

고유진동형의 웨이블릿 변환에 의한 선체 거더의 균열 진단에 관한 연구

이대성*, 조대승**

A Study on the Crack Detection Using the Wavelet Transformation of Mode Shape for Hull Girder

Dae-Sung Lee* and Dae-Seung Cho**

요 약

대형 구조물의 결함 유무 및 결함 발생시의 위치 진단은 이들 구조물의 중대 손상으로 인한 인명 및 경제적 손실 예방에 매우 중요하다. 본 논문에서는 보유추 구조물에 결함이 존재할 경우 구조물의 모드 형상에 특이점으로 반영된다는 것에 착안하여, 결함으로 인한 보유추 구조물 고유진동형의 특이점을 고유진동형을 한번 웨이블릿 변환한 후 이의 상세 성분만을 역 웨이블릿 변환으로 복구한 값의 크기를 이용해서 찾는 방법에 대한 연구를 수행하였다. 본 연구에서 적용한 결함 진단 방법의 타당성과 유용성은 두께 변화 또는 균열을 갖는 양단 자유 보에 대한 수치해석과 실험 및 균열을 갖는 선체 거더에 대한 수치해석을 수행하여 검토하였다.

※Keywords: wavelet transform(웨이블릿 변환), crack detection(균열 진단), ship structure(선박 구조), mode shape(고유진동형)

Abstract

The early damage detection of large structures is very important to prevent the disaster due to its global failure. In this paper, a crack detection method of the beam-analogy structure based on the wavelet transformation of mode shape is presented. The method can effectively detect the singularity of mode shape caused to the inconsistency of bending moment and shear force at the damaged part using the discrete wavelet of mode shape and its inverse transforms of detail components. To investigate the validity and the applicability of the presented damage detection method, numerical simulation and experiment are carried out for the idealized beam and the real ship structures.

접수일자: 2001년 7월 21일, 승인일자: 2002년 3월 30일

* 삼성중공업(주) 선체설계부 (E-mail: leemodal@hanmail.net)

** 정회원, 부산대학교 조선해양공학과 조교수 (E-mail: daecho@pusan.ac.kr)

1. 서론

선박, 교량 등과 같은 대형 구조물의 결함 유무 및 결함 발생시의 위치 진단은 이들 구조물의 중대 손상으로 인한 인명 및 경제적 손실 예방에 매우 중요하다. 그러나 대부분의 대형 구조물은 결함 발생 가능 부분이 광범위하게 분포하고 구조가 복잡하여 통상적인 결함 진단에는 많은 비용과 노력이 요구된다. 이로 인해 구조 결함 예방은 물론 보다 효율적인 방법으로 구조 안정성을 감시하고 결함을 진단하기 위한 많은 노력이 진행되고 있다. 선박의 경우에 있어서도 선각 또는 선체 국부 구조의 피로 해석(윤장호/양영순 1991, 노인식 등 1993, 김정제 등 1993), 부식 또는 균열을 갖는 선체 구조의 강도 해석 및 이의 안정성 평가(임상진/변태욱 1993, 백정기 등 1996, 김재동 등 1996) 등과 같은 중대 손상을 예방하기 위한 연구와 함께 선체 구조 안정성을 효율적으로 감시하기 위한 선체 응력 모니터링 시스템의 개발(신찬호 등 1999), 선체 구조 검사의 효율성 증대(김성찬 등 1999) 등에 대한 연구가 수행되고 있다.

상기의 연구와 함께 구조물에 결함이 발생하면 구조물의 진동특성이 변화(Nash 1969, Dihondros 1998)함을 이용하여 결함을 진단하는 방법에 대한 연구도 최근 활발히 수행되고 있다. 진동 특성 변화를 이용한 구조물 결함 진단 방법으로는 구조물의 결함 유무에 따른 고유진동형 차이를 이용하여 결함 위치를 파악(Pandey 등 1991, Narkis 1994, Wang 등 1997, Wahab 1999)하거나, 균열이 발생한 구조물의 고유진동형의 곡률 변화를 이용하여 결함을 진단하는 방법(Boltezar 등 1998, Maia/Silva 1999) 등이 있다. 그러나, 이들 방법들은 결함 발생전 구조물의 고유진동형 정보가 필요할 뿐만 아니라 결함으로 인한 구조물 고유진동형의 변화가 미세할 경우 이를 진단하기가 용이하지 않다.

