

# 스튜어트 플랫폼의 견실제어를 위한 슬라이딩 섭동 관측기를 갖는 슬라이딩 모드 제어기 개발

## The Design of Sliding Mode Controller with Sliding Perturbation Observer for a Robust Control of Stewart Platform Manipulator

유기성, 박민규, 이민철

(Ki-Sung You and Min-Kyu Park and Min-Cheol Lee)

**Abstract :** The stewart platform manipulator is a manipulator that has the closed-loop structure with an upper plate end-effector and a base frame. The stewart platform manipulator has the merit of high working accuracy and high stiffness compared with a serial manipulator. However, this is a complex structure, so controllability of the system is not so good. In this paper, we introduce a new robust motion control algorithm using partial state feedback for a class of nonlinear systems in the presence of modelling uncertainties and external disturbances. The major contribution of this work introduces the development and design of robust observer for the state and the perturbation, which is integrated into a variable structure controller(VSC) structure. The combination of controller/observer improves the control performance, because of the robust routine called sliding mode control with sliding perturbation observer(SMCSP). Simulation and experiment are performed to apply to the manipulator. And their results show a high accuracy and a good performance.

**Keywords :** stewart platform, perturbation, sliding mode control with sliding perturbation observer (SMCSP), variable structurecontroller(VSC)

### I. 서론

운전 시뮬레이터의 기본 구성 요소 중에서 운전자에게 가속도 감각을 부여하는 운동시스템으로 사용되는 6자유도 병렬형 매니퓰레이터는 단말 효과기(end-effector)인 상판과 기저계(base-frame)인 하판이 6개의 작동기에 의해 연결된 폐루프 구조를 형성하고 있는 매니퓰레이터이다. 이러한 구조를 가지고 있고 6자유도 운동을 구현할 수 있는 매니퓰레이터를 스튜어트 플랫폼이라고 부른다[1]. 직렬형 매니퓰레이터는 관절과 링크가 반복적으로 연결되는 외팔보의 구조를 가지고 있어 낮은 강성과 단말 효과기에서의 정밀도가 저하되는 단점을 가지고 있다. 이에 반해, 스튜어트 플랫폼은 직렬형 매니퓰레이터와 비교하여 구조적으로 폐루프(closed loop)의 형상을 가지고 있으므로 플랫폼의 부하를 다수의 구동기가 분담하게 되어 구조적인 측면에서 보다 높은 강성을 가지며, 각 조인트의 오차가 단말 효과기에 계속 누적되지 않으므로 작업 정밀도가 높은 장점이 있다. 그러나 직렬형 매니퓰레이터에 비해 구조적으로 복잡하기 때문에 고전적인 제어방법으로는 시스템의 제어성능을 높이는데 한계가 있다. 즉, 고속운전에 제한을 받고, 급격한 파라미터의 변동이 발생하였을 경우, 정도에 문제가 되고 있다.

이것은 실제 스튜어트 플랫폼의 운동 방정식이 비선형이

고, 운전 중의 부하변동과 같은 외란이 존재하므로 실제시스템에 가깝게 시스템을 모델링하기가 어려워 비선형 성분을 완전하게 보상하지 못하기 때문이다. 이러한 스튜어트 플랫폼의 제어기 성능을 개선하기 위해서서 섭동 관측기와 슬라이딩 관측기가 결합된 형태의 견실한 관측기를 이용하여 정확한 동적 모델을 구하기가 힘든 병렬형 매니퓰레이터에 적용하여 비선형 성분의 영향을 잘 추종하게 함으로써 제어성능을 높일 수 있는 방법을 제안한다. 이때 관측기에서의 추종오차가 발생하는 부분은 슬라이딩 모드 제어에서 보상해 줌으로 시스템의 안정성을 보장할 수 있고, 관측기에 의해 모델의 불확실성을 보상해 줌으로 제어기의 채팅링을 줄일 수 있다[5]-[7]. 본 논문에서는 병렬형 매니퓰레이터에 적용하기 위한 슬라이딩 섭동 관측기를 갖는 슬라이딩 모드 제어기를 설계한 후 시뮬레이션에 의해 제어기의 성능을 검토한다. 또한 실제 스튜어트 플랫폼에 적용하여 기존의 슬라이딩 모드 제어기와의 제어 성능을 비교한다[2]-[4].

### II. 슬라이딩 섭동 관측기 설계

#### 1. 섭동(Perturbation)의 정의

일반적으로  $n$ 자유도를 가지는 이차 시스템의 운동방정식은 아래와 같이 주어진다.

$$\ddot{x}_j = f_j(x) + \Delta f_j(x) + \sum_{i=1}^n [(b_{ji}(x) + \Delta b_{ji}(x)) u_i] + d_j(t) \quad (1)$$

$$j = 1, \dots, n$$

여기서,  $i$ 는 각각의 제어 입력에 대해 영향을 받는 제어계인 행렬의 요소를 표시하기 위한 것이고,

논문접수 : 2001. 12. 10., 채택확정 : 2002. 4. 22.

유기성 : 부산대학교 지능기계공학과(nedayks@pnu.edu)

박민규 : 부산대학교 지능기계공학과(mkpark@pnu.edu)

이민철 : 부산대학교 기계공학부(mclee@pnu.edu)

※ 본 논문은 한국과학재단(특정 기초 연구과제 : 97-02-00-10-01-5)에  
서 지원하여 연구하였습니다.

$\mathbf{x} \equiv [X_1, \dots, X_n]^T$ : 상태 벡터(state vector),

$X_i \equiv [x_i, \dot{x}_i]^T$ : 상태 변수,

$\Delta f_i(X)$ : 비선형 요소와 불확실성,

$\Delta b_{ji}(X)$ : 제어 계인 행렬 요소의 불확실성,

$d_j$ : 외란,  $u_i$ : 제어 입력,

$f_j, b_{ji}$ : 연속적인 상태함수이다.

주어진 운동방정식에서 비선형 요소와 불확실성, 외란 등을 섭동(perturbation)으로 정의하면 (2)와 같다.

$$\Psi_j(\mathbf{x}, t) = \Delta f_j(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n \Delta b_{ji}(\mathbf{x}) u_i + d_j(t) \quad (2)$$

여기서, 섭동으로 정의된 항들이 알려진 임의의 연속함수보다 작다고 가정하면 (3)과 같이 표현할 수 있다[5].

$$F_j(\mathbf{x}, t) = F_j(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n |\Phi_{ji}(\mathbf{x}) u_i| + D_j(t) |\Psi_j(t)| \quad (3)$$

여기서,  $F_j > |\Delta f_j|$ ,  $|\Phi_{ji}| > |\Delta b_{ji}|$ ,  $D_j > |d_j|$ 로 섭동항이 각각 상한(upper bound)되어 있다.

## 2. 단일 입출력 시스템을 위한 슬라이딩 섭동 관측기

상태 변수 관측기는 시스템의 상태변수를 관측하기 위해 필요하고, 섭동 관측기는 시스템의 불확실성에 의해 야기되는 섭동을 제어기에서 보상하기 위해서 필요하다. 그 중에서 슬라이딩 관측기를 이용하면 매우 빠른 응답특성을 가지고 상태변수를 관측할 수 있고, 슬라이딩 섭동 관측기는 시스템의 불확실성 등에 의해 야기되는 비선형 성분을 빠른 응답특성을 가지며 관측할 수 있다. 슬라이딩 관측기를 위해 주어진 운동방정식을 상태공간 표현법으로 기술하면 아래와 같다[6][7].

