 고전적인 역사발생적 원리에 대한 비판과 더불어 새롭게 제기된 현대적인 역사발생적 원리는 표면적으로는 역사발생적 원리와 다른 이론으로 이해되기 쉽다. 주요한 차이점은 고전적인 역사발생적 원리와 달리 수학의 역사적 발달과 개인의 수학학습에 대한 완전한 평행성을 가정하지 않는다는 것과 그러한 발달과정이 연속적인 것이 아니라 불연속적인 비약이 있다는 가정에서 비롯된다고 볼 수 있다. 따라서 이러한 관점에 따라 역사발생적 원리의 재해석으로 분류될 수 있는 여러 이론들을 살펴보고 그 특징을 규명하고자, 수리철학의 변화와 관련하여 Lakatos의 이론을, 수학교육학의 관련하여 Freudenthal과 Brousseau의 이론을 살펴본 후에 현대적인 역사발생적 원리의 특징에 관하여 논하고자 한다.

Lakatos(1976)는 준경험주의 수리철학의 입장에서 Euler의 다면체 정리의 역사적 발생과정에 대한 비판적 분석을 통해 수학적 지식은 수학자 사회에서 잠정적으로 인정되는 추측에서 출발하여, 증명과 반례에 의한 반박, 증명 분석과 추측의 개선 및 새로운 개념의 출현을 거치는 과정을 통해 성장한다고 보고, 수학적 지식의 성장을 증명과 반박의 논리로서 설명하고 있다. Lakatos의 준경험주의 수리철학과 증명과 반박의 방법이라는 수학적 발견의 논리는 현대 수리철학계뿐만 아니라 수학교육계에서 많은 관심을 불러일으켜 왔다. Lakatos의 이론은 수학교육에서 전통적인 수리철학에 근거한 연역

적 양식에 따른 교육이 아닌 증명과 반박에 따른 재구성이라는 새로운 발견적 양식에 의한 교육의 가능성을 그의 저서에서 가상적인 수업 상황을 통하여 제시하였다는 면에서 높게 평가할 수 있다.

Lakatos는 수학을 오류가능한 인간의 활동으로 생각하였기에 추측하고 증명하고 반박하는 비판적 사고 경험을 통해 수학을 학습하는 것이 중요하다고 여겼고 따라서 교육에서도 학생들이 그러한 경험을 할 수 있는 기회를 주어야 한다고 생각하였다. Lakatos의 준경험주의 수리철학과 증명과 반박의 방법에서는 수학의 불변의 기초를 인정하지 않고 증명을 수학의 발달과정에서 사용되는 발견의 도구인 사고실험으로 보고, 배경지식에서 비롯된 추측에 대한 비판적 활동을 통한 추측의 개선이라는 발견적 접근법을 강조하고 있다.

Lakatos는 수학적 사고의 역사적 발달과정에 대한 분석을 바탕으로 수학적 지식의 본질에 관한 인식론적 논의를 하고, 수학교육의 문제를 그와 별개의 것으로 보거나 인식론적 문제를 교육의 문제보다 상위의 것으로 보지 않고, 그를 바탕으로 수학적 지식은 어떻게 탐구되고 어떻게 가르쳐져야 하는가의 문제와 수학적 지식은 무엇인가에 대한 문제를 동일한 선상에서 논의하고 있다. Larvor(1998, p.78-79)에 의하면, Lakatos의 관심은 과학과 수학의 역사에서의 합리성을 찾는 것이었다. 그러한 관심에 의하여, Lakatos는 역사상의 모든 사건이 지식의 진보를 가져오는 것이라고 보지 않는다. Lakatos(1976, p.84)는 '실제적인 역사는 종종 역사의 합리적인 재구성의 모방이다'라고 말한다. Lakatos는 이성에 의하여 과학을 올바른 순서로 재구성할 수 있다고 본다. 따라서 Lakatos는 Haeckel의 재현의 법칙처럼 역사발생 순서 그대로 수학의 역사를 학습과정에서 재현해야 한다는 관점이 아니다. 결국, Lakatos가 주장하는 수학 교재의 구성 양식은 수학을 합리적으로 재구성하는 것, 곧 그의 수학적 발견의 논리에 따라 수학사를 재조직하는 것을 의미한다. 이것은 물론 수학을 연역적으로 전개하는 방식이 아니다. 또한 역사발생 순서 그대로 전개하는 것도 아니라는 측면에서 고전적 역사발생적 원리와 다르다. 이런 측면에서 Lakatos는 고전적인 역사발생적 원리와는 다른 것을 주장하고 있다고 볼 수 있다.

Freudenthal은 교사의 적절한 안내를 따라, 학습자가 스스로의 활동을 통하여 수학적 개념을 자신의 현실로부터 수학화 과정을 통해 재발명해 가도록 해야 한다고 주장하고 있으며, 이 과정에서 수학적 개념의 역사 발생이 중요한 역할을 한다. 즉, 수학화가 가능하도록 안내하기 위해서는 수학적 개념의 역사적 발생과정에 대한 분석이 필요하다는 것을 전제로 하고 있다.

Freudenthal은 수학의 역사를 인류라고 하는 가장 큰 학습자의 학습과정으로 보기 때문에, 그 학습과정을 먼저 충실히 관찰하고 분석해야만 수학의 학습-지도를 위한 가상적인 재창조의 과정을 구성할 수 있다고 본다. 그러나 Freudenthal의 안내된 재발명의 방법에서 고려되고 있는 것은 고전적인 역사발생적 원리에서 보았던 관점과는 다르다. Freudenthal은 근본적으로 학생이 활동을 통해 학습해야 한다는 교육관을 갖고 있기 때문에 당연히 학생의 현실로부터 학습이 이루어져야 한다고 본다. 그렇게 본다면 엄격한 의미에서의 역사발생의 재현은 불가능하다. 따라서 Freudenthal은 재구성을 강조하게 된다. 또한 Freudenthal은 학습과정에서 중요한 것은 불연속적인 비약이라고 보며, 역사발생을 중요시하지만, 역사적 발달과정 그대로를 재현하게 하는 것이 아니라, 그것을 학

습자의 현실적 문맥을 통해 재구성해야 된다는 점을 분명히 하고 있다.

