

## Preisach 모델을 이용한 ER 유체의 온도별 히스테리시스 특성 고찰

Investigation on Temperature-dependent Hysteresis of  
Electro-rheological Fluid Using Preisach Model

한영민\* · 이호근\*\* · 최승복<sup>†</sup> · 최형진\*\*\*

Y. M. Han, H. G. Lee, S. B. Choi and H. J. Choi

(2002년 4월 27일 접수 : 2002년 7월 19일 심사완료)

**Key Words :** Electro-rheological Fluid(전기유동유체), Polymethylaniline(폴리메틸아닐린), Hysteresis(히스테리시스), Preisach Model(프赖イアック 모델), Temperature-dependent(온도별), Multi-FOD Curves(다중 FOD 곡선)

### ABSTRACT

This paper presents the identification of temperature-dependent hysteresis of an electro-rheological (ER) fluid under various operating temperatures using the Preisach model. As a first step, polymethylaniline (PMA) particles are prepared and mixed with silicone oil to make an ER fluid. A couette type electroviscometer is then employed to obtain the field-dependent shear stress. In order to show the suitability of the Preisach model to predict a physical hysteresis phenomenon of the ER fluid, two significant properties: the minor loop property and the wiping-out property are experimentally examined under three dominant temperature conditions. Subsequently, the Preisach model for the PMA-based ER fluid is identified using experimental multiple first order descending (FOD) curves. The effectiveness of the identified hysteresis model is verified in the time domain by comparing the predicted field-dependent shear stress with the measured one under the both specified and unspecified temperatures. In addition, the hysteresis model proposed in this work is compared to Bingham model.

### 1. 서 론

최근 ER(electro-rheological) 유체를 비롯하여 압전세라믹, 형상기억합금, MR(magneto-rheological) 유체 등 다양한 지능재료를 적용한 지능작동기의 개

발이 활발하게 이루어지고 있다. 특히, ER 유체는 부하되는 전기장의 강도에 비례하여 그 역학적 특성이 변하는 유체로 연속적인 제어와 단순한 설계가 용이하여 차량용 속업소바, 엔진마운트, 밸브 등 다양한 응용장치에 작동유체로 적용되어 많은 연구가 수행되고 있다.<sup>(1, 2)</sup> 일반적으로 ER 유체는 전기장 인가 시 부유 입자들이 체인형 구조를 형성하여 항복전단응력을 갖는 빙햄(bingham) 유체로 고려된다.<sup>(3)</sup> 그러나 보편적인 빙햄 모델은 간단하기는 하나 실제 ER 유체의 거동을 표현하기에는 여러 가지 한계가 있다. 특히, 인가되는 전기장의 강도나 전단속도비에 따라 나타나는 ER 유체의 히스테리시스 현상을 제대로 표

\* 책임저자, 정희원, 인하대학교 기계공학과  
E-mail : seungbok@inha.ac.kr  
Tel : (032) 860-7319, Fax : (032) 868-1716  
\*\* 정희원, 인하대학교 대학원 기계공학과  
\*\*\* 정희원, 대덕대학교 타이어공학과  
\*\*\*\* 인하대학교 고분자공학과

현하지 못하며, 온도에 대한 영향도 고려하지 않는다.

히스테리시스 현상은 압전재료나 형상기억합금 등 대부분의 지능재료가 갖고 있는 공통적인 문제로써 작동기의 제어성능을 떨어뜨리는 주요한 요소로 작용하고 있다. 따라서 이를 개선하기 위한 작동기의 수학적 모델링과 제어기의 설계가 새로운 과제로 대두되고 있다. 대표적인 접근방법으로는 비선형 히스테리시스 모델<sup>(4, 5)</sup>을 구축하고 히스테리시스에 의한 영향을 추정하여 이를 보상하는 방법과 히스테리시스의 영향을 불확실성으로 고려하여 강건 제어기<sup>(6)</sup>를 구축하는 방법이 널리 이용되어 오고 있다. 특히, 히스테리시스에 대한 정확한 모델 구축은 작동기의 제어성능 향상에 필연적인 요소로써 최근 지능작동기 분야에서는 강자성재료에 주로 적용되어 온 프라이작(Preisach) 모델<sup>(7, 8)</sup>을 이용하여 압전재료와 형상기억합금 등의 히스테리시스 모델을 구축하고자 하는 연구가 이루어지고 있다.<sup>(4, 5, 9, 10)</sup>

ER 유체의 히스테리시스 연구는 댐퍼 등 ER 응용 장치의 전단속도비에 따른 히스테리시스 모델 구축에 그 초점이 맞추어져 오고 있으며, 전기장에 따른 유체 자체의 히스테리시스 현상과 모델 구축에 대한 연구는 아직 미흡한 상태이다. Stanway<sup>(11)</sup> 등은 ER 댐퍼의 거동을 표현하기 위한 기계적 모델을 제안하였으며, 이는 댐퍼와 병렬로 연결되는 쿨롬마찰 요소로 구성된다. Spencer<sup>(12)</sup> 등은 Bouc-wen 모델을 이용한 MR 댐퍼의 히스테리시스 모델을 제안하였으며, Kamath와 Werely<sup>(13, 14)</sup>는 스포링과 댐퍼로 이루어진 전항복 영역과 댐퍼와 질량으로 이루어진 후항복 영역으로 나누어 고려한 비선형 점탄성-소성(nonlinear viscoelastic-plastic) 모델을 제안하였으며, 이를 ER 댐퍼의 모델링에 적용하였다. 이러한 관점에서의 접근은 특정 시스템의 모델링에는 유리한 측면이 있지만, 작동유체의 거동을 표현하는 보다 일반화 된 모델을 구축하지는 못한다. 또한, 전단속도비에 대한 히스테리시스 모델에 국한되어, 제어입력으로 작용하는 전기장에 의한 히스테리시스 현상과 작동온도에 따른 히스테리시스 루프의 왜곡 현상을 고려하지 않음으로 인해 제어 알고리즘을 적용하는 데에 상당한 어려움이 있다.

