

## 수학 학습에서 도구의 역할에 관한 관점: 수학적 어포던스와 상황적 어포던스의 조정

방 정 숙\*

### I. 시작하는 말

초등학교 수학 교수·학습과 관련하여 바둑돌, 동전, 숫자카드, 수 모형 등과 같은 구체적 조작물은 빈번하게 활용되고 있다. 이는 학생들이 실제로 물리적인 자료를 조작해 보는 활동을 통하여 탐색하는 접근 방법을 배우기도 하고, 또한 그 조작 활동을 통하여 새롭거나 진보적인 수학적 아이디어를 생각하고 연계할 수 있는 방편이 되기도 하기 때문이다. 예를 들어 나눗셈의 의미를 가르치기 위해 바둑돌과 같은 구체물을 가지고 학생들이 주어진 수로 똑같이 나뉘보는 활동을 하게 한 다음, 수 모형 (또는 십진 블록)을 이용하여 십 모형과 날개 모형을 각각 주어진 수로 똑같이 나뉘보는 활동을 통하여 나눗셈 알고리즘을 이해할 수 있는 토대를 쌓게 한다(교육인적자원부, 2001). 특히 수 모형은 초등학교 수학시간에 자릿값 개념을 이해하고 사칙연산을 행하는데 있어서 계산 원리를 학습하는데 빈번하게 이용된다.

수학 교수·학습의 이와 같은 도구(tool) 활용 측면에서 초기 연구에서는 수 모형과 같이 가르치고자 하는 수학적 개념이나 절차의 구조를 잘 반영하고 있는 자료가 활용되기만 하면 특별히 교사의 개입이나 중재가 없어도 학생들이 그 자료를 사용함으로써 수학을 자연스럽게

학습할 수 있을 것이라고 기대했다(cf. Confrey, 1990). 하지만, 최근에는 일반적으로 학생들이 구체적 조작물을 가지고 어떻게 상호작용 하는지 그리고 그 상호작용을 통해 어떤 종류의 수학적 활동과 경험을 하는지 교사가 그 학생들의 참여 정도에 대해서 능동적으로 중재해야 한다는 관점이 만연하다.

하지만, 이러한 중재의 본질에 대해서는 적용되는 이론에 따라 다양하게 해석할 수 있다. 예를 들어, 사회문화적 관점에 기초한 이론가들은 도구 활용이 포함되는 사회적 실재와 활동에서 일어나는 역동적인 패턴에 초점을 두는 경향이 있다(van Oers, 1996). 한편, 구성주의 관점에 기초한 이론가들은 구체적 조작물이 가지는 개념적인 유용성을 우선적으로 고려하고, 학생이 그 구체물을 관찰하거나 조작해 보는 경험을 통해서 인지적 평형 상태가 깨어지면서 인지적 갈등이나 혼란을 겪으면서 자신의 수학적 이해 정도를 재구조화할 수 있도록 이끄는 데 초점을 두는 경향이 있다(Cobb, 1994).

본 논문은 수학 수업에서 활용되는 도구의 역할에 관한 관점을 조명하는데 있어서 분석의 목적상 교실 상황을 적절하게 분해하여 사회적인 양상과 심리학적인 (또는 인지적인) 양상 각각을 설명하고 또 이를 조정하는데 도움을 주기 위함이다. 이를 위한 주요 전략은 도구 (또는 본 논문에서는 구체적 조작물의 경우)가

\* 한국교원대학교

심리학적인 활동 시스템과 사회적인 활동 시스템에 동시에 참여하는 것으로 분석하는 것이다. 여기서 활동 시스템(activity systems)이라는 것은 개인에 기초한 분석 단위와 집단에 기초한 분석 단위간의 이원성을 극복하기 위한 노력의 일환으로 인간 활동을 개인적·물질적·사회적 요소들을 고려하는 기능적인 시스템으로 간주하는 것을 일컫는 용어이다(Engeström & Cole, 1997; Greeno & the Middle-school Mathematics through Applications Project [MMAP] Group, 1997).

이러한 활동 시스템 내에서 교사가 수학 시간에 학생들이 구체적 조작물과 상호작용 하는 것을 효과적으로 증재하기 위해서 “수학적 어포던스(mathematical affordance)”와 “상황적 어포던스(ecological affordance)”<sup>1)</sup>를 어떻게 고려해야 하는지를 구체적인 수업 에피소드를 예로 들어 기술한다. 어포던스는 주어진 활동 시스템내에서 제공되는 것으로써, 수학적 어포던스는 수학적 개념의 구조와 관련된 것을 일컫는 용어이고 상황적 어포던스는 사회적으로 처해진 교실 실제와 관련된 것을 일컫는 용어이다.

본 논문은 크게 세 부분으로 이루어진다. 우선 도구의 역할에 관한 관점을 조명하기 위해서 이론적으로 어포던스라는 개념을 처음 소개한 Gibson의 이론을 간단히 살펴본다. 둘째, 초등학교 2학년 수학교실에서 수집된 수업 자료를 사용하여 수학적 어포던스와 상황적 어포던스를 소개하고 논의한다. 그리고 마지막으로, 서로 다른 활동 시스템에 내재된 두 가지 어포던스를 조정할 필요가 있음을 구체적인 에피소

드를 바탕으로 제안한다.

## II. Gibson의 어포던스 이론의 사회화

본 장에서는 Gibson이 제기한 “어포던스(affordance)”라는 개념을 간단하게 소개하고, 이 개념을 확장하여 초기 이론이 기반을 두고 있는 자연 환경에서 일반적인 사회적 환경으로 적용 가능할 수 있도록 어포던스 이론을 사회화하려 했던 기존의 여러 가지 연구 방향을 분석한다. 분석 결과 및 사회문화적 관점과의 연계를 통해 Gibson이 제안한 기본적인 개념 및 원리는 유지하면서 이를 적절한 방법으로 전반적인 사회적 환경에서도 활용 가능하도록 확대할 수 있는 방향을 논의한다.<sup>2)</sup>

### 1. 어포던스 이론 및 활용 범위 확대 연구

Gibson(1979)은 어포던스라는 개념을 다음과 같이 소개한다: “그것[환경]이 동물에게 제공하는 것, 좋은 것이든 나쁜 것이든지 간에 그것이 공급해 주는 것, 마련해 주는 것 (What it [the environment] offers the animal, what it provides or furnishes, either for good or ill)” (p. 127). Gibson은 육상 환경으로부터 어포던스의 예를 제시하는데, 구체적으로 물질, 표면 및 구조, 물체, 다른 동물, 장소 등을 포함한다. Gibson(1950, 1966, 1979)은 자신의 이론을 통해

1) “mathematical affordance”와 “ecological affordance”라는 용어는 Gibson의 어포던스 이론을 수학교육과 연계시키는 프로젝트에서 미국 루이지애나 주립대학교의 Kirshner 교수가 제안했음을 밝혀둔다. 다만 “ecological affordance”의 경우, 용어의 의미를 고려하여 본 논문에서는 생태학적 어포던스라는 직역보다는 상황적 어포던스로 번역한다.

2) 이 논의와 관련된 보다 자세한 설명은 방정숙 & Kirshner(1999)를 참조하기 바람.

일관되게 사회적 또는 문화적 상대주의를 피하려고 하면서 어떤 대상이 가지는 의미와 가치를 생태학적 환경에 되돌려 주려는 시도를 하였다(Costall & Still, 1989; Reed, 1988). 이와 같은 측면에서 Gibson에게 어포던스는 자연의 것이었다.

Gibson의 이론은 자연 환경에 초점을 맞추었기 때문에 몇몇 학자들은 그 이론을 그대로 인간 활동의 사회적 양상에 적용하는 데는 어려움이 있다고 보고한다. 예를 들어, Bruce와 Green(1990)에 의하면 Gibson의 이론은 특히 종(種)의 수준에서 시각적으로 안내되는 행동에 가장 적절하게 적용할 수 있는 이론이며, Sinha(1984)에 의하면 어포던스 이론은 고등 사고 과정을 묘사하는데 부적합하다. 사실 Gibson의 어포던스 이론은 계단 오르기, 앉기, 물체를 잡기, 틈을 통과하여 걷기와 같이 인간 수준에서는 물리적인 행동과 관련하여 인용되기도 한다(Leeuwen, Smitsman & Leeuwen, 1994; Mark, 1987; Warren, 1984; Warren & Whang, 1987).

하지만 이와 같은 제한된 분석에 반하여, Costall(1995)은 Gibson이 어포던스의 사회적·문화적 해석을 전적으로 무시하지 않았음을 날카롭게 지적한다. 실제 Gibson(1979)은 “자연 환경이 제공하는 가장 풍부하고 가장 정교한 어포던스는 다른 동물에 의해서, 우리로 말하자면 다른 사람들에 의해서 제공되는 것이다 (p. 135)”라고 주장하였다. Gibson이 가지고 있던 사회문화적 관심은 다음과 같은 그의 관찰에서 구체적으로 분명하게 드러났는데, 그것은 “실제 우체통은 우편 시스템을 가지고 있는 공동체에서 편지를 쓰는 사람으로 하여금 편지를 부치는 것을 가능케 한다(p. 139)”라는 것이다. 하지만 Gibson의 이론이 문화적 상대주의에 대항하기 위한 일환으로 개발된 이론임을 고려해 볼 때, 어떻게 그 이론 자체가 사회문화적 관

심사에 일관되게 확장될 수 있는지는 분명치 않다.

