

## 강인 PID 제어를 이용한 냉간압연 시스템의 웹 횡방향 제어

### Web Lateral Control of Cold Rolling Mill Systems Using a Robust PID Control

최진태, 김인수, 이영진, 김종식, 이만형

(Chintae Choi, In Soo Kim, Young Jin Lee, Jong Shik Kim, and Man Hyung Lee)

**Abstract :** This paper presents a robust PID controller design technique using the concept of model matching method in the frequency domain. To design the robust PID controller satisfying disturbance attenuation and robust tracking property for a reference input, first an  $H_{\infty}$  controller satisfying given performance is designed using the  $H_{\infty}$  control method. And then, the parameters(proportional, integral, and derivative gains) of the robust PID controller are determined using the model matching at frequency domain. The proposed technique is applied to a position controller design of the web. The simulation results show that the proposed robust PID controller satisfies disturbance attenuation and tracking property.

**Keywords :** robust PID control,  $H_{\infty}$  control, model matching, lateral control of web

#### I. 서론

휘기 쉬운 박판 형태 혹은 가느다란 선 형태의 재료를 웹(Web)이라 하고. 웹을 재료로 이용하여 완제품 혹은 중간 제품을 생산하는 장치를 연속공정시스템이라고 한다. 연속공정시스템은 재료를 연속적으로 이송시키는 동시에 다양한 공정을 거쳐 제철, 제지, 섬유 및 플라스틱 가공 등의 제품을 생산할 수 있기 때문에 산업 현장에서 광범위하게 이용되고 있다. 이러한 공정에서 생산라인의 길이와 속도는 생산성과 밀접한 관계가 있으며, 설비의 조건이 적절할 때에만 목표로 한 품질을 유지할 수 있다. 일정 품질을 유지한 채 생산성을 높이기 위해서는 라인의 속도를 증가시킬 수밖에 없으며, 그에 따라 웹의 위치 추종에 많은 문제가 발생하게 된다.

따라서 웹의 축방향 위치를 보정하는 장치가 전체공정의 중간에 설치되어야 하며, 이러한 얇고 상대적으로 폭이 넓은 웹의 재료는 일반적으로 플랜지(flange)나 풀리(pulley), 혹은 다른 단순한 기계적인 장치들로서는 유도되어질 수 없다. 왜냐하면 결과적으로 가장자리(edge) 손상이나 바람직하지 못한 굴곡(distortion)이 발생하기 때문이다. 특히 제철공정라인의 축방향 위치를 보정하는 장치는 제품의 품질 및 생산성에 있어서 중요한 역할을 한다. 최근의 철강산업에서 압연 제품은 그 크기나 종류, 품질 등에서 종래의 제품에 비해 더욱 다양화되고, 또한 우수한 품질을 요구하고 있다. 그러므로 웹의 중앙위치제어(center position control, CPC)는 연속공정시스템의 중요한 부분을 차지한다. CPC 시스템은 제품의 종류에 따라 판의 두께, 장력 및

속도 등이 다르게 운용되어야 하고, 웹을 정지한 상태에서 공정작업을 수행해야 하는 경우가 발생한다. 따라서 전체 공정에 있어서 베피 역할을 수행할 부분이 필요하고, 이를 위해 롤러간의 간격이 가변된다.

본 논문에서는 파라미터 변동, 외란에 대한 억제 성능 및 기준입력을 대한 강인한 명령추종 성능을 만족하는 웹 위치 제어기를 설계하기로 한다. 이를 위하여, 우선 시스템 파라미터의 변화에 대한 성능, 강인한 명령추종 성능을 가지는 웹 위치제어기를 LMI에 기초한  $H_{\infty}$  제어기법[3][4]을 적용하여 설계한다. 그리고, 설계된  $H_{\infty}$  위치제어기와 동일한 성능을 만족하는 강인한 PID 제어기를 설계한다.

PID 제어기는 최적제어, 강인제어, 적응제어 등의 현대제어 이론의 발전에도 불구하고, 그 구조가 단순하고 성능면에 있어서도 매우 실용적이어서 산업용 제어시스템으로 자주 사용된다. 대부분의 PID 제어기는 현장에서 적절히 조절되어야 하기 때문에, 이에 적합한 많은 형태의 설계 규칙들이 제시되었다. 또한 자동 설계 기법들이 개발되어 몇몇 PID 제어기들은 온라인 자동 설계 기능을 가지고 있다. I-PD 제어와 2자유도 PID제어와 같은 변형된 PID 제어기도 오늘날 산업계에서 많이 이용되고 있다[1][2]. 그러나, 현대 산업발전으로 인하여 플랜트는 더욱 복잡해지며, 이에 반하여 산업현장에서는 갈수록 고정밀의 제어성을 필요로 하고 있다. 따라서, 이를 위해서는 특히 시스템 성능에 큰 영향을 미치는 플랜트 내부 파라미터의 불확실한 변동으로 인한 모델링 오차나 플랜트 외부에서 발생하는 외란에 대한 체계적인 PID 제어기 설계법에 대한 연구가 필수적이다.

따라서, 시스템의 파라미터 변동으로 인한 모델링 오차가 존재하여도 강인 안정성을 만족하며, 시스템 외부

접수일자 : 2001. 6. 30., 수정완료 : 2001. 12. 20.

최진태 : 포항산업과학연구원 (chintae@rist.re.kr)

김인수 : 부산대학교 지능기계공학과(kimis11@yahoo.co.kr)

이영진 : 부산대학교 컴퓨터정보통신연구소(yjlee4@pnu.edu)

김종식 : 부산대학교 기계공학부(jskim@pnu.edu)

이만형 : 부산대학교 기계공학부(mahlee@pnu.edu)

에서 발생하는 미지의 외란에 대한 억제성능 및 강인한 명령추종 성능을 만족하는 강인 PID 제어기 설계를 위하여  $H_\infty$  제어기법을 이용하여 설계된  $H_\infty$  제어기와 함께 모델 매칭법(model matching)의 개념을 적용하였다 [3][4]. 즉, PID 제어기의 각 매개변수는  $H_\infty$  제어 시스템의 루프 전달함수와 설계할 PID 제어 시스템의 루프 전달함수간에 주파수역에서의 오차를 최소화하도록 선정된다[5][6]. 시뮬레이션 결과로부터 설계된 강인 PID 제어기의 기준입력에 대한 명령추종 성능과 외란 억제 성능을 만족함을 보이며, 제안된 강인 PID 제어기 조정기법의 웹 위치제어기에 대한 유용성과 응용가능성을 확인한다.

## II. CPC 모델링

롤러의 이동과 회전으로 웹의 위치를 제어하는 중간유도기는 그림 1과 같이 조타식과 변위식으로 분류된다. 조타식 유도기는 입측간격에서 보면 두 롤러가 평행하지 않지만, 변위식 유도기는 입측간격에서 보면 두 롤러가 평행을 이룬다. 조타식 유도기는 정상상태에서 움직이는 자유 웹은 상류롤러(upstream roller)와 자기 자신을 수직하게 맞추기 때문에 정상상태 오차를 수정한다. 탄성을 갖는 웹의 질량은 횡방향으로 진동을 유발하지만 웹의 질량과 강성을 무시한다면, 횡방향 진동은 없고, 웹의 동적 방정식은 기구학적 관계에 기초하여 간단하게 유도할 수 있다[7][8].