본 연구의 목적은 프라이작 모델을 이용하여 전기장의 세기에 따른 ER 유체 자체의 히스테리시스를 규명하고 온도에 따른 영향을 고찰함으로써 더욱 정

확한 ER 유체의 모델을 구축하여 ER 장치의 제어 성능을 향상시키고자 하는데 있다. 이러한 목적을 위해 PMA(polymethylaniline) 계 ER 유체를 조성하고, 전기점도계를 이용하여 전단응력을 측정하였으며, 항온 장치를 이용하여 ER 유체의 온도를 일정하게 유지하였다. 각 온도별로 나타나는 히스테리시스 현상의 왜곡을 확인하고, 마이너루프(minor loop) 특성과 와이핑아웃(wiping-out) 특성 실험을 통해 프라이작 모델이 온도변화에 따른 서로 다른 히스테리시스 거동들을 모두 잘 표현할 수 있음을 증명하였다. 그리고 ER 유체에 대한 프라이작 모델을 제안하였으며, 온도별 Multi-FOD 데이터를 구성함으로써 온도 변화에 대응할 수 있는 ER 유체의 히스테리시스 모델을 구축하고 이를 수치적으로 적용하였다. 그리고 FOD 곡선을 알고 있는 특정 온도 조건과 함께 불특정 임의 온도 조건을 채택하여 제안된 온도별 Multi-FOD 프라이작 모델의 추정값과 실험에 의한 측정값을 비교하였으며, 나아가 제안된 프라이작 모델과 빙행 모델의 비교 연구를 수행 하였다.

## 2. ER 유체의 히스테리시스

ER 유체는 비전도성 유체에 강한 전도성 입자를 분산시킨 콜로이드 용액이다. 전기장 부하 시 입자들의 결합력에 의해 전기장 방향으로 형성되는 체인 구조는 외부에서 가해지는 전단력에 대해 저항을 갖게 되며 유체의 유동을 제한할 수 있다. Fig. 1(a)의 현미경 사진<sup>(15)</sup>은 등방향으로 분산된 ER 입자가 전기장 부하 시 체인형 구조를 형성함으로써 이방향의 역학적 성질로 바뀌게 되는 것을 보여준다. 이와 같이 ER 유체는 전기장 부하에 의해 항복응력을 갖게 되며, 이 때의 전단응력( $\tau$ )은 유체의 점성에 의한 전단응력( $\eta\dot{\gamma}$ )과 전기장 부하에 의하여 연속적으로 변화되는 ER 유체의 항복응력( $\tau_y$ )의 합으로 나타낼 수 있다. 이러한 거동은 일반적으로 빙행 모델로 표현되고, 수학적으로 표현하면 다음과 같다.<sup>(1, 16)</sup>

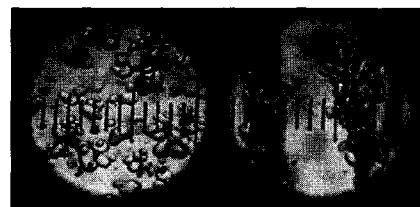
$$\begin{aligned}\tau &= \eta\dot{\gamma} + \tau_y(E) \\ \tau_y(E) &= \alpha E^\beta\end{aligned}\quad (1)$$

여기서,  $\eta$ 는 유체의 점성계수,  $\dot{\gamma}$ 은 유체의 전단속도비,  $E$ 는 ER 유체에 부하되는 전기장을 나타내며,

이 때 항복응력은 전기장에 따라 지수적으로 증가한다. 그리고  $\alpha$ 와  $\beta$ 값은 ER 유체의 고유치로서 용매와 입자의 종류, 조성비, 조성환경 등의 정적인 인자에 의해 결정되는 고유특성치이지만, 동적 인자인 작동온도에 의해서도 영향을 받아 실제 적용 시 항복응력에 변동을 유발한다. 더욱이, ER 유체는 유체 자체의 특성에 기인하는 히스테리시스 현상을 내포하고 있는데, 이는 부하 전기장의 세기와 전단속도비에 의한 체인구조의 형성과 파괴 비율에 기인한다. 이러한 ER 유체의 히스테리시스 거동은 항복응력이 작동온도 조건에 영향을 받음으로 인해 필연적으로 온도에 영향을 받게된다. 따라서, ER 유체를 작동유체로 적용하였을 때는 그 작동온도가 제한되면 온도 조건이 바뀌게 되면 우수한 제어성능을 이끌어내기 어렵게 된다.

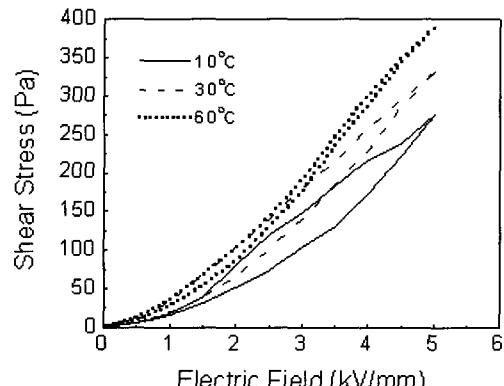
Fig. 1(b)는 본 연구에서 조성하여 사용된 PMA계 ER 유체에 대한 온도별 히스테리시스 특성을 보여준다. 실제 사용조건에서의 온도 여건을 고려하여 10 °C, 30 °C, 60 °C의 세 온도를 선정하였으며, 항온 장치를 이용하여 설정온도를 유지하도록 하였다. 측정 결과로부터 전기장의 증감에 따른 ER 유체의 히스테리시스 현상을 극명하게 확인할 수 있으며, 온도에 따라 히스테리시스 루프에 왜곡이 발생하고 있음을 알 수 있다. 온도가 감소함에 따라 히스테리시스는 점차 증가하여 10 °C에서 가장 큰 히스테리시스를 나타낸다. 그리고 유체의 최대 전단응력은 온도 증가에 따라 함께 증가하여 60 °C에서 가장 큰 전단응력을 가지는 것을 보여준다.