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (4.1)$$

$$\dot{x}_2 = f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u + \Delta f(\mathbf{x}) + \Delta b(\mathbf{x})u + d(t) \quad (4.2)$$

$$y = x_1 \quad (4.3)$$

여기서  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$ 는 상태벡터이고 측정할 수 있는 것은 위치정보 만이라고 가정하면 관측기는 불확실한 요소에도 불구하고 측정할 수 있는 상태벡터들을 추정하는 작업을 한다. (5)는 슬라이딩 관측기의 구조를 수식적으로 표현한 것이다[6].

$$\hat{x}_1 = \hat{x}_2 - k_1 \text{sat}(\hat{x}_1) - \alpha_1 \hat{x}_1 \quad (5.1)$$

$$\hat{x}_2 = f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u - k_2 \text{sat}(\hat{x}_1) - \alpha_2 \hat{x}_1 \quad (5.2)$$

여기서,  $k_1, k_2, \alpha_1, \alpha_2$ 는 양의 값을 가지는 관측기의 계인이고,  $\hat{x}_1 = \hat{x}_1 - x_1$ 로써 측정할 수 있는 상태변수의 추정 오차이다. “^”기호는 관측기에서 추정한 결과를 나타낸다. (5)에서 (4)를 빼면, 아래의 (6)과 같이 관측기의 오차 운동 방정식이 구해진다.

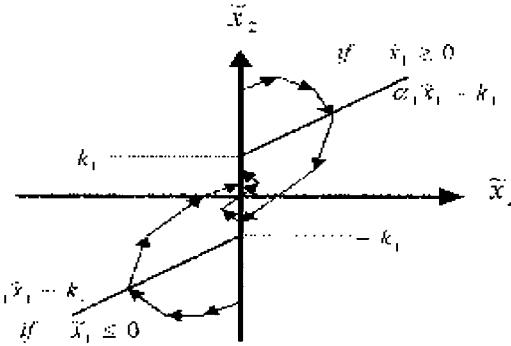


그림 1. 관측기의 상태공간.

Fig. 1. State space of the observer.

$$\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - k_1 \text{sat}(\hat{x}_1) - \alpha_1 \hat{x}_1 \quad (6.1)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = -k_2 \text{sat}(\hat{x}_1) - \alpha_2 \hat{x}_1 - yf \quad (6.2)$$

여기서,  $f = f(\hat{\mathbf{x}}) - f(\mathbf{x})$ 가  $\Delta f$ 에 포함되고,  $b = b(\hat{\mathbf{x}}) - b(\mathbf{x})$ 가  $\Delta b$ 에 포함된다고 가정하면,  $yf$ 는 (2)에서 정의한 것과 같은 섭동이다.  $\hat{x}_1$ 의 부호가 불연속적으로 변하므로, 포화함수(saturation function)를 사용하여  $\varepsilon_{oj}$  안에 들어올 때  $k_1, k_2$ 가 연속적으로 변하게 한다. 포화함수의 정의는 (7)과 같다.

$$\text{sat}(\hat{x}_{1j}) = \begin{cases} \hat{x}_{1j}/|\hat{x}_{1j}|, & \text{if } |\hat{x}_{1j}| \geq \varepsilon_{0j} \\ \hat{x}_{1j}/\varepsilon_{0j}, & \text{if } |\hat{x}_{1j}| \leq \varepsilon_{0j} \end{cases} \quad (7)$$

여기서,  $\varepsilon_{0j}$ 는 슬라이딩 관측기의 경계층이다. 그림 1은 슬라이딩 관측기의 상태공간을 표시한 것이다. 그림 1에서 보듯이 관측기의 슬라이딩 평면(sliding surface)은  $\hat{x}_1, \hat{x}_2$ 로 구성되고,  $\hat{x}_1=0$ 인 선을 따라서 슬라이딩 모드가 이루어진다.  $\hat{x}_1$ 의 부호에 따라서  $\hat{x}_2$ 를 0에 수렴시키기 위해서  $\hat{x}_2$ 가 (8)과 같은 조건을 만족하도록 하면,  $\hat{x}_2$ 는 상태공간 궤적을 따라 가게 된다[7].

$$\hat{x}_2 \leq \alpha_1 \hat{x}_1 + k_1 \quad (\text{if } \hat{x}_1 > 0) \quad (8.1)$$

$$\hat{x}_2 \geq \alpha_1 \hat{x}_1 - k_1 \quad (\text{if } \hat{x}_1 < 0) \quad (8.2)$$

관측기에서 슬라이딩 모드가 일어날 때 (6)의 오차 운동방정식은  $k_2/k_1$ 의 차단주파수를 가지는 섭동이 입력이 되고,  $\hat{x}_2$ 가 출력이 되는 필터형태가 된다. 슬라이딩 관측기의 안정도 판별은  $k_2 \geq \Gamma(\hat{\mathbf{x}}, t)$ 를 만족하도록 하면 (8)에서  $|\hat{x}_2| \leq k_1$ 을 만족하므로  $\hat{x}_2$ 가  $k_1$ 에 상한 되어 안정도를 보장할 수 있다. 즉,  $\Gamma(\hat{\mathbf{x}}, t)$ 는  $yf$ 에 상한 되어 있고, 수학적 모델링의 불확실성과 외부 외란에 의해 추정기의 불확실성은 무시될 수 있다. 따라서, 관측기 오차는 차단주파수가 커짐에 따라 외란 항에 무관하게 줄어듦을 알 수 있고,  $k_2$ 의 선정은 (9)와 같이 섭동의 상한값 보다 작으면 된다.

$$k_2 = I(\hat{x}, t) \quad (9)$$

슬라이딩 관측기로 섭동 관측기에서 필요한 상태 변수값을 추정하고 섭동 관측기에서 병렬형 매니퓰레이터의 비선형 성분 및 외란, 불확실성 등을 추정하여 제어에 반영한다면 매우 강인한 제어기가 될 것이다[7]. 슬라이딩 모드 제어기에 관측기를 결합하기 전에 운동방정식을 아래와 같이 두어 제어변수를 분리한다.

$$f_i(\hat{x}) + \sum_{i=1}^6 b_{ji}(\hat{x})u_i = \alpha_{3j}\bar{u}_j \quad (10)$$

여기서  $\alpha_{3j}$ 는 양의 값을 가지는 상수이고,  $\bar{u}_j$ 는 새로이 정의된 제어입력은 아래와 같이 기술할 수 있다.

$$u = B^{-1}Col[\alpha_{3j}\bar{u}_j - f_i(\hat{x})] \quad (11)$$

여기서,  $B = [b_{ji}(\hat{x})]_{n \times n}$ 이다. 따라서, (10)의 정의에 의해 6자유도 스튜어트 플랫폼의 운동방정식은 아래와 같이 간략화 된다.

$$\dot{x}_{1j} = x_{2j} \quad (12.1)$$

$$\dot{x}_{2j} = \alpha_{3j}\bar{u}_j + \Psi_j \quad (12.2)$$

$$y_j = x_{1j} \quad (12.3)$$

마찬가지로 슬라이딩 관측기의 구조도 아래와 같이 간략화 된다.

$$\dot{\hat{x}}_{1j} = \hat{x}_{2j} - k_{1j}sat(\tilde{x}_{1j}) - \alpha_{1j}\tilde{x}_{1j} \quad (13.1)$$

$$\dot{\hat{x}}_{2j} = \alpha_{3j}\bar{u}_j - k_{2j}sat(\tilde{x}_{1j}) - \alpha_{2j}\tilde{x}_{1j} \quad (13.2)$$

섭동 관측기는 시스템에 적용할 때 상태변수를 획득하기 위한 별도의 센서를 부착해야 한다. 따라서, 부가적인 센서의 부착이 없이 섭동을 계산하기 위해 새로운 상태변수  $x_{3j}$ 를 정의하면 (14)와 같다.  $\Psi_j$ 를 직접 추정하지 않고도 다른 변수들만으로 계산할 수 있는 형태가 된다.