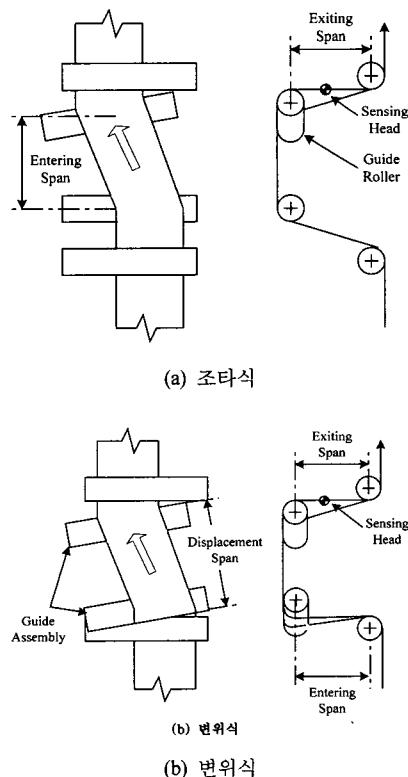


그림 1. 중간유도기.  
Fig. 1. Guide roller.  
1. 웹의 횡방향 동역학

### 1.1 기본 이론

웹의 횡방향 강성과 전단력이 0이라는 가정에 따라 자유스팬(free span)에서의 웹은 곧고, 접촉면에서의 모든 점은 롤러에 대해 수직하게 조타한다. 따라서, 롤 에지의 횡방향 운동의 변화량은  $(\theta_r - \theta_L)$ 과 웹의 속도에 비례하게 된다. 롤러가 횡방향으로 이동한다면 지면에 대한 웹 에지의 속도는 지면에 대한 롤러의 속도와 롤러에 대한 웹 에지 속도의 합과 같다. 하류롤러(downstream roller)에서 웹 속도의 두 가지 요소는 (1)과 같다.

$$\frac{dy_L}{dt} = V(\theta_r - \theta_L) + \frac{dz}{dt} \quad (1)$$

여기서  $z$ 는 지면에 대한 하류롤러의 위치이고,  $\theta_r$ 과  $\theta_L$ 은 각각 웹 축의 횡방향 변위각과 웹의 수평 변위각이다.

### 1.2 원거리 피봇 조타식

원거리 피봇형 중간 유도기는 피봇축을 중심으로 회전하므로 롤러는 병진운동과 회전운동을 동시에 한다. 그림 2는 순간적인 중심을 갖는 조타식 가이드의 개략도를 나타낸다. 입측간의 길이는  $L_1$ , 자유스팬의 하류롤러 끝에서 롤러의 횡방향 변위는 입력  $z$ , 지면에 대한 웹의 상대 변위는 출력  $y_L$ 이다.

(1)을 적용하여 다음과 같이 나타내면

$$\frac{dy_L}{dt} = V \left( \frac{z}{x_1} - \frac{y_L}{L_1} \right) + \frac{dz}{dt} \quad (2)$$

초기 상태를 0으로 두고 라플라스 변환을 하면,

$$sY_L(s) + \frac{V}{L_1} Y_L(s) = \frac{V}{x_1} Z(s) + sZ(s) \quad (3)$$

$$\frac{Y_L(s)}{Z(s)} = \frac{T_1 s + L_1/x_1}{T_1 s + 1} \quad (4)$$

여기서  $T_1 = L_1/V$ 이다.

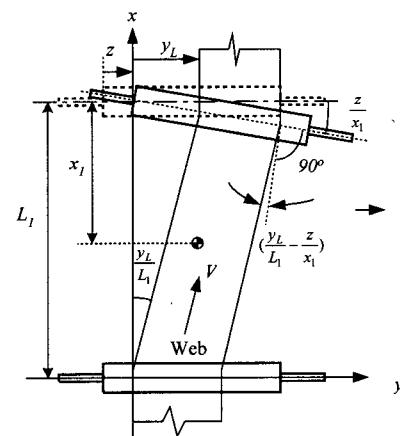


그림 2. 원거리 피봇형 조타식 가이드.  
Fig. 2. Remotely pivoted steering guide.

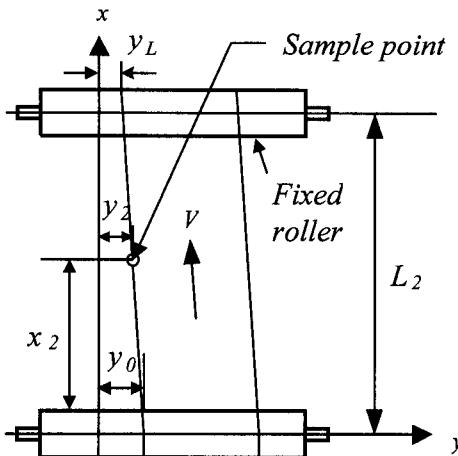


그림 3. 두 롤러 사이의 한 점에서의 응답.

Fig. 3. Response at a point between two parallel roller.

## 1.3 두 롤러 사이의 임의의 한 점에서의 응답

그림 3은 평행한 두 롤러 사이의 웹을 나타낸다. 하류 롤러에서의 응답  $y_L$ 은 다음과 같다.

$$\frac{Y_L(s)}{Y_0(s)} = \frac{1}{T_2 s + 1} \quad (5)$$

여기서,  $T_2 = L_1 / V$ 이다.

일직선의 웹 경로를 가정하면,

$$y_2 = y_0 \left(1 - \frac{x_2}{L_2}\right) + y_L \left(\frac{x_2}{L_2}\right) \quad (6)$$

(6)을 라플라스 변환한 후, (5)에 대입하면 다음과 같은 전달함수가 유도된다.

$$\frac{Y_e(s)}{Y_0(s)} = \frac{T_2(1-x_2/L_2)s+1}{T_2 s + 1} \quad (7)$$

## 1.4 일반적인 변위형 가이드

그림 4와 5에서와 같이 입력은 가이드 두 번째 롤러의 횡방향 운동인  $z$ 이다. 첫 롤러의 횡방향 운동은  $(1-L_1/x_1)z$  이므로 속도는  $(1-L_1/x_1)dz/dt$ 가 된다. 입출력간의 미분 방정식은 (1)로부터 (8)과 같다.

$$\frac{dy_{L_2}}{dt} = -V \left( \frac{y_{L_2}}{L_3} \right) + \left(1 - \frac{L_1}{x_1}\right) \frac{dz}{dt} \quad (8)$$

또한 가이드 스펜에 대한 미분 방정식은 (9)와 같다.

$$\frac{dy_L}{dt} = -V \left( \frac{y_L - y_{L_2}}{L_1} - \frac{z}{x_1} \right) + \frac{dz}{dt} \quad (9)$$

라플라스 변환 후 정리하면 다음과 같은 전달함수를 구할 수 있다.

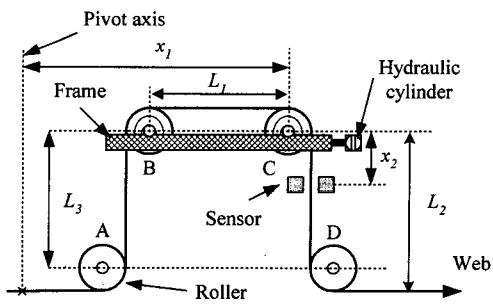


그림 4. 첫 번째 가이드의 정면도.

Fig. 4. Front view of general displacement guide 1.

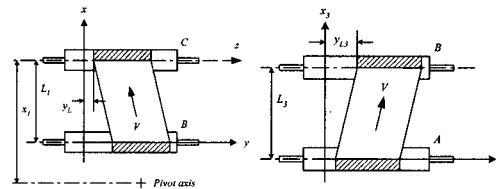


그림 5. 두 번째 가이드의 정면도.

Fig. 5. Front view of general displacement guide 2.

$$\frac{Y_L(s)}{Z(s)} = \frac{T_3^2(L_1/L_3)s^2 + T_3(1+L_1/L_3)s + L_1/x_1}{T_3^2(L_1/L_3)s^2 + T_3(1+L_1/L_3)s + 1} \quad (10)$$

## 2. 웹의 2차 동역학

Shelton[9]은 웹을 오일러 범으로 고려함으로써 모멘트와 관련된 웹의 동적거동을 나타내었다. 질량을 고려하지 않은 웹의 곡률에 대한 미분방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - K^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (11)$$

여기서  $K^2 = T/EI^\circ$ 고  $T$ 는 장력,  $EI$ 는 유연 강성도이다 [10].