본 연구에서는 이러한 ER 유체의 히스테리시스 거동을 표현하기 위해 대표적인 강자성 재료의 히스테리시스 모델인 프라이작 모델을 도입한다. 이는 체인형 구조에 의한 ER 유체의 물리적 거동 특성을 고려한 것으로써, 전기장의 인가에 따라 형성되는 무수히 많은 체인 클러스터의 집합으로 ER 유체가 구성된다고 가정하고 각 체인 클러스터의 생성과 파괴 현상을 히스테리시스 릴레이로 표현한 것이다. 하지만 프라이작 모델이 ER 유체의 히스테리시스 거동을 잘 표현하기 위해서는 먼저 프라이작 모델의 두가지 특성<sup>(7, 9)</sup>을 모든 작동온도 구간에서 만족하여야 한다. 즉, 폐루프를 형성하는 입력 상한값과 하한값에 의해 형성되는 두개의 마이너루프가 모양과 크기에서 서로 일치하여야 하는 마이너루프 특성과, 최근의 큰 극한값은 그 이전의 작은 극한값들이 현재값에 미치는 영향을 소거하는 와이핑아웃 특성을 만족하여야 하는 것이다.



Electric field applied

(a) Micro photograph of chain structure



(b) Hysteresis of the PMA-based ER fluid

Fig. 1 Phenomenological behavior of the ER fluid

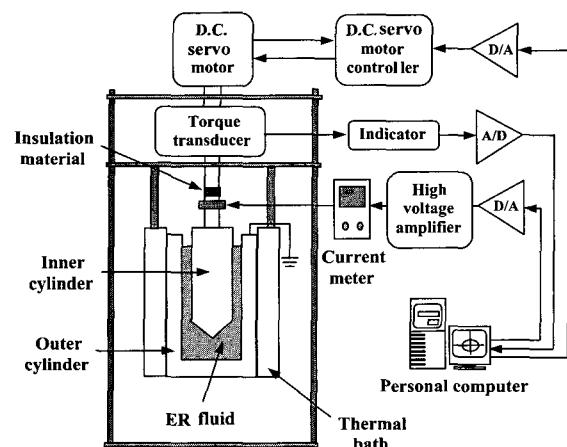
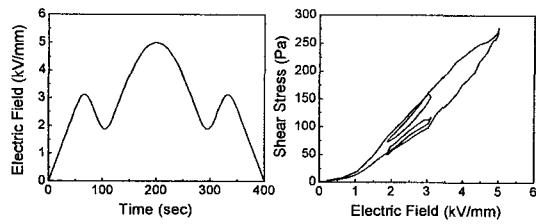
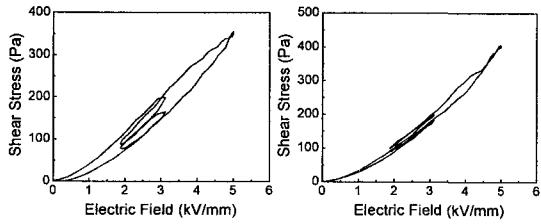


Fig. 2 Schematic diagram of experimental apparatus

Fig. 2는 이를 검증하기 위한 실험장치의 개략도이다. 전단응력을 측정하기 위해 모터와 직결된 회전형 토크 센서와 동심축을 갖는 실린더로 구성된 Couette 형 전기점도계가 적용되었으며, 항온 장치를 이용하여 10 °C, 30 °C, 60 °C의 세 온도조건을 설정하고 유지하였다. 내부 실린더와 외부 실린더의 반경은 각각 12.5



(a) Electric field trajectory (b) Experiment result(10°C)



(c) Experiment result(30°C) (d) Experiment result(60°C)

**Fig. 3** The minor loop property of the ER fluid

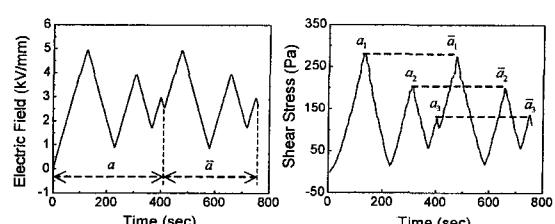
mm와 13.56 mm이며, 전극의 길이는 37.5 mm이다. 그리고 내부와 외부 실린더 사이의 간극은 1.06 mm이다. 내부 실린더는 회전하고 외부 실린더는 고정되어 있는 형태이며, 전기장의 부하에 의해 발생되는 토크는 모터와 직렬로 연결되어 있는 토크 트랜스듀서를 통해 측정하여 전단응력을 구하도록 되어 있다. ER 유체를 조성하기 위해 사용된 실리콘 오일의 점도는 30 cS, 입자 중량비는 15 %이며, PMA 입자는 메틸아닐린 단위체와 HCl, APS(ammonium peroxysulfate)를 화학적으로 산화중합 반응시킨 후 NaOH를 이용하여 pH 9로 맞추어 조성한 것이다.

본 연구에서 전단속도비는  $1 \text{ s}^{-1}$ 로 고정되었으며, PMA 계 ER 유체의 점도( $\eta$ )는  $0.27 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 로 매우 작은 값을 가진다. 따라서  $\eta/\tau_y$  역시 작은 값이므로 식 (1)의 전단응력은 항복응력에 매우 근접한 수치를 가지게 되며, 다음과 같이 가정할 수 있다.

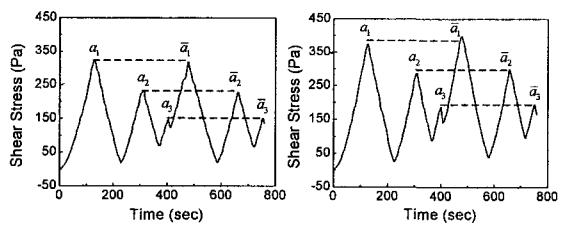
$$\tau \approx \tau_y(E) \quad (2)$$

따라서, 항복응력에 근사하는 전단응력을 사용하여 ER 유체의 히스테리시스를 표현하였으며, 관련 그래프의 세로축은 전단응력으로 표기하였다. 하지만 이는 전기장 부하에 대한 항복응력의 히스테리시스를 나타내는 것이라 할 수 있다.

