

論文2002-39SC-2-10

PSN 필터의 해석 및 추적성능 예측

(Theoretical Analysis and Performance Prediction for PSN Filter Tracking)

鄭漢憲*, 金東玄**, 洪淳穆***

(Young-Hun Jung, Dong-Hyun Kim, and Sun-Mog Hong)

요 약

이 논문에서는 표적 추적에 사용되는 PSN(Probabilistic Strongest Neighbor) 필터의 추적 성능을 예측한다. PSN 필터는 가장 강한 신호 크기를 가진 측정이 표적이외의 것으로부터 발생할 수 있다는 사건을 충분히 고려하기 때문에, 추적 성능에서 뿐만 아니라, 계산량 측면에서도 PDA(Probabilistic Data association) 필터보다 뛰어나다고 알려져 있다. 추적필터의 추정오차 공분산행렬(covariance matrix)은 추적의 성능을 결정하는 성능지수(performance index)로 널리 사용된다. PSN 필터의 추정오차 공분산행렬은 측정 데이터의 함수로써, 측정 데이터와 무관하게 추적기의 성능을 표현하기 위해서 HYCA(Hybrid Conditional Average)방법을 이용하여 추정오차 공분산행렬의 기대값에 대한 식을 제시하였다. 수치실험을 통하여 이 논문에서 제시한 성능 예측이 타당함을 보인다.

Abstract

In this paper, we predict tracking performance of the probabilistic strongest neighbor filter (PSNF). The PSNF is known to be consistent and superior to the probabilistic data association filter (PDAF) in both performance and computation. The PSNF takes into account the probability that the measurement with the strongest intensity in the neighborhood of the predicted target measurement location is not target-originated. The tracking performance of the PSNF is quantified in terms of its estimation error covariance matrix. The estimation error covariance matrix is approximately evaluated by using the hybrid conditional average approach (HYCA). We performed numerical experiments to show the validity of our performance prediction.

Key Word : Target-tracking, PSNF(Probabilistic Strongest Neighbor Filter), Performance prediction, HYCA(Hybrid Conditional Average), Estimation

* 正會員, 慶雲大學校 電子工學科

(Department of Electronic Engineering Kyungwoon University)

** 正會員, 三星탈레스

(Samsung Thales Co. Ltd.)

*** 正會員, 慶北大學校 電子電氣工學部

(School of Electronic and Electrical Engineering Kyungpook National University)

接受日字:2001年3月27日, 수정완료일:2002年1月17日

I. 서 론

클러터가 있는 상황에서 표적을 추적할 때 측정값들은 추적하고자 하는 표적뿐만 아니라 랜덤 클러터(clutter)등으로부터 생성될 수 있기 때문에 하나 이상의 측정값이 발생할 수 있다. 그러므로, 관심 있는 표적과 그 표적으로부터 발생한 측정값을 완벽하게 연계시키는 것은 불가능하며, 추적 필터의 성능은 올바른 측정값을 추적 필터에 사용하였는지 아니면 랜덤 클러터에서 발생한 측정값을 사용하였는가에 따라 크게 변화

한다. 가장 강한 신호 강도(크기)를 가지는 측정값을 SN(Strongest Neighbor) 측정값이라고 부르며, 클러터가 있는 상황에서 표적 추적을 위한 가장 간단한 방법은 SN 측정값이 표적으로부터 발생한 측정값인 것처럼 사용하는 SN 필터(Strongest Neighbor Filter)이다^[1]. 그러나, SN 필터는 계산량은 적은 반면, 잘못된 가정으로 인해 실제 오차보다 필터에서 계산되어지는 오차의 표준편차가 매우 작기 때문에 추적의 정확도나 추적 오차의 평가를 중요하게 고려하는 상황에서는 사용할 수 없다. 이러한 결점을 보완하기 위해 SN 필터의 개선된 형태인 PSN 필터(Probabilistic Strongest Neighbor Filter)가 Li와 Bar-Shalom에 의해 제안되었다^[2]. PSN 필터는 SN 필터와 마찬가지로 SN 측정값을 사용하지만, SN 측정값이 모두 표적에서 발생했다는 비현실적인 가정을 제거하고, SN 측정값이 표적 이외의 다른 근원으로부터도 발생할 수 있다는 사건(event)을 고려한다.

지난 수십년 동안 많은 추적 알고리즘들이 개발되어 왔으며, 추적 알고리즘의 성능을 예측, 평가하기 위한 노력이 기울여져 왔다. 추적 필터의 공분산행렬(covariance matrix)은 추적의 성능을 결정하는 성능지수(performance index)로 널리 사용되고 있으며, PDA 필터나 SN 필터등의 경우, 공분산행렬은 측정값들의 함수로서 연속적인 랜덤변수와 불연속적인 랜덤변수를 포함하게 된다. 종전에 대부분의 경우는 추적성능을 예측하기 위해서 시간과 비용이 매우 많이 드는 Monte Carlo 시뮬레이션 방법에 의존하였다. 하지만, 최근 Li와 Bar-Shalom 등은 연속적인 랜덤변수와 불연속적인 랜덤변수를 포함한 시스템을 평가하기 적합한 HYCA(Hybrid Conditional Averaging) 방법을 제안하였다^[3]. 그들은 HYCA 방법을 기초로 PDA 필터, NN 필터와 SN 필터등의 추적성능을 예측하고, 추적성능을 최적화하는 입력 매개변수를 구하였다^[4-6]. 그러나, 아직 PSN(Probabilistic Strongest Neighbor)필터의 추적성능은 매우 많은 비용과 시간이 소요되는 Monte Carlo 시뮬레이션을 통한 제한된 경우에 대해 제시되어 있을 뿐이다^[2].