Brousseau는 Bachelard의 인식론적 장애 개념이 수학의 학습-지도 과정을 연구하기 위한 유용한 도구가 될 수 있다고 보고 이 개념을 수학교육에 도입하였다. Bachelard는 개인의 과학적-지적 발달의 단계를 세 단계로 구분하고 그러한 단계와 평행하게 과학적 정신의 세 가지 발달 단계를 제시하고, 과학적인 사고의 변화를 설명하기 위하여 인식론적 단절, 인식론적 장애, 인식론적 프로필, 인식론적 행위라는 네 가지 중요한 개념을 제안하였다.

Brousseau는 이 네 가지 개념 중에서 인식론적 장애 개념을 수학교육에 도입하였다. Brousseau에게 있어서 인식론적 장애의 개념은 수학의 학습-지도와 연관된 그의 교수학적 상황론의 핵심적인 요소 중의 하나이다. Brousseau의 교수학적 상황론에서는 역사적 발달 과정에서 드러나는 단계가 행동, 형식화, 타당화, 제도화의 상황에서 필요한 지식의 상태의 차이를 특징짓기 위한 도구로 사용된다. 즉, 원형수학적 개념은 행동 상황에서의 행동의 암묵적인 모델에, 의사수학적 개념은 형식화 상황에서의 의식화되고 표현되는 지식에, 수학적 개념은 타당화 상황에서의 국소적인 지식과 제도화 상황에서의 유포되는 지식에 각기 대응된다. 그에게 원형수학적 개념과 의사수학적 개념 단계는 수학적 개념의 의미와 풍부한 배경을 부여하는 역할을 한다는 점에서 교수학적으로 중요한 의미를 갖는다.

또한 Brousseau는 학습에서 일어나는 장애의 원인을 개체발생적 원인, 교수학적 원인, 인식론적 원인으로 분류하고, 그에 따른 장애를 각각 개체발생적 장애, 교수학적 장애, 인식론적 장애로 분류한다.

교수학적 상황론과 인식론적 장애의 개념은 학생들이 스스로 수학적 지식을 획득할 수 있도록 그 지식이 발생하게 만드는 상황을 제시하고, 그 과정에서 학생들이 이전에 가지고 있던 개념과의 단절을 겪으며 인식론적 장애를 극복하도록 하는 것을 의미한다. 단순히 역사발생의 순서대로 제시한다는 생각을 넘어서 수학적 개념, 곧 지식의 본질과 관련하여 그 역사발생 과정을 분석함으로써, 학생들이 스스로 장애를 극복하여 학습할 수 있도록 하는 상황을 제시한다는 점에서, Brousseau의 이론은 역사발생적 원리에 대한 재해석을 시도한 것이라 볼 수 있다.

현대적인 역사발생적 원리로 볼 수 있는 이러한 이론들은 대체로 역사발생과 개인의 학습 과정의 평행성을 가정한다는 점에서는 고전적인 역사발생적 원리와 공통점을 갖고 있으나 재현의 법칙과의 밀접한 관련성을 부인하고 불연속성을 가정한다는 점에서 고전적인 역사발생적 원리와 차이점을 갖고 있음을 알 수 있다.

또한 고전적인 역사발생적 원리는 역사발생과 동일한 순서로 지도할 것을 주장하지만 현대적인 역사발생적 원리는 역사를 재구성할 것을 주장한다. Lakatos의 교재의 합리적인 재구성, Freudenthal의 안내된 재발명 방법과 문맥문제의 구성, Brousseau의 교수학적 상황의 구성은 역사발생 단계 그대로 할 것을 주장하는 것이 아니라 역사적인 분석을 기초로 하여 학생들이 수학적 개념을 가장 잘 학습할 수 있는 상황을 제시하기 위하여 교재를 재구성할 것을 제안하고 있는 것이다.

고전적인 역사발생적 원리와 현대적인 역사발생적 원리는 모두 Euclid로 대표되는 연역적인 교재구성에 반대하며, 단순한 수학적 지식의 전달 자체를 중시하는 것이 아니라, 학습자의 활동을 강조하고 학습의 어려움의 근원을

이해하려고 한다는 점과 그를 위해 역사적 분석을 강조한다는 점에서는 공통된 특징을 갖고 있다. 그러나 고전적인 역사발생적 원리는 교재구성과 교사에 의한 핵심적임 관점의 전달이라는 측면을 갖고 있지만 이에 비하여 현대적인 역사발생적 원리는 학습자의 활동과 참여를 중시하고 교사는 그러한 환경을 만들고 학생들이 수학적 개념을 스스로의 힘으로 지식을 구성할 수 있도록 도와준다는 측면을 강조하고 있다. 이러한 특징을 근거로 할 때 현대적인 역사발생적 원리의 주요한 특징은 수학적 개념의 역사적 분석을 근거로 학습자가 그 개념을 재발명, 재구성할 수 있는 상황을 구성하여 제시하는 것이라 할 수 있다.

Ⅳ. 현대 교육과정 이론과 역사발생적 원리

Dewey는 대표적인 실용주의 철학자로, 대부분의 철학자들이 교육을 철학의 한 주변 문제로 취급하고 있음에 비하여, Dewey는 오히려 철학을 "교육의 일반이론(Dewey, 1952, p.383)"으로 규정하고 교육문제를 중심으로 그의 철학을 전개하고 있다.