Fig. 3(a)는 마이너루프 실험을 위해 인가된 전기장의 궤적이며, Fig. 3(b), (c), (d)는 각 온도별로 측정된 한쌍의 마이너루프를 보여준다. 세 온도 조건



(a) Electric field trajectory (b) Experiment result(10°C)



(c) Experiment result(30°C) (d) Experiment result(60°C)

**Fig. 4** The wiping-out property of the ER fluid

하에서 각각의 마이너루프들은 미소한 차이를 보이고 있기는 하지만 모두 만족할만한 수준에서 서로 일치하고 있음을 보여준다. Fig. 4(a)는 와이핑아웃 실험을 위해 인가된 전기장의 궤적으로 두 구간으로 나누어져 있으며, 첫번째 구간  $a$ 에서 삼각파가 선형적으로 감소하며 세개의 최대값을 가지도록 궤적이 구성되어 있고, 이후 두번째 구간  $\bar{a}$ 에서 다시 같은 궤적이 반복된다. Fig. 4(b)는 10°C의 온도에서 측정한 결과로서 첫번째 구간에서의 최대값( $a_{1,2,3}$ )은 두번째 구간에서의 값( $\bar{a}_{1,2,3}$ )과 잘 일치하고 있다. 즉, 히스테리시스에 영향을 미치던 최대값( $a_{1,2,3}$ )은 더 큰 입력값인 두번째 구간의 최대값( $\bar{a}_1$ )에 의해 그 영향이 소거되어 구간  $\bar{a}$ 의 값들에는 더이상 영향을 미치지 못함을 의미한다. Fig. 4(c), (d)는 각각 30 °C와 60 °C의 온도에서 측정한 결과이며, 역시 유사한 결과를 보여주고 있다.

Fig. 3과 4의 결과로부터 PMA 계 ER 유체가 온도조건의 변동하에서도 프라이작 모델의 주요한 특성들인 마이너루프 특성과 와이핑아웃 특성을 충분히 만족함을 확인할 수 있다. 따라서 제안된 프라이작 모델은 ER 유체의 히스테리시스 거동을 매우 잘 기술할 수 있으며, 온도조건의 변동하에서도 적합성이 유지된다. 본 연구에서는 이러한 결과를 바탕으로 프라이작 모델을 이용한 ER 유체의 히스테리시스 모델을 구축하였다.

### 3. 온도별 Multi-FOD 프라이작 모델

본 연구에서 PMA계 ER 유체의 히스테리시스 거동을 기술하기 위해 채택된 프라이작 모델을 수학적으로 표현하면 다음과 같다.<sup>(7)</sup>

$$\tau_y(t) = \iint_P \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta}[E(t)] d\alpha d\beta \quad (3)$$

여기서,  $\gamma_{\alpha\beta}$ 는 히스테리시스 릴레이,  $P$ 는 프라이작 평면이며,  $E(t)$ 와  $\tau_y(t)$ 는 각각 전기장과 항복응력을 나타낸다. 그리고  $\mu(\alpha, \beta)$ 는 가중함수로서 전체 히스테리시스에서 개별 릴레이가 차지하는 가중치이며,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 각각 릴레이를 상하로 전환시키는 입력값이다. 전기장 입력이 시간에 따라 변하면 개별 릴레이들은 입력값의 크기에 따라 상하로 전환되어 출력값을 결정하고, Fig. 5(a)와 같이 가중치를 고려하여 모든 릴레이들의 출력을 더하면 전체 시스템의 출력이 된다. ER 유체에 적용될 수 있는 가장 간단한 히스테리시스 릴레이는 Fig. 5(b)와 같다. ER 유체의 항복응력이 나타내는 히스테리시스 루프는 입력(전기장)과 출력(항복응력) 그래프 상의 제 1사분면에 항상 존재하므로, 릴레이는 0과 1의 출력값을 갖도록 설정할 수 있다. Fig. 5(b)와 같이 모든 릴레이들은 프라이작 평면  $P = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha \geq \beta\}$ 상에서 점으로 표현된다. 이 때 삼각형 영역 외부는 ER 유체의 최대 항복응력에 기여하지 않으며,  $\alpha_0$ 와  $\beta_0$ 는 각각 부하 전기장의 상한과 하한을 나타낸다. 이러한 프라이작 평면은 각 개별 릴레이들의 상태를 제공하게 되므로 다음과 같이 두 개의 시변영역으로 나누어질 수 있다.

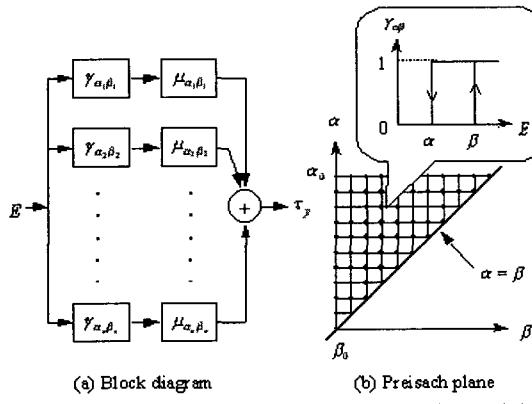


Fig. 5 Configuration of the Preisach model

$$P_- = \{(\alpha, \beta) \in P \mid \text{output of } \gamma_{\alpha\beta} \text{ at } t \text{ is } 0\}$$

$$P_+ = \{(\alpha, \beta) \in P \mid \text{output of } \gamma_{\alpha\beta} \text{ at } t \text{ is } 1\} \quad (4)$$