이와 같은 문제점에 착안하여, 어포던스 이론을 사회문화적 관심사에 적용하려고 노력한 선행연구들이 있는데 이를 분석해 보면 크게 세 가지 접근방법으로 요약해 볼 수 있다. 첫째 접근 방법은 지각(perception)에 관한 Gibson의 유물론적 설명을 유지하면서 인간 활동의 사회적인 양상을 물질적인 속성으로만 한정지어 적용하려 한 것이다. Gaver(1996)는 미디어를 활용한 사회적 상호작용의 물질적인 토대를 기술하기 위해서 어포던스 개념을 사용했다. 이와 유사하게 Norman (1988)은 인간의 사회적 행동은 그 행동이 처한 물질적 상황에 내재되어 있고 그 물질적 상황에 의해서 형성된다는 것을 제안하면서, 인간의 일상생활에 인공물(artifacts)과 도구를 설계하는데 어포던스 이론을 관련지었다. 하지만, 이와 같은 분석은 인간이 특정한 활동 패턴을 만들기 위해, 또는 특정한 활동 패턴이 필요해서 능동적으로 문화적인 도구를 설계하기도 하고 특징짓는다는 사실을 간과하고 있는 것이다. Wertsch(1998)가 제시하듯이, 이와 같은 측면에서 인간의 상호작용에서 사용되는 거의 모든 대상들은 그 본질상 문화적으로 그리고 역사적으로 처해 있는 것이다.

Gibson의 어포던스 이론을 사회화하기 위한 두 번째 접근 방법은 지각하는 사람(perceiver)의 중요한 역할을 명백하게 추가함으로써 어포던스라는 개념을 확장하는 것이다. 이와 관련하여 몇몇 학자들은 보충적인 용어를 추가로 제안하는데 예를 들어 Shaw, Turvery, 그리고 Mace(1982)는 유효성(effectivity)을, Greeno(1994)는 능력(ability)을, Snow(1992)는 적성/aptitude이라는 용어를 사용한다. 어포던스는 환경이 인간에게 제공해 주는 것이고 유효성,

능력, 또는 적성은 인간이 그 어포던스에 터해서 제공하는 유목적적 잠재력이라고 볼 수 있다는 것이. 이와 같은 접근 방법은 Gibson의 이론이 인간이 추론하고 분석하는 중재 과정을 간과했다거나(예, ickhard & Richie, 1983; Fordor & Pylyshyn, 1981; Ullman, 1980), 지각하는데 있어서 인간의 의도를 필수불가결한 양상으로 간주하지 않았기 때문에 여러 가지 가능성 중에서 인간이 어떻게 특정한 어포던스를 선정하는지를 설명하지 못한다는 비평을 우회하려 한 것이다(Ben-Zeev, 1981).

이와 유사한 맥락에서, Heft(1989)는 어포던스를 인간의 의도와 관련지어 분석하게 되면, “가능한 어포던스”와 “실현된 어포던스”를 구별할 수 있게 되어 Gibson 이론의 본질적인 긴장을 풀 수 있을 것이라고 주장했다. 여기서, 가능한 어포던스(potential affordance)라 함은 개별적인 지각자의 일시적인 필요와는 무관하게 독립적으로 어포던스가 존재한다는 Gibson의 관심사를 반영해 주는 반면에, 실현된 어포던스(actualized affordance)는 유기체가 어떻게 환경과 상대적인 상호작용을 가질 수 있는지를 설명해 준다. 이와 같은 접근 방법의 문제점은 Sanders(1997)가 암시하듯이, Gibson 자신이 극복하려고 꾸준히 노력했던 주체와 대상과의 이원성을 구체화시키는 것에 지나지 않는다는 것이다. Gibson은 개인보다는 종에 초점을 둬으로써 주체/대상이라는 이원론을—완전히 극복하지 못했다 할지라도 적어도—약화시키려 했던 것이다. 그런데, 이 두 번째 접근방법에서 개인에 초점을 두는 것은 어포던스 이론의 중심에 다시 주체/대상의 이원론을 위치시키는 방법이 되고 만다.

Gibson의 어포던스 이론을 사회화하기 위한 세 번째 접근 방법은 사회적인 것과 자연적인 것 간의 이분법을 없애며 어포던스를 전적으로

사회화하려는 방법이다. Gibson의 연구는 대상이 자연 세계에 존재하는 것으로 가정하는 반면에, 이 접근 방법은 그것이 사회와 문화 안에 통합되어 있다는 것을 전제로 한다. 예를 들어, Costall (1995)은 “인간화된자연(humanized nature)”이라는 표현을 통해 우리가 살고 있는 세상은 인간의 필요 및 활동에 의해서 변환되어 왔으며, 이로 인해 대상과 활동은 본질적으로 사회적이고 문화적인 차원에서 기원한다고 본다. Raeithel(1992)은 활동 이론에 초점을 두면서 인간의 활동이 사회적, 특히 협력적인 것임을 주장한다. 이와 같은 접근 방법은 Gibson의 이론이 좀 더 적절하게 언어와 사회가 어떻게 일상생활의 지각에 영향을 미치는지 그 공헌 정도를 통합시켜야 할 필요가 있음을 역설한 Noble(1991)의 주장에 대응한 것이라고 볼 수 있다.

이 세 번째 접근 방법은 사회역사적 또는 사회문화적 관점의 아이디어를 통합한 연구들과 연계된다. 예를 들어, Rogoff(1990)는 인지 및 인지발달을 논의하는데 있어서 개인과 사회적 세계의 불가분의 관계 및 상호의존성을 바탕으로 하는 “상황적 사건 접근방법(contextual event approach)”을 주장하면서 Gibson, Piaget, Vygotsky의 이론을 활용한다. 특히 Gibson의 이론으로부터는 분석의 단위로서 사건을 강조한 점, 지각하고 이해하며 기억하는 유기체의 능동적인 역할을 강조한 점, 그리고 유기체와 환경간의 상호관계를 강조하여 유기체(또는 환경)의 특성이 환경(또는 유기체)과의 관계 속에서 정의되고 발달된다는 점을 설명한다. 또한 Reed(1991)는 사회역사적 연구 및 문화인류학의 연구(e.g., Lave, 1988; Rogoff, 1990)를 검토하면서 일상생활의 상황에서 “어포던스를 협력적으로 적용( Cooperative appropriation of affordances)”하는 과정으로써 인지를 해석한다. Still과 Costall

(1991)은 Gibson의 이론과 Vygotsky 이론 간에 상호협조적인 효과를 탐구한다. 예를 들어, Gibson의 어포던스 이론에서 개인과 환경간의 관계적인 본질은 Vygotsky(1981)가 제시한 내면화의 개념에서 반영된 이원론을 극복하는 데 도움을 준다. 역으로, Gibson의 이론에서 제시되는 사회적인 것과 자연적 또는 생물학적인 것 간의 이원론은 인간 활동의 사회문화적 중재가 중시되는 Vygotsky 관점에서 도움을 얻는다(Costall & Still, 1989).

## 2. 어포던스 이론의 사회화

어포던스 이론을 사회화하는 데 있어서 앞서 언급된 세 번째 접근 방법은 유용하지만 기존의 연구 경향은 이론적이라기보다는 다소 은유적이다. 즉, Gibson이 자연적 또는 생태학적인 것으로 이해했던 상황이 단순히 사회적 또는 문화적인 것으로 윤색되었을 뿐이기 때문이다. 보다 적절한 연구 방향은 어포던스를 사회문화적 상황과 자연적인 상황에 관련지을 수 있도록 이론적으로 일관된 설명일 것이다. 이것은 “모든 어포던스가 사회적인 것이라면 (Gibson의 이론이 근간을 둔) 생태심리학이 설 자리는 어디인가?” 라는 Costall(1995)의 문제제기에 상응하도록 해 줄 것이다. 이제 초점은 Gibson이 제시한 근본적인 통찰을 잃지 않으면서 사회적 또는 문화적인 것으로 어떻게 어포던스 이론을 확장하느냐 하는 것이다.

먼저 Gibson(1979)이 제시한 직접적인 지각(direct perception) 대신에 어포던스의 자연화된 지각(naturalized perception)을 제안한다. 직접적인 지각의 관점에서는 어포던스란 자연환경에 존재하는 자연적인 성질로써 “지각되어야 할 것으로 항상 거기에 있는 것... 관찰자의 필요나 행위에 의해서 대상에 부여되지 않는 것”(p. 141)으로 간주된다. 하지만 자연화된 지각이

란 Gibson에게 중요시 되었던 지각의 비의식성(unselfconscious)이나 비자발성(non-voluntary)은 유지하되 지각한다는 것은 이미 사회문화적으로 중재된 것임을 뜻하는 것이다.

그 다음, Gibson의 어포던스 이론을 사회화하기 위한 핵심적인 전략은 어포던스를 사회문화적 관점에서 강조되는 활동 시스템과 연관짓는 일이다. 즉, 사회적인 유기체나 비사회적인 유기체가 참여하게 되는 활동을 고려하지 않고 어떤 대상 그 자체가 제공하는 어포던스에 대해서 언급하는 것은 유용하지 않다는 뜻이다. 이와 같이 어포던스를 해석하게 되면, 궁극적으로 Gibson 자신의 생태학적 관점 역시 포함할 수 있으므로 비사회적인 유기체를 대상으로 하는 훨씬 단순한 분석은 물론, 사회적인 유기체를 대상으로 하는 활동에 대한 이론적인 설명을 연계할 수 있게 된다.