이 논문에서는 HYCA 방법을 이용하여 PSN 필터의 추적성능을 예측, 평가한다. PSN 필터의 추정오차 공분산행렬은 연속적인 랜덤변수인 SN 측정값뿐만 아니라, SN 측정의 근원에 대한 세 가지 랜덤한 이산 사건(discrete event)들에도 의존하기 때문에 HYCA 방법을

이용하여 추정오차 공분산행렬의 기대값을 구한다. 수치실험을 통하여 이 논문에서 제시한 PSN 필터의 성능 예측이 타당함을 보인다. 이 논문에서 제시한 추적 성능 예측방법은 보다 효과적으로 PSN 필터의 추적 성능을 최적화하는 추적 매개변수를 찾는 최적화에 적용될 수 있을 것이다.

II. PSN 필터를 이용한 표적 추적

1. SN(Strongest Neighbor) 필터

먼저, 다음과 같은 표적 운동과 측정에 대한 모델을 가정하자.

$$x(k+1) = F(k)x(k) + G(k)w(k) \quad (1)$$

$$z(k) = H(k)x(k) + v(k) \quad (2)$$

여기서 $x(k)$ 는 시간 k 에서 표적의 상태 벡터이며, $z(k)$ 는 측정 벡터이다. $w(k)$ 는 표적 운동의 과정 잡음으로서, 평균은 0이고 분산은 $Q(k)$ 이며, $v(k)$ 는 평균이 0이고 공분산행렬 $R(k)$ 를 가지는 측정 잡음 벡터으로, $v(k)$, $w(k)$ 는 상호 비상관 관계(uncorrelated)인 가우시안 백색 잡음이며, $F(k)$, $H(k)$, $G(k)$ 는 이미 알고 있는 행렬이다.

클러터가 있는 상황에서 표적을 추적할 경우, 측정값들은 추적하고자 하는 표적에서 뿐만 아니라 랜덤 클러터 또는 어떤 다른 근원으로부터 발생할 수 있다. 측정의 예측치에서 멀리 떨어진 측정은 관심 있는 표적에서 발생할 확률이 떨어지므로 유효 게이트(validation gate)안에 있는 측정만을 유효한 측정값으로 사용한다^[1, 2, 7]. 이 유효 게이트는 타원체로서

$$R_\gamma(k) = \{z(k); \tilde{z}(k)^T S(k)^{-1} \tilde{z}(k) \leq \gamma\} \quad (3)$$

이다. 여기서, $\tilde{z}(k) = z(k) - \hat{z}(k|k-1)$ 는 측정과 측정 예측치의 차로써 이노베이션(innovation), $S(k)$ 는 이노베이션의 공분산행렬, $g = \sqrt{\gamma}$ 로 게이트 크기라고 부른다. 측정 벡터가 n 차원인 경우, 유효 게이트의 부피는 $V_\gamma(k) = d_n |S(k)|^{1/2} \gamma^{n/2}$ 이며, d_n 은 n 차원 단위 구의 체적이다.

시간 k 에서 측정값의 신호 크기는 $a(k)$ 이며, $A(k)$ 는 k 시간에서의 모든 유효한 신호 크기 $a(k)$ 들의 집합이다. 모든 유효한 확장 측정값들 중에 가장 강한 신

호 크기 $a_*(k)$ 를 갖는 n 차원 측정 벡터를 SN 측정 $z_*(k)$ 이라 부른다^[1].

$$y_*(k) = \begin{bmatrix} z_*(k) \\ a_*(k) \end{bmatrix}, \quad a_*(k) = \max A(k) \quad (4)$$

여기서, $y(k)$ 는 표적 상태의 측정 벡터 $z(k)$ 와 신호 크기 $a(k)$ 의 두 성분으로 구성된 확장 측정값이다. k 시간까지의 SN 측정의 누적 집합을 $y^k = \{y_*(i); i = 1, 2, \dots, k\}$ 로 표시한다.

SN 필터는 SN 측정을 마치 표적에서 발생한 측정인 것처럼 사용한다. 따라서, SN 측정값이 있는 경우, SN 필터는 표준 칼만 필터에서의 상태 추정식에서 사용되는 측정값 $z(k)$ 를 SN 측정값 $z_*(k)$ 로 대치한 것을 제외하고는 표준 칼만 필터와 동일하다^[1]. 즉, SN 필터의 상태 추정식은

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k) \check{z}(k) \quad (5)$$

$$\check{z}(k) = z_*(k) - \hat{z}(k|k-1) \quad (6)$$

이며, 여기서 $K(k) = P(k|k-1)H(k)S^{-1}(k)$ 으로 칼만 이득이다. 만약, SN 측정값이 없는 경우의 상태 추정과 그 공분산행렬은 각각 아래와 같이 상태 예측치와 상태 예측 공분산행렬과 동일하다.

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) \quad (7)$$

$$P(k|k) = P(k|k-1) \quad (8)$$

2. PSN(Probabilistic Strongest Neighbor) 필터^[2]

이 절에서는 PSN 필터를 간략히 설명한다^[1]. 먼저, PSN 필터의 이론적인 결과들은 아래와 같은 세 가지 사건들과 A.1 - A.8의 가정을 기초로 유도되어진다.

M_0 : SN 측정값이 없을 사건

M_T : SN 측정값이 관심 있는 표적에서 생성된 사건

M_F : SN 측정값이 관심 있는 표적에서 생성되지 않은 사건

가정^[1]:

- A1. 실제 표적의 검출은 잘못된 거짓 검출들에 대해서 독립이다.
A2.

$$P\{m_T(k) = m\} = P_D P_G \delta[m-1] + (1 - P_D P_G) \delta[m] \quad (9)$$

여기서, m_T 는 표적에서 기인한 유효 측정값의 개수이고, P_D 는 표적 검출 확률(detection probability)이다. 그리고, P_G 는 표적이 검출되었다는 가정 하에 표적이 유효 게이트 내에 들어올 확률이다.