Dewey 철학의 핵심 개념은 '경험'으로, Dewey는 경험 개념을 중심으로 인간의 삶과 세계 및 교육을 설명하려 하였고, 경험을 삶과 거의 동의어로 사용한다. 삶은 곧 행위의 연속이며 그러한 행위를 중심으로 경험이 형성되기 때문에, 결과적으로 삶의 과정은 계속적인 경험의 과정이다. Dewey는 교육의 과정은 경험의 재구성 과정이라고 보고 학생이 활동을 통하여 경험으로부터 학습이 이루어지도록 해야 한다고 보았으며, 그의 이러한 주장은 경험중심, 문제해결 중심의 교육과정으로 나타났고, 오늘날에도 구성주의를 비롯한 중요한 수학교육 이론의 바탕이 되어 있다.

Dewey에게 있어서 교과는 그 자체가 바로 인간의 생활 경험이며, 그 생활경험 속에서 그러한 경험의 성장을 위하여 선택, 조직, 전승되는 것이다. Dewey(1952, pp.212-216)는 교과를 '교육자의 교과'와 '학습자의 교과'로 나누어 그 관계를 분석하고, 교과에 대한 이러한 입장의 차이, 곧 성숙자와 미성숙자, 교사와 학생, 학자와 일반인의 관점의 차이가 올바르게 존중되지 못했기 때문에 교육이 크게 잘못되었다고 말하고 있다. Dewey의 관점에서 보면, 아동에게 기성의 논리적 패턴을 학습하도록 강요해서는 안되며, 아동의 자연스러운 심리발생 과정을 따름으로써 아동에 맞게 교육을 해야 하며, 어린 아동에게 처음부터 성인의 행위나 윤리적인 판단을 기대해서는 안 된다.

Dewey는 심리발생에 따른 지도를 주장하였고, 『The Psychology of Number』에서 수의 심리발생을 논의하면서 수를 측정활동의 소산인 '비'로 파악하고 있다. Dewey는 수의 기원에 관한 고찰에서, 단위의 발생과 관련하여 일 년, 파운드, 피트 등의 여러 가지 측도의 역사적 기원은 심리적인 측면을 분명히 드러내며 (Dewey, 1901, p.53), 생활에서의 필요, 곧 인류와 개인의 실제 경험에서의 요구가 수적 조작 곧 측정이 존재하게 만들었다고 말한다(Dewey, 1901, p.58). 또한 Dewey는 Newton, Euler 등이 수를 '비'로 보았다는 사실을 언급하고 있다 (Dewey, 1901, p.72). 수가 측정의 소산인 '비'라는 것은 유리수(rational number)라고 부르고 있는 데에서도 찾아 볼 수 있다.[3] 이러한 사실은 Dewey가 수 개념 지도를 하기 위하여 수의 심리적 발생을 고려할 때, 기본적으로 수 개념의 역사적 발생 과정과 개인에게서의 수 개념의 발생 과정이 본질적으로 동일하다고 가정했다

는 것을 보여준다.

Branford는 『A Study of Mathematical Education(1908)』에서 실세계의 '경험'으로부터 수학적 개념을 발달시키도록 해야 한다고 주장하였다. Branford의 이러한 관점은 Dewey의 관점과 유사하다. Branford는 수 개념 지도와 관련하여 Dewey를 언급하면서, Dewey가 말하는 활동의 조정이 『The Psycholoy of Number』에서는 모호하다고 말하면서, 수 개념의 기원에 관한 Dewey의 관점이 수 개념의 전반적인 모습을 보여주지는 못한다고 지적한다(Branford, 1908, p.4). Branford는 학생의 경험으로부터 수 개념 발생이 이루어져야 한다는 점과 수 개념의 역사적 발생 과정과 개인에게서의 수 개념 발생 과정이 동일하다고 본다는 점에서 Dewey와 일치하며, 나아가 Dewey의 이상을 역사발생적 원리에 따라 구체화시켰다고 볼 수 있다.

교육은 경험의 재구성이며 이는 그 심리발생 과정을 따라야 한다는 Dewey의 관점에서 볼 때, 단순한 과거의 반복이 아니라 수학사를 교재구성에 반영하여 학생에게 의미를 주는 경험으로 만들고자 한다는 점에서 역사발생적 원리는 Dewey의 이론을 구체화할 수 있는 방안이 될 수 있다고 생각된다.

Bruner는 Dewey가 경험으로부터의 수학학습을 주장한 것과 달리 지식의 구조를 가르칠 것을 주장하였다. Bruner(1996, p.52)는 학교교육의 목표를 지적 수월(intellectual excellence)의 함양에 있다고 보고 학문중심 교육과정을 강력히 요구하였다. 그리고 '지식의 구조'라는 개념을 학문중심 교육과정의 핵심적 요소로 제시하였다.

학문중심 교육과정과 관련된 모든 논의는 '지식의 구조'와 그 조기교육 문제와 관련된 것이며, 이는 "지식의 최전선에서 새로운 지식을 만들어 내는 학자들이 하는 것이거나 초등학교 3학년 학생이 하는 것이거나를 막론하고 모든 지적 활동은 근본적으로 동일하다(Bruner, 1996, p.59)"는 가설에서 출발한다. 이러한 가설에 따르면, 수학을 배우는 학생의 지적 활동은 바로 수학자가 하는 활동과 근본적으로 동일한 것이어야 하며, 수학자들이 하듯이 수학을 탐구해야 한다. 그의 이러한 생각은 수학교육에서 '새 수학' 교육과정으로 나타났다.