한편, 최근 다양한 분야에서 응용되고 있는 웨이블릿 변환(wavelet transform) 기법은 공간 또는 시간함수의 특이성(singularity)을 증폭할 수 있어 적절한 웨이블릿 변환함수를 이용하면 굽힘모

멘트와 전단력이 불연속적인 구조물 결함부에서의 미세한 고유진동형 변화를 효과적으로 진단할 수 있다. 이에 이호철 등(1999)은 양단 고정보 및 단순지지보를 대상으로 1차 고유진동형을 한번 웨이블릿 변환한 후 이의 상세 성분 값으로부터 결함부를 진단하는 방법을 제시하였다. 그러나, 상기 방법은 웨이블릿 변환 후 위치 정보가 절반으로 축소되어 결함부 위치 진단의 정밀도가 저하되는 단점이 있다.

본 논문에서는 선체 구조의 효율적인 결함 진단 방법을 모색하기 위하여 선체 고유진동형을 한번 웨이블릿 변환한 후 이의 상세 성분만을 역 웨이블릿 변환하여 위치 정보를 복구한 값의 크기를 이용해서 결함을 진단하는 방법에 대한 연구를 수행하였다. 이때, 결함진단을 위한 고유진동형은 저차 보유추 거동 고유진동형을 이용하였으며, 웨이블릿 함수는 결함이 구조물의 모드 형상에 특이점으로 반영된다는 것에 착안하여 특이점 진단에 효과적인 쌍직교 웨이블릿 함수(biorthogonal wavelet function)를 이용하였다. 본 연구에서 적용한 결함 진단 방법의 타당성과 유용성은 두께 변화 또는 균열을 갖는 양단 자유 보에 대한 수치 해석과 실험 및 균열을 갖는 선체 구조물에 대한 수치해석을 수행하여 검토하였다.

2. 웨이블릿 이론

2.1 연속 웨이블릿 변환

함수 $f(x)$ 의 연속 웨이블릿 변환 함수 $W(a, b)$ 의 정의는 다음과 같다.

$$W(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\psi^{a,b}(x)dx \quad (1)$$

여기서, ψ 는 웨이블릿 함수(wavelet function)로서

$$\psi^{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right), \quad a > 0 \quad (2)$$

로 정의되며, a 는 신호 $f(x)$ 의 $x=b$ 근방에서의 변환되는 영역의 스케일링(scaling) 인자, 즉 변환되는 영역의 크기를 결정하고, b 는 변수 x 의

이동(translation) 효과를 나타낸다. 따라서, 웨이블릿 변환은 a, b 의 변화를 통해 변환되는 영역의 위치 및 크기를 균형적으로 국소화시킬 수 있어 공간 또는 시간 함수의 특이성 분석에 유용하게 사용될 수 있다(이남용/김윤영 1999). 웨이블릿 함수 $\psi^{a,b}(x)$ 는 그 응용에 따라 달리 결정될 수 있으나 1차 이상의 소멸모멘트(vanishing moment)를 가지고, 다음과 같은 유한 조건을 최소한 만족해야 한다.

$$C_\psi = \int_0^\infty \frac{|\mathcal{F}(\xi)|^2}{\xi} d\xi < \infty \quad (3)$$

2.2 이산 웨이블릿 변환

식(1)의 연속 웨이블릿 변환은 정수 j, k 를 이용하여 주파수 대역 계수 a 를 급수 2^{-j} , 시간 계수 b 를 $2^{-j}k$ 로 나타내면 이산 웨이블릿 변환은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W(2^{-j}, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\psi_{j,k}(x)dx = \langle f(x), \psi_{j,k} \rangle \quad (4)$$