$$\dot{x}_{3j} = \alpha_{3j}x_{2j} - \Psi_j/\alpha_{3j} \quad (14)$$

여기서,  $\Psi_j$ 은 존재하고 상한되어 있고,  $\Psi_j$ 의 스펙트럼은 알려진 유한한 주파수 대역 안에 위치한다고 가정한다. (14)를 시간에 대하여 일차 미분하면,

$$\dot{x}_{3j} = \alpha_{3j}\dot{x}_{2j} - \frac{\dot{\Psi}_j}{\alpha_{3j}} \quad (15)$$

(15)에서  $\dot{\Psi}_j$ 의 영향이 무시될 만큼  $\alpha_{3j}$ 를 크게 잡으면 섭동의 영향에도 불구하고  $x_{3j}$ 를 잘 관측할 수 있다. 관측기 모

델의 구조를 간략화 하기 위해 (12), (14)와 (15)에서 아래와 같이 변환한다.

$$\dot{\hat{x}}_{3j} = \alpha_{3j}^2(-\hat{x}_{3j} + \alpha_{3j}x_{2j} + \bar{u}_j) \quad (16.1)$$

$$\dot{\Psi}_j = \alpha_{3j}(-\hat{x}_{3j} + \alpha_{3j}x_{2j}) \quad (16.2)$$

(16)에서 (15)를 빼고  $\Psi_j$ 를 (14)에서 구해 대입하면, 관측기 오차 운동방정식은 아래와 같이 유도된다.

$$\dot{\hat{x}}_{3j} = -\alpha_{3j}^2\tilde{x}_{3j} + \Psi_j/\alpha_{3j} \quad (17)$$

전체 관측기의 구조는 섭동 관측기와 슬라이딩 관측기를 합쳐  $x_{1j}$ 만 귀환하도록 바꾼다. 즉, 시스템에 별도의 센서를 부착하지 않더라도 제어시스템을 구성할 수 있다. 자세히 설명하면, 슬라이딩 관측기에서  $\hat{x}_{2j}$ 에 섭동의 영향을 고려하여  $\Psi_j$ 항을 추가함으로써 시스템의 불확실성, 부하변동 등의 영향으로 발생한 추정한 상태변수의 오차를 최소화할 수 있고,  $x_{1j}$ 만 센서를 통해 획득한다.

위의 관계를 정리하면 슬라이딩 섭동 관측기의 전체 구조는 (18)과 (19)와 같다[7].

$$\dot{\tilde{x}}_{1j} = \hat{x}_{2j} - k_{1j}sat(\tilde{x}_{1j}) - \alpha_{1j}\tilde{x}_{1j} \quad (18.1)$$

$$\dot{\tilde{x}}_{2j} = \alpha_{3j}\bar{u}_j - k_{2j}sat(\tilde{x}_{1j}) - \alpha_{2j}\tilde{x}_{1j} + \Psi_j \quad (18.2)$$

$$\dot{\tilde{x}}_{3j} = \alpha_{3j}^2(-\hat{x}_{3j} + \alpha_{3j}\hat{x}_{2j} + \bar{u}_j) \quad (18.3)$$

여기서,  $\Psi_j$ 는 아래와 같이 정의되고, 위에서 계산한 결과로 섭동을 추정할 수 있다.

$$\Psi_j = \alpha_{3j}(-\hat{x}_{3j} + \alpha_{3j}\hat{x}_{2j}) \quad (19)$$

따라서, 새로운 관측기 오차 운동방정식은 (18)에서 (12)와 (15)를 빼고, (14)에서  $\Psi_j$ 를 구해 대입하면 (20)과 같다.

$$\dot{\tilde{x}}_{1j} = \hat{x}_{2j} - k_{1j}sat(\tilde{x}_{1j}) - \alpha_{1j}\tilde{x}_{1j} \quad (20.1)$$

$$\dot{\tilde{x}}_{2j} = -k_{2j}sat(\tilde{x}_{1j}) - \alpha_{2j}\tilde{x}_{1j} + \Psi_j \quad (20.2)$$

$$\dot{\tilde{x}}_{3j} = \alpha_{3j}^2(-\hat{x}_{3j} + \alpha_{3j}\hat{x}_{2j}) + \Psi_j/\alpha_{3j} \quad (20.3)$$

$$\Psi_j = \alpha_{3j}(-\hat{x}_{3j} + \alpha_{3j}\hat{x}_{2j}) \quad (20.4)$$

관측기에서 슬라이딩 모드가 일어나면,  $\hat{x}_{2j}$ 는 관측기의 슬라이딩 평면 ( $\hat{x}_{1j}=0$ )을 따라가므로, (20.1)와 (20.2)를 이용하면 (21)과 같이 간략화 된다.

$$\dot{\tilde{x}}_{2j} + (k_{2j}/k_{1j})\tilde{x}_{2j} = \Psi_j \quad (21)$$

(21)은 대역 통과 필터의 형태로서  $\tilde{x}_{2j}$ 는  $x_{2j}$ 를 잘 추종해

가기 위해 작은 값이 되어야 하고, 감쇠 기울기가 최대가 되도록 필터의 차단주파수인  $k_{2j}/k_{1j}$ 와  $\alpha_{3j}$ 를 적절히 선정해 주면 된다.

### III. 슬라이딩 섭동 관측기를 가지는 슬라이딩 모드 제어기 구조

슬라이딩 모드 제어기에 슬라이딩 섭동 관측기에서 추정한 결과를 반영하여 섭동에 의한 제어 성능 저하를 방지하는 제어기를 새로이 구성한다. 먼저 제어기의 슬라이딩 함수(sliding function)를 아래와 같이 추정한 결과와 궤적의 오차 함수로 정의한다.

$$\hat{s}_j = \hat{e}_j + c_{jl} \hat{e}_j \quad (22)$$

단,  $c_{jl} > 0$ ,  $\hat{e}_j = \hat{x}_{1j} - x_{1dj}$ 로써 추정한 위치 추종 오차이다.

앞에서 새로이 정의된 제어입력  $\bar{u}_j$ 는  $\dot{s}_j, \ddot{s}_j < 0$ 를 만족하도록 해주어야 하고,  $\hat{x}_{2j}$ 의 영향을 고려해야 한다. 따라서,  $\dot{s}_j$ 의 운동방정식은 (23)과 같은 스위칭함수와  $\hat{x}_{2j}$ 의 조합으로 선정할 수 있다.

$$\dot{\hat{s}}_j = -K_j \operatorname{sat}(\hat{s}_j) - (k_{1j}/\varepsilon_{0j}) \hat{x}_{2j} \quad (23)$$

$$\operatorname{sat}(\hat{s}_j) = \begin{cases} \hat{s}_j / |\hat{s}_j|, & \text{if } |\hat{s}_j| \geq \varepsilon_{0j}; \\ \hat{s}_j / \varepsilon_{0j}, & \text{if } |\hat{s}_j| \leq \varepsilon_{0j} \end{cases} \quad (24)$$

따라서, 앞에서 구한 슬라이딩 섭동 관측기의 관계식인 (18)과 (20.1)를 (22)의 미분항에 대입하고 (23)을 대입하면, (25)와 같이 간략화 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{s}}_j = & \alpha_{3j} \bar{u}_j - [k_{2j}/\varepsilon_{0j} + c_{jl}(k_{1j}/\varepsilon_{0j}) - (k_{1j}/\varepsilon_{0j})^2] \hat{x}_{1j} \\ & - (k_{1j}/\varepsilon_{0j}) \hat{x}_{2j} - x_{1dj}'' + c_{jl}(\hat{x}_{2j} - x_{1dj}) + \hat{\Psi}_j \end{aligned} \quad (25)$$