사회문화적 관점에서 Leont'ev(1978, 1981)의 활동에 관한 고전적인 설명에 따르면 활동은 세 수준의 체계로 이해되는데 그것은 일반적인 행동에 대한 동기, 그 활동에 참여하는 개인의 직접적인 목적이나 목표, 그리고 그 목표를 달성하기 위해서 사용하는 외부의 방법이나 조작이다. 모든 유기체의 활동은 이와 같은 세 가지 요소를 통합하지만, Leont'ev는 기본적으로 활동의 차이를 서로 다른 계통발생적인 차원에서 분리한다. 예를 들어, 대부분의 하위 동물에게 있어서 조작은 생물적인 추진력에 의해서 지배되는, 낮은 수준의 조정된 행위를 나타낸다. 유기체가 유일하게 처음 시도하는 것은 그 조작을 실행하는데 있어서 지엽적인 조건에 반응하는 것일 뿐이다. 그 다음 수준에서 행위라는 것은 계획 단계와 조작 단계로 나뉜다. 예를 들어, 계획 단계에서는 그 대상이 직접적인 물질적 연결이 없음에도 불구하고 조작 단계를 위해서 그 어떤 대상에 초점을 맞출 수

있게 되는 것이다. 마지막으로 인간 수준에서의 활동은 공유된 계획을 통해 공유된 조작을 산출할 수 있는 협력적인 기획으로 만들어진 다. 이와 같이 계획 단계의 사회적인 양상은 동기를 목표로부터 분리시키고 궁극적으로 유일하게 인간의 발달을 특징짓는다고 볼 수 있다(Leont'ev, 1981).

이와 같은 활동에 대한 고전적인 설명에서 호소력이 있는 것은 동기화된 활동이 물질적 기반에 터해 있다는 것이다(Glassman, 1996). 이와 같은 물질적인 기초는 어포던스가 활동의 핵심적인 양상으로 부각되기 위해서 꼭 필요한 것이라고 할 수 있다. 하지만 여기서 겪게 되는 이론적 어려움은 사회적/비사회적 이원론이 발생한다는 것이다. 비록 물질성은 모든 활동의 기초가 되지만, 그 활동의 본질은 서로 다른 계통수준에서 각기 다르게 이론화되기 때문이다. 따라서 만약 Gibson의 기본적인 관점을 보유하면서 어포던스 이론을 사회화하려면 계통적인 스펙트럼에 걸치는 활동에 관한 전반적인 이론이 필요하게 되는 것이다.

본 논문에서는 계통적인 차이를 실제 그 자체의 본질에 두기보다는 새로운 실재를 채택하는 “과정”에 둬으로써 문제를 해결하려 한다. 즉, 사회적인 행위자이건 비사회적인 행위자이건 간에 기본적으로 활동(activity)은 행위(action)를 통해서 출현한다. 즉, 행위는 유기체가 자신의 다양한 필요를 채우려고 할 때 우연히 발생하는 것을 통해 활동으로 발달된다. 다만, 인간과 같은 사회적 행위자는 함께 참여함으로써 인해서 사회문화적으로 형성된 활동을 획득할 수 있는 추가적인 기회를 얻게 되는 것이다(Forman, Minick, & Stone, 1993; Lave & Wenger, 1991). 여기서 사회문화적 관점의 전용

(appropriation)이라는 개념은 이러한 과정<sup>3)</sup>을 이해하고 분석하는데 매우 유용하다(Leont'ev, 1981)

이와 같은 해석은 부분적으로 사회적인 것으로서의 어포던스에 관한 Gibson의 생각과 일관되며 나아가 어포던스를 사회화하려고 시도한 다른 학자들의 목적 및 방법과 연결될 수 있다. Michaels와 Carello(1981)가 관찰했듯이, Gibson 이론의 목적은 “지각을 행위라는 언어로 쓰는 것”이었다(p. 43). 행위에서 행동으로의 전이는 이와 같은 의도는 유지하면서 어포던스를 사회적인 것으로 해석 가능하게 하며, 활동을 다른 활동 속에 포개어 놓음으로써 어포던스 이론을 다른 일반적인 사회문화적 그리고 상황 인지 분석과 연결짓게 하는 것이다.

Leont'ev의 활동에 관한 체계는 많은 이론가에게 학문의 꽃을 피우게 한 자료이긴 하지만, 다소 너무 간단하여 인간의 사회적 활동에서 기인되는 복잡성을 다 소개하는데 무리가 따르며 주요 관심사가 지나치게 개인적인 행위자에게 밀접하게 연관되어 있다는 지적이 있다(Reed, 1991; Wertsch, 1998). 즉, 앞서 살펴본 세 단계의 구조는 “매우 기초적인 구조, 즉 목표-수단-결과를 번역하는 방법으로써만” 보여질 뿐(Zinchenko, 1995, p. 43), 개인이 사회적으로 구성된 활동에 참여하는 상황은 다분히 배제되어 있다는 것이다.

이와 같은 제한점에 착안하여 Wertsch(1991, 1998)는 Leont'ev의 활동 이론과 일맥상통하면서도 동시에 인간의 행위를 결정짓는 다양한 영향력을 고려하기 위해서 중재된 행위가 분석 단위가 될 필요가 있음을 주장하며, 행위에 행동, 배경, 행위자, 작용, 목적을 포함시켜서 분석하는 요소들을 확장하려 하였다. 더 나아가

3) 단순한 모방 역시 포함하지만 사회적인 참여에 이르기까지 보다 복잡한 과정 역시 포함된다.

Engeström과 Cole(1997)은 중재된 행위 역시 주로 개인에게 초점이 주어질 뿐, 인간 활동의 집단적인 또는 공동주의적인 양상을 완전히 반영하지 못하는 것으로 주장하면서 Leont'ev의 활동 이론을 보다 확장하여 개인적인 관점을 기반으로 하는 주체, 대상, 중재하는 인공물 외에 공동체, 규칙, 일의 분배, 그리고 결과로 이루어지는 활동 시스템을 제안한다. 이러한 시스템 내에서 활동은 일시적으로 분명한 시작과 끝이 있는 사건이나 행위와는 구별되며, 대신에 그러한 사건과 행위를 생산해 내는 시스템으로 이해되며, 상대적으로 긴 시간을 통해 진화되는 것으로 설명된다.

이와 같은 일련의 전락들은 Leont'ev의 기초적인 이론적 모델을 확장하여 집단 활동 양상을 이해하려는 공통된 목적을 가지고 있다. 본 논문에서 제안하고 있는 사회화 역시 동일한 관심사를 표명하는 것인데 방법적인 측면에 있어서 활동의 구조를 단순화하고 일반화함으로써, 계통발생학적으로 결정되는 행위자에 의해서가 아니라 동기가 기인될 수 있는 행위자이면 개인이든 집단이든 간에 적용될 수 있도록 한 것이다. 물론 이와 같은 프로젝트는 결코 쉽게 끝낼 수 있는 성질의 것이 아니다. 특히 행위에서 행동으로의 전이 과정은 좀 더 명확하게 이론적으로 설명될 필요가 있다. 또한 새로운 활동과 어포던스를 빚어낼 수 있는 새로운 문화적 도구(cultural tools)의 도입 역시 분석해보아야 할 영역이다. 다만, 본 논문은 이와 같은 연구 과제에 대해서 은유적인 추측보다는 이론적인 탐색으로 옮겨갈 수 있는 작은 발판을 만들어 본 것이다.

### III. 실험 분석: 수학적 어포던스와 상황적 어포던스

본 논문은 도구의 역할을 논의하는데 있어서 중요한 이론적 배경인 어포던스 이론과 사회문화적 관점에서 증시되는 활동 이론, 특히 활동 시스템과 관련된 이론을 연계하여 이론적으로는 어포던스 이론을 사회화하는 데 있어서 보다 이론적으로 일관된 설명을 제안하고, 실제적으로는 초등 수학 교수·학습 과정에서 빈번히 일어나는 구체적 조작물 활용과 이에 관한 교사의 역할 측면에서 관점을 재조명하려 하는 것이다.

본 장에서는 구체적 조작물이 빈번히 활용되는 초등수학 수업을 바탕으로 수학적 어포던스와 상황적 어포던스를 살펴본다. 여기서 활용되는 자료는 우리나라 초등학교 수학 수업에서 학생중심의 교수법을 구현하려고 노력하는 교사의 수업을 상세하게 분석하는 과정 중에서 어포던스 이론과 관련하여 연구자에게 부각된 사례<sup>4)</sup>이다. 본 논문에 인용되는 에피소드는 중소 도시에 있는 한 초등학교 2학년 교실에서 비롯된다.

우선, 배경지식으로써 실험 분석의 대상이 된 교사 C 교실의 전반적인 수학교실 문화를 간단히 기술하고, 에피소드를 통해 수학적 어포던스에 초점을 두는 경우를 살펴본다. 또한 구체적 조작물의 상황적 어포던스와 관련하여 교사가 어떻게 전체 토론 활동을 이끄는지를 분석한다.

#### 1. 전반적인 수학교실문화

교사 C는 학생들이 주어진 수학 활동에 적

4) 이 중 일부는 전미교육연구 연합회(American Educational Research Association: AERA)의 연례학회에서 “수학학습에 있어서의 도구 및 인공물의 역할에 관한 관점”이라는 패널토의에서 발표된 바 있다.

극적으로 참여하도록 일관되게 격려하였고 학생들의 아이디어와 판단을 중시하는 경향이 있었다. 구체적으로, 학생들의 대답에 칭찬 또는 긍정적인 기대감을 표현하였고, 학생들이 주어진 수학 문제에 대해서 자기 자신의 힘으로 여러 가지 방법으로 풀어보고 그 풀이 방법을 전체 토론 시간을 통하여 설명하며 다른 학생들의 아이디어에 대해서 비평을 하는 교실문화를 형성해 나갔다. 또한 모둠 내에서 협력하며 아이디어를 서로 교환하는 것이 중요하다는 것을 강조하기도 했으며, 학생들의 설명을 되풀이하거나 풀어서 전체 학생들에게 빈번히 설명하기도 하였다.