Bruner는 Piaget의 발생적 인식론을 근거로 내세우면서 역사발생의 순서와 반대로 가르쳐야 한다고 주장하였다. Bruner는 지식의 구조를 학자에게서나 아동에게서나 동일한 즉, 고정된 것으로 보았고 단지 그 표현 방식이 다르다고 생각하였다. Bruner는 Piaget의 발달 이론을 바탕으로 하여 '지식의 구조'를 아동의 발달 수준에 맞게 번역하여 가르쳐야 한다고 주장하지만, 이러한 입장은 Piaget의 주장과 부합되지 않는다. Piaget에게 있어서 구조는 고정적인 것이 아니라 일정한 순서에 따라 발달되는 것이다. Piaget는 지식과 개념의 발달과정을 '구조있는 발생'의 과정으로 설명한다(유한구, 1998, p.61). 즉, 발달을 지배하는 원리는 '구조'와 '발생'의 관계로 설명될 수 있다는 것이다. 이에 비하여 Bruner는 지식의 구조를 학자에게서나 아동에게서나 동일한 즉, 고정된 것으로 보았고 단지 그 표현 방식이 다르다고 생각하였다. 이것은 Bruner가 Piaget의 이론을 그 기반으로 한 것처럼 주장하지만 사실 그 인식론적 입장은 Piaget와 다름을 보여준다. 또한 이것은 수학에 대한 관점에 있어서 수학 자체를 이미 완성된 것으로 보고 가르치겠다는 것으로 해석되며 역사발생적 원리와는 다른 입장임을 알 수

3) Klein(1948, p.32)은 그리스인들이 수를 비로 보았다는 것을 설명하면서 유리수(rational)는 '비'를 의미하는 λoΥoς"를, 무리수는 '비로 나타낼 수 없는'을 의미하는 αλoΥoς를 라틴어로 번역한 것이라고 설명한다.

있다. 졸고(2001)에서 Piaget의 발생적 인식론이 역사발생적 원리를 뒷받침한다는 것을 보였다. 이에 따르면, Bruner의 주장은 그 근거부터 문제가 된다. 또한 Bruner가 말하는 지식의 구조가 일반적인 개념과 원리 또는 학문 고유의 사고 방식이나 탐구 방법이라고 했을 때, 그러한 일반적인 개념이나 탐구 방법에 대한 이해는 역사발생 과정을 도외시하고는 가능하지 않으며, 따라서 역사발생적 학습-지도 원리는 Bruner의 '발생없는' 구조주의 교육론을 보완하여 그의 이념을 구현하는 방안이 될 수 있다고 생각된다.

Ⅴ. 역사발생적 원리의 재규정

수학적 사고의 본질에 자연스럽게 접근할 수 있게 하기 위해, 그리고 학습자의 수학 학습과정을 더 잘 이해하고 그것을 실제 지도에 반영하기 위해 수학사를 이용하려는 시도가 역사발생적 학습-지도 원리이다. 여기서는 지금까지의 논의를 종합하면서 역사발생적 수학 학습-지도 원리를 규정해 보기로 한다.

첫째, 역사발생적 원리는 수학사관을 고려해야 한다.

역사발생에 대한 분석은 수학사를 기초로 하여 이루어지지만, 수학사를 보는 관점에 따라 역사발생의 단계를 여러 측면에서 분석해 볼 수 있다. Lakatos는 원초적인 추측, 증명, 전면적인 반례, 증명의 재검토 등으로 이루어지는 수학적 발견 과정, 곧 비형식적인 수학 이론의 성장의 패턴의 단계로 수학적 지식의 역사발생 과정을 설명한다. Chevallard와 Brousseau는 수학적 지식의 발전 단계를 원형수학적 개념, 의사수학적 개념, 수학적 개념의 단계로 나누어 역사발생을 분석한다. Freudenthal이 수학화를 현상과 본질의 교대작용으로 설명한 것도 역사발생을 분석하는 틀이 될 수 있을 것이다.

둘째, 역사발생적 원리는 수학적 관점의 이해를 중시한다.

본 논문에서는 역사발생적 학습-지도 원리를 '고전적인 역사발생적 원리'와 '현대적인 역사발생적 원리'로 분류하였다. 고전적인 역사발생적 원리와 현대적인 역사발생적 원리는 모두 연역적인 교재 구성에 반대하며, 무엇보다도 수학적 지식의 전달 자체를 중시하는 것이 아니라, 수학적 관점의 이해를 강조하고 학습자의 어려움의 근원을 파악하기 위해 역사적 발생 과정의 분석을 강조한다. 교육적으로 중요한 것은 단순한 수학의 역사가 아니고 문제, 개념, 증명의 발생이 중요하고 그 발생의 결정적인 계기가 중요한 것이다.

셋째, 역사발생적 원리는 수학의 역사발생과 개체발생의 평행성을 가정한다.

역사발생적 원리의 기본적인 가정은 고전적인 역사발생적 원리에서나 현대적인 역사발생적 원리 모두에서, 수학의 발달 과정과 개인의 학습과정을 유사한 것으로 보고 있다는 점이다. 즉, 수학적 개념의 역사발생 과정과 학습자의 학습과정 사이의 평행성을 가정하고, 역사발생 과정을 학습과정에 반영하고자 하는 것으로 볼 수 있다.

넷째, 역사발생적 원리는 수학을 발생시킨 문제 문맥을 중시한다.