(11)의 일반해는 특성방정식을 이용하여 (12)와 같이 나타낼 수 있으며, (12)의 각 계수는 (13)과 같은 경계조건으로부터 계산된다.

$$y = C_1 \sinh Kx + C_2 \cosh Kx + C_3 x + C_4 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} y(0) &= y_0, & \theta(0) &= 0, & y(L) &= y_L, & \theta(L) &= 0 \\ y'(0) &= 0, & \theta'(0) &= 0, & y'(L) &= 0, & \theta'(L) &= \theta_L \end{aligned} \quad (13)$$

위의 일반해는 다음과 같은 횡방향 가속도를 구하는데 이용된다.

$$\left. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right|_L = K^2(C_1 \sinh(KL) + C_2 \cosh(KL)) \quad (14)$$

웹이 순수 병진운동을 할 때의 웹 곡률방정식은 (14)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{K \sinh(KL) [y_0 - y_L]}{K^2 L \sinh(KL) - 2K[\cosh(KL) - 1]} \\ C_2 &= \frac{K[1 - \cosh(KL)][y_0 - y_L]}{K^2 L \sinh(KL) - 2K[\cosh(KL) - 1]} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\left(\frac{y_L - y_0}{L^2}\right) f_1(KL) \quad (16)$$

여기서  $f_1(KL)$ 은 다음과 같다.

$$f_1(KL) = \frac{(KL)^2 \sinh KL}{KL(\cosh KL + 1) - 2 \sinh KL} \quad (17)$$

또한 웹이 순수 회전운동을 할 때의 웹 곡률방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{[\cosh(KL) - 1]\theta_L}{K^2 L \sinh(KL) - 2K[\cosh(KL) - 1]} \\ C_2 &= \frac{[\sinh(KL) - KL]\theta_L}{K^2 L \sinh(KL) - 2K[\cosh(KL) - 1]} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_L = \frac{1}{L} \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_L f_2(KL) \quad (19)$$

여기서  $f_2(KL)$ 은 다음과 같다.

$$f_2(KL) = KL \left[ \frac{KL \cosh KL - \sinh KL}{KL \sinh KL - 2(\cosh KL - 1)} \right] \quad (20)$$

그러므로 웹의 굽힘에 대한 곡률은 다음과 같이 웹의 순수 병진 및 순수 회전운동시의 각 곡률에 대한 합으로 표현할 수 있다.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{L} \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_L f_2(KL) - \left( \frac{y_L - y_0}{L^2} \right) f_1(KL) \quad (21)$$

웹이 이동할 때 접촉면적 위 부분의 웹 상의 모든 점은 롤러축에 대해 수직으로 움직인다고 가정한다. 웹이 그 점을 지날 때 웹의 축방향 속도는 롤러에 대한 웹의 기울기와 웹의 속도와의 곱과 같고, 웹의 지면에 대한 축방향 속도는 웹의 롤러에 대한 속도와 롤러의 지면에 대한 상대속도의 합으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dy_A}{dt} = V \left( \theta_r - \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_A \right) + \frac{dz}{dt} \quad (22)$$

여기서  $y_A$ 는 하류롤러의 축방향에 대한 웹의 위치,  $\theta_r$ 은 롤러각,  $(\partial y / \partial x)_A$ 는  $A$ 에서 측정된 웹의 기울기, 그리고  $z$ 는 롤러의 축방향 위치이다.

웹의 전단변형을 고려하지 않는 경우 웹의 축방향 가속도 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d^2 y_L}{dt^2} = V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_A + \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (23)$$

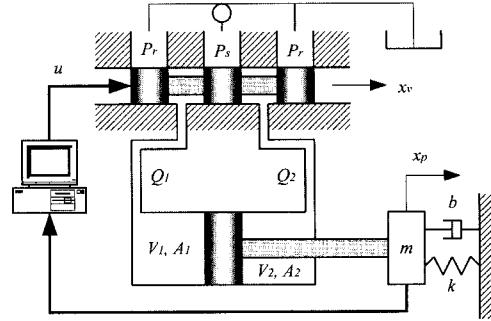


그림 6. 유압 서보 시스템.

Fig. 6. Hydraulic servo system.

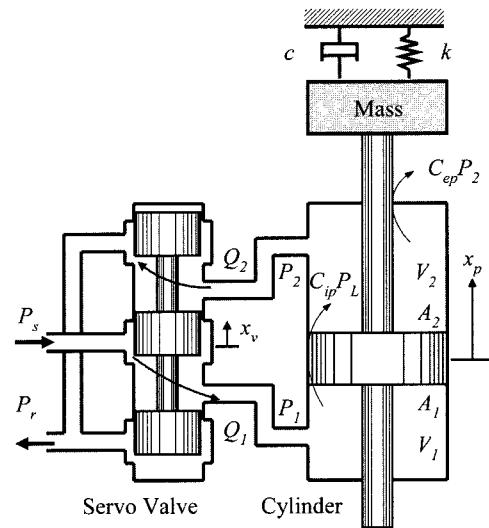


그림 7. 서보밸브와 실린더.

Fig. 7. Servo valve and cylinder.

### 2.1 원거리 피봇형 조타식 유도기

원거리 피봇형 조타식 유도기에 대해 탄성보의 원리를 적용하여 웹 곡률의 효과를 포함하는 동역학식을 유도하기로 한다. 조타식유도기의 경우 (22)는 다음과 같다.

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_L = \frac{1}{V} \left( \frac{dz}{dt} - \frac{dy_A}{dt} \right) + \frac{z}{x_1} \quad (24)$$

(21)을 (23)에 대입하면

$$\frac{d^2 y_L}{dt^2} = V^2 \left( -\frac{f_1(KL)}{L_1^2} y_A + \frac{f_2(KL)}{L_1} \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_A \right) + \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (25)$$

이고, 이를 (24)와 (25)를 연립하여 풀면 조타식유도기에 대한 동역학식을 얻을 수 있으며, 이를 라플라스 변환하면 원거리 조타식유도기에 대한 전달함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{y_L(s)}{z(s)} = \frac{\frac{T_1^2}{f_1(KL)} s^2 + K_c T_1 s + \frac{L_1 K_c}{x_1}}{\frac{T_1^2}{f_1(KL)} s^2 K_c T_1 s + 1} \quad (26)$$

### 3. 유압구동기 모델링

전기유압 서보기구는 중하중, 고속 및 고정도를 위한 구동기로 전기신호를 입력받아 작동유의 압력으로 부하를 구동한다. 그림 6은 일반적인 유압서보기구의 개략도이다. 이 때 이와 같은 유압서보기구를 수학적으로 모델링하기 위해서는 다음과 같은 가정이 필요하다.

- 1) 서보밸브는 대칭적이고 임계센터를 유지한다.
- 2) 공급압력은 일정하고 리턴압력은 대기압이다.
- 3) 공동현상은 일어나지 않는다.
- 4) 밸브의 오리피스를 통한 압력강하는 모두 같다.
- 5) 관로의 마찰손실은 없고 작동유의 온도와 압력은 일정하다.

위의 가정으로부터 유압 구동기로 편로드 유압실린더에 대한 모델식을 구한다. 여기서 피스톤의 왕복시 발생하는 편로드 실린더의 비선형성을 부가되는 외부외란으로 간주하여 양로드와 같이 선형해석법으로 모델링한다.