또한 교사 C는 학생들의 개별적인 활동이나 모둠별 토론을 주의 깊게 관찰하였고, 이를 바탕으로 수학적으로 통찰력 있는 아이디어를 선정하여 전체 토론에서 다루는 경향이 있었다. 예를 들어, 네 명의 학생들로 구성된 한 모둠 활동에서 주어진 세 자리수를 표현하는데 있어서 임의적인 단위를 쓰자는 아이디어를 만들어냈을 때, 교사는 기대치 못한 학생들의 창의력에 매우 기뻐하였다. 그 모둠 활동에서는 나무젓가락을 이용하여 세 자리수를 표현하고 있었는데, 나무젓가락 10개짜리 한 묶음을 10으로 보는 대신에 100으로 보고 같은 맥락 아래, 나무젓가락 1개를 1로 보는 대신에 10으로 약속하고 계산하였다.

교사 C의 학생들은 참여를 강조하는 교사의 요구에 순응할 뿐만 아니라 자기 자신의 수학적인 아이디어를 창안하려고 노력하였고, 자신들의 모둠 활동에 적극적으로 참여하였다. 교사 C와 학생들의 이러한 접근 방법의 결과로 학생들은 수학적 개념 및 절차에 대한 이해를 증진할 수 있는 학습 기회를 가졌다. 이외에 학생들은 수학적 의미를 추구하는데 있어서 점차적으로 스스로 동기화되고 있는 과정이 관찰

되었는데, 그 예로는 교사로부터 새로운 수학 활동을 시작하라는 지시를 받고서도 이전에 주어진 문제에 대해서 계속 자신들의 풀이 방법을 만들려고 노력하는 것이었다.

## 2. 수학적 어포던스

교사 C는 받아내림이 없는 세 자리수의 덧셈과 뺄셈을 지도하는 데 있어서 학생들이 다양하게 구체적 조작물을 사용하도록 일관되게 격려하였다. 교사의 전반적인 전략은 학생들이 개별적으로 또는 모둠별로 주어진 수학 문제를 해결하는데 있어서 여러 가지 조작물을 사용하는 활동을 통하여 각각의 조작물이 제시하는 수학적 어포던스를 비교 또는 대조해 보는 경험을 갖게 하는 것이었다. 즉, 다양한 표현 방법을 강조하는 목적은 개개 학생들이 여러 가지 표현 양식 중에서 한 가지만이라도 제대로 이해하도록 돕기 위해서라기 보다는 여러 가지 표현 양식들 간의 수학적 유사성과 차이점을 통해 개념을 이해하도록 하기 위한 것이었다.

에피소드 1은 동전(종이 돈), 산가지, 나무젓가락, 종이 타일, 십진 블록 등 다양한 조작물을 활용하여 주어진 세 자리 수 뺄셈 문제를 표현하고 답을 얻어내도록 강조하는 수업을 일관되게 몇 차시에 걸쳐서 진행한 후 마지막 차시에서 비롯된 것이다. 다른 차시와 유사하게 본 차시에서도 교사는 주어진 문제 476-152에 대해서 여러 가지 구체적 조작물을 가지고 해결해 보라고 격려하였고, 학생들은 그 다양한 방법을 발표하였다. 학생의 발표에 이어 교사는 동전을 이용하여 문제를 푼 경우와 종이 타일을 이용하여 문제를 푼 경우에 대해서 질문을 던졌다.

<에피소드1: 조작물의 비교 및 대조>



[실물 화상기 위에는 동전으로 각각 476 (즉, 4개의 100원짜리 동전, 7개의 10원짜리 동전, 6개의 1원짜리 동전)과 152, 그리고 답 324가 표현되어 있고, 칠판에는 같은 문제가 십진 블록과 같은 원리로 만들어진 종이타일로 표현되어 있다.]

교사 : 답은 같이 나왔어요(실물 화상기와 칠판을 한 번씩 가리키며), 그렇죠? 그러니까 종이타일로 하던, 동전으로 하던 다 같은데. 여기서 조금, 조금... 답은 같지만 다른 모습이 좀 있을 것 같은데, 선생님은 있는 것 같은데 뭐 없을까?

용호 : 있어요.

교사 : 뭐? 있대. 용호가 있다고 하네? 뭐? 뭐가 있어?

용호 : 동전이랑 타일이랑...

교사 : 동전이랑 타일이랑 뭐가 틀려요?

용호 : 모양.

교사 : 모양이 틀려요? 오, 또? 정영이?

정영 : 제가 발표해 보겠습니다. 색깔이 틀립니다.

교사 : 색깔이 틀려. 음. 또? 혜진이?

혜진 : 제가 발표해 보겠습니다. 크기가 달라요.

교사 : 크기가 달라요. 크기가... 어떤 크기가?

혜진 : 타일은 ...

교사 : 일어나서 한 번 얘기 해 봅시다.

혜진 : 타일은 동전보다 더 크고... 100원짜리가 더 크고...

교사 : 또, 또 다른 점?

병호 : 제가 발표해 보겠습니다. 양의 수가 틀립니다.

교사 : 어떻게?

병호 : 타일은 10의 수가 같은데, ... 동전 같은 경우는...

교사 : 나 무슨 말인지 잘 모르겠네. 잠깐만 나와 보자. 무슨, 어떤, 병호가 이야기를 하는데 선생님이 잘 못

알아들겠어요, 무슨 말인지. (병호 앞으로 나온다.) 뭐라구? 어떻게 됐 다구요?

병호 : (교사에게 작은 소리로) 양의 수. 동전 같은 경우는 수가, 같은 크기가, ...

교사 : 그거를 뭘로 표시해 볼 수 있어? 양이 어떤 걸 얘기하는 거야? 양이 다르다 그러네. 뭐가? 양이 어떤 걸 얘기하는 거야?

병호 : 크기.

교사 : 어떤 크기?

병호 : 타일 같은 거는 요, 10의 자리 수가 요, 100의 자리수에 ... 들어가요.

교사 : 아! 한 번 표시를 해봐. 아. 선생님은 무슨 뜻인지 알겠어요. 십의 자리를 이렇게 하면 (두 손을 한데 모으며) 백의 자리에 들어가는데, 동전은?

학생들: 아아!

병호 : 동전은 들어가지 않으니까..

교사 : 음. 그걸 선생님은 무슨 말인지 잘 못 알아들었어. 그걸 네가 한 번 해봐. (병호는 칠판에 있는 10의 자리 타일을 떼 낸다. 교사 C는 실물 화상기 위의 자료들을 치우며, 병호에게 실물 화상기를 이용하여 발표하라고 말한다. 병호는 100의 타일 위에 10의 타일들을 포개어 놓기 시작한다.) 무슨 말인지 잘 못 알아 들었는데 이제 무슨 얘기인지 알았어요. 알았으니까 우리 이렇게, (칠판에 붙어 있던 타일들을 떼서 병호가 쉽게 이용할 수 있도록 화상기 옆에 둔다.) 아! 요렇게! (병호가 10의 타일을 하나 더 올려놓으려다가 멈춘다) 이게 몇 개야? 한 번 해 봐. 여기서... (교사가 올려진 10의 타일들을 가지런히 맞춰 놓자, 병호는 빈 자리에 타일 한 개를 더 올려놓는다.) 이제, 선생님도 알아 들었는데 여러분들도 알겠어요? 무슨 말인지 알겠어요?

학생들: 네.

교사: 지금 이야기가, 병호 이야기가 아까 무슨 얘기나 하면 이 타일이 나 이런 걸로 하면 10개 짜리를 이렇게 포개 놓으면 100하고 똑같아 지는데 동전은 안 된대요. 요게 좀 다르다고 얘기한 거야. 난 처음엔 무슨 소린가 했네. 아. 지금 동전이 이렇게 있으면 백원 짜리 하나죠? 백원짜리가 하나 있고 십원짜리가 두 개면, 아, (실물화상기 위에) 십원짜리가 몇 개 있나 세 볼까? 십원짜리가 몇 개예요?

학생들: 다섯

교사 : 다섯 개네. 그런데 십원짜리가 다섯 이면 백의 얼마가 된 거야?

학생들: 반이요.

교사 : 반인데. 동전에서는 반이라는게 나타나요, 안 나타나요?

학생들: 안 나타나요.

교사 : 지금 병호가 얘기 잘 했어. 이거와 이거는 반이 안 되는데, 그런 뜻인 것 같아요. 그래? 그런데 이걸 포개 놓아 보니까 양이 같더라 이거야. 그러니까 우리가 눈으로 보기에는 금방 아, 크기가 같아, 10개짜리가 10개 모이면 100개가 된다는 것을 이 타일이라든가 이런 걸로 할 때는 더 알아보기가?

학생들: 쉬워요.

교사 : 음 이것도 알 수 있었네. 아주 좋은 거 발견해 냈네. 그러니까 발견왕이 되는 거지 뭐.