이 두 영역은 각각 릴레이가 0과 1의 출력값을 가지는 영역이다. 모든 릴레이들은 초기에 0의 위치에 있다가 입력이 점진적으로 증가함에 따라 릴레이들은 1의 값으로 전환된다. 즉, 입력이 증가함에 따라 수평경계선은 위로 이동하고,  $P_+$  영역이 증가한다. 그리고 다시 입력이 감소하기 시작하면, 수직 경계선은 오른쪽에서 왼쪽으로 이동하여  $P_-$  영역을 증가시키며, 릴레이의 값을 1에서 0으로 전환시킨다. 식 (4)의 정의로부터, 식 (3)은 다음과 같이 간단히 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_y(t) &= \iint_{P_+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta + \iint_{P_-} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \\ &= \iint_P \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (5)$$

Fig. 6은 프라이작 모델에서  $\mu(\alpha, \beta)$ 를 결정하기 위한 입력의 한 예이다. 입력 전기장이 점진적으로  $\alpha_1$ 까지 증가한 후  $\beta_1$ 으로 감소하면서 메이저루프내에 하강 곡선을 만든다. 이러한 하강 곡선을 따라 생기는 히스테리시스 출력의 변화는 다음과 같다.

$$T(\alpha_1, \beta_1) = \tau_y^{\alpha_1} - \tau_y^{\alpha_1 \beta_1} \quad (6)$$

이러한 입력의 변화는 프라이작 평면에서 삼각형 영역  $\Omega$ 가 감소하게 한다. 따라서 영역  $\Omega$ 에 대해 수행한 적분은 히스테리시스 출력의 차이와 같다. 이를 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\tau_y^{\alpha_1} - \tau_y^{\alpha_1 \beta_1} = \iint_{\Omega} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (7)$$

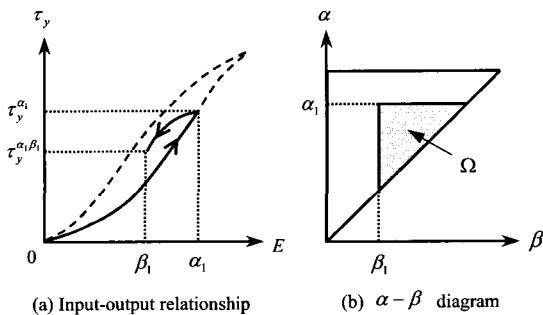


Fig. 6 A sample identification

따라서, 식 (6)과 (7)으로부터 프라이작 함수  $T(\alpha_1, \beta_1)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T(\alpha_1, \beta_1) = \int_{\beta_1}^{\alpha_1} \int_{\beta}^{\alpha_1} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (8)$$

식 (5)에서 히스테리시스 출력을 구하기 위해 필요한 가중함수  $\mu(\alpha_1, \beta_1)$ 를 구하기 위해 식 (8)을 미분하면 다음과 같다.

$$\mu(\alpha_1, \beta_1) = \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} T(\alpha_1, \beta_1) \quad (9)$$

즉,  $\mu(\alpha_1, \beta_1)$ 는 실험에 의해 결정될 수 있는  $T(\alpha_1, \beta_1)$ 의 함수이다. 이론적으로 평면상에서의 모든 점들에 대한  $T(\alpha, \beta)$ 를 결정함으로써 완전한 가중함수  $\mu(\alpha, \beta)$ 를 정의할 수 있다. 하지만, 바람직하지 못한 이중적분과 미분이 수행되어야 함으로 인해 수치적 기법의 적용이 효과적인 방법으로 증명되어 왔다.<sup>(5, 8, 10)</sup>

본 연구에서는 실험 데이터로부터 수치적으로 계산된 프라이작 함수를 적용하여 ER 유체의 프라이작 모델을 구축한다. 즉, 실험 데이터를 기초로 하여 히스테리시스 출력에 대한 수식을 유도하는 것이다. Fig. 7은 증가 또는 감소하는 입력값들의 배열을 보여준다. 여기서,  $P_+$ 는 사다리꼴의 집합으로 표현될 수 있으며, 기하학적으로 각각의 사다리꼴  $Q_k$ 의 면적은  $T(\alpha_k, \beta_{k-1})$ 와  $T(\alpha_k, \beta_k)$ 로 형성되는 삼각형들의 차이로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_y(t) &= \sum_{k=1}^{n(t)} \int_{\beta_k}^{\alpha_k} \int_{\beta}^{\alpha_k} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad \forall (\alpha_k, \beta_k) \in Q_k \\ &\int_{\beta_k}^{\alpha_k} \int_{\beta}^{\alpha_k} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = T(\alpha_k, \beta_{k-1}) - T(\alpha_k, \beta_k) \quad \forall (\alpha_k, \beta_k) \in Q_k \end{aligned} \quad (10)$$

따라서, 항복응력은 사다리꼴  $Q_k$ 의 면적을 모두 더하여 다음과 같이 실험 데이터로부터 결정되는 값으로 표현할 수 있다.

$$\tau_y(t) = \sum_{k=1}^{n(t)} [T(\alpha_k, \beta_{k-1}) - T(\alpha_k, \beta_k)] \quad \forall (\alpha_k, \beta_k) \in Q_k \quad (11)$$

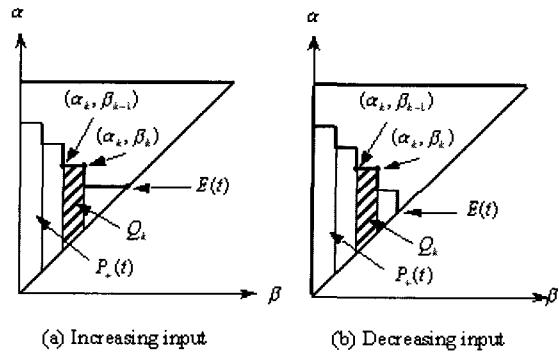


Fig. 7 Numerical implementation of the Preisach model

그리고 최종 입력이 증가하고 있는 경우와 감소하고 있는 경우를 고려하여 마지막 항을 결정하여 더하면 히스테리시스 출력  $\tau_y(t)$ 는 다음과 같이 수치적으로 표현된다.<sup>(8, 10)</sup>

$$\begin{aligned} \tau_y(t) &= \sum_{k=1}^{n(t)-1} [T(\alpha_k, \beta_{k-1}) - T(\alpha_k, \beta_k)] \\ &\quad + T(E(t), \beta_{n(t)-1}), \quad \text{for increase} \\ \tau_y(t) &= \sum_{k=1}^{n(t)-1} [T(\alpha_k, \beta_{k-1}) - T(\alpha_k, \beta_k)] \\ &\quad + [T(\alpha_{n(t)}, \beta_{n(t)-1}) - T(\alpha_{n(t)}, E(t))] \end{aligned} \quad (12)$$