#### 3.1 서보밸브

서보밸브는 주파수응답곡선 비교법을 적용하여 서보밸브의 입력전류와 스플의 변위에 대한 전달함수를 1차 혹은 2차 시스템으로 근사화한다. 그러나 대부분의 서보밸브에서 코트모터의 고유진동수는 대단히 빠르기 때문에 이러한 동특성은 입력전류를 가해줄 때 시간지연 없이 바로 출력의 스플변위가 생긴다고 가정할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 서보밸브를 다음과 같은 정적이득으로 모델링하기로 한다.

$$x_v = K_{sv}u \quad (27)$$

#### 3.2 서보밸브 유량식

편로드 유압실린더는 피스톤의 수압면적이 다르기 때문에 일반적으로 동특성에 비선형성이 포함되나, 비선형성을 부가 외부외란으로 취급함으로써 비교적 쉽게 모델링 할 수 있다. 그림 7에서 화살표 방향을 각각 양의 실린더 변위  $x_p$  와 양의 서보밸브 변위  $x_v$ 라 하면, 피스톤의 속도가  $\dot{x}_p > 0$ 인 경우, 서보밸브 부하압력의 유량식은 다음과 같다.

$$Q_L = aC_d w_v x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_L)}, \quad \dot{x}_p > 0 \quad (28)$$

여기서  $a$ 는

$$a = \frac{1+\eta}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \leq 1$$

이며,  $\eta$ 는 실린더 좌우 양실의 유량비,  $C_d$ 는 밸브 스플의 오리피스 유량계수,  $w_v$ 는 밸브코트의 단면적 구배,  $\rho$ 는 작동유의 밀도,  $P_s$ 는 공급압력,  $P_L$ 은 부하압력을 각각 나타낸다.

피스톤의 속도가  $\dot{x}_p < 0$ 인 경우, 서보밸브 부하압력의 유량식은 다음과 같다.

$$Q_L = k_1 x_v - k_2 P_L \quad (29)$$

여기서  $k_1$ 과  $k_2$ 는 다음과 같다.

$$k_1 = aC_d w_v \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_{L0})}, \quad k_2 = \frac{aC_d w_v x_{v0}}{2\sqrt{(P_s - P_{L0})\rho}}$$

#### 3.3 실린더 유량식

편로드 유압실린더의 부하 유량식은 다음과 같이 주어진다.

$$Q_L = A_m \dot{x}_p + C_t P_L + \frac{V_e}{4\beta} P_L \quad (30)$$

여기서 평균 피스톤 면적  $A_m$ , 피스톤 전체 누유계수  $C_t$ , 그리고 등가체적  $V_e$ 은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_t &= C_{vp} + \frac{C_{ep}}{2} \\ A_m &= \frac{A_1 + A_2}{2} = \frac{(1+\eta)A_1}{2} \\ V_e &= \frac{2V_{\max} \left\{ \eta^3 + \frac{V_1}{V_{\max}} (1-\eta^3) \right\}}{1+\eta^2} \end{aligned}$$

#### 3.4 실린더 운동방정식

$\dot{x}_p > 0$ 일 때의 편로드 유압실린더의 피스톤 운동방정식은 다음과 같이 기술된다.

$$A_e P_L = m \ddot{x}_p + c \dot{x}_p + F_e \quad (31)$$

여기서  $m$ 은 질량,  $c$ 는 점성계수,  $F_e$ 는

$$F_e = F_L - F_{ad}, \quad F_{ad} = A_1 \frac{\eta^2 - \eta^3}{1+\eta^2} P_s$$

그리고  $F_L$ 은 부하에 의한 외란과 쿠롱마찰 및 고체마찰력에 의한 외란과 같은 외부 외란력이다.

$\dot{x}_p < 0$ 일 때의 운동방정식은  $\dot{x}_p > 0$ 일 때와 동일하나 단지 부가 외부력이 다음과 같이 표현된다.

$$F_{ad} = A_1 \frac{1-\eta}{1+\eta^2} P_s$$

따라서, (28), (30) 그리고 (31)을 이용하여 스플 입력에 대한 피스톤의 위치를 나타내는 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_p(s) &= \frac{A_e k_1 x_v(s) - K_t \left( 1 + \frac{V_e}{4\beta K_t} s \right) F_e(s)}{\frac{V_e m}{4\beta} s^3 + \left( K_t m + \frac{c K_t}{4\beta} \right) s^2} \\ &\quad + \left( A_e A_m + c K_t + \frac{k V_e}{4\beta} \right) s + K_k \end{aligned} \quad (32)$$

여기서  $K_k = k_2 + C_t$ 이다.

### 3.5 유압구동 모델의 간략화

(32)는 3차로 비교적 고차에 해당하는 구동기 모델식이다. 여기서 밸브 스플레인의 누설이 없고 작동유의 압축성을 무시할 만하다고 가정하면 (30)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Q_L = A_m \dot{x}_p \quad (33)$$

그러므로 (28), (30) 및 (33)을 연립하여 풀면 다음과 같은 2차의 모델식으로 간략화 할 수 있다[11][12].

$$x_p(s) = \frac{A_e \frac{k_1}{k_2} x_v(s) - F_e(s)}{ms^2 + \left(c + \frac{A_e A_m}{K_t}\right)s + k} \quad (34)$$

### III. CPC 제어기 설계

#### 1. $H^\infty$ 웨 위치 제어기 설계

##### 1.1 LMI에 기초한 $H^\infty$ 제어

외란  $w$ 와 제어 입력  $u$ 를 제어량  $z$ 와 관측출력  $y$ 로 각각 사상시키는 프로퍼(proper)한 선형 시불변 플랜트  $G(s)$ 를 다음과 같이 고려하자.

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (35)$$

플랜트  $G(s)$ 의 상태공간 모델식을 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \end{aligned} \quad (36)$$

주어진 동적 출력 피드백 범위  $u = K(s)y$ 와 다음과 같이 분해된  $G(s)$ 로부터

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (37)$$

$w$ 에서  $z$ 까지의 폐루프 전달함수를 구하면 (38)과 같다.

$$F(G, K) = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \quad (38)$$

설계 파라미터  $\gamma$ 에 대한 준 최적  $H^\infty$  제어 문제는 다음을 만족하는 제어기  $K(s)$ 를 구하는 문제로 구성된다.

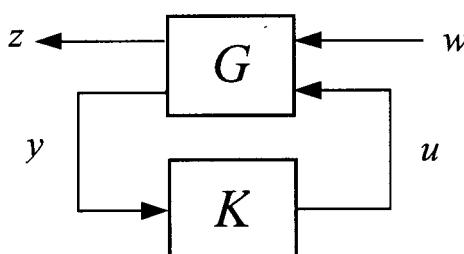


그림 8.  $H^\infty$  제어.

Fig. 8.  $H^\infty$  control.

1) 폐루프 시스템이 내부적으로 안정하다.

2)  $\|F(G, K)\|_\infty < \gamma$

이러한 문제의 해를  $\gamma$ -준 최적  $H^\infty$  제어기라고 한다. LMI에 기초한  $H^\infty$  제어해법에서는 (36)과 같은 일반화 플랜트가

A1)  $(A, B_2)$ 가 가안정이고,  $(A, C_2)$ 가 가검출이다.

A2)  $D_{22} = 0$

의 2가지 가정을 만족하면  $H^\infty$  제어 문제의 해를 구할 수 있다. 즉, 가정 A1과 A2를 만족하는  $G(s)$ 에 대하여,  $N_{12}$ 와  $N_{21}$ 를 각각  $(B_2^T, D_{12}^T)$ 와  $(C_2, D_{21})$ 의 영 공간에 속하는 기저벡터라 가정하면, 설계사양  $\gamma$ 에 대한 준 최적  $H^\infty$  제어기는 다음의 두 LMI 시스템을 만족하는 대칭행렬  $R, S \in R^{n \times n}$ 가 존재하기만 하면 해를 가진다.

$$\begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} AR + RA^T & RC_1^T & B_1 \\ C_1 R & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} < 0 \quad (39)$$

$$\begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A^T S + SA & SB_1 & C_1^T \\ B_1^T S & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} < 0 \quad (40)$$

$$\begin{pmatrix} R & I \\ I & S \end{pmatrix} < 0 \quad (41)$$

LMI에 기초한  $H^\infty$  제어기의 존재성은 다음과 같이 주어진다.