여기서,

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2}\psi(2^jx - k) \quad (5)$$

이다. 이산 웨이블릿 변환에 있어서 필터 개념을 도입하고, 스케일링 함수 $\phi(x)$ 를

$$\phi(x) = \sqrt{2}\sum_n h_n\phi(2x - n) \quad (6)$$

와 같이 정의하면 $\phi(x)$ 와 직교 관계식이 성립하는 웨이블릿 함수 $\psi(x)$ 는

$$\psi(x) = \sqrt{2}\sum_n g_n\psi(2x - n) \quad (7)$$

와 같이 구축할 수 있다(Daubechies 1988, 1990). 여기서, n 은 이산 필터를 정의하는 계수의 개수를 나타내며, h_n 은

$$\sum_n h_n h_{n+2m} = 0 \quad \text{for all positive integer}$$

$$\sum_n h_n = \sqrt{2} \quad (8)$$

를 만족하는 계수이고, g_n 은

$$g_n = (-1)^n h_{1-n} \quad (9)$$

이다.

상기의 스케일링 함수 $\phi(x)$ 와 웨이블릿 함수 $\psi(x)$ 는 자신은 물론 상호간에도 직교관계를 만족하는 직교 기저 함수(orthonormal basis function)이다. 이산 웨이블릿 변환은 이들 직교 기저함수를 이용하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{0,k}\phi_{0,k}(x) + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k}\psi_{j,k}(x) \quad (10)$$

와 같이 분해(decomposition) 하는 것이다. 여기서, 계수 $c_{j,k}$ 와 $d_{j,k}$ 는 $\phi(x)$ 와 $\psi(x)$ 의 직교성에 의해 내적을 이용하면

$$c_{j,k} = \langle f(x), \phi_{j,k}(x) \rangle$$

$$d_{j,k} = \langle f(x), \psi_{j,k}(x) \rangle \quad (11)$$

이 된다. 또한, 함수의 분해 과정에서 연속되는 변환 과정간에

$$c_{j,k} = \sum_n h_{n-2k}c_{j+1,k} \quad (12)$$

$$d_{j,k} = \sum_n g_{n-2k}c_{j+1,k} \quad (13)$$

의 관계식이 성립하는데 식(12)는 down sampling 과정상에서 저역 통과 필터링(low-pass filtering), 식(13)은 고역 통과 필터링(high-pass filtering)을 나타낸다(Newland 1994, Strang 1997). 따라서, 식(10)의 우변의 첫 번째 항은 함수 $f(x)$ 의 최종 웨이블릿 변환 레벨에서 저역 통과 필터링으로 추출된 성분 즉, $f(x)$ 의 근사성분 (approximate component)을 나타내며, 두 번째 항은 각 레벨에 있어서 고역 통과 필터링으로 추출된 상세 성분 (detail component)들의 합을 나타낸다. 한편, 분해된 근사 성분과 상세 성분을 이용하여 함수를

복구(reconstruction)하는 역 웨이블릿 변환 (inverse wavelet transform)에 있어서는

$$c_{j+1, k} = \sum_n h_{k-2n} c_{j, n} + \sum_n g_{k-2n} d_{j, n} \quad (14)$$

의 관계식이 성립한다.

실제 이산 웨이블릿 변환의 적용은 연속 함수 $f(x)$ 의 이산화 자료 $f_k (k=\dots-1, 0, 1, \dots)$ 를 임의 레벨에서의 $f(x)$ 의 근사 성분 값으로 간주하고, 스케일링 함수에 따라 결정되는 식(12)와 식(13)의 관계식을 이용하여 Fig. 1에 보인 바와 같이 하위 레벨에서의 함수 $f(x)$ 의 근사 성분과 상세 성분을 추출하는 것이다. 상기 이산 웨이블릿 변환의 개념을 벡터 영역(vector space)에서 표현하면 Fig. 2에 보인 바와 같다.