역사발생적 원리는 단순히 수학사를 학습과정에 그대로 적용하는 것이 아니라, 수학적 개념의 발생과 발달 과정에 대한 역사적 분석을 기초로 하여 학습자가 수학적 관점을 보다 잘 이해할 수 있도록, 곧 재발명, 재구성할 수 있도록 학습과정을 구성하는 것이며, 이를 위해 개념을 발생시키는 학습 상황을 연구 제시하고자 하는 것이라 할 수 있다.[4] 수학적 개념의

발생은 문제 상황과 관련되며, 그 개념이 어떤 문제 상황에서의 최적의 해답이 되는 상황이 수학의 학습-지도에 있어서 매우 중요하다. 처음으로 그 수학적 개념이 발생된 문제 상황과, 그 상황을 최초에 해결하였던 수학자의 지식이 학습-지도에 있어서 중요하다는 것을 강조하는 Brousseau의 관점에서 볼 때, 수학적 개념의 역사적 분석을 통하여 그러한 문제 상황을 발견할 수 있어야 한다. 즉, 역사발생적 원리는 수학적 개념을 완성된 산물로서 제시하는 것이 아니라, 그 개념이 해결도구로 사용된 문제 상황 곧, Freudenthal의 용어로 표현하면, '수평적 수학화' 과정을 되밟게 하는 것을 강조한다.

다섯째, 역사발생적 원리는 인식론적 장애의 극복 과정을 중시한다.

수학교육의 궁극적인 목표가 수학적 사고 교육에 있다고 한다면, 수학을 지도할 때, 학생들이 수학적 사고의 경험을 할 수 있게 하는 일은 무엇보다 중요하다. 특히, 수학을 학습하는 과정에서 인식론적 장애를 극복하는 경험은 수학적 사고 발달을 위해 매우 중요한 것이다.

인식론적 장애는 학습자 개인이 수학적 개념을 학습할 때 하게 되는 반복적인 오류의 원인이 된다. Brousseau에 의하면, 그러한 오류들이 어떤 논리 위에서 이루어진다는, 특히 그 주요 원인인 인식론적 장애는 학생들의 지식 획득 과정이나 수학적 개념의 역사적 발달 과정에서 모두 불가피한 것이며, 이는 수학사를 분석하고 학생들이 수학을 학습하면서 범하는 오류를 관찰하고 그와 관련지워 해석함으로써 알아낼 수 있다는 것이다.

Brousseau (1983)에 의하면, 수학사에서 확인된 장애는 학생의 학습과정에서 재발견되고, 이런 장애를 극복하기 위한 교육적 조건에 대한 연구는 학습-지도 방법에 대안을 제시할 수 있다. 역사발생적 학습-지도 원리는 역사발생 과정에 대한 분석에 있어서 인식론적 장애를 중시하고, 학습과정에 이를 반영하는 교재 구성에 대한 연구의 중요성을 제시한다.

여섯째, 역사발생적 원리는 수학적 지식의 자연스러운 역사적 발생단계를 중시한다.

Tall(1989, p.88)은 내용의 제시 순서에 의한 인지적 장애에 대해 주목한다. 즉, 전통적으로 어떤 특정한 순서에 따라 지도되는 개념 중에는 한 개념이 다른 개념보다 논리적으로 복잡한 성질을 갖고 있다는 가정 하에 그렇게 지도하지만, 실제로 그런 가정이 맞지 않는 경우가 있고, 오히려 그러한 제시 순서로 인하여 장애가 발생할 수 있는 것이다.

역사발생적 학습-지도 원리는 수학적 개념의 역사발생 단계와 학습자의 학습 단계 사이의 평행성을 가정하고, 수학적 개념의 발생과 발달 단계에 대한 역사적 분석을 기초로 하여 개념을 발생시킨 문제 상황과 개념 발달에 있어서의 인식론적 장애와 발생 단계를 확인하고, 이를 반영하는 학습-지도 과정을 구성하여 학습자가 수학적 개념을 자연스럽게 재발명, 재구성할 수 있도록 하려는 것이다.

따라서 역사발생적 학습-지도 원리가 실제 수학의 학습-지도에 적용되기 위해서는 학교수학의 각 내용의 역사적 발달과정을 면밀히 분석하고 역사를 통해 수학적 개념의 발생 동기와 그 발달 단계를 파악하고, 그러한 발생 순서에 따라 교재를 구성하는 것이 필요하다.

4) 고전적인 역사발생적 원리에 비하여, 현대적인 역사발생적 원리는 학습자의 활동과 참여를 중시하고, 교사는 그러한 환경을 만들고 학생들이 수학적 개념을 스스로의 힘으로 습득할 수 있도록 도와준다는 측면을 강조한다. 또한 현대적인 역사발생적 원리는 문제해결 중심 교육, 활동주의 등의 다양한 학습-지도 이론과의 관련되어, 학생들의 자발적인 활동을 강조한다.

일곱째, 역사발생적 원리는 학교수학에 대한 수학적 분석을 전제로 한다.

학교수학에 대한 역사발생적 분석을 위해서는 먼저 지도 내용에 대한 이해를 위한 수학적 분석이 요구된다. 예를 들면, Brousseau(1997)는 소수 지도 방법을 개선하기 위하여 먼저 소수에 대한 수학적 분석을 하였다. 즉, 소수를 수학적으로 정의하거나 구성하는 여러 방법을 분석한 후 소수의 역사발생 과정에 대하여 분석하였다. Freudenthal 역시 수학적 개념을 지도하기 위하여 그 개념의 수학적 의미를 분석하고 그 개념의 역사발생 과정을 분석하여 학습-지도에 관련된 함의점을 끌어내었다. Freudenthal의 이론을 구현하는 RME의 연구는 이러한 과정을 보다 잘보여준다.

여덟째, 역사발생적 원리는 지도단원의 구성으로 구체화 되어야한다.