$(A, B_2)$ 이 가안정,  $(A, C_2)$ 이 가검출이고,  $D_{22} = 0$ 인 일반화 플랜트  $G(s)$ 에 대하여,  $N_R$ 과  $N_S$ 를 각각  $(B_2^T, D_{12}^T)$ 와  $(C_2, D_{21})$ 의 영 공간에 속하는 기저벡터라 두면, 설계사양  $\gamma$ 에 대한 준-최적  $H^\infty$  제어 문제는 다음 두 LMI 시스템을 만족하는 대칭행렬  $R$ 과  $S$ 가 존재하기만 하면 해를 가진다.

$$\begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} AR + RA^T & RC_1^T & B_1 \\ C_1 R & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} < 0 \quad (42)$$

$$\begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A^T S + SA & SB_1 & C_1^T \\ B_1^T S & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} < 0 \quad (43)$$

$$\begin{pmatrix} R & I \\ I & S \end{pmatrix} < 0 \quad (44)$$

주어진 식 (42)-(44)의 임의의 해  $(R, S)$ 에 대하여,  $\gamma$  준 최적 제어기  $K(s) = D_K + C_K(sI - A_K)^{-1}B_K$ 는 다음의 순서로 계산된다.

단계 1 :  $\sigma_{\max}(D_{11} + D_{12}D_oD_{21}) < \gamma$ 를 만족하는 임의의 행렬  $D_o$ 와 함께 식 (45)으로부터  $D_K$ 를 구한다.

$$D_K = (D_{12}^+ D_{12}) D_o (D_{21} D_{21}^+) \quad (45)$$

단계 2: 다음과 같이 주어지는 두 선형 행렬방정식의 최소자승해  $(\Theta_{B1} *)^T$ 와  $(\Theta_{C1} *)^T$ 를 구한다.

$$\begin{pmatrix} 0 & D_{21} & 0 \\ D_{21}^T & -\gamma I & D_{cl}^T \\ 0 & D_{cl} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_{B1} \\ * \\ * \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} C_2 \\ B_1^T S \\ C_1 + D_{12} D_K C_2 \end{pmatrix} \quad (46)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & D_{12}^T \\ 0 & -\gamma I & D_{cl}^T \\ D_{12} & D_{cl} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_{C1} \\ * \\ * \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} B_2^T \\ B_1^T + D_{21}^T D_K^T B_2^T \\ C_1 R \end{pmatrix} \quad (47)$$

여기서  $D_{cl} = D_1 + D_{12} D_K D_{21}$ 이다.

단계 3:  $\pi_{12} = I - D_{12}^+ D_{12}$ 와  $\pi_{21} = I - D_{21} D_{21}^+$ 로 표기하자.  $\pi_{21} C_2 = 0$ 이면,  $\Theta_{B2} = 0$ 으로 두고, 그렇지 않은 경우,  $\Theta_{B2}$ 는 식 (48)로부터 계산된다.

$$\Psi(\Theta_{B1}) + C_2^T \pi_{21} \Theta_{B2} + \Theta_{B2}^T \pi_{21} C_2 < 0 \quad (48)$$

그리고  $\pi_{12} B_2^T = 0$ 이면,  $\Theta_{C2} = 0$ 으로 두고, 그렇지 않은 경우  $\Theta_{C2}$ 는 식 (49)로부터 계산된다.

$$\Pi(\Theta_{C1}) + B_2^T \pi_{12} \Theta_{C2} + \Theta_{C2}^T \pi_{12} B_2^T < 0 \quad (49)$$

여기서  $\Psi(\Theta_{B1})$ 와  $\Pi(\Theta_{C1})$ 는 각각 아래의 식으로부터 계산된다.

$$\begin{aligned} \Psi(\Theta_{B1}) &= A^T S + S A + \Theta_{B1}^T C_2 + C_2^T \Theta_{B1} \\ &\quad + \left[ \begin{array}{c|c} B_1^T S + D_{21}^T \Theta_{B1} & \\ \hline C_1 + D_{12} D_K C_2 & \end{array} \right]^T \Delta^{-1} \left[ \begin{array}{c|c} B_1^T S + D_{21}^T \Theta_{B1} & \\ \hline C_1 + D_{12} D_K C_2 & \end{array} \right] \\ \Pi(\Theta_{C1}) &= AR + RA^T + B_2 \Theta_{C1} + \Theta_{C1}^T B_2^T \\ &\quad + \left[ \begin{array}{c|c} B_1^T + D_{21}^T D_K B_2^T & \\ \hline C_1 R + D_{12} \Theta_{C1} & \end{array} \right]^T \Delta^{-1} \left[ \begin{array}{c|c} B_1^T + D_{21}^T D_K B_2^T & \\ \hline C_1 R + D_{12} \Theta_{C1} & \end{array} \right] \\ \Delta &= \begin{bmatrix} \gamma I & -D_{cl}^T \\ -D_{cl} & \gamma I \end{bmatrix} > 0 \end{aligned}$$

단계 4:  $I - RS = MN^T$ 로 두고,  $\Theta_C = \Theta_{C1} + \pi_{12} \Theta_{C2}$ 와  $\Theta_B = \Theta_{B1} + \pi_{21} \Theta_{B2}$ 로 두면,  $A_K$ ,  $B_K$ ,  $C_K$ 는 다음 식들로부터 계산된다.

$$\begin{aligned} NB_K &= -SB_2 D_K + \Theta_B^T \\ C_K M^T &= -D_K C_2 R + \Theta_C \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} -NA_K M^T &= SB_2 \Theta_C + \Theta_B^T C_2 R \\ &\quad + S(A - B_2 D_K C_2)R + (A + B_2 D_K C_2)^T \\ &\quad + \left[ \begin{array}{c|c} B_1^T S^T + D_{21}^T \Theta_B^T & \\ \hline C_1 + D_{12} D_K C_2 & \end{array} \right]^T \Delta^{-1} \left[ \begin{array}{c|c} B_1^T + D_{21}^T D_K B_2^T & \\ \hline C_1 R + D_{12} \Theta_C & \end{array} \right] \end{aligned}$$

## 1.2 웹 위치제어기 설계

$H_\infty$  웹 위치제어기 설계를 위한 일반화 플랜트는 그림 9

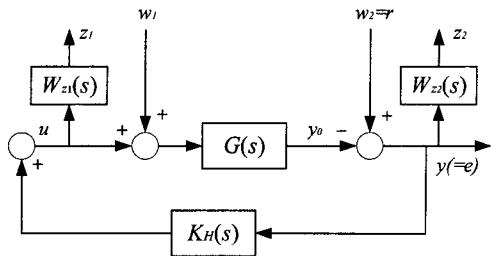


그림 9.  $H_\infty$  제어기 설계를 위한 일반화 플랜트.  
Fig. 9. Generalized plant for  $H_\infty$  controller design.

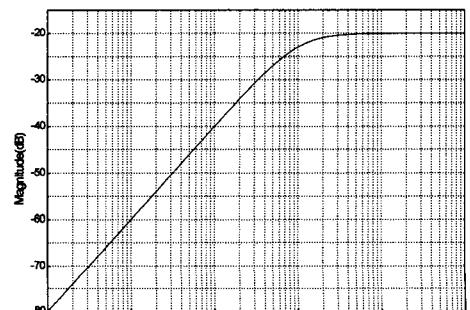
와 같다. 여기서,  $G(s)$ 는 CPC의 공정모델,  $W_{z1}(s)$ 과  $W_{z2}(s)$ 는 각각 플랜트 입·출력 측 하증함수,  $K_H(s)$ 는  $H_\infty$  제어기 를 가리킨다. 그리고,  $w = (w_1, w_2)$ ,  $y$ ,  $z = (z_1, z_2)$ ,  $u$ 는 각각 외란, 관측출력, 제어량, 제어입력을 의미한다.  $w$ 와  $u$ 에서  $z$ 와  $y$ 까지의 일반화 플랜트 전달함수는 (51)과 같고,  $G(s)$ ,  $W_{z1}(s)$  그리고  $W_{z2}(s)$ 를 각각 (52)와 같은 상태공간 모델식 으로 실현하면, 일반화 플랜트는 (53)과 같은 상태공간 모델식으로 표현된다[13][14].