- A3. k 시간에 상태 예측 오차는 평균이 0이고, 공분산 행렬이 $P(k|k-1)$ 인 가우시안 분포이고, 표적에서 기인한 측정도 다음과 같은 가우시안이다.

$$z(k) = N[\hat{z}(k|k-1), S(k)] \quad (10)$$

- A4. 게이트 내에 있는 거짓 유효 측정값의 개수 $m_f(k)$ 는 다음과 같은 Poisson 모델이다.

$$\mu_f(m) = P\{m_f(k) = m\} = \frac{(\lambda V)^m}{m!} e^{-\lambda V} \quad (11)$$

여기서, λ 는 거짓 측정의 공간적인 밀도이다.

- A5. 어떤 시간에 거짓 측정값들은 유효 게이트에 대해 동일한 독립적인 분포(I.I.D)를 가진다.
A6. 게이트 내에 거짓 측정값의 위치(location)와 크기는 어떤 다른 시간에 표적에서 발생한 측정값과 잘못된 측정값에 대해서 독립이다.
A7. 클러터에 의한 측정의 power를 1로 두면, 표적에서 기인한 측정값의 크기 a 는 다음과 같은 확률 밀도 함수를 가지는 Rayleigh 랜덤변수이다^[8].

$$p_T(a) = \frac{1}{P_D} \frac{a}{1+d} e^{-\frac{a^2}{2(1+d)}} 1(a-t) \quad (12)$$

여기서, t 는 검출 문턱값이고, d 는 신호대잡음비의 기대치이며, $1(\cdot)$ 는 단위 계단함수이다.

- A8. 클러터에 의한 거짓 측정값의 크기 a 는 동일한 독립적인 분포(I.I.D)이며, 다음과 같은 확률 밀도 함수를 갖는 Weibull 랜덤변수이다^[11].

$$p_f(a) = \frac{1}{P_{fa}} c b a^{b-1} e^{-ca^b} 1(a-t) \quad (13)$$

여기서, P_{fa} 는 분해셀당 오경보 확률(false alarm probability)이다.

SN 측정이 표적에 발생한 측정이고, 그 측정이 유효

게이트 안에서 검출되었을 경우 이 측정의 확률 밀도 함수는 게이팅(gating)에 의해 절단된 형태를 띠게 된다^[1].

$$p(z_*(k)|M_T) = P_C^{-1} N[\tilde{z}(k); 0, S(k)] \cdot 1(\tilde{z}(k); R_T) \quad (14)$$

정리. 가정 A1~A8을 이용한 데이터 연관 사건들 M_T , M_F , 그리고 M_0 의 사전 확률들은 아래와 같이 주어진다^[1].

$$P\{M_0|y^{k-1}\} = (1 - P_D P_C) e^{-\lambda V_r(k)} \quad (15)$$

$$P\{M_T|y^{k-1}\} = P_C I_A \quad (16)$$

$$P\{M_F|y^{k-1}\} = (1 - P_D P_C P_A)(1 - e^{-\lambda V_r(k)}) \quad (17)$$

여기서, P_A 는 유효 게이트 내에서 잘못된 측정값들보다 표적에 기인한 실제 측정값이 더 강한 신호 크기를 가질 확률이다^[1].

$$P_A = \frac{I_A - P_D e^{-\lambda V_r(k)}}{P_D(1 - e^{-\lambda V_r(k)})} \quad (18)$$

$$I_A = \int_t^\infty \frac{a}{1+d} e^{-\frac{a^2}{2(1+d)} - \lambda V_r(k) P_A^{-1} e^{-c a}} da \quad (19)$$

$$P_C = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} \int_0^\gamma q^{n/2-1} e^{-\frac{1}{2} q} dq \quad (20)$$

여기서, 2차원 측정값 ($n=2$)의 경우 $P_C = 1 - e^{-\frac{\gamma}{2}}$ 이다.

PSN 필터는 SN 필터와 마찬가지로 SN 측정값을 사용하지만, SN 측정값이 표적 이외의 다른 근원으로부터도 발생할 수 있다는 M_F 사건을 고려한다. 실제 표적 추적 상황에서는 SN 측정이 없을 경우와 SN 측정이 있을 경우로 나누어 상태 추정 및 추정 오차 공분산행렬을 구하게 된다. 먼저, SN 측정이 없을 경우는

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) \quad (21)$$

$$P(k|k) = P(k|k-1) + \frac{P_D P_C (1 - c_1)}{1 - P_D P_C} K(k) S(k) K(k)^T \quad (22)$$

와 같고, $c_1 = 1 - \frac{1}{2} P_C^{-1} \gamma e^{-\gamma/2}$ 이다. SN 측정값이 존재할 경우는 두 가지 사건 M_T 와 M_F 를 고려하여, 다음과 같이 상태 추정 및 추정 오차 공분산행렬을 구한다.

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + P_T K(k) \tilde{z}(k) \quad (23)$$

$$P(k|k) = P(k|k-1) + K(k) \tilde{z}(k) \tilde{z}(k)^T$$

$$K(k)^T P_T P_{F+} \left[\frac{P_D P_C P_A (1 - c_1)}{1 - P_D P_C P_A} P_F - P_T \right] K(k) S(k) K(k)^T \quad (24)$$

여기서,

$$P_T = \frac{1}{c} P_D N[\tilde{z}(k); 0, S(k)] r(a_*(k)) \quad (25)$$

$$P_F = \frac{\lambda}{c} [1 - P_C e^{-\frac{a^2}{2(1+d)}}] \quad (26)$$

이고 c 는 $P_T + P_F = 1$ 을 만족시키는 정규화 상수이고, $r(a_*(k)) = p_T(a_*(k)) / p_f(a_*(k))$ 이다.