역사발생적 원리에 따른 지도 방법과 연관하여 교사가 수학적 개념의 역사적 발생에 대한 탐구를 해야 하며, 그러한 탐구를 기초로 하여, 역사적 발생과정의 중요한 단계와 그때의 중요한 아이디어와 문제를 확인하고, 그러한 단계를 수업에서 재구성하여 제시해야 한다. 이때 문제 상황은 학생들이 혼자서 수행하거나 혹은 그룹으로 나누어 수행하는 등 다양하게 제시될 수 있다.(Fauvel & van Mannen, 2000, p.209)

Wittmann (1978, pp.142-144)은 Freudenthal의 수학화의 관점에서 역사발생적 원리를 구체화하기 위한 방안으로 먼저 관계가 풍부한 수학을 선택하고, 학생의 사전 지식에 대해 연구하고, 역사적 분석을 통해 가르치고자 하는 개념을 발생시킬 수 있는 문제 문맥을 구성할 것을 제안한다. 그 후에 앞의 문맥과 연결하여 중요한 문제들을 제시하여 학습 내용을 다른 측면에서 부각시키고, 새로운 응용 상황과 관련시키고, 이상의 활동에 대해 반성하도록 하는 동기를 부여함으로써 관점의 전환이 일어날 수 있도록 할 것을 제안한다.

역사발생적 학습-지도 원리를 실제 수학 학습-지도에 적용하기 위한 지도단원의 구성 과정은 다음과 같은 단계로 나누어 생각해 볼 수 있다.

첫째, 가르치고자 하는 수학적 지식에 대한 수학적 분석이 필요하다. 수학적 지식의 개념, 의미, 다른 내용과의 연계성이나 그 지식 자체의 구조에 대하여 분석하는 것을 말한다. 학습-지도를 위해서는 이러한 수학적 분석은 기초적인 작업이다. 수학교육은 가르칠 내용의 수학적 구조와 학습자의 인지 구조 사이를 조정해 가는 연속적인 과정이므로 지도에 앞서서 가르칠 내용에 대한 철저한 이해가 선행되어야 한다. 수학적 지식에 대한 충분한 이해를 통하여 이후의 학습-지도에서 올바른 방향을 설정할 수 있다. 그러나 학교수학은 학문으로서의 수학과 다르다. Freudenthal과 Brousseau 역시 학습-지도에 앞서서 먼저 수학적 분석을 하였지만, 이러한 분석이 학습-지도에 그대로 반영되지는 않는다. Chevallard(1985)는 수학적 지식의 의미가 파손되지 않고 올바르게 다루어지도록 하는 것의 중요성을 지적하고 학교수학은 학문으로서의 수학이 교수학적으로 변환된 것으로 보았다. 학교수학은 단순히 학문으로서의 수학적 관점에서 볼 수 없으며, 수학의 학습-지도는 수학적 관점만으로 이루어질 수는 없다. 따라서 수학적 분석은 역사발생적 학습-지도를 위한 하나의 기초 작업 일 뿐이다.

둘째, 수학적 지식의 역사적 발생과 발전 과정에 대한 분석을 시도한다. Steinbring(1998)의 지적처럼, 학교수학은 학문적 수학의 지식으로부터 논리적으로 연역될 수 없으며, 역사적 차원의 수학적 지식 곧 수학적 지식의 역사발생 과정에 대한 이해를 요구한다. 이러한 역사발

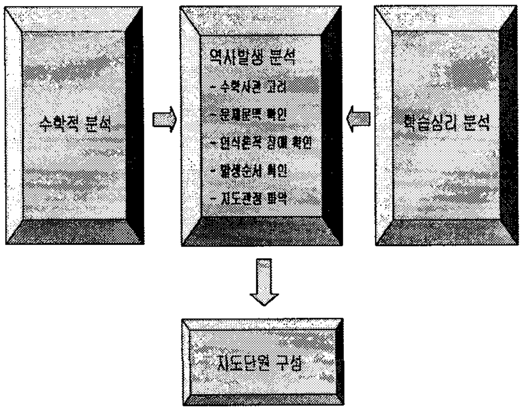
생 과정의 분석 단계는 역사발생적 학습-지도 원리의 핵심적 단계라 할 수있다.

수학적 지식 발생의 문제 문맥을 확인하는 것은 그 지식이 발생되는 데 있어서 중요한 계기가 된 문제 문맥을 확인하는 것을 말한다. "모든 지식은 문제에 대한 대답이라고 말한다. 문제가 없었다면, 과학적인 지식은 아마도 없었을 것이다"라는 Bachelard(1993, p.14)의 주장처럼, 수학적 지식은 아무런 문제가 주어지지 않은 채 단지 이전에 배운 내용에서 연역적으로 이끌어내는 것이 아니라, 문제 해결의 상황에서 발생된다. 학생들이 스스로 탐구하고, 묘사하고, 설명하고, 적용시킬 수 있도록 하는 지도단원을 구성하기 위해서는 수학적 활동의 근원으로 돌아가야 하며, 가장 중요한 것은 학생들이 수학적 개념이나 정리를 문제에 대한 대답으로써, 그리고 새로운 문제의 출발점으로 경험하는 기회를 가져야 한다는 점이다. 따라서 수학적 지식 발생의 문제 문맥에 대한 확인은 그 지식을 학생들이 발생시킬 수 있도록 하기 위한 상황을 제시하는 데 있어서 무엇보다도 중요하다. Freudenthal이 주장하는 수학화가 이루어지기 위해서는 학생들이 안내된 재발명을 할 수 있도록 하기 위하여 이러한 지식 발생의 문제 문맥의 확인이 중요하다. 또한 Brousseau가 말하는 본질적인상황 (fundamental situation) 역시 수학적 개념을 발생하게 하는 상황으로서, 바로 수학적 지식 발생의 문제 문맥을 말하는 것이며 이것이 목표로 하는 비교수학적인 상황과 연결될 수 있게 한다. 따라서 학습-지도를 위해서는 역사적 분석을 통해 수학적 지식 발생의 문제 문맥의 확인이 이루어져야 한다.