본 수업에서 활용된 구체적 조작물은 중요한 수학적 개념의 구조와 매우 중요하게 관련된 다. 종이타일은 그 자료 내에 수의 양적 가치가 물리적으로 보존되는 구체적인 표현 양식을

나타내는 한 예이다. 즉, 100을 나타내는 종이 타일은 실질적으로 10을 나타내는 막대 10개로 구성되어 있다. 이에 비해, 동전은 영상적인 (iconic) 표현 양식의 한 예로써, 다른 크기를 사용하여 상대적인 양의 가치를 나타낸다. 즉, 100원짜리 동전은 실제적으로 10원짜리 동전 10개만큼 크기 않은 반면에, 그 상대적인 크기의 차이로 양이 구별된다. 이와 유사하게, 우리는 후속으로 구체화의 계열을 예상해 볼 수 있다. 즉, 자릿값과 상징적인 상관관계만을 표현하여 색깔이나 위치로만 표시하는 방식, 그리고 마지막으로 기수법에서와 같이 자릿값을 표현하는데 있어서 기호적이고 추상적인 표현양식을 생각해 볼 수 있다. 지엽적으로 구체적인 표현 양식으로부터 수학적으로 추상적인 표현 양식에 이르기까지 진전해 가는 이와 같은 교수전략은 “일련의 표시 (chain of signification)<sup>5)</sup>”를 이용한 사회언어학적 분석과도 연계될 수 있다(Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain, & Whitenack, 1997; Walkerdine, 1988).

위 에피소드에서, 교사는 자신의 관심과 의도를 명백하게 드러내는데, 그것은 학생들이 동전과 타일을 가지고 주어진 뻘셈 문제를 풀어보는 활동 속에서 다양한 수학적 어포던스를 비교하고 대조해 보는 기회를 갖게 하는 것이었다. 구체적 표현양식과 영상적 표현 양식간의 차이에 대해서 교사는 강의를 하기 보다는 학생들이 직접 이러한 관계들을 보면서 표현하는 것에 관심이 있었던 것이다. 학생들에게 물어봄으로써 학생들이 무엇을 이해하는지를 알 수 있다는 측면에서 이와 같은 교사의 의도는 다분히 진단적이라 할 수 있다. 초등학교 2학

5) 기호(sign) 또는 기호의 결합(sign combination)은 표시되는 것/표시하는 것(signified/signifier)의 한 쌍으로 이루어져 있다. 일련의 표시라고 하는 것은 이와 같은 기호가 연쇄적으로 연결되어 있는 것을 뜻하는데, 여기서 이전 단계의 기호는 후속 단계의 기호 결합에 있어서 표시되는 것(signified)이 된다(Cobb, Gravemeijer, et al., 1997).

년 학생임을 고려해볼 때, 교사 C는 관계되는 수학적 개념에 대해서 학생들이 추상적인 이해의 수준에 이르기까지 수학적 발달을 기대하고 있지는 않았을 것이다. 그 보다는 주어진 수학 문제 풀이와 관련된 구체물에 대해서 논의하는 과정 속에서 색깔이나 모양과 같이 피상적인 차이점과 대조되어 수학적으로 중요한 특색들이 부각되는 데에 더 초점을 둔 것이다. 실제 교사 C는 학생들이 단순하게 크기, 색깔, 모양과 같은 차이를 발표했을 때는 간단하게 받아들이거나 수학적인 중요도 측면에서는 무관한 것으로 반응을 보인 반면에, 병호가 “양의 크기”가 다르다는 것을 지적했을 때에는 그 학생이 의미하는 바를 개념적으로 자세히 조사하였다. 이런 방법으로 교사는 토론에 참여하는 학생들이 영상적 표현 양식과 구체적 표현 양식의 수학적 차이를 이해하고 보다 일반적으로 무엇이 수학적으로 강력한 또는 의미 있는 설명인가에 관한 사회수학적 규범을 형성하는 데에 영향을 끼칠 수 있었을 뿐만 아니라(Yackel & Cobb, 1996), 개개 학생들이 구체적 조작물을 가지고 상호작용하면서 지각하는 것에도 관심을 기울일 수 있게 되었다.

이와 같은 수학적 어포던스와 이것이 구조화하는 수학적 개념의 세계와 관련하여 흥미로운 인식론적인 문제가 있다. 이는 Sfard(1994)가 제시하듯이, 학문으로서의 수학에 있어서 그 내용상의 초점이 되는 구상화된(reified)<sup>6)</sup> 대상 또는 개념과 관련하여 수학자들이 경험하게 되는 일종의 견고성(solidity) 및 일관성 정도와 관계가 있다. 우리는 도구와 어포던스라는 렌즈를 통해서 수학적 대상이 지니는 일관성 및 견고

성을 이해하게 된다. 즉, 처해진 사회적 실제 속에서 활용하게 되는 도구와 인공물이 제시해주는 대비되는 어포던스를 통해서 단지 간접적으로 수학적 대상을 알게 되는 것이다(Gee, 1997).

### 3. 상황적 어포던스

에피소드 2는 학생들이 370-250을 다양한 구체적 조작물을 가지고 모듈별로 여러 가지 방법으로 풀어본 다음에 교사가 전체 토론을 이끌어 내는 것으로부터 시작된다. 에피소드 1에서 예증되듯이 교사 C는 학생들이 주어진 수학 문제를 푸는 것뿐만 아니라 구체물이 제공해 주는 수학적 어포던스를 바탕으로 중요한 수학적 개념을 이해하고 표현할 수 있는 학습 기회를 제공해 주었다. 에피소드 2는 주어진 활동 시스템 내에서 도구나 인공물이 제공해주는 것 중에서 사회적으로 처해진 교실 실제와 관련된 상황적 어포던스와 관련된 사례로써 교사가 전체 토론이라는 특정한 맥락에서 뺄셈의 표현 양식과 관련하여 어떻게 수업을 이끌어 나가는지를 살펴보기 위함이다. 특히 본 에피소드는 다음 장의 에피소드 3과 관련지어 모듈별 활동이라는 특수성과 관련하여 어떻게 다른 사회적 양상을 빚어내는지 비교 및 대조하기 위한 자료가 되기도 한다.

#### <에피소드2: 뺄셈에 관한 정적 표상>

교사: 몇 조는 선생님이 가만히 보니까 덧셈과 뺄셈하고 혼동하는 사람이 있는 것 같아서 선생님이 잠깐

6) 어원상 reify는 추상적인 개념이나 관념을 마치 이것이 구체적 또는 물질적 기반/존재성을 가지고 있는 것으로 간주하는 것을 일컫는다. 수학에서 reification은 지식의 수직적 통합을 나타내기 위해서 빈번히 사용되는 용어인데, 이는 이전의 과정으로부터 개념적인 대상을 만드는 것을 뜻한다(Sfard, 1994). 예를 들어, 제곱수의 제곱근을 구하는 과정을 견고히 함으로써, 제곱근을 하나의 대상으로서 좀 더 일반적으로 이해할 수 있게 된다.

얘기를 해 주었는데 아직도 ... 선생님과 같이 한 번 해보자. 어떻게 계산했나? 누가 한 번 얘기해 볼까요? 어느 조에서 해볼까? ... 아까 3조에서 뺄셈을 하는 데 처음에 약간 혼동이 되는 것 같았어요. 그래서 선생님의 기억에 제일 많이 남아. 3조 어떻게 했나 나와서 한 번 해보자. 선미가 나와서 한 번 해봐.

[선미가 앞으로 나온다. 선미는 종이 타일을 가지고 100을 나타내는 타일 3개와 10을 나타내는 타일 7개를 나란히 놓음으로써 370을 나타낸다. 그런 다음 250을 어떻게 빼야 하는지 잠시 머뭇거리다가 370을 나타낸 타일로부터 100을 나타내는 타일 1개와 10을 나타내는 타일 5개를 집어서 아래쪽에 놓는다. 결과적으로 오답 220에 이르게 된다. 교사는 다른 학생들에게 선미의 해결방법에서 이상한 것을 발견했는지 질문한다. 먼저 석찬은 답이 220이 아니라 120이 되어야 한다고 주장한다. 하지만 교사가 왜 그런지 질문하자 석찬은 다른 구체물을 가지고 문제를 풀어서 답이 120이 나왔다고 발표했을 뿐, 왜 선미가 오답에 이르렀는지는 명확하게 설명하지 못한다. 교사는 다시 학생들에게 선미의 실수를 분명하게 찾아낼 수 있는지 질문한다. 상미가 발표한다.]

상미: 네. 제가 석찬이가 잘못된 것을 보충해서 발표해 보겠습니다. 석찬이는 타일을, 남은 것이 220개라고 말했는데, 저는 선미가 계산을 잘못했다고 생각합니다.

교사: 그러면 어디가 잘못되었는지 나와서 한 번 해 보세요. (상미 앞으로 나온다.) 어디가 계산이 잘못되었어요?

상미: (프로젝트 위에 있는 220의 200을

가리키며) 여기 2개 있는 데요

교사: 얼마를 빼야 하는데?

상미: 원래요... (문제지를 확인한다.) 370에서요, (선미가 뺀 150을 남아있는 220에 합해서 처음의 370을 만든다.) 여기다가요 (프로젝트 옆에 있는 자료함에서 가져다가 250의 종이타일을 370 아래에 새로 만들어 놓는다.)

교사: 370에서

상미: 이렇게 해야 하는데요 (새로 만든 250을 가리키며).

교사: 이것을 어떻게 (250을 가리키며)? 빼라고?

상미: 이것을 빼야 하는 데 (250 아래에 손가락으로 선을 하나 그리면서),

교사: 이것을 빼 봐요 (250을 지시하며). 이것을 빼니까 없애 버려 봐요. 250을 빼서 없애 봐요.

상미: (250의 종이타일을 집어 든다.)

교사: 뺏어요.

상미: (뺀 종이타일을 옆에 놓으려 한다.)

교사: 250을 들고 있어. 그러면 얼마 남았어?

상미: 120이요.

교사: 아닌데, 이것이 120이예요? (프로젝트 위에 있는 370을 가리키며)

상미: 아니요. 370이요.