III. PSN 필터의 오프라인 성능예측

이 장에서는 PSN 필터에 대한 상태 추정의 평균 자승 오차(Mean Square Error : MSE)의 기대값을 HYCA 방법을 이용하여 구해 본다. HYCA 방법은 연속적인 랜덤변수와 이산적인 랜덤변수를 지닌 알고리즘의 해석을 위해 매우 유용한 방법이다^[1-6, 8]. HYCA 방법에서는 먼저, 이산적인 랜덤변수를 조건부로 한, 일련의 연속적인 랜덤변수의 기대치를 구하고, 그 다음과 정으로서 이산적인 랜덤변수에 대한 기대값을 구하는 것이다. PSN 필터는 과정 잡음, 측정 잡음과 같은 연속된 불확실한 값뿐만 아니라 SN 측정값의 근원에 대한 세 가지 랜덤한 이산 사건 M_0 , M_T , M_F 에도 의존하므로 HYCA 방법을 이용하여 추적 성능을 예측할 수 있다.

1. 평균 자승 오차의 기대값

$M_T(k)$, $M_F(k)$ 를 각각 $M_1(k)$, $M_2(k)$ 라고 두고, 평균 자승 오차의 기대값을 구하여 PSN 필터의 성능 예측을 해 본다. 평균 자승 오차의 기대값은 행렬 자승 오차(Matrix Square Error : MaSE) 기대값의 분해된 형태를 이용하여 구한다. 즉, y^{k-1} 를 조건부로 한 경우, 행렬 자승 오차의 기대값과 평균 자승 오차의 기대값은 동일하다는 사실을 이용하여 평균 자승 오차의 기대값을 구한다^[5].

$$E[\text{MSE}(k)|y^{k-1}] = E[\text{MaSE}(k)|y^{k-1}]$$

$$= \sum_{j=0}^2 E[\text{MaSE}(k)|M_j, y^{k-1}] P\{M_j|y^{k-1}\} \quad (27)$$

이다. 여기서,

$$\text{MaSE}(k) \triangleq [x(k) - \hat{x}(k|k)][x(k) - \hat{x}(k|k)]^T \quad (28)$$

$$\text{MSE}(k) \triangleq E[[x(k) - \hat{x}(k|k)][x(k) - \hat{x}(k|k)]^T | y^k] \quad (29)$$

이다. 식 (29)의 추정치 $\hat{x}(k|k)$ 이 조건부 평균(conditional mean)인 경우는 평균 자승 오차와 추정 오차 공분산행렬은 같지만, 일반적으로 NN 필터와 SN 필터와 같이 추정치가 조건부 평균이 아닌 경우 평균 자승 오차는 공분산행렬과 같지 않음에 유의해야 한다 [1, 6].

먼저, 게이트 내에 SN 측정값이 존재하지 않는 경우를 생각해 보자. 게이트 내에 어떤 측정값도 존재하지 않는 경우 상태 추정식은 $\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1)$ 이다. 이를 이용하여 $E[\text{MaSE}(k)|M_0, y^{k-1}]$ 를 구하면 다음과 같다: (부록)

$$\begin{aligned} & E[\text{MaSE}(k)|M_0, y^{k-1}] \\ &= E[\hat{x}(k|k) \hat{x}(k|k)^T | M_0, y^{k-1}] \\ &= E[\hat{x}(k|k-1) \hat{x}(k|k-1)^T | M_0, y^{k-1}] \\ &= P(k|k-1) + \frac{P_D P_G (1-c_1)}{1-P_D P_G} K(k) S(k) K(k)^T \quad (30) \end{aligned}$$

여기서, $\hat{x}(k|k) = x(k) - \hat{x}(k|k)$, $\hat{x}(k|k-1) = x(k) - \hat{x}(k|k-1)$ 이다.

다음으로 게이트 내에 측정값이 존재하는데 그것이 실제 표적에서 생성된 경우를 생각해 보자. 게이트 내에 측정값이 실제 표적에서 생성된 경우의 상태 추정식은 $\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k) \tilde{z}(k)$ 이다. 이를 이용하여 $E[\text{MaSE}(k)|M_1, y^{k-1}]$ 를 구하면 다음과 같다: (부록)

$$\begin{aligned} & E[\text{MaSE}(k)|M_1, y^{k-1}] \\ &= E[\hat{x}(k|k) \hat{x}(k|k)^T | M_1, y^{k-1}] \\ &= E[(\hat{x}(k|k-1) - K(k) \tilde{z}(k)) \\ &\quad (\hat{x}(k|k-1) - K(k) \tilde{z}(k))^T | M_1, y^{k-1}] \\ &= P(k|k-1) - K(k) S(k) K(k)^T \quad (31) \end{aligned}$$

이다.