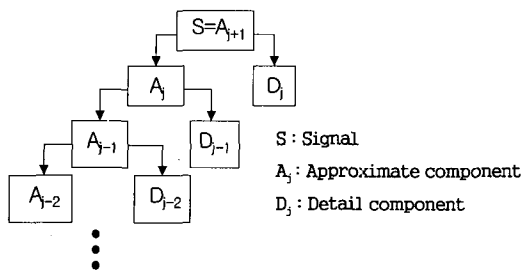


Fig. 1 General idea of wavelet analysis

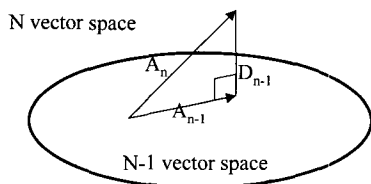


Fig. 2 Interpretation of wavelet transformation in the vector space

3. 웨이블릿 변환을 이용한 선박 구조물의 균열 유무 및 위치진단

p 차 소멸모멘트를 갖는 웨이블릿 함수 즉,

$$\int x^k \psi(x) dx = 0 \quad \text{for } 0 \leq k \leq p-1 \quad (15)$$

을 만족하는 웨이블릿 함수는 $(p-1)$ 차 이하의 다항 함수와 직교관계를 가진다. 따라서, 특정 함수 $f(x)$ 가 주어진 점 x_0 에서 p 차 미분이 불가능한 경우 함수 $f(x)$ 에 대한 웨이블릿 변환 결과는 영이 아닌 유한한 값을 가진다.

보유추 구조물에 균열과 같은 결함이 있는 경우 결함부에서는 굽힘모멘트와 전단력의 불연속성이 발생한다. 이는 결함이 있는 보유추 구조물의 고유진동형에는 결함부에서 2차 미분값과 3차 미분값이 불연속적인 특이점이 존재한다는 것을 의미한다. 따라서, 보유추 구조물의 경우 2차 이상의 소멸모멘트를 갖는 웨이블릿 함수를 이용하여 고유진동형을 웨이블릿 변환하면 결함부에서는 직교 관계식이 성립하지 않아 결함이 발생하지 않은 곳보다 상세 성분 값이 크게 나타난다는 점을 이용하여 결함 위치를 파악할 수 있다. 그러나, 이 방법은 웨이블릿 변환 단계마다 고유진동형을 정의하는 위치 정보가 절반씩 감소하는 단점이 있다. 이에 본 연구에서는 결함의 위치를 보다 정확하게 파악하기 위하여 고유진동형을 한번 웨이블릿 변환한 후 상세 성분만을 역 웨이블릿 변환하여 복구한 값의 크기 변화로부터 결함 위치를 파악하는 방법을 적용하였다.

4. 수치해석 및 실험

본 연구에서는 선박과 같은 양단 자유 보유추 구조물의 결함을 웨이블릿 변환에 의해 진단하는 방법의 타당성을 검토하고자 양단 자유 보에 대한 수치해석 및 실험과 실선에 대한 수치해석을 수행하였다. 이때, 웨이블릿함수는 Fig. 3에 보인 바와 같이 5차 소멸모멘트를 갖는 쌍직교 웨이블릿 함수(biorthogonal wavelet function) (chui, 1997)를 적용하였다.