이러한 프라이작 모델의 수치적 적용은 프라이작 평면내의 유한한 격자점 상에서  $T(\alpha_k, \beta_k)$ 를 실험적으로 구해야 한다. 실제적으로 유한한 수의 격자점과 그에 상응하는 유한한 측정값 데이터는 실제 적용 시 격자점을 형성하지 않는 전기장 입력값에 대해 측정 데이터를 보유하지 못하는 상황을 발생시킨다. 따라서 보간함수를 적용하여 입력 전기장이 격자점상에 존재하지 않을 때는 다음과 같이  $\tau_y^{\alpha_k \beta_k}$ 를 구하고, 이로부터  $T(\alpha_k, \beta_k)$ 를 계산한다.

$$\begin{aligned} \tau_y^{\alpha_k \beta_k} &= c_0 + c_1 \alpha_k + c_2 \beta_k + c_3 \alpha_k \beta_k, \quad \text{for square cells} \\ \tau_y^{\alpha_k \beta_k} &= c_0 + c_1 \alpha_k + c_2 \beta_k, \quad \text{for triangular cells} \end{aligned} \quad (13)$$

하지만, 식 (12)의 기준 프라이작 모델은 ER 유체의 히스테리시스 거동 추정에 그대로 적용될 경우 작동 온도조건의 변동에 따라 발생하는 히스테리시스

루프의 왜곡으로 인해 ER 유체의 거동 추정에 상당한 오차를 유발하게 된다. 따라서, 본 연구에서는 온도에 따른 ER 유체의 히스테리시스 왜곡 특성을 고려하기 위해 기존의 프라이작 모델에 온도에 따른 보간을 적용한 모델을 제안한다. 먼저, Fig. 8과 같이 ER 유체의 작동온도 구간을 세분하고, 각 구간별 절점 온도에 대해 각각의 FOD 곡선을 구하여 메쉬를 설정함으로써, Multi-FOD 데이터를 구축한다. 그리고 현재 온도 조건에 따라 해당 온도 구간의 절점에 위치한 FOD 데이터로부터 다음과 같이 보간을 수행한다.

$$\left(\tau_y^{\alpha_i \beta_i}\right)_u = \frac{K_{i+1} - K_u}{K_{i+1} - K_i} \left(\tau_y^{\alpha_i \beta_i}\right)_i + \frac{K_u - K_i}{K_{i+1} - K_i} \left(\tau_y^{\alpha_i \beta_i}\right)_{i+1} \quad (14)$$

여기서,  $K$ 는 ER 유체의 작동온도이며,  $i$ 와  $i+1$ 은 각각 현재 온도가 속하는 온도구간의 상하 절점을 나타낸다. 그리고  $u$ 는 실제 적용 시 불특정 임의 온도 조건을 나타낸다. 따라서 불특정 온도  $K_u$ 에 대한 프라이작 함수  $T(\alpha_k, \beta_k, K_u)$ 는 식 (6)의 정의와 식 (13), (14)에 의해 계산된다. 이로부터 작동 온도조건의 변동을 고려한 제안된 Multi-FOD 프라이작 모델은 다음과 같이 시간과 작동 온도에 대한 식으로 항복응력의 히스테리시스 출력  $\tau_y(t, K_u)$ 를 계산한다.

$$\tau_y(t, K_u) = \sum_{k=1}^{n(t)-1} [T(\alpha_k, \beta_{k-1}, K_u) - T(\alpha_k, \beta_k, K_u)] + T(E(t), \beta_{n(t)-1}, K_u) \quad , \text{for increase}$$

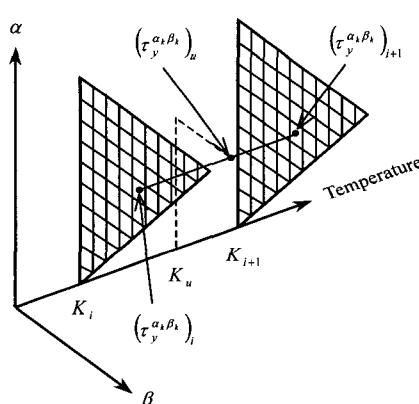
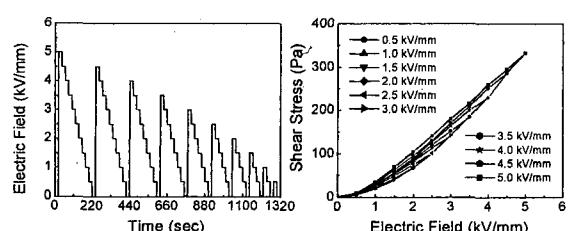


Fig. 8 Interpolation with temperature

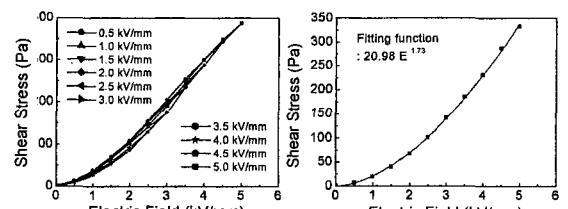
$$\begin{aligned} \tau_y(t, K_u) &= \sum_{k=1}^{n(t)-1} [T(\alpha_k, \beta_{k-1}, K_u) - T(\alpha_k, \beta_k, K_u)] \quad , \text{for decrease} \\ &\quad + [T(\alpha_{n(t)}, \beta_{n(t)-1}, K_u) - T(\alpha_{n(t)}, E(t), K_u)] \end{aligned} \quad (15)$$