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & W_{z1}(s) \\ -W_{z2}(s)G(s) & W_{z2}(s) & -W_{z2}(s)G(s) \\ -G(s) & I & -G(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ u \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} A_o & B_o \\ \hline C_o & D_o \end{bmatrix}, \quad (52)$$

$$\begin{aligned} W_{z1}(s) &= \begin{bmatrix} A_{z1} & B_{z1} \\ \hline C_{z1} & D_{z1} \end{bmatrix}, \quad W_{z2}(s) = \begin{bmatrix} A_{z2} & B_{z2} \\ \hline C_{z2} & D_{z2} \end{bmatrix} \\ \dot{x} &= \begin{bmatrix} A_{z1} & 0 & 0 \\ 0 & A_{z2} & B_{z2} C_o \\ 0 & 0 & A_o \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & B_{z2} \\ B_o & 0 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} B_{z1} \\ 0 \\ B_o \end{bmatrix} u \\ z &= \begin{bmatrix} C_{z1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{z2} & D_{z2} C_o \\ 0 & 0 & D_{z2} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_{z2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} D_{z1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= [0 \ 0 \ C_o] x + [0 \ I] w + [0] u \end{aligned} \quad (53)$$

$W_{z1}(s)$  제어입력의 크기 제한을 고려하여 저주파에서 적은 게인을 가지도록 선정하였으며,  $W_{z2}(s)$ 는 외란억제 성능과 기준입력에 대한 명령추종 성능을 고려하여 선정하였다.  $W_{z1}(s)$ 와  $W_{z2}(s)$ 는 각각 주파수역에서 안정한 유리함수로 주어지며, 이는 그림 10과 11에서 나타내었다.



(a)  $W_{z1}(s)S$

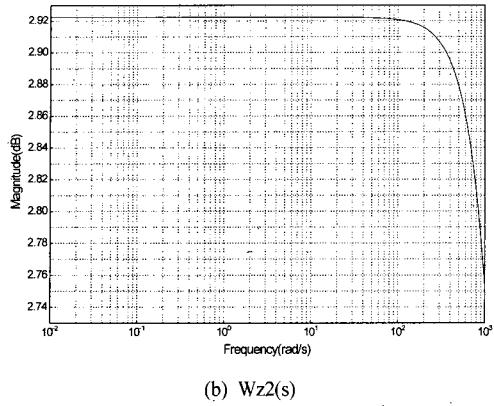
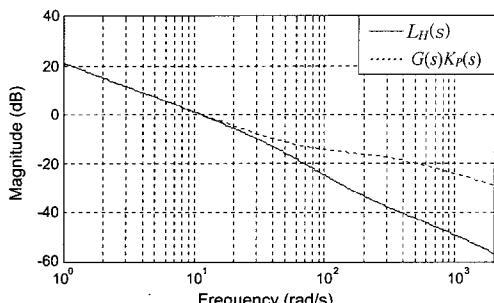


그림 10. 하중함수.

Fig. 10. Weighting functions.

## 2. 강인 PID 제어기 설계

PID 제어기의 개인조정은 설계된  $H_\infty$  제어기로부터 이루어진다. 즉, 주파수역에서의 모델매칭법의 개념을 이용하여 PID 제어기의 비례계인, 적분계인, 미분계인이 조정되며, 이 때 모델매칭을 위하여  $H_\infty$  제어로부터 설계된  $H_\infty$  제어기가 기준모델이 된다. 그 기본 원리를 서술하면 다음과 같다. PID 제어기를 포함하는 루프 전달함수를 모델매칭을 위한 기준모델이 되는  $H_\infty$  제어기를 포함하는 루프 전달함수와 비교하게 되며, 이 때 PID 제어기 각 계인들은 임의의 주어진 주파수역에서 두 루프 전달함수가 동일한 주파수 응답을 가지도록 조정되는 것이다.



(a) 크기 선도

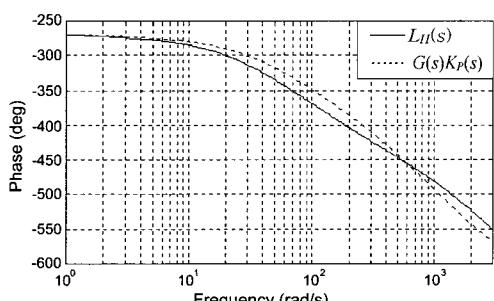
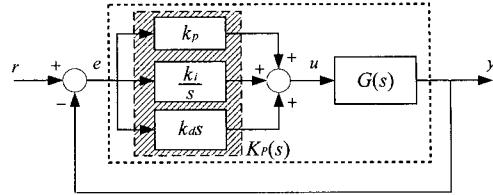
그림 11.  $L_H(s)$  와  $G(s)K_P(s)$ 의 보드 선도.Fig. 11. Bode plot of  $L_H(s)$  and  $G(s)K_P(s)$ .

그림 12. PID 제어기.

Fig. 12. PID controller.

설계된  $H_\infty$  제어기로부터 PID 제어기 각 계인을 계산하는 알고리즘은 다음과 같다. 우선, 설계하고자 하는 PID 제어기  $K_P(s)$ 를 그림 12와 같이 구성한다.  $K_P(s)$ 는 식 (54)와 같은 일반적인 형태로 주어진다.

$$K_P(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (54)$$

여기서  $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$ 는 각각 비례계인, 적분계인, 미분계인을 가리킨다.

그림 9의  $H_\infty$  제어기의 개루프 전달함수  $L_H(s)$ 를  $L_H(s) = G(s)K_H(s)$ 로 나타내고, 임의의 주파수 대역  $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ 에서의  $L_H(s)$ ,  $G(s)$ ,  $K_P(s)$ 의 주파수 응답  $L_H(j\omega)$ ,  $G(j\omega)$ ,  $K_P(j\omega)$ 을 (55)와 같이 각각 실수부와 허수부로 표현하도록 하자.

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= G_r(\omega) + jG_i(\omega) \\ L_H(j\omega) &= L_{Hr}(\omega) + jL_{Hi}(\omega) \\ K_P(j\omega) &= K_{Pr}(\omega) + jK_{Pi}(\omega) \end{aligned} \quad (55)$$

여기서  $K_{Pr}(\omega)$ 와  $K_{Pi}(\omega)$ 는 각각 (56)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} K_{Pr}(\omega) &= k_p \\ K_{Pi}(\omega) &= k_d\omega - k_i \frac{1}{\omega} \end{aligned} \quad (56)$$

PID제어기  $K_p$ 를 구하기 위해,  $H_\infty$ 의  $K_H(j\omega)$ 에 근접한 성능을 가지는  $K_p$ 를 구해야 한다. 이를 위해  $L_H(j\omega)$ 와 PID 제어기의 개루프 전달함수와의 차이를 함수  $E(j\omega)$ 로서 (57)처럼 나타내고

$$E(j\omega) = L_H(j\omega) - G(j\omega)K_P(j\omega) \quad (57)$$

이  $E(j\omega)$ 를 최소화시키는  $K_p$ 를 구하면 된다.

모델매칭은 임의의 주파수 대역  $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ 에서 각 주파수  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 에서의  $E(j\omega)$ 의 제곱의 합을 최소화하는 것을 의미하며, 이를 이용하여 PID 제어기의 각 매개변수를 설정할 수 있다. 즉,  $N$ 개의 주파수 대역에 대하여 (58)와 같이 주어지는 평가함수  $J$ 를 최소화하는 해를 구하면 된다. 이 알고리즘에서 매칭 주파수 대역  $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ 은 차단주파

수를 포함해야 한다. 왜냐하면 폐루프 시스템의 안정도는 차단주차수의 범위 내에서 평가되기 때문이다[4].