교사: 왜 370이 되었을까?

상미: 250을 빼서요

교사: 250을 뺏으면, (상미의 두 손을 잡으며) 지금 250을 뺏잖아.

상미: 네.

교사: 370이 그대로 있네, 선생님이 보기 예. 250을 어디서 뺏어?

상미: 250을요?

교사: 250을 여기서 뺏네 (프로젝트 옆에 있는 자료함을 가리키며), 여기서 안 빼고 (프로젝트 위에 있는 370을 가리키며). 그러면은 어떻게 됐어? 이거 큰일 났네. 상미네는 부자 되겠다. 맨 날 먹어도, 쌀을 빼먹어

도 그대로 있으니까. 좀 이상하지?  
몇 조에서 이런 방법으로 문제를  
풀었어.

위 에피소드에서 교사는 종이타일이라는 구체적 조작물을 가지고 뺄셈의 여러 가지 의미 중에서 분리(separation) 또는 구잔(take-away)의 의미를 모델화하도록 의도하고 있다. 한 양(피감수)에서 명기된 다른 양(감수)을 이동시킴으로써 남는 양에 관심을 갖게 하는 구잔은 뺄셈에서 학생들이 대부분 제일 먼저 터득하게 되는 의미이고, 실제 이와 같은 뺄셈의 의미는 학생들이 학습하기에 가장 쉬운 것으로 지적되고 있으며 다른 뺄셈의 의미를 이해하는데 인지적인 기초가 되는 것으로 알려져 있다(Nesher, 1980). 이 표상은 시간차를 두고 빼는 과정을 역동적으로 전개하게 되므로, 본 논문에서는 “동적 표상(dynamic representation)”이라고 부르기로 한다. 위 에피소드에서 교사는 상미의 발표에 개입하여 피감수와 감수가 두 개의 구별된 집합으로서 동시에 표현되는 “정적 표상(static representation)”을 사용하지 못하게 한 것이다.

교사가 이와 같이 수업을 진행한 기저가 무엇인지 분석해야 할 필요가 있다. 에피소드 처음에서 교사는 학생들이 주어진 문제를 덧셈으로 잘못 해석하고 있음에 대한 우려를 표명했다. 하지만, 전체 수업을 통해 학생들이 이와 같은 혼동을 경험하고 있다는 증거 또는 가능성이 없었으므로, 결국 교사가 진술한 근거는 교사의 실제 관심을 암호화한 것이나 다름없다. 교사의 선호에 대한 보다 강력한 설명으로 두 가지를 생각해 볼 수 있을 것 같다.

첫째, 교사는 학생들이 두 양을 서로 일대일 대응함으로써 그들 사이에 차가 얼마인지에 대해서 관심을 갖게 하는 뺄셈의 비교(comparison) 또는 구차(finding the difference) 모델을 공부하기 전에 구잔으로서의 의미를 통해 뺄셈의 보다 근본적인 이해를 굳건히 하고자 했을 수 있다. 실제 전체 수업 자료는 이와 같은 해석을 뒷받침하고 있다. 한 예로써, 모둠별 활동에서 한 학생이 동전을 가지고 분명하게 비교 모델로 뺄셈을 모델화했다. 즉, 피감수와 감수를 동전으로 나타낸 후, 감수에 해당하는 동전을 피감수에 해당하는 동전과 일대일로 짝짓고, 짝이 없는 동전을 세어 답으로 제시하였다. 이와 같은 타당한 표현방법에 반해서 교사는 그 학생에게 덜어내는 의미로서의 뺄셈을 표현해 보도록 격려했다.<sup>7)</sup>

둘째, 학생들이 예를 들어 비교 모델에 의한 표상처럼 뺄셈에 관한 개념적 의미를 이해하고 이것을 정적 표상으로 나타냈다고 보다는 표준 알고리즘을 그대로 표현했는지 모른다는 것을 교사가 염두했을 수도 있었을 것이다. 다시 말하면, 학생들은 뺄셈 알고리즘에 의해서  $370-250=120$ 이라는 것을 미리 계산하고, 다만 이를 표현하기 위해서 피감수 370, 감수 250, 그리고 답 120을 구체적 조작물을 이용하여 나타냈을 수도 있다. 따라서 교사는 학생들이 뺄셈에 관한 개념적인 이해나 직관에 앞서서 절차적인 알고리즘만을 다루지 않도록 하기 위해 구잔으로서의 뺄셈의 의미를 강조했었을 수도 있었다. 두 가지 해석 중 어느 것이든 간에 구체적 조작물의 수학적 어포던스에 대해서 교사가 특별히 관심을 기울이게 되는 전반적인 교수 전략과 일관된다.

7) 관찰된 수업과 관련하여 교사와 개별면담을 해 본 결과, 이 교사는 비교 모델에 의한 뺄셈의 의미를 알고 있었다. 즉, 교사가 뺄셈의 여러 가지 의미를 알지 못해서 구잔으로서의 뺄셈의 의미를 강조한 것은 아니라는 점이 분명하다.

지금까지 교사가 강조한 수학적 어포던스를 중심으로 논의해 왔다. 아마도 학생들은 정적 표상보다는 동적 표상을 사용하고 싶었을 지도 모른다. 하지만, 이와 같은 활동 내에서 수학적 어포던스와 함께 제 역할을 하는 또 다른 종류의 어포던스 즉, 상황적 어포던스를 발견하게 된다. 동적 표상을 이해하기 위해서는 교실 공동체가 함께 감수가 피감수로부터 떨어내지는 순간을 공유할 필요가 있다. 위 에피소드에서와 같이 교사가 전체 토론 수업을 주도면밀히 이끌어 나갈 때는 이와 같이 공유된 순간이 가능할 수 있었다. 다시 말해 전체 학생들이 사회적으로 처한 교실 실체에 종이타일이라는 구체적인 조작물이 제공하는 상황적 어포던스가 적절하게 색인되어 있었다.

#### IV. 수학적 어포던스와 상황적 어포던스의 조정

앞서 Gibson의 어포던스 이론에 관한 사회화를 논할 때, 개인이나 집단이 참여하게 되는 활동 시스템에 어포던스를 색인시킬 것을 주장했다. 에피소드 2에서는 수학적 개념의 구조와 관련된, 구체적인 조작물의 수학적 어포던스를 논의했다. 또한 동기가 부여된 전체 학급에서 상황적 어포던스가 사회적으로 공유된 활동 속에 색인되어 있는 것을 관찰할 수 있었다. 에피소드 3에서는 모둠별 활동을 하고 있는 학생들과 교사가 다시 한번 정적 표상과 동적 표상을 가지고 고전하는 모습을 분석하게 된다. 이 에피소드에서 교사는 구체적 조작물의 수학적 어포던스와 상황적 어포던스를 조정하려고 노력하게 되는데, 여기서는 주어진 도구가 두 개의 구별된 활동 시스템에 활용되게 되고 그 결과 서로 다른 어포던스를 제공하는 것으로 이

해될 수 있다는 이론적 논지를 예시로 보여지게 된다.

에피소드 3은 4명의 학생들로 구성된 모둠에서 476-152 문제를 풀고 있는 모습이다. 여러 가지 구체물 중에서 이 모둠에서는 나무젓가락을 사용하기로 결정하고 특히 1개의 나무젓가락이 10을 나타내는 것으로 약속하고 문제를 푼다. 우영은 자기 책상에 젓가락을 수북히 쌓아놓았지만, 실제 대부분의 일은 석찬과 정영이 했다. 석찬의 요구로, 이 모둠의 활동은 석찬의 책상에서 진행되었다. 먼저 석찬과 정영이 476을 나타내기 위해서 나무젓가락 10개 짜리 묶음 4개와 날개 7개를 나란히 놓는다. 그리고 1의 자리를 나타내기 위해서 젓가락을 부러뜨리기로 결정한다.

#### <에피소드3: 정적 표상에 대한 상황적 어포던스>

정영 : 하나 분질렀어?  
 석찬 : 응. 두 개만 있으면 된다.  
 정영 : (석찬에게) 야! 몇 개야 그거? 야! 몇 개야 이거?  
 석찬 : 이거? 다 합쳐서 8개. 8개면 딱 맞아.  
 정영 : 8개야? 날개?  
 석찬 : 잠깐만! 둘, 넷, 여섯, 여덟. (부러진 날개의 나무젓가락을 모아 놓은 세어본다.) 하나, 둘, 셋, 넷, 다섯, 여섯. 됐다. 6개. 날개는 6개 됐어. (칠판의 문제를 보면서 날개 6개를 470에 해당하는 나무젓가락 옆에 배열한다.)  
 정영 : 그럼, 내가 여기서 백, (석찬의 책상 위에 배열된 476에서 1묶음을 들어 손에 쥘다. 문제를 확인하기 위해서 칠판을 잠시 쳐다본다.)  
 석찬 : 아난데, 괜찮은데... 아니야. (배열된 476의 젓가락을 가리키며) 여기서 빼지 말고 (우영의 책상에 있는 젓가락을 가리키며) 여기서 빼 가.

(우영이 책상위에 있는, 다른 많은 무더기의 나무젓가락에서 한 묶음을 든다.)

정영 : 아니야. (석찬이가 든 한 묶음을 빼앗아 다시 우영의 책상 위에 놓는다.) 그러면은, (476의 나무젓가락을 가리키면서) 여기서 빼는 거지. 백 오십 (계속해서 십의 자리를 빼려고 하는데, 교사가 옆 8조에 와서 “여기는 타일을 만들어 가지고 왔네” 라고 말하자 정영은 잠시 빼는 과정을 멈추고 8조를 본다, 그러는 사이에)

석찬 : 아난데, (다시 한 묶음을 우영이 책상에서 집어 손에 든다.) 아니지 (들고 있던 그 묶음을 다시 자기 책상 위에 놓는다.) [현재 다시 476이 된 상태이다.] (자기 책상 위에 배열된 젓가락을 가리키며) 여기서 빼는 것이 아니지. 여기서 빼는 게 아니네, 아니야, 아니야!