셋째, 관련된 내용을 학습하는 데 따르는 학생들의 학습심리적 요소에 대해 분석이 필요하다. 이것은 학생들이 기본적으로 갖고 있는 인지적 수준에 대한 분석, 학생들의 수학적 지식에 대한 이해 정도, 인지적 장애 등에 대하여 고찰하는 것을 말한다. 학습내용인 수학적 지식에 대한 수학적 분석, 역사발생적 분석과 더불어 학습자의 심리적 요소에 대한 분석은 마땅히 이루어져야 한다. 역사적 과정을 학습과정에 반영하기 위해서는 먼저 학생들이 수학적 개념을 어떻게 학습하는지에 관하여 이해해야 한다.

넷째, 수학적 지식의 발견의 문맥을 교수학적으로 재구성하여 지도단원을 구체적으로 구성한다. 즉, 수학적 지식에 대한 수학적 분석, 역사발생 분석, 심리적 분석을 토대로 하여 학생들이 그 지식을 학습할 수 있도록 하는 문맥을 구성하고, 이를 기초로 하여 교재의 구체적인 내용과 학생의 활동, 지도 사항 등에 대해서 구체적으로 계획한다. Freudenthal과 RME에서 학생에게 적절한 현실의 문맥 문제를 구성한 것을 이러한 관점에서 생각해 볼 수 있다. Brousseau(1986)는 수학적 개념이 실제로 발생했던 상황과 유사한 상황을 수업하는 과정에서 조성하고 이러한 상황의 재조성을 지식의 재맥락화, 재개인화라는 용어로 설명하며 교수학적 상황을 구성한다.

역사발생적 학습-지도 원리에 따른 지도단원의 구성 과정을 이상과 같은 네 가지 단계로 구분하여 제시할 때, 수학적 분석과 역사발생 분석, 심리적 분석은 그 순서대로 이루어져야 한다는 것을 의미하는 것은 아니다. 그러나 마지막 단계인 수학적 지식의 발견의 문맥을 교수학적으로 재구성하여 지도단원을 구체적으로 구성하는 것은 위의 세 가지 범주의 작업이 이루어진 후에 이루어진다. 이것을 다음과 같이 도식화 시켜볼 수 있다.



Ⅵ. 맺음말

역사발생적 원리는 연역적 양식에 의해 전개되는 형식적인 수학교육에 대한 비판으로 18세기 이후 거듭 제기되어 왔다. 일반적으로 역사발생적 원리는 '개체발생은 종족발생을 재현한다'는 Haeckel의 '재현의 법칙'과 동일한 것으로 간주되지만, 단순히 재현의 법칙만으로 대표될 수 있는 수학 학습-지도 원리가 아니며, 수학교육학의 발달과 더불어 그 해석이 변화되어 왔다. 본 논문에서는 역사발생적 원리에 대한 해석의 차이는 근본적으로 수학에 대한 역사관의 차이와 수학교육학의 발전에 기인한다는 것을 확인하였다. 수학에 대한 역사관은 수학의 발달이 연속적으로 이루어진다고 보는 관점과 불연속적으로 이루어진다고 보는 관점으로 대분된다. 이러한 두 관점에 따라 역사발생적 원리를 고전적 역사발생적 원리와 현대적인 역사발생적 원리로 나누어 고찰하고 각각의 특징을 고찰하였다.

오늘날까지 수학교육에 많은 영향을 미치고 있는 경험주의 교육이론의 모태인 Dewey는 교육은 경험의 재구성이며 이는 그 심리발생 과정을 따라야 한다고 보았다. 그러한 관점에서 볼 때, 단순한 과거의 반복이 아니라 수학사를 교재구성에 반영하여 학생에게 의미를 주는 경험으로 만들고자 한다는 점에서 역사발생적 원리는 Dewey의 이론을 구체화할 수 있는 방안이 될 수 있다고 생각된다.

Bruner의 학문중심 교육과정에서는 Piaget의 발생적 수학 인식론을 근거로 내세우면서 수학의 역사발생의 순서와 반대로 가르쳐야 한다고 주장하였다. 본 논문에서는 Bruner의 그러한 주장은 그 근거부터 문제가 된다는 것을 지적하였다. 또한 Bruner가 말하는 지식의 구조가 일반적인 개념과 원리 또는 학문 고유의 사고 방식이나 탐구 방법이라고 했을 때, 수학의 일반적인 개념이나 탐구 방법의 이해를 위해서는 수학의 역사발생 과정을 도외시할 수 없으며, 따라서 역사발생적 수학 학습-지도 원리는 Bruner의 '발생없는' 구조주의 교육론의 문제점을 보완하여 수학교육에서 그의 이념을 구현하는 방안이 될 수 있다는 것을 보였다.

끝으로 본 논문에서는 이상의 고찰을 바탕으로 역사발생적 학습-지도 원리를 재규정하였다. 역사발생적 학습-지도 원리에 따른 지도단원을 구성하기 위해서는, 가르치고자 하는 수학적 지식에 대한 수학적 분석, 역사발생 과정에 대한 분석, 학생들의 학습심리적 요소에 대한 분석이 필요하다. 이 중 역사발생 과정에 대한 분석은 수학사관을 고려하면서 수학적 지식의 발생의 순서와 문제 문맥, 인식론적 장애를 확인하고 지도 관점을 파악하는 것을 포함한다.