마지막으로, 게이트 내에 측정값이 존재하는데 그것이 표적 이외의 다른 근원에서 생성된 경우를 생각해 보자. 게이트 내에 측정값이 표적 이외의 다른 근원에서 생성된 경우의 상태 추정식은 $\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1)$ 이다. 이를 이용하여 $E[\text{MaSE}(k)|M_2, y^{k-1}]$ 를 구하면

$$\begin{aligned} & E[\text{MaSE}(k)|M_2, y^{k-1}] \\ &= E[\hat{x}(k|k) \hat{x}(k|k)^T | M_2, y^{k-1}] \\ &= E[\hat{x}(k|k-1) \hat{x}(k|k-1)^T | M_2, y^{k-1}] \\ &= P(k|k-1) + \frac{P_D P_G P_A (1-c_1)}{1-P_D P_G P_A} \\ &\quad K(k) S(k) K(k)^T \quad (32) \end{aligned}$$

이다(부록). 최종적으로, 식 (30)-(32), 그리고 (15)-(17)을 이용하여 식 (27)의 평균 자승 오차 기대값을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[\text{MSE}(k)|y^{k-1}] &= P(k|k-1) \\ &\quad - c_1 P_G I_A K(k) S(k) K(k)^T \quad (33) \end{aligned}$$

2. PSN 필터에서 계산된 추정 오차 공분산행렬의 기대값

앞 절에서 언급했듯이 NN 필터와 SN 필터와 같이 추정치 $\hat{x}(k|k)$ 가 조건부 평균이 아닌 경우 평균 자승 오차는 공분산행렬과 같지 않았다[1, 6]. 그러나, PSN 필터의 경우는 상태 추정치가 조건부 평균이므로 평균 자승 오차와 추정 오차 공분산행렬이 같다. 따라서, PSN 필터의 공분산행렬의 기대값을 구해보면

$$\begin{aligned} & E[P(k|k)|y^{k-1}] \triangleq \bar{P}(k|k) \\ &= E[E[(x(k) - E[x(k)|y^k])(x(k) - E[x(k)|y^k])^T | y^k] | y^{k-1}] \\ &= E[E[(x(k) - \hat{x}(k|k))(x(k) - \hat{x}(k|k))^T | y^k] | y^{k-1}] \\ &= E[\text{MSE}(k)|y^{k-1}] \quad (34) \end{aligned}$$

이다. 식 (34)과 식 (27)로부터 PSN 필터의 필터에서 계산된 공분산행렬의 기대값과 평균 자승 오차의 기대값은 같음을 알 수 있다.

IV. 수치실험

1. 표적 운동 모델과 측정^[2, 4, 5]

식 (2.1), (2.2)에서 제시된 표적의 운동 모델을 등속 운동으로 가정하고, 위치만 측정되는 경우에 대해 고려해 한다. 그리고 센서의 샘플링 주기 T 를 시간의 단위로, 측정 잡음의 표준편차 \sqrt{r} 를 거리의 단위로 둬므로써 정규화된 모델을 사용하면 표적 상태 벡터는

$$x = \left[\frac{\xi}{\sqrt{r}} \quad \frac{\xi T}{\sqrt{r}} \quad \frac{\eta}{\sqrt{r}} \quad \frac{\eta T}{\sqrt{r}} \right]^T \quad (35)$$

이다. 여기서 ξ 와 η 는 2차원 공간에서의 위치 성분이며 $\dot{\eta}$ 와 $\dot{\xi}$ 는 속도 성분을 나타낸다. 그리고

$$F(k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$H(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{w}(k) = 0 \quad (37)$$

$$Q(k) = \begin{bmatrix} q^* & 0 \\ 0 & q^* \end{bmatrix}, \quad R(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

이다. 여기서 $q^* = \frac{qT^4}{r}$ 는 기동지수 μ 의 제곱인 0.16으로 두고, 게이트 크기 g 는 4로 두었다. P_{fa} 는 분해셀당 오경보확률이며 $P_{fa} = \lambda V_c$ 이다. 여기서 V_c 는 분해셀의 면적으로 0.1로 두었다. 앞서 언급했듯이 추적 필터의 공분산행렬은 추적의 성능을 결정하는 성능 지수이며, 추정 오차 공분산행렬에서 $P_{11}(k|k)$ 과 $P_{33}(k|k)$ 는 $P(k|k)$ 의 첫 번째, 세 번째 대각 성분으로 위치추정 오차 분산을 나타낸다. 이 수치실험에서는 실제 위치추정오차의 표준편차와 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차를 성능 지수로 하고, 이 두 값을 비교하여 이 논문에서 제시한 성능 예측이 타당한지 알아본다. 여기서 실제 위치추정 오차의 표준편차와 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차는 다음과 같이 정의한다.

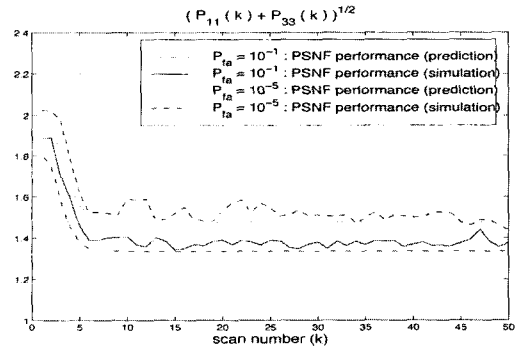
$$e(k) = \sqrt{P_{11}(k|k) + P_{33}(k|k)}$$

$$\bar{e}(k) = \sqrt{\bar{P}_{11}(k|k) + \bar{P}_{33}(k|k)} \quad (39)$$

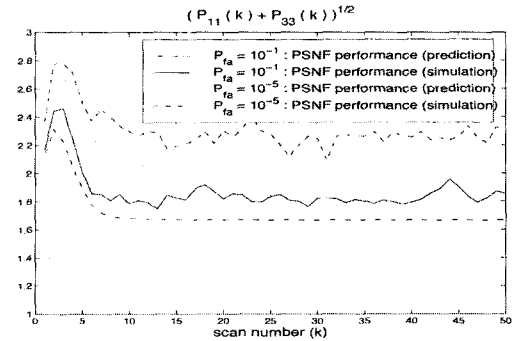
4.2 수치실험의 예

예제 1: 이 예제에서는 클러터에 의한 거짓 측정의 크기 a 가 Rayleigh 분포를 따른다^[2]. 즉, 가정 A8 에서 $b=2$ 이고, $c=0.5$ 이다. 예제 1에서는 신호대잡음비를 16 dB, 13 dB라 두고, 분해셀당 오경보확률을 10^{-1} , 10^{-5} 로 두고 1000번의 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행한 후, 실제 위치추정오차의 표준편차와 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차를 비교, 설명한다.