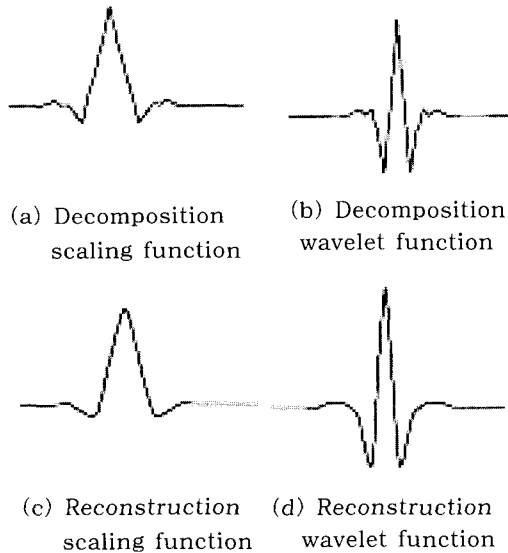


Fig. 3 Biorthogonal 6.8 wavelet function

4.1 양단 자유 보에 대한 수치해석

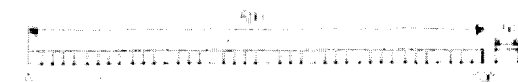
수치 해석 및 실험 모델인 양단 자유 균일단면 강재 보의 기하학적 형상은 Fig. 4에 나타내었다. 수치해석에 있어서 보는 총 50개의 보 요소로 유한요소 모델링하였다. 수치 해석은 다음의 3가지 경우에 대해서 수행하였다.

Case 1) 결함이 없는 보

Case 2) 보의 240 mm와 250 mm 사이에 위치한 요소의 강성이 5% 작은 결함이 있는 경우

Case 3) 보의 240 mm와 250 mm 사이에 위치한 요소의 단면 두께가 5% 작은 결함이 있는 경우

상기 각 경우에 대한 1차 고유진동형을 범용 유한 요소해석 프로그램인 NASTRAN을 이용하여 구한 결과를 Fig. 5에 나타내었다.



Young's modulus = $2.04 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ Poisson's ratio = 0.27
 Specific Weight = $78.57 \times 10^{-7} \text{ kg/mm}^3$.

Fig. 4 Free-Free Beam

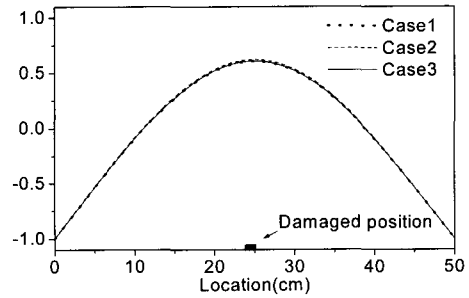


Fig. 5 The first mode shapes of free-free beams with and without damage

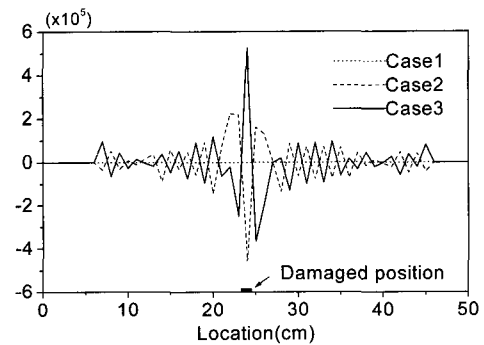


Fig. 6 The reconstructed 1st-level detail component of the mode shapes : free-free beams

이로부터 보의 결함 유무에 따른 고유진동형의 차이는 거의 없음을 확인할 수 있다. Fig. 6에는 결함이 있는 보의 고유진동형을 1 단계 이상 웨이블릿 변환한 후 이의 상세 정보만을 역 웨이블릿 변환하여 복구한 결과를 결함이 없는 보에 대한 결과와 함께 나타내었다. 이로부터 결함이 없는 경우에는 각 위치별 복구된 상세 성분 값의 차이가 거의 없을 뿐만 아니라 그 크기도 매우 작으나 결함이 있는 경우에는 위치별 복구된 상세 성분 값의 변화가 심하고, 결함 위치에서 가장 큰 값을 나타냄을 확인 할 수 있다. 따라서, 본 연구에서 적용한 방법은 균일한 단면 특성을 갖는 보 유추 구조물의 결함 유무 및 결함 위치 파악에 유용하게 적용될 수 있음을 확인할 수 있다.

4.2 양단 자유보에 대한 실험

수치해석을 통해서 확인된 결과를 검증하기 위해서 4.1절의 수치해석 대상 양단 자유 보와 동일한 보에 대해서 실험을 수행하였다. 이때, 결함부는 톱을 이용하여 보의 좌단에서 245 mm 지점에 보의 전폭에 걸쳐 두께의 40%에 해당하는 2.4 mm 깊이의 노치로 구현하였다. 실험에 있어서 자유 경계조건은 보의 하부에 스펀지를 설치하여 구현하였다.