그러나 본 논문은 역사발생적 수학 학습-지도 원리의 실제적인 적용에 관하여는 기초적인 연구에 지나지 않기 때문에, 역사발생적 원리를 학교수학에 실제적으로 적용하기 위해서는 각각의 내용에 대한 철저한 역사적 분석을 바탕으로 하는 후속 연구가 필요하다.

참고문헌

강완 · 백석윤(1998, 초등수학교육론. 서울: 동명사

민세영(2001). Piaget의 발생적 인식론과 역사 발생적 원리. 대한수학교육학회논문, 11(2), pp.351-362

유한구(1998), 교육인식론 서설, 서울: 교육과학사

van Amerom, B. (1999). Arithmetic and algebra: Can history help to close the cognitive gap?, In *Proceedings of the Summer University in Leuven*, Netherland

Bachelard, G. (1993). *La formation de l'esprit scientifique : Contribution a une psychanalyse de la connaissance*(16th ed.), Paris: J. Vrin

Blom, K. (2000). A historical angle. A survey of recent literature on the use and value of history in geometrical education, Unpublished manuscript

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, *Recherches en Didactiques des mathématiques, 4*(2), pp. 165-198

Brousseau, G. (1986). Fondations et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactiques des mathématiques, 7*(2), pp. 33-115

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics* (Didactique des Mathematiques, 1970-1990)(N. Balacheff & M. Cooper & R. Sutherland & V. Warfield, Ed. and Trans.), Dordrecht : Kluwer Academic Publishers

Bruner, J.S. (1960). *The process of Education*, 이홍우 (역)(1996), 교육의 과정, 서울: 배영사

Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique, Grenoble: *Pensée sauvage*

Dewey, J. & McLellan. J. A. (1901). *The psychology of number: and its applications to Methods of Teaching Arithmetic*. New York: D. Appleton and Company

Dewey, J. (1952). *Democracy and education*. New York: Macmillan

Doorman, M. (2001). *A reinvention course for calculus*. Working session at PME & PSI 2001, Utrecht

Ernest, P. (1994). The history of mathematics and the learning of mathematics. psychological issues, In J. P. da Ponte & J. F. Matos(Ed.), *Proceedings of the eighteenth international conference for the Psychology of Mathematics Education,* Lisbon: University of Lisbon, pp.117-120

Fauvel, J. & Maanen. J. A. van (2000), *History in mathematics education,* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers,

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures,* Dordrecht; Kluwer Academic Publishers

Gould, S. J. (1997). *Ontogeny and phylogeny,* cambridge: Harvard University Press

Gravemeijer, K. & Doorman M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example, *Educational Studies in Mathematices, 39*, pp.111-129

Herscovics, N. (1989). Cognitive obstacles encountered in the learning of Algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Ed.). *Research* *issues in the learning and teaching of algebra, 4.* National Council of Teachers of Mathematics, pp.60-86

ICME(1986). *Topic area: Relationship between the history and the pedagogy of mathematics*

Klein, F. (1924) Elementarmathematik vom höheren standpunkte aus, E. R. Hedrick & C. A. Noble, (Trans.)(1948), *Elementary mathematics from an advanced standpoint: arithmetic, Algebra Analysis.* New-York: Dover Publications

Kline, M. et al. (1962). On the mathematics curriculum of the High School, *AMM, 69,* pp.189-193

Lakatos. I. (1976). *Proofs and refutations.* Cambridge: Cambridge University Press

Larvor B. (1998). *Lakato: An introduction,* London, New York: Routledge

NCTM (1969). *Historical topics for the mathematics classroom,* Washington, D. C.: The National Council of Teachers of Mathematics

Steinbring, H. (1998). Epistemological constraints of mathematical knowledge in social learning settings, In A. Sierpinska & J. Kilpatrick(Ed.), *Mathematics education as a Research Domain: A search for identity,* Britain: Kluwer Academic Publishers, pp.513-516

Tall, D. (1989). Different cognitive obstacles in a technological paradigm. In S. Wagner & C. Kieran (Ed.). *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra, 4.* National Council of Teachers of Mathematics, INC., pp.87-92

Wittmann,. E. (1978) *Grundfragen des Mathematikunterrichts.* Braunschweig: Vieweg.

A study on historico-genetic principle of teaching and learning in mathematics

Woo, Jeong Ho (Seoul National University)
Min, Se Young (Seoul National University, Center for Educational Research)

The historico-genetic principle has been advocated continuously, as an alternative one to the traditional deductive method of teaching and learning mathematics, by Clairaut, Cajori, Smith, Klein, Poincaré, La Cour, Branford, Toeplitz, etc. since 18C. And recently we could find various studies in relation to the historico-genetic principle. Lakatos', Freudenthal's, and Brousseau's are representative in them. But they are different from the previous historico- genetic principle in many aspects.

In this study, the previous historico-genetic principle is called as classical historico- genetic principle and the other one as modern historico-genetic principle. This study shows that the differences between them arise from the historical views of

mathematics and the development of the theories of mathematics education.

Dewey thinks that education is a constant reconstruction of experience. This study shows the historico-genetic principle could us embody the Dewey's psycological method.

Bruner's discipline-centered curriculum based on Piaget's genetic epistemology insists on teaching mathematics in the reverse order of historical genesis. This study shows the real understaning the structure of knowledge could not neglect the connection with histogenesis of them. This study shows the historico-genetic principle could help us realize Bruner's point of view on the teaching of the structure of mathematical knowledge.

In this study, on the basis of the examination of the development of the historico-genetic principle, we try to stipulate the principle more clearly, and we also try to present teaching unit for the logarithm according to the historico- genetic principle.