#### 4. 히스테리시스 모델 구축 및 결과

본 연구에서 제안한 모델을 검증하기 위해 30°C, 60°C 온도에 대해 각각의 FOD 곡선을 실험을 통해 구하였으며, Fig. 9(a)은 FOD 곡선을 측정하기 위해 인가된 전기장을 나타낸다. 전기장의 범위는 0 kV/mm에서 5 kV/mm이며, 모두 10개의 구간으로 분할하였다. 먼저, 전기장은 각 구간의 최대값으로 상승한 후 계단입력으로 0.5 kV/mm 씩 감소하여 20초 동안 일정하게 유지함으로써 정상상태에 도달하도록 하였다. 그리고 각 계단입력마다 항복응력을 측정하여 FOD 데이터를 구한 후 다음 계단입력을 인가하였으며, 이를 각 구간에 대해 반복하도록 하였다. Fig. 9(b), (c)는 본 연구에서 구한 각 온도별 FOD 곡선을 보여주며, 각 FOD 곡선은 66개의 데이터와 10개의 곡선으로 구성되어 있다. FOD 곡선으로부터 측정된 전단응력 데이터를 메쉬  $[\alpha, \beta]$ 의 격자점에 할당하였다. 측정 데이터와 온도조건으로부터  $T(\alpha_k, \beta_k, K_u)$ 를 구하고, 식 (15)에 구축된 모델을

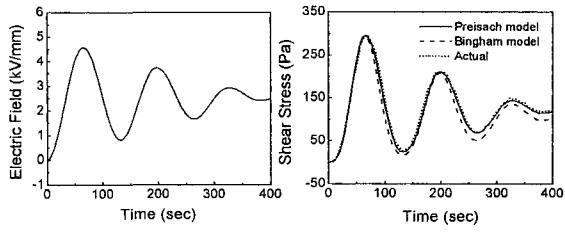


(a) Electric field for FOD curves (b) Measured FOD curves(30°C)



(c) Measured FOD curves(60°C) (d) Bingham characteristics(30°C)

Fig. 9 FOD curves and bingham characteristics of the ER fluid



(a) Electric field input (b) Hysteresis response

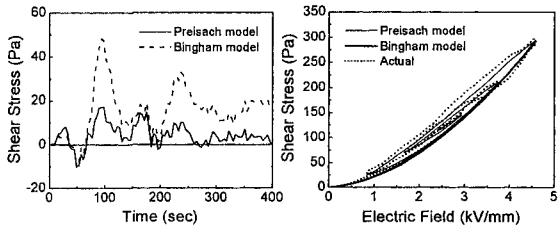
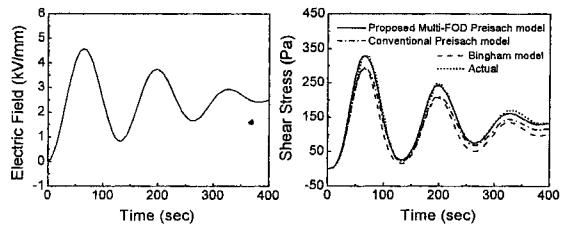


Fig. 10 Actual and predicted hysteresis responses (30°C)

이용하여 임의의 전기장 입력에 대한 PMA계 ER 유체의 전단응력을 추정하였으며, 실험을 통해 검증하였다. 온도조건은 FOD 데이터를 알고있는 30 °C와 함께 임의의 온도 45 °C를 설정함으로써 프라이작 모델의 항복응력 추정결과와 함께 온도 변화를 고려한 제안된 Multi-FOD 프라이작 모델의 추정 결과를 나타내었으며, 나아가 식 (1)의 빙햄 모델과 비교하였다. Fig. 9(d)는 적용된 빙햄 모델을 구하기 위해 측정한 ER 유체의 빙햄 특성이며, 일반적으로 적용되는 30 °C의 온도조건 하에서 측정하였고, 이 때  $\tau_y(E)$ 는  $20.98E^{1.73}$  이다.

Fig. 10(a)와 11(a)는 히스테리시스 추정 결과를 확인하기 위해 인가된 전기장의 궤적이며, 30 °C와 45 °C의 두 온도조건에 대해 모두 같은 입력을 적용하고 있다. 먼저, Fig. 10(b)는 FOD 곡선을 알고 있는 30 °C의 온도조건에서 실제값과 추정값의 히스테리시스 결과를 나타낸다. 이 경우 제안된 온도별 Multi-FOD 프라이작 모델과 기준의 프라이작 모델은 같은 결과를 나타내므로 프라이작 모델로 통칭하여 그래프 상에 나타내었다. 결과로부터 빙햄 모델에 비해 프라이작 모델에 의한 추정결과가 실제 실험결과와 더 잘 일치함을 알 수 있으며 이는 시간이 경과함에 따라 극명하게 나타나고 있다. 그리고 Fig. 10(c)는 프라이작 모델의 추정오차가 빙햄 모델의 오차보다 현저히 적음을 보여준다. 이때 빙햄 모델과 제안된 프라이작



(a) Electric field input (b) Hysteresis response

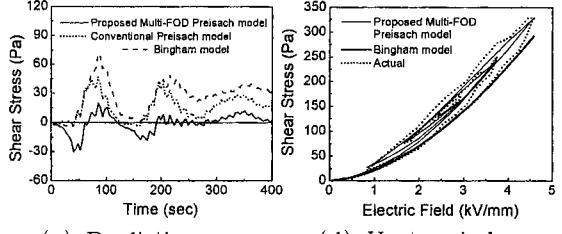


Fig. 11 Actual and predicted hysteresis responses (45°C)