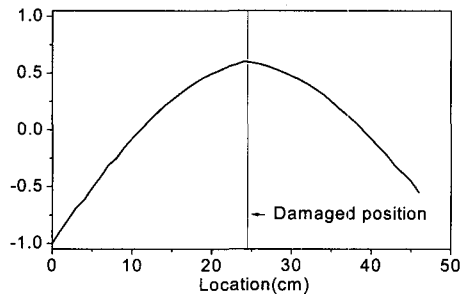


Fig. 7 First mode shape of the damaged beam obtained by the experiment

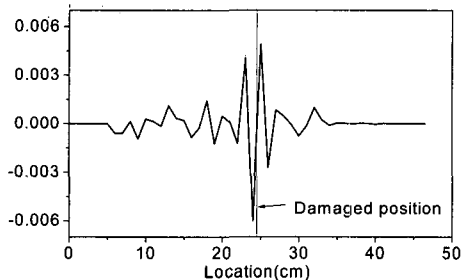


Fig. 8 The reconstructed 1st-level detail component of the damaged beam mode shape obtained by the experiment

보의 좌단에서부터 10 mm 간격으로 위치를 달리 하면서 충격 가진하여 측정된 주파수 응답함수로부터 구한 실험 대상 보의 1차 고유진동형을 Fig. 7에 나타내었다. Fig. 8에는 상기 고유진동형을 4.1절에서와 동일한 웨이블릿 변환방법으로 복구한 상세 성분 값을 나타내었다. 이로부터 수치

해석 예에서와 마찬가지로 결함위치에 가장 인접한 240mm 및 250 mm 위치에서 복구된 상세 성분 값이 가장 크게 나타나 웨이블릿 변환기법을 이용하면 균일단면을 갖는 보의 결함 유무 및 결함 위치를 효과적으로 파악할 수 있음을 확인할 수 있다.

4.3 선체 구조물에 대한 수치해석

본 연구에서 적용한 결함 진단 방법의 선박에 대한 적용 가능성을 검토하기 위하여 300,000톤급 원유 운반선에 대한 수치해석을 수행하였다. 이때, 선체 결함은 Fig. 9에 보인 바와 같이 선미로부터 140m 지점에 위치한 횡단면부의 종격벽과 호퍼(hopper)가 만나는 지점에 종격벽 및 호퍼부 방향으로 각각 3m, 4m 길이의 균열이 있는 것으로 가정하였다. 결함진단에 필요한 상기 선박의 고유진동형 계산에 사용된 3차원 유한요소 모델은 Fig. 10에 나타내었다.

범용 유한요소 프로그램인 NASTRAN을 이용하여 구한 상기 선박의 경하상태 상하 2절 및 4절 고유진동수와 고유진동형은 Fig. 11에 나타내었다. Fig. 12에는 결함이 있는 경우의 선체 상갑판 중앙부 절점에서의 상하 변위 성분 고유진동형만으로 이산 웨이블릿 변환한 후 첫 번째 레벨의 상세 성분을 복구한 결과를 결함이 없는 경우에 대한 결과와 함께 나타내었다. 이로부터 상하 2절 고유진동형의 경우 결함이 없는 경우와 있는 경우의 복구된 상세 성분의 절대값이 결함 부위 근처를 제외한 대부분의 위치에서 큰 차이가 없음을 확인할 수 있다. 그러나, 결함이 위치한 부분은 물론 선체 구조 자체가 불연속적인 횡격벽 부분에서 결함 유무에 상관없이 복구된 상세 성분의 값이 크게 나타나 복구된 성분의 크기만으로 결함 진단이 곤란함을 확인할 수 있다.

한편, 상하 4절 고유진동형의 경우 결함 유무에 따른 복구된 상세 성분 값의 변화가 비교적 적으나 결함부에서는 상대적으로 큰 값의 변화를 나타내었다. 이는 고차 진동형일수록 곡률 변화율이 커서 결함으로 인한 고유진동형의 불연속성 효과가 잘 나타나기 때문인 것으로 사료된다.