정영 : [석찬이가 한 묶음 더 놓은 것을 모른다.] (계속하여 십의 자리를 빼기 시작한다.) 하나, 둘, 셋, 넷, 다섯. (석찬의 책상에서 5개의 나무젓가락을 들어 손에 쥘다.)

초롱 : 같이 좀 하자.

석찬 : 아니야, 아니야

정영 : 그게 아냐,

석찬 : 거기서 빼는 것 아난데...

정영 : 여기서 빼야지. [내가] 맞아. (우영이의 책상 위에 있는 나무젓가락을 가리키면서) 여기서 빼는 거냐?!

석찬 : 맞아! 맞아! (자기가 침가한 한 묶음을 다시 빼서 우영이 책상 위에 놓는다.)

정영 : 어제도 그렇게 했잖아! 백 오십,

석찬 : 476이 되어야지!

정영 : 어? 476? 빼면은, 아냐, 이거 빼야지. 빼면은. 삼백 이십 (빼 낸 결과 남아 있는 젓가락을 각각 가리키며). 답은 모르는 거여. 삼백, 이십, (이때 교사 등장)

교사 : 삼백, (10개짜리 나무젓가락 한 묶음을 가리키며) 그것을 백으로 보고, 응

정영 : 삼백 이십 ... [날개 2개를 더 집어 든다.]

교사 : 삼백 이십 사? 뭐가 나오는 건데, 그것은?

석찬 : 정영이가 저기, (칠판의 문제를 가리키며) 152를 뺐어요. 476에서요.

교사 : 오 응, (정영이가 쥐고 있던 젓가락을 남아 있는 젓가락 밑에다가 놓으면서) 그럼 이걸 여기다 뺐으면 선생님이 더 보기가 좋았을 텐데. 나는 문제를 잘못 읽었나 그랬네. 요렇게 [324를] 놓고 요렇게 [152를] 옆에다 놓으면 선생님이 보기가 쉬웠을 걸. 아, 다른 사람도 보게. 그러니까 (놓여진 젓가락 전체를 손으로 가리키면서) 이 전체에서 요거를 빼 냈다고? 그래서 얼마가 남았어?

학생들 : 삼백 이십 사.

위 에피소드에서 석찬이 처음 8개의 날개를 준비한 것은 그의 접근 방법이 피감수와 감수를 각각 나타내는 정적 표상임을 암시한다<sup>8)</sup>. 정영이 피감수 476으로부터 100을 먼저 빼기 위해서 10개짜리 나무젓가락 묶음 하나를 집어 들자, 석찬은 우영이의 책상위에 있는 다른 나무젓가락 무더기에서 감수를 뺄 것을 주장한다. 정영과 몇 차례의 대화 후에, 석찬은 이전

8) 본 자료를 통해 석찬이 왜 초기에 정적 표상을 사용하려고 했는지는 분명치 않다. 즉, 교사가 암시한 대로 자신들의 모둠 활동 결과를 다른 사람에게 발표하거나 보여줄 때 발생할지 모르는 상황, 예를 들어, 피감수 476을 분명하게 보여줘야 할 필요성에 의해서 동기부여 되었을 수도 있었고, 또는 켈렘의 비교 모델과 같이 개념적인 이해를 토대로 정적인 모델을 선호했었을 수도 있다.

날 활동에서처럼 직접 떨어내고 나머지를 알아보는 구간의 의미로서의 뺄셈 방법이 요구되고 있음에 동의한다. 하지만 정영이 476으로부터 150을 빼 났을 때, 석찬은 다시 “476이 되어야지!”라는 말을 통해 동적 표상에, 즉 피감수와 감수가 각각 구별되어 표시되지 않는 표현 방식에 뭔가 편치 않음을 드러낸다. 교사 역시 정영이가 빼 낸 젓가락을 손에 들고 있었고, 정영이가 476으로부터 152를 뺐다는 석찬의 설명을 통해 책상 위에 남아있는 324는 떨어내는 방법을 통해 나타난 결과임을 추측할 수 있었을 것이다. 하지만, 교사는 감수 152를 차 324 밑에 놓게 한다. 이와 같은 교사의 개입과 함께 석찬이 정적 표상을 저버리는 것을 일관되게 꺼려했다는 것은 앞서 논의한 수학적 어포던스와 상호작용하는 상황적 어포던스의 일면을 반영해 주는 것이다.

교사는 정영에게 감수 152를 차 324 밑에 다시 놓게 하면서, “선생님이 더 보기가 좋았을 텐데. ... 선생님이 보기가 쉬웠을 걸. 아, 다른 사람도 보게.” 등의 말로, 그와 같은 정적인 배열을 통해 떨어낸다는 뺄셈의 의미를 더 쉽게 보일 수 있음을 주장한다. 하지만, 이 교사의 주장은 “이해하기가 더 쉽다”는 것을 의미하지는 않는다. 사실 이와 같은 정적인 배열은 개념적으로 불투명해질 우려가 있다. 모둠 활동에 참여하는 학생들이 일시적인 시간의 흐름에 따라서 진행되는 동적인 배열을 주의 깊게 관찰하지 않으면, 떨어낸다는 뺄셈에 대한 해석은 쉽게 정적인 덧셈에 대한 해석으로 오인될 여지가 많다. 즉, 차 324와 감수 152는 가수가 되어 원래의 피감수 476이 합으로 해석될 여지가 있다는 것이다.

이것은 모둠 활동에서 동적 표상 양식을 사용할 때 주의를 기울여야 할 사회적 조정(social coordination)의 급박한 상황을 나타낸다. 동적

표상은 참여자들간에 공유된 주의 및 관심을 필요로 하는데 이는 다소 성취하기가 어려울 수 있다. 에피소드 2에서처럼 전체 수업 상황에서는 교사가 학생들로 하여금 떨어낼 때의 그 순간에 주의를 함께 기울일 수 있도록 수업을 이끌 수 있었다. 그러한 조정으로 인해서, 교사는 떨어낸다는 의미로서의 뺄셈에 관해서 짧은 시간이나마 공유된 토론을 가능하게 만들었고, 교사는 쌀을 먹는 것에 대한 일화를 적절하게 삽입할 수 있었다.

하지만 학생들이 무의식적으로 서로를 방해하면서 일반적으로 친구들의 아이디어보다는 자신의 아이디어에 대해서 더 많은 주의와 관심을 기울이면서 바쁘게 진행되는 모둠 활동에서, 이와 같은 안정적이면서 인위적인 기록 - 시간에 걸쳐 유지되고, 참여자들간 공유되는 이해와 일치의 기초가 되는 기록 - 이 없다는 것은 치명적일 수 있다. 교사의 “보기가 더 좋다” 또는 “보기가 더 쉽다”라는 말은 다시 말해 “수학적으로 개념화하기가 더 쉽다”라는 말보다는 “모둠 상황에서 주의를 기울이기가 더 쉽다”라는 것을 의미하고 있는 것이다. 이렇듯, 본 에피소드를 통해 분명하게 드러나는 것은 학생들이 수학을 개념적으로 이해하도록 하기 위해 수학적 어포던스를 활용하려고 하는 교사들이 그 구체적 조작물이 지니는 상황적 어포던스 역시 소홀히 할 수 없다는 것이다. 보다 적극적으로 교사는 도구활용에 있어서 수학적 어포던스와 상황적 어포던스를 조정해야 할 필요가 있겠다.

## V. 맺는말

본 논문은 수학 교수·학습에서 빈번히 활용되는 도구의 역할에 관한 관점을 기술한 것이



다. 이와 관련하여 Gibson의 어포던스 이론을 기술하고, 특히 이 이론을 사회화하기 위한 몇 가지 접근 방법을 분석한 후, 이를 토대로 도구의 물리적 속성이나 지각하는 사람의 역할을 단순하게 첨가하는 것이 아니라 개인적·물질적·사회적 요소들을 기능적으로 고려하는 활동시스템 속에서 어포던스를 논의할 필요가 있음을 제안한다. 이와 같은 이론적 배경에 근거하여, 본 논문은 초등학교 수학 수업 자료를 바탕으로 수학적 개념의 구조와 관련된 수학적 어포던스와 사회적으로 처해진 교실 실제와 관련된 상황적 어포던스를 논의하였다.

학생들의 수학 학습을 용이하게 하고 수학적 아이디어에 대해서 의사소통을 원활하게 하기 위해서 전형적으로 수학적 어포던스는 강조되어 온 반면에, 상대적으로 상황적 어포던스는 덜 관심을 받아왔다. 하지만 본 논문의 실험분석을 통해 제시되듯이, 학생들이 수학 시간에 도구와 상호작용하는 것을 교사가 효과적으로 중재하기 위해서는 이 두 어포던스를 조정할 필요가 있다. 주어진 활동 속에서 어떻게 수학적 아이디어를 나타내느냐 하는 것은 학습자가 그 아이디어를 어떻게 이해하고 활용할 수 있는지를 반영하는 것이다(National Council of Teachers of Mathematics, 2000). 어떤 형태로 수학적 개념 또는 관계를 담아내는 것도 중요하지만 그것이 수업 참여에서 발생하는 사회적 양상의 긴박성 속에서 어떻게 제 역할을 하도록 할 것 인가에도 명백한 주의가 필요하다. 특히 학생들이 수학적 개념과 관계를 이해하고 관련된 개념간에 연결을 인식할 수 있도록 지원하는데 있어서, 그리고 수학적인 접근 방법, 논의, 이해 등을 자기 자신에게 그리고 다른 사람과 의사소통하는 데 있어서 수학적 어포던스와 상황적 어포던스는 보다 긴밀한 관계를 가진 핵심적인 요소로 활용되고 분석될

필요가 있다.