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=1}^N |E(j\omega_i)|^2 \\ &= \sum_{i=1}^N |L_H(j\omega_i) - G(j\omega_i)K_P(j\omega_i)|^2 \end{aligned} \quad (58)$$

$E(j\omega)$ 의 주파수 응답을 실수부와 허수부인  $E_r(\omega)$ 과  $E_i(\omega)$ 로 구분하여 나타내면 (59)와 같다.

$$\begin{bmatrix} E_r(\omega) \\ E_i(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Hr}(\omega) \\ L_{Hi}(\omega) \end{bmatrix} - \Phi(\omega) \begin{bmatrix} k_p \\ k_i \\ k_d \end{bmatrix} \quad (59)$$

여기서  $\Phi(\omega)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\Phi(\omega) = \begin{bmatrix} G_r(\omega) & G_i(\omega) \frac{1}{\omega} & -G_i(\omega)\omega \\ G_i(\omega) & -G_r(\omega) \frac{1}{\omega} & G_r(\omega)\omega \end{bmatrix} \quad (60)$$

(59)로부터 (58)은 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=1}^N [E_r(\omega_i)^2 + E_i(\omega_i)^2] \\ &= (\beta - \Lambda\alpha)^T (\beta - \Lambda\alpha) \end{aligned} \quad (61)$$

여기서 행렬  $\Lambda$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ 는 각각 아래와 같이 나타내어진다.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Phi(\omega_1) \\ \Phi(\omega_2) \\ \vdots \\ \Phi(\omega_N) \end{bmatrix},$$

$$\beta = [L_{Hr}(\omega_1) \ L_{Hi}(\omega_1) \ \cdots \ L_{Hr}(\omega_N) \ L_{Hi}(\omega_N)]$$

$$\alpha = [k_p \ k_i \ k_d]^T$$

평가함수  $J$ 를 최소화하는 PID 제어기의 최적 계인  $\alpha$ 는 최소 자승법으로부터 계산되며, 이는 (62)와 같다.

$$\alpha = (\Lambda^T \Lambda)^{-1} \Lambda^T \beta \quad (62)$$

모델매칭을 위한 주파수 대역은  $\omega_{\min} = 1\text{rad/s}$ ,  $\omega_{\max} = 2000\text{rad/s}$  ( $N=2000$ )로 설정하였으며,  $L_H(s)$ 와  $G(s)K_P(s)$ 의 크기 및 위상선도를 그림 11에서 나타내었다. 그림 11(a)와 그림 11(b)에서 실선은  $L_H(s)$ 의 크기와 위상, 점선은  $G(s)K_P(s)$ 의 크기와 위상을 각각 나타낸다. 크기선도에서는 100rad/s 이상의 고주파 대역에서 다소 큰 오차가 존재하였으며, 이는 PID 제어기 파라미터를 구하기 위하여 적용한 최소자승법에서의 수치적인 오차로 인한 것으로 사료된다. 위상선도에서는 전반적으로 두 개루프 전달함수간의 위상에 있어서 큰 오차는 없었다.

표 1. 강인 PID 제어기 매개변수.

Table 1. Robust PID controller parameters.

매개변수	계인값 (조타식)	계인값 (변위식)
$k_p$	29.744	23.326
$k_i$	0	0.0011
$k_d$	2.1111	1.15

외란 억제 성능 및 강인한 명령추종 성능을 만족하도록 설계된  $H_\infty$  웨 위치 제어기로부터 모델매칭을 이용하여 계산된 제어기의 각 계인은 표 1과 같이 선정되었다.

#### IV. 시뮬레이션 결과

설계된 제어기의 성능을 검증하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. CPC 시스템의 강인한 명령추종 성능을 평가하기 위해 스텝 입력을 인가하고, 외란억제 성능을 평가하기 위해 플랜트 출력측에 스텝 및 진폭 1cm, 주파수 2rad/sec인 정현파형 외란을 각각 인가하였다. 또한 파라미터 변동에 대한 안정성을 평가하기 위해 파라미터를 변동시켜가면서 시뮬레이션을 수행하였다. 파라미터 변동에 대한 시뮬레이션을 수행해 본 결과 롤러간의 간격의 변동보다는 유압 파라미터의 변동에 따른 결과의 변화가 커고, 본 논문에서도 유압 파라미터의 변동에 대한 시뮬레이션 결과를 나타내었다. 또한 제안한 제어기의 유용성을 나타내기 위해 실제 현장에서 사용하고 있는 PI 제어기와  $H_\infty$  및 이를 토대로 모델 매칭법을 이용한 강인 PID 제어기를 각각 비교하였다. 여기서 PI 제어기의 계인은 각각 2와 0.01이다.

##### 1. 조타식 유도기

먼저 조타식 유도기의 제어기 성능을 평가하기 위해 외란이 인가되지 않았을 경우 PI 제어기와  $H_\infty$  및 강인 PID 제어기에 대한 스텝 입력의 응답을 그림 13에서 나타내었다. 결과에서와 같이 PI 제어기에 비해  $H_\infty$  및 강인 PID 제어기의 성능이 현저히 좋음을 볼 수 있다. 또한 강인 PID 제어기의 정상상태응답은  $H_\infty$  제어기에 비하여 다소 늦은 0.18초에서 도달하였으나, 오버슈트 없이 기준속도에 대한 정확한 명령추종 성능을 보여준다. 그림 14는 스텝 및 정현파형 외란이 인가되었을 때 각 제어기의 위치 응답을 나타낸 그림이다. 결과에서와 같이 외란억제 성능면에 있어서도 매우 우수한 성능을 나타내었다. 특히 정현파형 외란 인가시 강인 PID 제어기의 외란억제 성능이 우수함을 알 수 있다.  $H_\infty$  제어기와 PID 제어기의 응답에 있어서 차이가 발생하는 것은 모델 매칭법에 있어서 PID 제어기의 각 매개변수 계산인 최소자승법에서 수치적인 오차로 인한 것으로 사료된다. 다음으로 그림 15는 각각 파라미터 변동에 대한 강인 PID 제어기의 스텝과 정현파형 외란에 대한 응답을 나타낸다. 롤리의 위치 변화에 대한 변동은 아주 미세하였고, 유압 파라미터의 변동에 대한 변동이 커으므로 본 논문에서는 유압 파라미터의 변동에 대한 결과만 인급한다. 제안된 제어기는 파라미터 변동에 대해 약간의 출력 변동을 가지지만 여전히 빠른 추종성능을 보여준다.

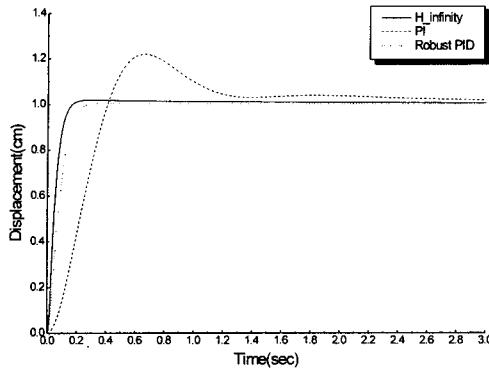
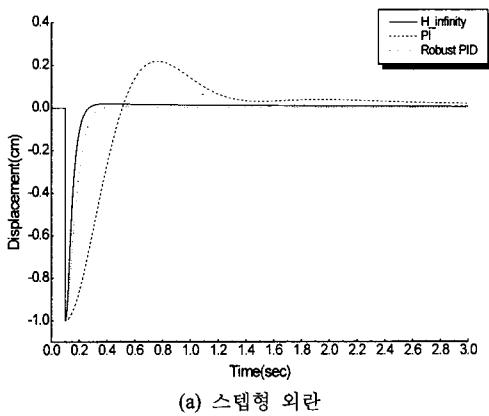
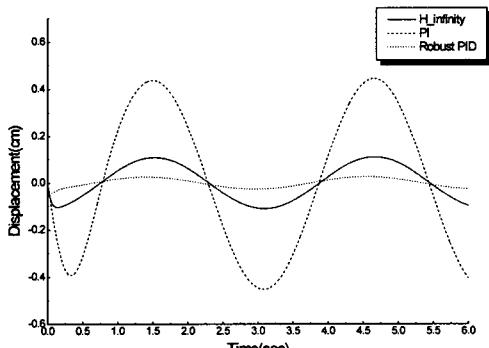


그림 13. 스텝 입력 응답.