따라서, 스튜어트 플랫폼의 상판에 입력될 토크는 아래와 같이 유도되어 진다.

$$\begin{aligned} \bar{u}_j = & \frac{1}{\alpha_{3j}} \{ -K_j \operatorname{sat}(\hat{s}_j) - (k_{1j}/\varepsilon_{0j}) \hat{x}_{2j} \\ & + [k_{2j}/\varepsilon_{0j} + c_{jl}(k_{1j}/\varepsilon_{0j}) - (k_{1j}/\varepsilon_{0j})^2] \hat{x}_{1j} \\ & + x_{1dj}'' - c_{jl}(\hat{x}_{2j} - x_{1dj}) - \hat{\Psi}_j \} \end{aligned} \quad (26)$$

여기서  $|\hat{x}_{2j}|$ 는 (8)에서 정리한 관측기의 슬라이딩 조건에서  $|\hat{x}_{2j}| \leq k_{1j}$ 로 상한 되어 있고,  $\dot{s}_j, \ddot{s}_j < 0$ 를 만족하기 위해서  $|\hat{s}_j| \leq \varepsilon_{0j}$ 를 만족하는 제어 계인을 선정한다.  $|\hat{s}_j| \leq \varepsilon_{0j}$ 를 만족할 때 (21)에서  $\hat{x}_{1j} = \hat{x}_{1j}/\varepsilon_{0j}$ 이므로 실제  $s_j$ 의 운동방정식은 (27)과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{s}_j + \frac{K_j}{\varepsilon_{0j}} s_j = & [\frac{k_{2j}}{\varepsilon_{0j}} - (\frac{k_{1j}}{\varepsilon_{0j}} - \frac{K_j}{\varepsilon_{0j}})(c_{jl} - \frac{k_{1j}}{\varepsilon_{0j}})] \hat{x}_{1j} \\ & - (c_{jl} + \frac{K_j}{\varepsilon_{0j}}) \hat{x}_{2j} - \hat{\Psi}_j \end{aligned} \quad (27)$$

만약,  $|\hat{x}_{1j}| \leq \varepsilon_{0j}$ ,  $|\hat{s}_j| \leq \varepsilon_{0j}$ 로 상한되어 있으면, 슬라이딩 섭동 관측기와 슬라이딩 모드 제어기의 슬라이딩이 매우 효과적으로 동작하여 제어성능을 높일 수 있다. 이러한 가정을 두고 관측기와 제어기의 개인의 선정의 용이성을 위해서 (20)과 (27)에서 정리한 관계식을 벡터형태로 표현하면 (28)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_{1j} \\ \dot{\hat{x}}_{2j} \\ \dot{\hat{x}}_{3j} \\ \dot{s}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{1j}/\varepsilon_{0j} & 1 & 0 & 0 \\ -k_{2j}/\varepsilon_{0j} & \alpha_{3j}^2 & -\alpha_{3j} & 0 \\ 0 & \alpha_{3j}^3 & -\alpha_{3j}^2 & 0 \\ k_{2j}/\varepsilon_{0j} + (c_{jl} - k_{1j}/\varepsilon_{0j})^2 & -(2c_{jl} + \alpha_{3j}^2) & \alpha_{3j} & -c_{jl} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_{1j} \\ \hat{x}_{2j} \\ \hat{x}_{3j} \\ s_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \hat{\Psi}_j/\alpha_{3j} \quad (28)$$

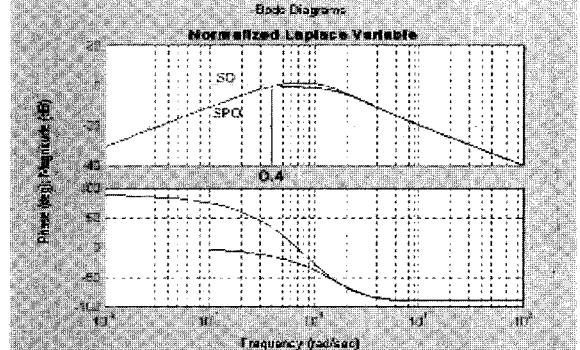


그림 2. 관측기의 보드선도.  
Fig. 2. Bode plots of SPO and SO.

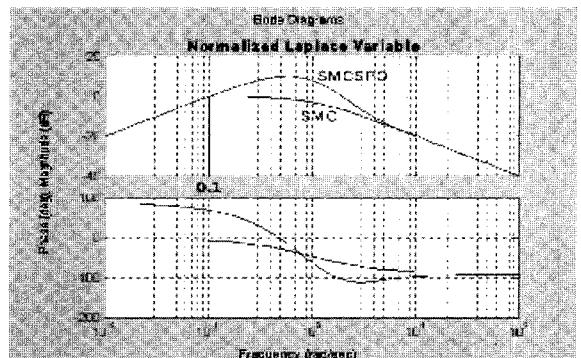


그림 3. 제어기의 보드 선도.  
Fig. 3. Bode plots of SMC and SMCSPO.

(28)에서  $S_j$  와  $e_j$  의 운동방정식이 주파수 영역에서 같은 대역폭을 가지므로,  $c_{1j} = K_j/\epsilon_{0j}$ 로 치환할 수 있고, (28)의 시스템 행렬이 안정하도록 개인을 선정하기 위해 특성방정식을 구해 보면 아래와 같다.

$$[\lambda + c_{1j}] [\lambda^3 + (k_{1j}/\epsilon_{0j})\lambda^2 + (k_{2j}/\epsilon)\lambda + \alpha_{3j}^2 (k_{2j}/\epsilon_{0j})] = 0 \quad (29.1)$$

(29)에서 행렬의 고유치가 음의 정수값을 가질 때 안정하므로 다항식을 아래와 같이 둘 수 있다.

$$p(\lambda_d) = (\lambda + \lambda_d)^4 : p는 polynomial, \lambda_d > 0 \quad (29.2)$$

관측기 오차 운동방정식과 슬라이딩 평면 운동방정식의 시스템 행렬의 고유치가 음의 값을 가지면 안정하므로, (29.1)의 특성방정식과 (29.2)의 다항식을 비교하면 음의 중근이  $-\lambda_d$ 라고 했을 때 아래와 같은 관계식이 유도된다[7].

$$\frac{k_{1j}}{\epsilon_{0j}} = 3\lambda_d, \frac{k_{2j}}{k_{1j}} = \lambda_d, \alpha_{3j} = \sqrt{\frac{\lambda_d}{3}}, c_{1j} = K_j/\epsilon_{0j} = \lambda_d \quad (30)$$

고유치의 선정은 시스템의 시정수와 샘플링 주기 등과 관계하는 것으로 본 논문에서는 슬라이딩 초평면의 기울기를 기준으로 선정하였다. 그림 2는 섭동이 입력으로 들어올 때 주파수 대역에 따라서  $\hat{x}_{2j}=0$ 로 수렴하는지 확인하기 위한 것으로 (6)의 슬라이딩 관측기와 (20)의 슬라이딩 섭동 관측기의 모델을 필터형태로 바꾸었을 때의 보드선도이다. 그림 3은 섭동이 입력으로 들어올 때 주파수 대역에 따라서  $\hat{s}_j=0$ 로 수렴하는지 (27)와 같이 유도한 슬라이딩 섭동 관측기를 단 슬라이딩 모드 제어기와 슬라이딩 모드 제어기를 필터형태로 바꾸었을 때의 보드선도이다. 그림 2에서 슬라이딩 관측기는 저주파 통과 필터 형태로 섭동이 고주파일 때 추정한 속도오차가 작아짐을 볼 수 있고, 슬라이딩 섭동 관측기는 대역 통과 필터 형태로 슬라이딩 관측기보다 저주파 영역에서 발생하는 섭동의 영향을 받지 않음을 볼 수 있다. 그림 3에서 보듯이 슬라이딩 모드 제어기는 고주파의 섭동에 대해서만 강인하고 슬라이딩 섭동 관측기를 달았을 때는 저주파와 고주파 대역 모두에 걸쳐 섭동에 강인한 성능을 보임을 알 수 있다.