그림 1에서 (a)는 신호대잡음비가 16 dB, (b)는 13 dB이고, 각각 분해셀당 오경보확률이 10^{-1} , 10^{-5}



(a)



(b)

그림 1. 실제 위치추정오차의 표준편차와 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차 비교

(a) SNR = 16 dB (b) SNR = 13 dB

Fig. 1. Comparison of actual position error standard deviation and position error standard deviation of performance predictor.

(a) SNR = 16 dB (b) SNR = 13 dB.

일 때 PSN 필터의 실제 위치추정오차의 표준편차와 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차를 비교하였다. 그림 1에서 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차는 초기값 $P(0|0)$ 의 영향으로 처음에는 증가하지만, k 가 증가할수록 곧 수렴함을 알 수 있다. 그리고 신호대잡음비가 클수록 그리고 검출 문턱값이 작을수록 성능 예측이 뛰어남을 알 수 있다. 즉, 이 논문에서 제시한 추적 성능 예측은 실제 PSN 필터의 추적 성능과 차이가 거의 없으므로, 추적성능 예측이 비교적 정확함을 보여준다.

예제 2: 예제 2에서는 클러터에 의한 거짓 측정의 크

기가 일반적인 Weibull 분포를 따를 경우에 대한 실제 위치 추정오차의 표준편차와 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차를 비교, 설명한다.

그림 2는 신호대잡음비를 16 dB, 분해셀당 오경보확률을 10^{-3} 으로 두고 500번의 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행한 PSN 필터의 실제 위치추정오차의 표준편차와 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차를 비교하였다. 그림 2에서 보듯이 가정 A8의 b, c 값이 클수록 실제 위치추정오차의 표준편차와 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차의 값이 작아짐을 알 수 있다. 그리고, Monte Carlo 시뮬레이션을 수행한 PSN 필터의 실제 위치추정오차의 표준편차와 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차가 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 그림 2로부터 표적 추적성능 예측은 거짓 측정의 크기분포가 Rayleigh 분포일 때 뿐만 아니라 일반적인 Weibull 분포인 경우도 타당함을 보여준다.

V. 결 론

이 논문에서는 HYCA 방법을 이용하여 PSN 필터의 추적 성능을 예측하였다. PSN 필터의 공분산행렬은 연속적인 랜덤변수인 SN 측정값뿐만 아니라 측정값이 하나도 없을 사건, SN 측정값이 실제 표적에서 발생하였을 사건, SN 측정이 클러터에 의해 발생하였을 사건과 같은 SN 측정의 근원에 대한 세 가지 랜덤한 이산 사건들에도 의존하기 때문에 HYCA방법을 이용하여 추적 성능을 예측할 수 있다. 이 논문에서 제시한 추적 성능 예측을 통해 PSN 필터의 최적의 추적 매개변수를 결정함에 있어서 많은 시간과 비용을 요구하는 Monte Carlo 시뮬레이션을 사용하지 않고서도 효과적으로 최적의 매개변수를 찾는 최적화에 적용할 수 있을 것으로 사료된다.

부 록

먼저 부록에서 사용할 표기법을 아래와 같이 둔다^[1].

$$\begin{cases} \bar{x} = \hat{x}(k|k-1) = x(k) - \hat{x}(k|k-1) \\ \hat{x} = \hat{x}(k|k) = x(k) - \hat{x}(k|k) \\ \bar{P} = P(k|k-1) \\ P^* = \bar{P} - KSK^T \end{cases} \quad (A.1)$$

그림 2. b, c 값에 대한 실제 위치추정오차의 표준편차와 성능 예측기의 위치추정오차의 표준편차 비교($SNR = 16 \text{ dB}, P_{fa} = 10^{-3}$) (a): $b = 2, c = \ln 2$ 인 경우와 $b = 2, c = 1/2$ (b): $b = 1.5, c = \ln 2$ 인 경우와 $b = 1, c = 1$

Fig. 2. Comparison of actual position error standard deviation and position error standard deviation of performance predictor for b, c . ($SNR = 16 \text{ dB}, P_{fa} = 10^{-3}$) (a): $b = 2, c = \ln 2$ and $b = 2, c = 1/2$ (b): $b = 1.5, c = \ln 2$ and $b = 1, c = 1$.

$$\begin{aligned} \hat{z}' &= H\bar{x} + v, \quad \hat{x} = \bar{x} - K\hat{z}', \quad M_T = M_1, \\ M_F &= M_2 \end{aligned} \quad (A.2)$$

여기서, \hat{z}' 는 게이트 내에 표적이 검출되지 않는 상황에서도 존재하는 값이며, 게이트 내에 표적이 검출되었을 때는 실제 측정 오차를 나타내는 값이라 가정한다. 그리고, 수식의 표기를 간단히 하기 위해 조건부인 y^{k-1} 와 시간을 나타내는 k 는 생략한다.