모델의 최대추정오차는 각각 48.3 Pa와 17.3 Pa로 나타났다. 그리고 Fig. 10(d)는 히스테리시스 루프를 나타낸 것이다. 이로부터 프라이작 모델이 PMA 계 ER 유체의 히스테리시스 거동을 잘 추정함을 알 수 있다. Fig. 11(b) 불특정 임의 온도조건으로서 45 °C를 설정하여 수행한 히스테리시스 추정결과를 보여준다. 온도에 대한 변화를 고려한 제안된 Multi-FOD 프라이작 모델이 실제값을 매우 잘 추정하고 있으며, 온도를 고려하지 않은 기존 프라이작 모델은 빙햄 모델에 비해 실제값을 잘 추정하고는 있지만, 온도변화에 따른 히스테리시스 왜곡을 반영하지 못함에 따라 Fig. 10의 결과에 비해 실제값과 다소 차이를 보이고 있다. Fig. 11(c), (d)는 상응하는 추정오차와 히스테리시스 루프를 나타낸 것이다. 이때 온도를 고려한 Multi-FOD 프라이작 모델과 온도를 고려하지 않은 기존 프라이작 모델 그리고 빙햄 모델의 최대 추정오차는 각각 20.0 Pa, 46.8 Pa, 71.4 Pa로 나타났다. 이러한 결과로부터, 제안된 온도별 Multi-FOD 프라이작 모델이 온도조건의 변동하에서도 ER 유체의 히스테리시스 거동을 매우 잘 추정함을 확인할 수 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 프라이작 모델을 이용하여 온도에 따른 PMA 계 ER 유체의 히스테리시스 거동을 규명하였으며, 전기장에 따른 ER 유체의 히스테리시스가

마이너루프 특성과 와이핑아웃 특성을 만족함을 실험적으로 증명하였다. 그리고 온도별로 측정된 Multi-FOD 곡선들 사이에 보간법을 적용하여 수치적인 프라이작 모델을 구축하였다. 제안된 모델로부터 추정된 전단응력을 측정값과 비교함으로써 제안된 모델의 유효성을 입증하였다. 나아가 제안된 프라이작 모델과 빙햄 모델의 전단응력 추정에 대한 비교연구가 수행되었다. 제안된 ER 유체의 프라이작 모델을 속업소바와 같은 응용장치에 적용하기 위한 연구가 계속해서 수행될 예정이다.

## 후기

본 연구는 국가지정연구실(National Research Laboratory : NRL) 프로그램의 지원에 의하여 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Choi, S. B. and Kim, W. K., 2000, "Vibration Control of a Semi-active Suspension Featuring Electrorheological Fluid Damper", Journal of Sound and Vibration, Vol. 234(3), pp. 537~546.
- (2) 홍성룡, 최승복, 정우진, 함일배, 김두기, 2000, "작동모드에 따른 ER 마운트의 동특성 해석", 한국소음진동공학회지, 제10권, 제5호, pp. 819~829.
- (3) Kim, J. W., Kim, S. G., Choi, H. J. and Jhon, M. S., 1999, "Synthesis and Electrorheological Properties of Polyaniline Na<sup>+</sup> Montmorillonite Suspensions", Macromol. Rapid Communications, Vol. 20(8), pp. 450~452.
- (4) Gorbet, R. B., Wang, D. W. L. and Morris, K. A., 1998, "Preisach Model Identification of a Two-wire SMA Actuator", Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation, Leuven, Belgium, pp. 2161~2167.
- (5) Ge, P. and Jouaneh, M., 1997, "Generalized Preisach Model for Hysteresis Nonlinearity of Piezoceramic Actuators", Precision Engineering, Vol. 20, pp. 99~111.
- (6) 한상수, 최승복, 1999, "ER 클러치와 압전작동기를 이용한 유연 갠트리 로봇팔의 강건제어", 대한기계학회논문집A, 제23권, 제12호, pp. 2226~2235.
- (7) Mayergoyz, I. D., 1991, "Mathematical Models of Hysteresis", Springer-verlag, New York.
- (8) Mittal, S. and Menq, C. H., 2000, "Hysteresis Compensation in Electromagnetic Actuators Through Preisach Model Inversion", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 5(4), pp. 394~409.
- (9) Hughes, D. and Wen, J. T., 1994, "Preisach Modeling of Piezoceramic and Shape Memory Alloy Hysteresis", Proceedings of the IEEE control conference on Application, Albany, New York, pp. 1086~1091.
- (10) Song, D. and Li, J. C., 1999, "Modeling of Piezo Actuator's Nonlinear and Frequency Dependent Dynamics", Mechatronics, pp. 391~410.
- (11) Stanway, R., Sproston, J. L. and Stevens, N. G., 1987, "Non-linear Modeling of an Electrorheological Vibration Damper", Journal of Electrostatics, Vol. 20(2), pp. 167~184.
- (12) Spencer, B. F. Jr., Dyke, S. J., Sain, M. K. and Carlson, J. D., 1997, "Phenomenological Model for a Magnetorheological Damper", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 123(3), pp. 230~238.
- (13) Kamath, G. M. and Wereley, N. M., 1997, "A Nonlinear Viscoelastic-plastic Model for Electrorheological Fluids", Smart Materials and Structures, Vol. 6(3), pp. 351~359.
- (14) Kamath, G. M. and Wereley, N. M., 1997, "Nonlinear Viscoelastic-plastic Mechanisms-based Model of an Electrorheological Damper", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 20, pp. 1125~1132.
- (15) 이호근, 2000, "전기유동유체의 특성에 따른 응용장치의 성능 평가", 박사학위논문, 인하대학교.
- (16) Sim, I. S., Kim, J. W., Choi, H. J., Kim, C. A. and Jhon, M. S., 2001, "Preparation and Electrorheological Characteristics of Poly(p-phenylene)-Based Suspensions", Chemical Materials, Vol. 13(4), pp. 1243~1247.
- (17) Kim, J. W., Jang, W. H., Choi, H. J. and Joo, J., 2001, "Synthesis and Electrorheological Characteristics of Polyaniline Derivatives with Different Substituents", Synthetic Metals, Vol. 119, pp. 173~174.