상기의 실선에 대한 수치해석 결과 선체와 같이 구조적 불연속성을 갖는 구조물에 대해 고유진동형의 웨이블릿 변환을 이용한 결함 진단 방법을 적용하기 위해서는 결함 유무에 따른 고유진동형의 웨이블릿 변환 결과를 상호 비교하거나 복구된 상세 성분 값만으로 구조 불연속부와 결함부를 구분할 수 있는 방법에 대한 연구가 필요하다고 판단한다.

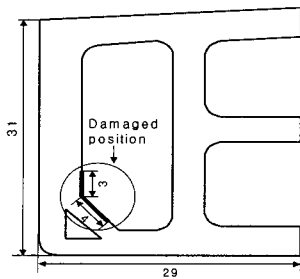


Fig. 9 Ordinary section adopted for numerical analysis(unit : m)



Fig. 10 Finite element model of the ship

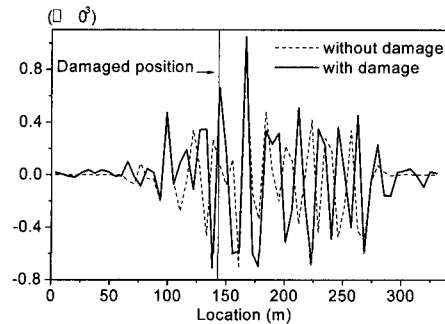


(a) 2-node mode shape (0.642Hz)

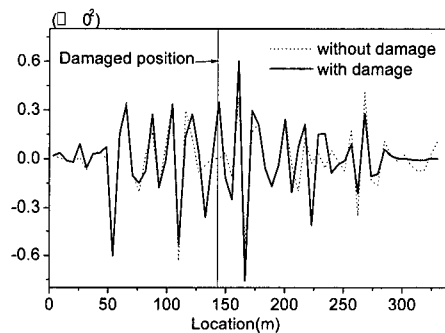


(b) 4-node mode shape (2.11 Hz)

Fig. 11 Hull girder mode shape in vertical directions of the damaged ship structure



(a) 2-node mode shape



(b) 4-node mode shape

Fig. 12 The reconstructed 1st-level detail component of the ship structure

5. 결론

본 논문에서는 고유진동형을 한번 웨이블릿 변환한 후 이의 상세 성분만을 역 웨이블릿 변환으로 복구한 값의 크기를 이용하여 선체 구조물의 결함을 진단하는 방법에 대한 연구를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

(1) 본 연구에서 적용한 결함 진단 방법은 강성 및 질량 분포가 연속적인 양단 자유 보의 결함 유무 및 결함 위치를 정도 높게 파악할 수 있다.

(2) 구조 불연속부를 갖는 선체 구조물의 경우 고유진동형의 웨이블릿 변환 결과만으로는 결함부와 구조 불연속부를 구분하기가 어렵다. 따라서, 본 연구에서 제시된 방법을 선체 결함진단에 적용하기 위해서는 결함 유무에 따른 고유진동형의 웨