#### IV. 시뮬레이션

단일 입출력 모델로는 선행 연구에서 신호압축법을 이용하여 구한 유압실린더의 이차 선형 모델을 사용하였다[8]. 시스템은 상판과 유압실린더가 결합된 비선형 운동방정식을 사용하여 상판에 의한 비선형 성분에 대해 얼마나 강인하게 궤적을 추종하는지를 보았다.

궤적은 그림 4의 (a)(b)와 같이 초기위치에서 중립위치로 올라갔다가 롤(roll) 운동 및 병진 운동을 하고 다시 초기위치로 돌아오도록 하였다. 그림 4(a)에 표시된 선은 각각 실린

더 축별 데이터를 표시한다. (31)은 유압실린더의 이차 선형 모델을 상태 공간 표현법으로 도시한 것이다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1j} &= x_{2j} \\ \dot{x}_{2j} &= -\frac{B_{eq}}{M_{eq}} x_{2j} + \frac{K_{sv}}{M_{eq}} u_j, \quad K_{sv} : \text{스풀상수} \end{aligned} \quad (31)$$

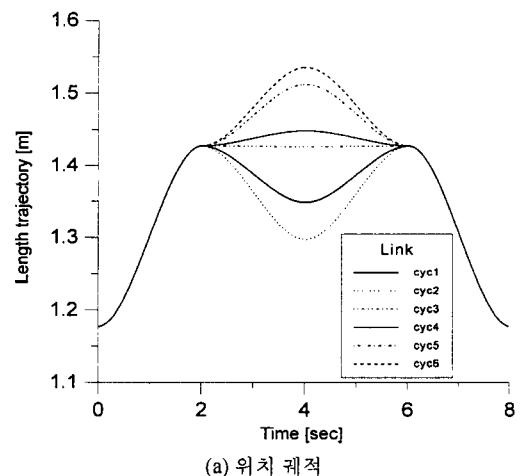
여기서,  $[x_1, x_2]$ 는 각각 유압실린더 로드의 위치 및 속도를 나타내고,  $B_{eq}$ 는 신호압축법을 이용하여 구한 유압실린더의 등가점성이며,  $M_{eq}$ 는 등가질량이다.

스튜어트 플랫폼의 전체 운동 방정식은 작동기인 유압실린더의 이차 선형 모델과 단말 효과기인 상판의 운동방정식이 결합된 비선형 방정식으로 (32)와 같다[1][8].

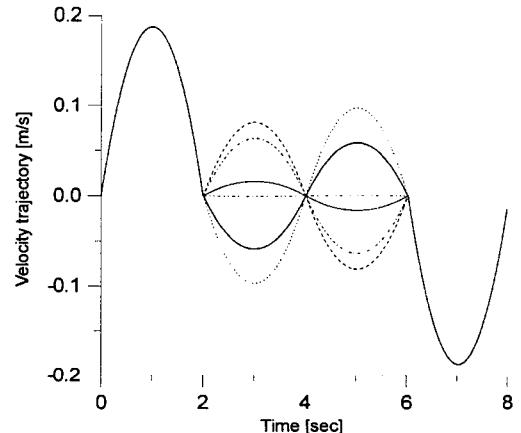
$$M_T(q_j) \ddot{l}_j + C_T(q_j, \dot{q}_j) \dot{l}_j + G_T(q_j) = U_j \quad (32)$$

여기서  $M_T$ ,  $C_T$ ,  $G_T$ 는 각각 질량, 관성 모멘트, 중력 항이다.

샘플링 주기는 유압 서보 밸브의 응답속도에 맞춰 100Hz로 두었고, 관측기의 개인과 제어 개인 선정의 기준이 되는



(a) 위치 궤적



(b) 속도 궤적

그림 4. 목표 궤적.

Fig. 4. Desired trajectory.

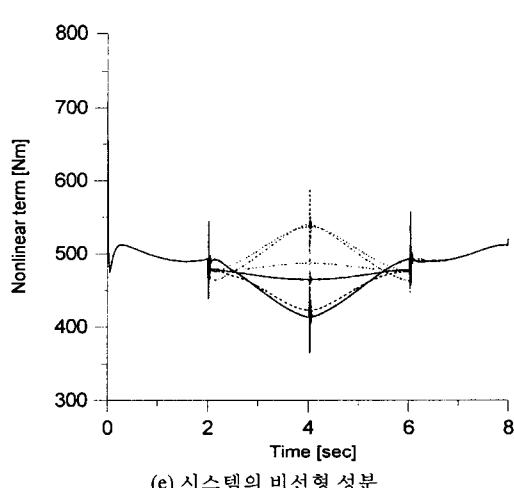
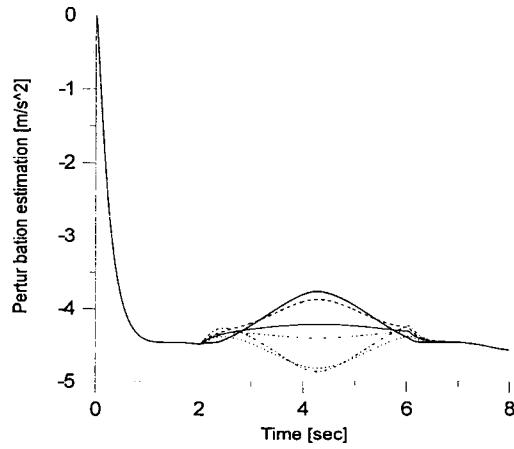
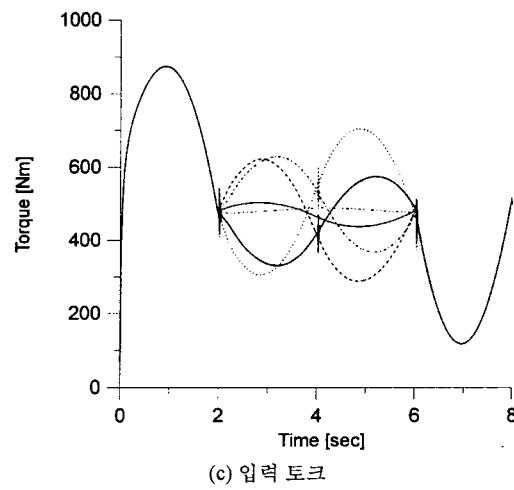
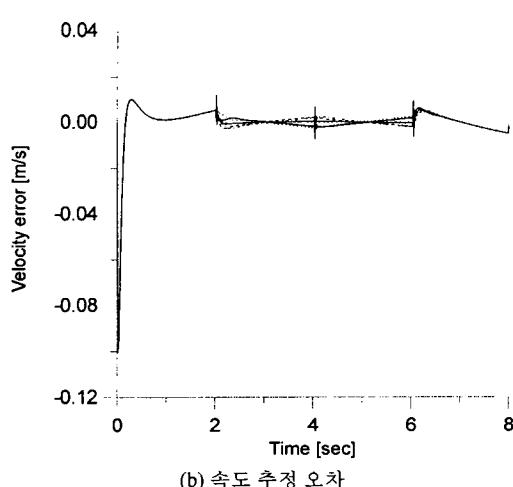
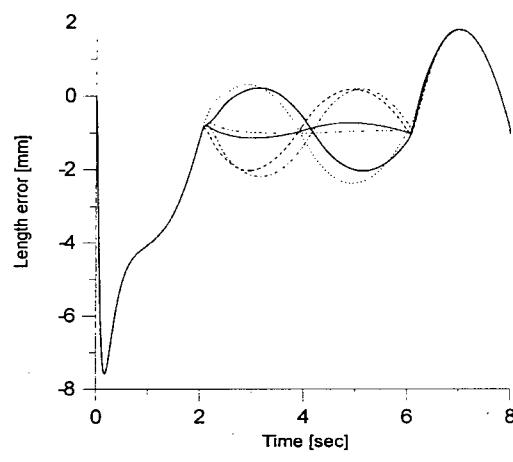
표 1. 시뮬레이션에 사용한 파라미터.  
Table 1. Parameter selections of simulation.