가정 A4에 의하여 $\bar{x} \sim N(0, \bar{P})$ 이며, \hat{z}' 와 필터 이득 K 가 주어지면 $\hat{x} \sim N(0, P^*)$ 이다. 즉,

$$p(\hat{x} | \hat{z}') = N(\hat{x}; 0, P^*) \quad (A.3)$$

이다. 그리고

$$p(\bar{x} | \hat{z}') = N(\bar{x}; K\hat{z}', P^*) \quad (A.4)$$

이다. 표적에서 발생한 측정값의 오차는 각 모드에 무관하므로 (A.4)식은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$p(\bar{x} | M_j, \hat{z}') = N(\bar{x}; K\hat{z}', P^*) \quad (A.5)$$

그리고, 각 모드에 대한 상태 추정식은

$$\hat{x}_j(k|k) = \begin{cases} \hat{x}(k|k-1), & j=0 \\ \hat{x}(k|k-1) + K(k)\hat{z}(k), & j=1 \\ \hat{x}(k|k-1), & j=2 \end{cases} \quad (A.6)$$

이다^[2]. 먼저, 게이트 내에 SN 측정값이 존재하지 않는 경우를 생각해 보자. SN 측정값이 존재하지 않는 경우를 조건부로 한 실제 측정 오차의 확률 밀도 함수를 구해보면

$$p(\hat{z}' | M_0) = \frac{1 - P_D 1(\hat{z}'; R_D)}{1 - P_D P_G} N[\hat{z}'; 0, S] \quad (A.7)$$

이다^[1]. 그리고, SN 측정값이 존재하지 않는 경우의 상태 추정식은 (A.6)식에 주어진 것처럼 $\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1)$ 이다. (A.6)식과 (A.7)식을 이용하여 $E[\text{MaSE}(k) | M_0, y^{k-1}]$ 를 구해보면

$$\begin{aligned} E[\text{MaSE}(k) | M_0, y^{k-1}] &= E[\hat{x} \hat{x}^T | M_0] \\ &= E[\bar{x} \bar{x}^T | M_0] \\ &= \int \bar{x} \bar{x}^T p(\bar{x} | M_0) d\bar{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int \int \bar{x} \bar{x}^T p(\bar{x} | M_0, \hat{z}') p(\hat{z}' | M_0) d\hat{z}' d\bar{x} \\ &= \int (\int \bar{x} \bar{x}^T N(\bar{x}; K\hat{z}', P^*) d\bar{x}) p(\hat{z}' | M_0) d\hat{z}' \\ &= \int [P^* + K\hat{z}'(\hat{z}')^T K^T] p(\hat{z}' | M_0) d\hat{z}' \\ &= P^* + \int K(\hat{z}')(\hat{z}')^T K^T \frac{1 - P_D 1(\hat{z}'; R_D)}{1 - P_D P_G} N(\hat{z}'; 0, S) d\hat{z}' \\ &= \bar{P} + \frac{(1 - c_1) P_D P_G}{1 - P_D P_G} K S K^T \end{aligned} \quad (A.8)$$

이다.

다음으로 게이트 내에 SN 측정값이 관심 있는 표적에서 발생한 경우를 생각해 보자. SN 측정값이 관심 있는 표적에서 발생한 경우의 상태 추정식은 (A.6)식에 주어진 것처럼 $\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K\hat{z}$ 이다. (14)식과 (A.6)식을 이용하여 $E[\text{MaSE}(k) | M_1, y^{k-1}]$ 를 구해보면

$$\begin{aligned} &E[\text{MaSE}(k) | M_1, y^{k-1}] \\ &= E[\hat{x} \hat{x}^T | M_1] \\ &= E[(\bar{x} - K\hat{z})(\bar{x} - K\hat{z})^T | M_1] \\ &= \int (\bar{x} - K\hat{z})(\bar{x} - K\hat{z})^T p(\bar{x} | M_1) d\bar{x} \\ &= \int \int (\bar{x} - K\hat{z})(\bar{x} - K\hat{z})^T p(\bar{x} | M_1, \hat{z}) p(\hat{z} | M_1) d\hat{z} d\bar{x} \\ &= \int \bar{x} \bar{x}^T p(\bar{x} | M_1) d\bar{x} \\ &+ \int K\hat{z} \hat{z}^T K^T p(\hat{z} | M_1) d\hat{z} - A - B \end{aligned} \quad (A.9)$$

이고, 여기서, A 와 B 를 구해보면

$$\begin{aligned} A &= \int K\hat{z} \bar{x}^T p(\bar{x} | M_1, \hat{z}) p(\hat{z} | M_1) d\hat{z} d\bar{x} \\ &= \int K\hat{z} (\int \bar{x}^T N(\bar{x}; K\hat{z}, P^*) d\bar{x}) p(\hat{z} | M_1) d\hat{z} \\ &= \int K\hat{z} (K\hat{z})^T p(\hat{z} | M_1) d\hat{z} = c_1 K S K^T \end{aligned} \quad (A.10)$$

$$\begin{aligned} B &= \int \bar{x} \{K\hat{z}\}^T p(\bar{x} | M_1, \hat{z}) p(\hat{z} | M_1) d\hat{z} d\bar{x} \\ &= \int (\int \bar{x} N(\bar{x}; K\hat{z}, P^*) d\bar{x}) \hat{z}^T K^T p(\hat{z} | M_1) d\hat{z} \\ &= \int K\hat{z} (K\hat{z})^T p(\hat{z} | M_1) d\hat{z} = c_1 K S K^T \end{aligned} \quad (A.11)$$