이블렛 변환 결과를 상호 비교하거나 복구된 상세 성분 값만으로 구조 불연속부와 결함부를 구분할 수 있는 방법에 대한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- 김성찬, 윤장호, 藤本由紀夫, 1999, “부식효과를 고려한 선체구조 검사계획안의 최적화”, 대한조선학회논문집, 제36권 제4호, pp.137~146.
- 김재동, 이종원, 홍창호, 1996, “복수표면균열을 갖는 구조요소의 피로수명 예측”, 대한조선학회논문집, 제33권 제4호, pp.75-86.
- 김정제, 윤범상, 양박달치, 1993, “선체의 스펙트럼 피로해석에 대한 효율적인 계산방법”, 대한조선학회논문집, 제30권 제4호, pp.93-101.
- 노인식, 남용윤, 이호섭, 1993, “독립구형 LNG 탱크의 구조안정성 평가 (제1보) - 피로균열 발생 수명 예측”, 대한조선학회논문집, 제30권 제2호, pp.132-140.
- 노인식, 남용윤, 이호섭, 1993, “독립구형 LNG 탱크의 구조안정성 평가 (제2보) - LBF이론에 의한 피로균열 진전해석”, 대한조선학회논문집, 제30권 제4호, pp.74-82.
- 백점기, 양수홍, 김성규, 1996, “부식을 고려한 선각 거더의 최종 강도 신뢰성”, 대한조선학회논문집, 제33권 제2호, pp.96-110.
- 신찬호, 박재홍, 백상환, 1999, “선체 감시 장치의 개발”, 선박해양구조연구회 논문집, 제 13권 1호, pp. 177~193.
- 윤장호, 양영순, 1991, “Markov Chain Model을 이용한 구조물의 피로신뢰성 해석에 관한 연구”, 대한조선학회논문집, 제28권 제2호, pp.228-240.
- 이남용, 김윤영, 1999, “웨이블렛이란”, 한국소음진동학회지, 제9권 제 5호, pp. 867-875.
- 이호철, 김윤영, 이용욱, 1999, “모드형상의 웨이블렛 변환을 이용한 보의 결함진단”, 한국소음공학회, 춘계학술대회 논문집, pp. 430~435.
- 임상진, 변태욱, 1993, “신뢰성 해석에 의한 초기 균열을 갖는 구조부재의 건전성 평가 방법”, 대한조선학회논문집, 제30권 제2호, pp.161-176.
- Boltezar, M., Strancar, B. and Kuhelj, A., 1998, "Identification of Transverse Crack Location in Flexural Vibrations of Free-Free Beams", J. of Sound and Vibration, Vol. 211 No.5, pp. 729-734.
- Chui, C.K., 1997, "A Mathematical Tool for Signal Analysis", SIAM.
- Daubechies, I., 1988, "Orthonormal Basis of Compactly Supported Wavelets", Comm. Pure & Appl. Maths, Vol. 46, pp. 909-996.
- Daubechies, I., 1990, "The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis", IEEE Transactions of Information Theory, Vol. 36, pp. 961-1005.
- Dihondros, T.G., 1998, "A Continuous Cracked Beam Vibration Theory", J. of Sound and Vibration, Vol. 215 No. 1, pp. 17-34.
- Maia, N.M.M. and Silva, J.M.M., 1999, "Damage Detection Using the Frequency-Response-Function Curvature Method", J. of Sound and Vibration, Vol. 226 No.5, pp. 1029-1042.
- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G. and Poggi, J.M., 1997, "Wavelet Toolbox User's Guide", MathWorks, Inc.
- Narkis, Y., 1994, "Identification of Crack Location in Vibrating Simply Supported Beams", J. of Sound and Vibration, Vol. 172 No. 4, pp. 549-558.
- Nash, G.E. 1969 "An Analysis of the Forces and Bending Moments Generated during the Notched Beam Impact Test", J. of Fracture Mechanics, Vol. 5, pp. 269-286.
- Newland, D.E., 1994, "An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis", Longman Scientific & Technical.
- Pandey, A.K., Biswas, M. and Samman, M.M., 1991, "Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shape", J. of Sound and Vibration, Vol. 145, pp. 312-332.
- Rao, M. R. and Bopardikar, A.S., 1998, "Wavelet Transforms - Introduction to Theory

and Applications", Addison-Wesley Inc.

- Strang G. and Nguyen, T., 1997, "Wavelets and Filter Banks", Wellesley Cambridge Press.
- Wahab, M.M.A., 1999, "Damage Detection in Bridges Using Modal Curvatures: Application to a Real Damage Scenario", J. of Sound and Vibration, Vol. 226 No. 2, pp. 217-235.
- Wang, Z., Lin, R.M. and Lim, M.K., 1997, "Structural Damage Detection Using Measured FRF Data", Comput. Methods Appl. Mech. Engineering, Vol. 147, pp. 187-197.



< 이 대 성 >



< 조 대 승 >