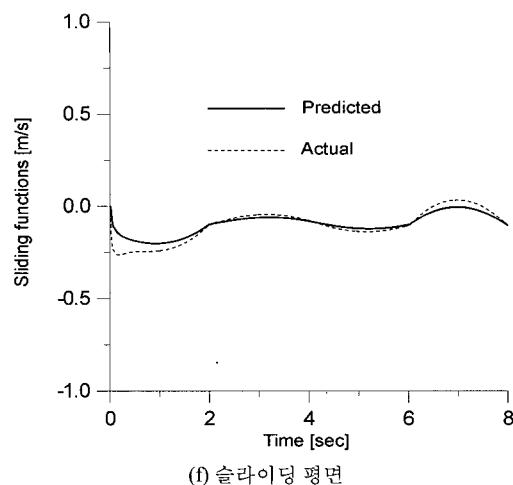
파라미터
$k_{1j}/\epsilon_{oj} = 60$ , $k_{2j}/k_{1j} = 20$ , $\alpha_{3j} = 2.58$ , $K_j/\epsilon_{oj} = 20$ , $C_j = 20$ , $B_{eq} = 2000$ , $M_{eq} = 100$

시스템의 고유치는 안정한 영역의 초평면의 기울기인 20으로 설정하였다. 표 1은 시뮬레이션에 사용한 파라미터를 정리한 것이다.

시뮬레이션 결과를 보면 그림 5(a)(b)에서 보듯이, 초기에 예측한 속도 추정 오차가 커서 위치 추정 오차가 크지만, 관측기가 유압실린더의 초기토크를 예측함에 따라 점점 오차가 줄어들고, 슬라이딩 평면이 경계층 안에 수렴하면 오차가 경계층 안에 존재함을 볼 수 있다. 또한 그림 5(c)에서 보듯이 일반적인 슬라이딩 모드 제어기의 문제점인 채터링이 거의 사라짐을 볼 수 있다. 스튜어트 플랫폼의 상판 운동방정식에서 비선형 성분을 모두 모아 계산한 그림 5(e)의 결과와 관측기에서 추정한 섭동인 그림 5(d)의 형태가 비슷하고 단위를 계산하여 질량과 단위 길이를 곱하면 섭동의 크기도 유사하게 추정함을 알 수 있다. 슬라이딩 섭동 관측기에서 추정한 섭동은 추정한 속도값을 가지고 예측하는 것으로 상판의 운동에 의한 부하변동의 영향이 크면, 그만큼 추정한 섭동의 크

기보다 실제 섭동의 크기가 커지므로 (26)에서 섭동항에 보상 계인  $\beta_j$ 를 정의하여 적용함으로써 좀 더 강인한 제어기를 구성한 것이 (33)과 같다. 보상 계인에 의해 보상된 섭동항은 슬라이딩 섭동 관측기의 입력으로 들어감으로써 슬라이딩 섭동 관측기의 상태 변수 추정 오차도 줄어든다. 이는 스튜어트 플랫폼이 유압 시스템이기 때문에 시뮬레이션과 달리 실제 시스템에서는 섭동의 변동의 폭이 훨씬 크기 때문에 유용하다.

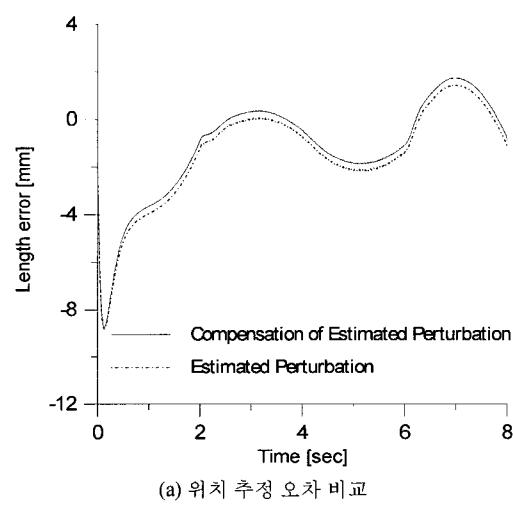




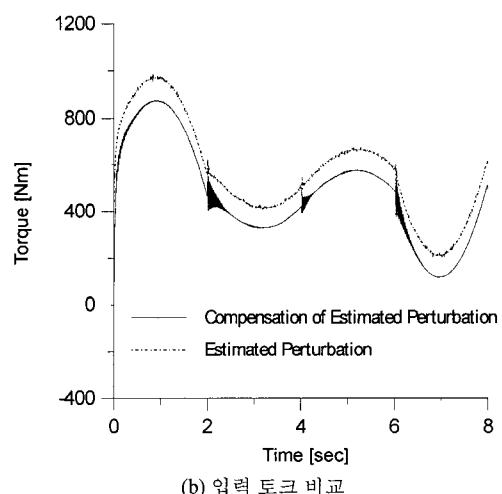
(f) 슬라이딩 평면

그림 5. 슬라이딩 섭동관측기를 가진 슬라이딩 모드 제어 기의 시뮬레이션 결과 I.

Fig. 5. Results of simulation of sliding mode control with sliding perturbation observer.



(a) 위치 추정 오차 비교



(b) 입력 토크 비교

그림 6. 슬라이딩 섭동관측기를 가진 슬라이딩 모드 제어 기의 시뮬레이션 결과 II.

Fig. 6. Results of simulation of sliding mode control with sliding perturbation observer.

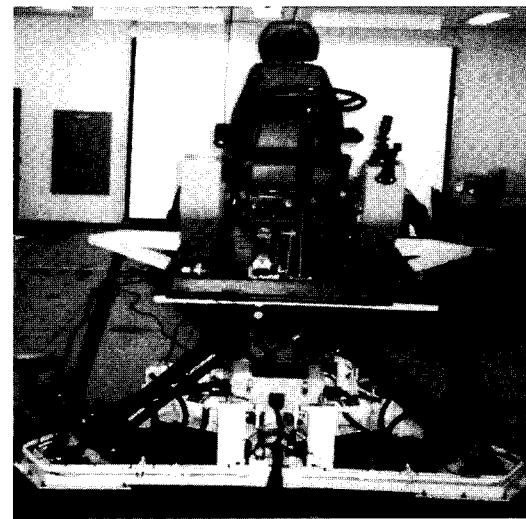
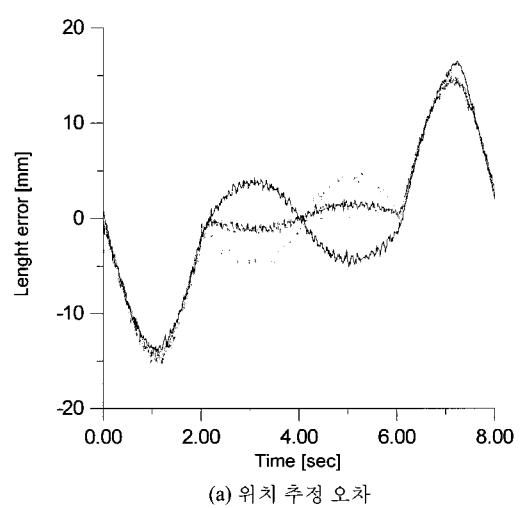
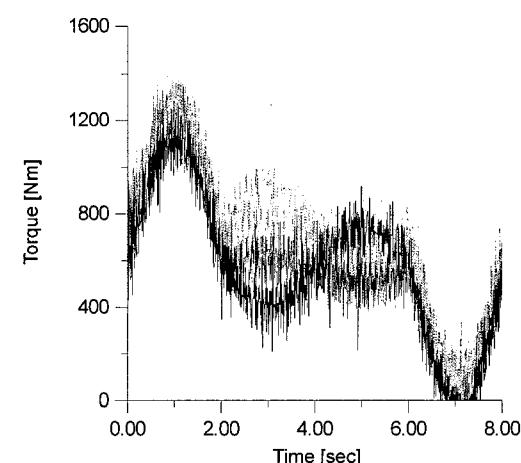


그림 7. 스튜어트 플랫폼.