어포던스 이론을 사회화하기 위한 이론체계는 최근에 논의되고 있는 실정이며, 사회문화적 관점과의 연관성을 토대로 전이(transfer), 상황인지(situated cognition), 또는 활동이론과의 관계가 분석되고 있으며, 수학교육과 관련해서는 수 이해(number sense)와 관련하여 논의되기도 하였다(Greeno, 1991; Greeno & MMAP Group, 1997; Greeno, Smith, & Moore, 1993; 방정숙 & Kirshner, 1999). 본문에서 제시했듯이 이론적인 일관성 측면에서 어포던스 이론을 어떻게 사회화할 수 있는냐는 보다 지속적이고 심층적인 연구가 필요하다. 또한 수학교수·학습 상황과 관련하여 어떻게 어포던스 이론을 구체적으로 활용할 수 있는지에 관해서는 다양한 후속 연구를 통해서 논의되고 실험적으로 검증될 필요가 있다. 다만, 본 논문은 그와 같은 프로젝트를 수행하는 데 있어서 기초자료로 사용할 수 있도록 이론적인 토대와 실제 초등 수학교육 상황과 관련하여 경험적인 분석의 예를 제안한 것이다.

## 참고문헌

- 교육인적자원부 (2001). 수학 3-나. 대한교과서 주식회사.
- 방정숙 & Kirshner, D. (1999, April). *Socializing Gibson's affordances*. Paper presented at the Annual Meeting of American Educational Research Association. Montreal, Canada.
- Ben-Zeev, A. (1981). J. J. Gibson and the ecological approach to perception. *Studies in the History and Philosophy of Science*, 12, 107-139.

- Bickhard, M. H., & Richie, D. M. (1983). *On the nature of representation: A case study of James Gibson's theory of perception*. New York: Praeger.
- Bruce, V., & Green, P. (1990). *Visual perception* (2nd ed.). London: Erlbaum.
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, 23(7), 13-20.
- Cobb, P., Gravemeijer, K., Yackel, E., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing: The emergence of chains of signification in one first-grade classroom. In D. Kirshner & J. Whitson (Eds.), *Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives* (pp. 151-233). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Confrey, J. (1990). A review of the research on student conceptions in mathematics, science, and programming. In C. B. Cazden (Ed.), *Review of Research in Education* (pp. 3-56). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Costall, A. (1995). Socializing affordances. *Theory and Psychology*, 5(4), 467-481.
- Costall, A. & Still, A. (1989). Gibson's theory of direct perception and the problem of cultural relativism. *Journal for the Theory of Social Behaviour*, 19(4), 433-441.
- Engeström, Y. & Cole, M. (1997). Situated cognition and how to overcome it. In D. Kirshner & J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives* (pp. 301-309). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Fodor, J., & Pylyshyn, Z. (1981). How direct is visual perception? Some reflections on Gibson's ecological approach. *Cognition*, 9, 139-196.
- Forman, E. A., Minick, N., & Stone, C. A. (Eds.). *Contexts for learning*. New York: Oxford University Press.
- Gaver, W. W. (1996). Situating action II: Affordances for interaction: The social is material for design. *Ecological Psychology*, 8(2), 111-129.
- Gee, J. P. (1997). Thinking, learning, and reading: The situated sociocultural mind. In D. Kirshner & J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives* (pp. 235-259). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gibson, J. J. (1950). *The perception of the visual world*. Boston, MA: Houghton-Mifflin.
- Gibson, J. J. (1966). *The senses considered as perceptual systems*. Boston, MA: Houghton-Mifflin.
- Gibson, J. J. (1979). *The ecological approach to visual perception*. Boston, MA: Houghton-Mifflin.
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-218.
- Greeno, J. G. (1994). Gibsons' affordances. *Psychological Review*, 101(2), 336-342.
- Greeno, J. G., & the Middle-School Mathe-

- mathematics Through Applications Project Group (1997). Theories and practices of thinking and learning to think. *American Journal of Education*, 106, 85-126.
- Greeno, J. G., Smith, D. R., & Mocre, J. L. (1993). Transfer of situated learning. In D. K. Detterman & R. J. Sternberg (Eds.), *Transfer on trial: Intelligence, cognition, and instruction* (pp. 99-167). Norwood, NJ: Ablex.
- Heft, H. (1989). Affordances and the body: An intentional analysis of Gibson's "Ecological approach to visual perception." *Journal for the Theory of Social Behaviour*, 19, 1-30.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice*. New York: Cambridge University Press.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press.
- Leeuwen, L. van, Smitsman, A., & Leeuwan, C. van. (1994). Affordances, perceptual complexity, and the development of tool use. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 20, 1-17.
- Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Leont'ev, A. N. (1981). *Problems of the development of mind*. Moscow: Progress Publishers.
- Mark, L. S. (1987). Eyeheight-scaled information about affordances: A study of sitting and stair climbing. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 13, 361-370.
- Michaels, C. & Carello, C. (1981). *Direct perception*. Englewood cliffs, NJ: Prentice Hall.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- Noble, W. (1991). Ecological realism and the fallacy of 'objectification' . In A. Still & A. Costall (Eds.), *Against cognitivism: Alternative foundations for cognitive psychology* (pp. 199-223). New York: Harvester Wheatsheaf.
- Norman, D. A. (1988). *The psychology of everyday things*. New York, NY: Basic Books.
- Raeithel, A. (1992). Activity theory as a foundation for design. In C. Floyd, H. Zhllighoven, R. Budde & R. Keil-Slawik (Eds.), *Software development and reality construction*. Berlin: Springer-Verlag.
- Reed, E. S. (1988). *James J. Gibson and the psychology of perception*. New Haven: Yale University Press.
- Reed, E. S. (1991). Cognition as the cooperative appropriation of affordances. *Ecological Psychology*, 3(2), 135-158.
- Rogoff, B. (1982). Integrating context and cognitive development. In M. Lamb & A. Brown (Eds.), *Advances in developmental psychology*, Vol 2. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates..
- Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*. New York: Oxford University Press.

- Sanders, J. T. (1997). An ontology of affordances. *Ecological Psychology, 9*(1), 97-112.
- Sfard, A. (1994). Reification as the birth of metaphor. *For the Learning of Mathematics, 14*(1), 44-55.
- Shaw, R., Turvey, M. T., & Mace, W. (1982). Ecological psychology: The consequences of a commitment to realism. In W. Weimer & D. Palermo (Eds.), *Cognition and the symbolic processes II*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sinha, C. (1984). A socio-naturalistic approach to human development. In M-W. Ho and P. T. Saunders (Eds.), *Beyond Neo-Darwinism* (pp. 331-362). London: Academic Press.
- Snow, R. E. (1992). Aptitude theory: Yesterday, today, and tomorrow. *Educational Psychologist, 27*, 5-32.
- Still, A. & Costall, A. (1991). The mutual elimination of dualism in Vygotsky and Gibson. In A. Still & A. Costall (Eds.), *Against cognitivism: Alternative foundations for cognitive psychology* (225-236). New York: Harvester Wheatsheaf.
- van Oers, B. (1996). Learning mathematics as a meaningful activity. In Steffe, L. P., Neshet, P., Cobb, P., Goldin, G. A., & Greer, B. (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp.91-113). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vygotsky, L. S. (1981). The genesis of higher mental functions. In J. V. Wertsch (Ed.), *The concept of activity in Soviet psychology* (pp. 144-188). Armonk, NY: M. E. Sharpe.
- Walkerdine, V. (1988). *The mastery of reason*. London: Routledge.
- Warren, W. H. Jr. (1984). Perceiving affordances: Visual guidance of stair climbing. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 10*(5), 683-703.
- Warren, W. H. Jr., & Whang, S. (1987). Visual guidance of walking through apertures: Body-scaled information for affordances. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 13*, 371-383.
- Wertsch, J. V. (1991). *Voices of the mind: A sociocultural approach to mediated action*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wertsch, J. V. (1998). *Mind as action*. New York: Oxford University Press.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Socio-mathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477.
- Zinchenko, V. P. (1995). Cultural-historical psychology and the psychological theory of activity: retrospect and prospect. In J. V. Wertsch, P. D. RíO, A. Alvarez (Eds.), Cambridge University Press.

# The role of tools in mathematical learning: Coordinating mathematical and ecological affordances

Pang, Jeong Suk (Korea National University of Education)

It is widely recommended that teachers should actively mediate students' engagement with tools such as manipulative materials. This paper is to help to parse classroom life so that both social and psychological aspects are accounted for and coordinated. Building on the theory of affordances from ecological psychology and the activity theory from sociocultural perspectives, the main strategy of this paper is to view manipulative materials as simultaneously participating in social and psychological activity systems. Within these activity systems it is charted how both mathematical affordances related to the structure of mathematical concepts and

ecological affordances related to socially situated classroom practices need to be considered by teachers in effective mediation of mathematical manipulatives. This paper has three major sections. The first section develops a theoretical extension of Gibson's theory of affordances from natural to social environments. The second section introduces mathematical and ecological affordances using empirical data from a grade two elementary school classroom. The third section illustrates the need of coordinating the two affordances as embedded in different activity systems.