이다. 그리고, A 와 B 를 제외한 나머지 부분을 구하면

$$\begin{aligned} &\int \bar{x} \bar{x}^T p(\bar{x} | M_1) d\bar{x} \\ &= \int (\int \bar{x} \bar{x}^T N(\bar{x}; K\hat{z}, P^*) d\bar{x}) p(\hat{z} | M_1) d\hat{z} \end{aligned}$$

$$= \int [P^* + K \tilde{z} (\tilde{z}^T K^T) p(\tilde{z} | M_1)] d\tilde{z} \\ = P^* + c_1 K S K^T \quad (A.12)$$

$$\int K \tilde{z} \tilde{z}^T K^T p(\tilde{z} | M_1) d\tilde{z} \\ = K \left(\int \tilde{z} \tilde{z}^T P_C^{-1} M[\tilde{z}; 0, S(k)] d\tilde{z} \right) K^T \\ = c_1 K S K^T \quad (A.13)$$

이다. 식 (A.10), (A.11), (A.12), 그리고 (A.13)을 이용하여 (A.9)식을 정리하면

$$E[\text{MaSE}(k) | M_1, y^{k-1}] = P^* \quad (A.14)$$

이다.

마지막으로 кей트 내에 SN 측정값이 관심 있는 표적에서 발생하지 않은 경우를 생각해보자. SN 측정값이 관심 있는 표적에서 발생하지 않은 경우를 조건부로 한 실제 측정 오차의 확률 밀도 함수를 구해보면

$$p(\tilde{z}^t | M_2) = \frac{1 - P_D P_A 1(\tilde{z}^t; R_T)}{1 - P_D P_C P_A} N(\tilde{z}^t; 0, S) \quad (A.15)$$

이다^[1]. 그리고, SN 측정값이 관심 있는 표적에서 발생하지 않은 경우의 상태 추정식은 (A.6)식에 주어진 것처럼 $\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1)$ 이다. (A.6)식과 (A.15)식을 이용하여 $E[\text{MaSE}(k) | M_2, y^{k-1}]$ 를 구해보면

$$E[\text{MaSE}(k) | M_2, y^{k-1}] \\ = E[\tilde{x} \tilde{x}^T | M_2] \\ = E[\bar{x} \bar{x}^T | M_2] \\ = \int \bar{x} \bar{x}^T p(\bar{x} | M_2) d\bar{x} \\ = \int \bar{x} \bar{x}^T p(\bar{x} | M_2, \tilde{z}^t) p(\tilde{z}^t | M_2) d\tilde{z}^t d\bar{x} \\ = \int \left(\int \bar{x} \bar{x}^T N(\bar{x}; K \tilde{z}^t, P^*) d\bar{x} \right) p(\tilde{z}^t | M_2) d\tilde{z}^t \\ = \int [P^* + K \tilde{z}^t (\tilde{z}^t)^T K^T] p(\tilde{z}^t | M_2) d\tilde{z}^t \\ = P^* + \int K \tilde{z} \tilde{z}^T K^T \frac{1 - P_D P_A 1(\tilde{z}; R_T)}{1 - P_D P_C P_A} \\ \cdot N(\tilde{z}; 0, S) d\tilde{z} \\ = \bar{P} + \frac{(1 - c_1) P_D P_C P_A}{1 - P_D P_C P_A} K S K^T \quad (A.16)$$

이다. (A.8), (A.14), 그리고 (A.16)식을 정리하면

$$E[\text{MaSE}(k) | M_i, y^{k-1}]$$

$$= \begin{cases} \bar{P} + \frac{(1 - c_1) P_D P_C}{1 - P_D P_C} K S K^T, & j=0 \\ P^* & j=1 \\ \bar{P} + \frac{(1 - c_1) P_D P_C P_A}{1 - P_D P_C P_A} K S K^T, & j=2 \end{cases} \quad (A.17)$$

이다.

참고 문헌

- [1] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "Tracking in clutter with strongest neighbor measurements -Part I : Theoretical Analysis," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 43, pp. 1560~1578, Nov. 1998.
- [2] X. R. Li and Xiaorong Zhi, "PSNF : A refined strongest neighbor filter for tracking in clutter," in Proc. 35th IEEE Conf. Decision and Control, pp. 2557~2562, Dec. 1996.
- [3] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "A hybrid conditional averaging technique for performance prediction of algorithms with continuous and discrete uncertainties," in Proc. 1994 American Control Conference vol. 2, pp. 1530~1534, June 1994.
- [4] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "Stability evaluation and track life of the PDAF for tracking in clutter," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 36, pp. 588~602, May 1991.
- [5] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "Tracking in clutter with nearest neighbor filters : analysis and performance," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems, vol. AES-32, pp. 995~1010, July 1996.
- [6] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "Theoretical analysis and performance prediction of tracking in clutter with strongest neighbor filters," in Proc. 34th IEEE Conf. Decision and Control, pp. 2758~2763, Dec. 1995.
- [7] Y. Bar-Shalom and X. R. Li, Estimation and Tracking : Principles, Techniques, and Software, Norwood, MA : Artech House, 1993.

- [8] D. Lerro and Y. Bar-Shalom, "Interacting multiple model tracking with target amplitude feature," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 29, pp. 494~509, Apr. 1993.

저 자 소 개

鄭 洪 憲(正會員) 第37卷 SC編 第3號 參照

현재 : 경운대학교 전자공학과 전임강사

洪 淳 穆(正會員) 第37卷 SC編 第3號 參照

현재 : 경북대학교 전자전기공학부 교수

金 東 玄(正會員)

1999年 2月 : 인제대학교 전자공학과 졸업(공학사).

2001年 2月 : 경북대학교 전자공학과 졸업(공학석사).

2001年 6月~현재 : 삼성탈레스 CIS팀 연구원. <주관심

분야 : Combat 시스템, 시스템 통합 구축 등임>