Fig. 7. Stewart platform.



(a) 위치 추정 오차



(b) 입력 토크

그림 8. 슬라이딩 모드 제어기 실험 결과.

Fig. 8. Result of experiment of sliding mode control.

$$\begin{aligned} \bar{u}_j = & \frac{1}{\alpha_{3j}} \left\{ -K_j \operatorname{sat}(\hat{s}_{ij}) - (k_{1j}/\varepsilon_{0j}) \hat{x}_{2j} \right. \\ & + [k_{2j}/\varepsilon_{0j} + c_{jl}(k_{1j}/\varepsilon_{0j}) - (k_{1j}/\varepsilon_{0j})^2] \hat{x}_{1j} \\ & \left. + \ddot{x}_{1dj} - c_{jl}(\hat{x}_{2j} - x_{1dj}) - \beta_j \hat{\Psi}_j \right\} \end{aligned} \quad (33)$$

(33)에서처럼 섭동항을 보상하였을 경우, 위치 추정 오차는 그림 6(a)와 같이 섭동항을 보상하지 않았을 때 보다 줄어들 수 있고, 입력 토크는 그림 6(b)처럼 속도의 변화율이 변하는 구간에서 토크의 변화가 섭동항을 보상하지 않을 경우 보다 심함을 볼 수 있다.

## V. 실험

본 논문에서 수행된 제어기의 실험을 위해 선행 연구에서 개발된 차량 시뮬레이터용 스튜어트 플랫폼을 이용하였다. 실제 구성한 스튜어트 플랫폼은 그림 7과 같다. 최대 부하는 750kg, 최대 스트로크는 600mm, 차량 운전조작 시스템에 의한 부하는 약 250kg이다. 제어 알고리즘은 팬티엄 200MHz 컴퓨터에서 수행되었고, 샘플링 주기는 100Hz, 관측기 및 제어기의 계인은 시뮬레이션과 동일하게 실험하였다. 또한 시뮬레이션 결과와 실험 결과를 비교하기 위해서 궤적 또한 동일하게 설정하였다. 제어 입력은 (33)과 같이 섭동항을 보상한 형태로 주었다. 슬라이딩 섭동 관측기를 가지는 슬라이딩 모드 제어기의 성능을 평가하기 위해 일반적인 슬라이딩 모드 제어기(conventional sliding mode control)와 비교하였다. 슬라이딩 모드 제어기의 제어 입력은 아래와 같다[2]-[4].

$$u_j = I \{-K_j \operatorname{sat}(s_j) - c_j \dot{e} + \theta_d\} \quad (34)$$

여기서,  $K_j = \operatorname{diag}[K_j]$  ( $K_j > 0$ ),

$$\operatorname{sat}(s_j) = [\operatorname{sat}(s_1) \dots \operatorname{sat}(s_6)]^T,$$

$$\dot{e}_j = [\dot{e}_1 \dots \dot{e}_6]^T, \quad \theta_d = [\theta_{1d} \dots \theta_{6d}]^T$$
 이다.

슬라이딩 모드 제어기의 계인은  $K_j = c_j = 20$ 으로 두었다. 슬라이딩 모드 제어기의 실험 결과는 그림 8(a)에서 보듯이 위치 추정 오차가 초기에 15mm 정도 나고, 를 운동을 할 때에 7~8mm 정도의 오차를 나타낸다. 또한 그림 8(b)의 토

크 특성을 보면, 채터링이 심함을 볼 수 있다. 그림 9는 슬라이딩 섭동 관측기를 달았을 때 제어기에 의해 섭동이 들어오더라도 위치 추정 오차가 0에 수렴해 가도록 하는 전략을 볼록화 한 것이다. 슬라이딩 섭동 관측기를 가지는 슬라이딩 모드 제어기의 실험 결과는 그림 10과 같다. 그림 10(a)에서 보듯이 위치 추정 오차는 시뮬레이션과 비슷하게 처음에는 초기 관측기 추정 오차로 인해 4~5mm 정도 나고, 경계층 안에 들어오면 거의 1~2mm 정도의 오차를 나타내고 있다. 이것은 기존의 슬라이딩 모드 제어기를 이용한 것과 비교할 때 우수한 제어 성능을 보여줄 수 있다. 또한 선행 연구에서 개발한 GA PID 제어기의 경우 상판의 자세에 따른 자세 오차를 구동기 오차로 환산하면 초기 7~8mm, 구동 중에는 4~5mm 정도의 오차가 나며 채터링이 발생하는 것에 비하면 훨씬 뛰어난 제어 성능을 보여 주는 것이다[9]. 또한 그림 10(c)의 토크 특성을 보면 채터링이 거의 없이 부드러운 움직임을 보여 주고 있다. 그림 10(d)의 관측기에서 추정한 섭동은 시뮬레이션과 약간 다른 양상과 크기를 보여 주는데 이것은 시뮬레이션 시 사용한 스튜어트 플랫폼의 운동방정식에서 고려못한 모델의 불확실성으로 인한 것이다. 또한 실제 시스템은 모델의 불확실성으로 인해 시뮬레이션 보다 큰 섭동이 나타나고 있음을 볼 수 있다.

## VI. 결론

스튜어트 플랫폼은 구조적으로 매우 복잡한 비선형 시스템으로 고전적인 제어방법으로는 단말 효과기의 정도를 높이는데 한계가 있다. 일반적으로 슬라이딩 모드 제어기법은 견실한 제어성능을 보여 주지만 과도한 입력으로 인한 채터링 등의 문제가 되고 있다. 이것은 시스템의 비선형 성분 및 불확실성 등에 기인하는 것으로 이것을 보상하기 위해 슬라이딩 섭동 관측기를 제어기에 결합함으로 해서 제어 성능의 향상을 가져 왔다.

또한 선행연구에서 신호 압축법을 이용하여 구한 유압 실린더의 모델링에 적용한 시뮬레이션 결과와 실험의 결과 비교를 통해 실제 시스템과 거의 유사함을 볼 수 있었다. 또한, 단일 출력 제어기로서 단말 효과기인 상판의 불확실성, 부하 변동에도 매우 강인한 제어 성능을 보여 주었다. 슬라이

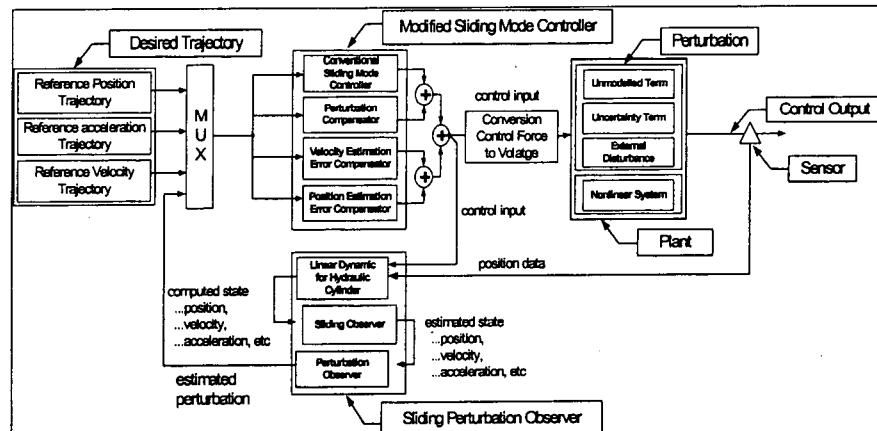


그림 9. 슬라이딩 섭동 관측기를 갖는 슬라이딩 모드 제어기 전략.

Fig. 9. SMCSPO strategy.

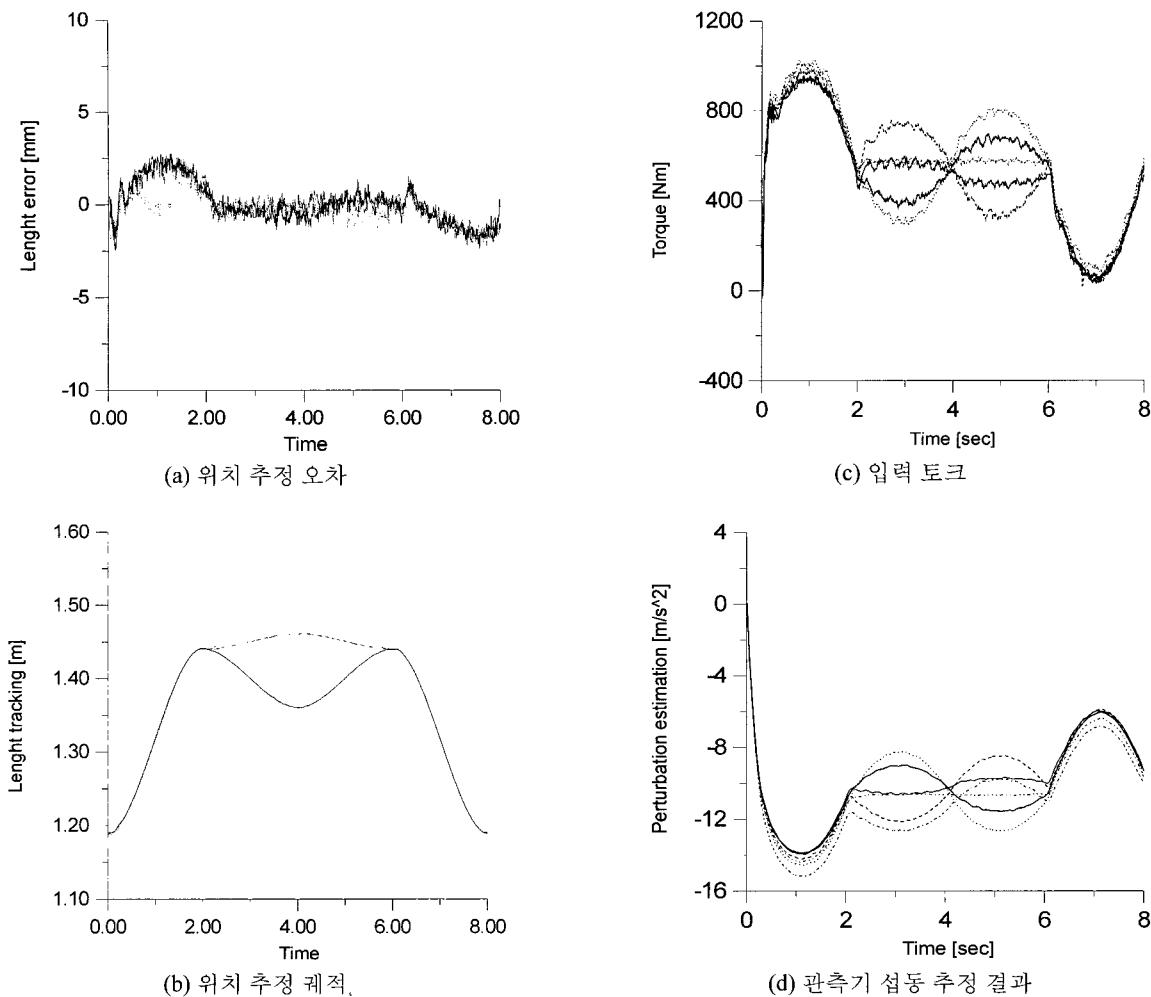


그림 10. 슬라이딩 섭동 관측기를 가지는 슬라이딩 모드 제어기 실험 결과.

Fig. 10. Result of experiment of sliding mode control with sliding perturbation observer.

딩 섭동 관측기를 가지는 슬라이딩 모드 제어기는 부가적인 센서의 부착이 필요 없으므로 실제 산업현장에 적용 가능한 견실한 제어기라고 생각된다.

#### 참고문헌

- [1] D. Stewart, "A platform with six degree of freedom," *Proc. of the Institute of Mechanical Engineering*, vol. 180, pp. 317-386, 1966.
- [2] H. Hashimoto, K. Maruyama, and F. Harashima, "A microprocessor-based robot manipulator control with sliding mode," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 34, no. 1, pp. 11-18, 1987.
- [3] M. C. Lee, K. Son, and J. M. Lee, "Improving tracking performance of industrial SCARA robots using a new sliding mode control algorithm," *KSME Int. J.*, vol. 12, no. 5, pp. 761-772, 1998.
- [4] M. C. Lee and N. Aoshima, "Real time multi-input sliding mode control of a robot manipulator based on DSP," *Proc. of SICE*, pp. 1223-1228, 1993.
- [5] H. Elmali and N. Olgac, "Sliding mode control with perturbation estimation(SMCPE)," *International Journal of Control*, vol. 56, pp. 923-941, 1992.
- [6] J. J. Slotine, J. K. Hedrick, E. A. Misawa, "On sliding observers for non-linear systems," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 109, pp. 245-252, Sept., 1987.
- [7] M. Jairo Terra, H. Elmali, N. Olgac, "Sliding mode control with sliding perturbation observer," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 119, pp. 657-665, December, 1997.
- [8] M. K. Park, M. C. Lee, and S. J. Go, "An identification of the hydraulic motion simulator using modified signal compression method and its application," *Proc. of Int. Conf. on ICASE*(Institute of Control, Automation and Systems Engineers), pp. E133-136, 1999.
- [9] 박민규, 홍성진, 이민철, "유전 알고리즘을 이용한 스튜어트 플랫폼의 최적 PID 제어 개인 선정을 위한 실험적 접근," *제어·자동화·시스템공학*, 제6권 제1호, 73-80, (2000/01), (*제어·자동화·시스템공학*).

**유 기 성**

1998년 부산대학교 기계공학과 졸업. 부산대학교 기계공학과 대학원 석사(2000). 1998년~현재 부산대학교 대학원 지능기계공학과 박사과정 재학 중. 주관심분야는 영상처리 기법, 자율이동로봇, 견실 제어, 차량 시뮬레이터.

**이 민 철**

1983년 부산대학교 기계공학과 졸업. 쯔꾸바 대학교 대학원 석사(1988), 동대학 박사(1991). 1991년~현재 부산대학교 기계공학부 부교수. 주관심 분야는 시스템 규명, 로봇제어, 메카트로닉스, DSP를 이용한 디지털 제어기 구현.

**박 민 규**

1996년 영남대학교 기계공학부 졸업. 부산대학교 기계공학과 대학원 석사(1998). 동대학 박사(2002). 주관심분야는 유전알고리즘, 시스템 규명, 전실제어, 차량 시뮬레이터.