Fig. 13. Step input response.



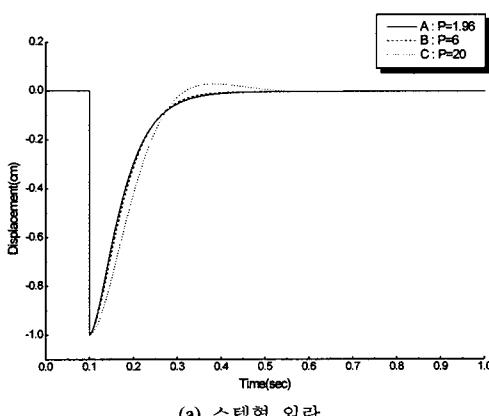
(a) 스텝형 외란



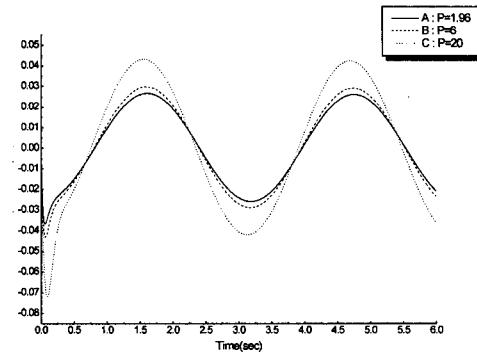
(b) 정현파형 외란

그림 14. 외란억제 성능.

Fig. 14. Disturbance attenuation response.



(a) 스텝형 외란



(b) 정현파형 외란

그림 15. 외란 및 파라미터 변동에 대한 강인 PID 제어기 응답.

Fig. 15. Robust PID controller response under disturbances and hydraulic parameters variation.

## 2. 변위식 유도기

변위식 유도기에 대한 시뮬레이션은 조타식 유도기와 동일한 조건으로 수행하였다. 그림 16에서 알 수 있듯이 변위식 유도기 역시 PI 제어기에 비해  $H_{\infty}$  및 강인 PID 제어기의 성능이 현저히 좋음을 볼 수 있다. 변위식 역시 강인 PID 제어기의 정상상태응답이  $H_{\infty}$  제어기에 비하여 다소 늦게 도달하였으나, 기준속도에 대한 정확한 명령추종 성능을 보여준다. 그림 17은 외란이 인가되었을 때 각 제어기의 위치 응

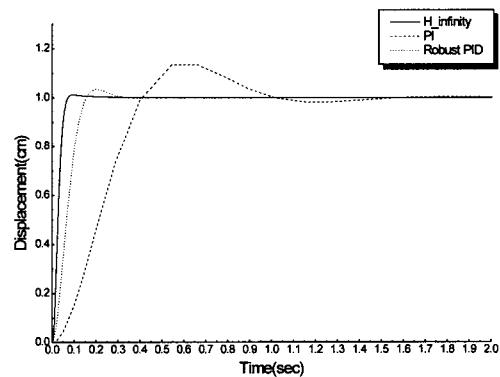
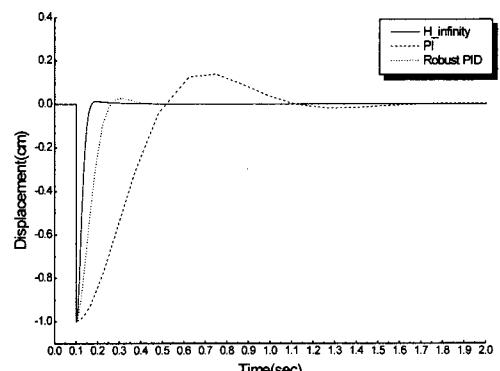
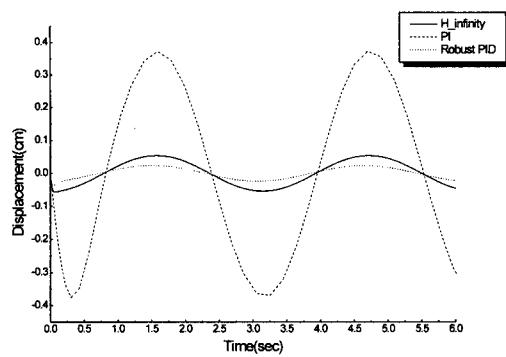


그림 16. 스텝 입력 응답.

Fig. 16. Step input response.



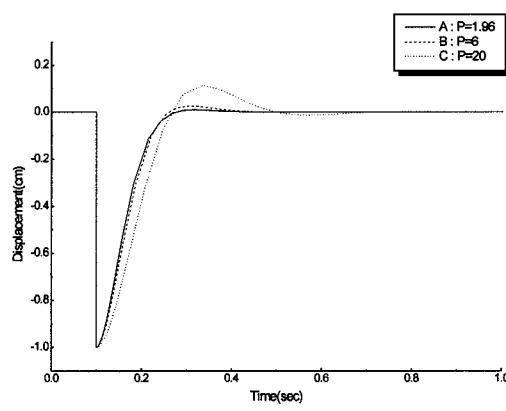
(a) 스텝형 외란



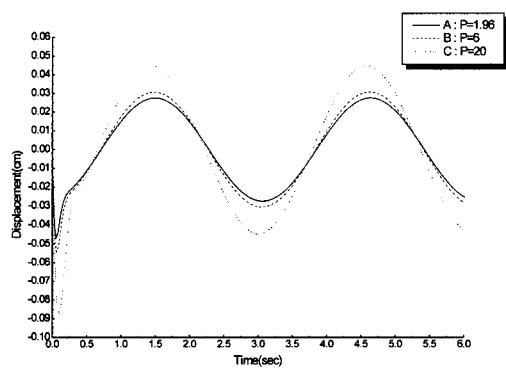
(b) 정현파형 외란

그림 17. 외란억제 성능.

Fig. 17. Disturbance attenuation response.



(a) 스텝형 외란



(b) 정현파형 외란

그림 18. 외란 및 파라미터 변동에 대한 강인 PID 제어기 응답.

Fig. 18. Robust PID controller response under disturbances and hydraulic parameters variation.

답을 나타낸 그림이다. 결과에서와 같이 외란억제 성능면에 있어서도 매우 우수한 성능을 나타내었다. 다음으로 그림 18은 각각 파라미터 변동에 대한 강인 PID 제어기의 스텝과 정현파형 외란에 대한 위치 응답을 나타낸다. 역시 제안된 제어기는 파라미터 변동에 대해 약간의 출력 변동을 가지지만 여전히 빠른 추종성능을 보여준다.

## V. 결론

본 논문에서는 냉간 압연에서 사용되고 있는 CPC 시스템에 대해 모델링을 하고 설계된  $H_{\infty}$  제어기로부터 모델 매칭법을 이용하여 외란억제 성능 및 명령추종 성능을 만족하는 장인 PID 제어기 조정기법에 관하여 연구하였다.  $H_{\infty}$  제어기와 동일한 성능의 장인 PID 제어기를 설계하기 위하여 주어진 성능을 만족하는  $H_{\infty}$  제어기를 설계한 후, 주파수역에서의 루프 전달함수의 주파수 응답 비교를 통하여, 설계된  $H_{\infty}$  제어기와 동일한 성능을 가지는 PID 제어기를 구성하였다. 이러한 장인 PID 제어기 조정기법은 웹 위치 제어기 설계에 적용하여, 설계된 장인 PID 제어기가 파라미터 변동 및 외란억제 성능, 그리고 기준 입력에 대한 강인 명령추종 성능을 가짐을 시뮬레이션 결과를 통해 나타내었다. 결론적으로 본 논문에서 제안된  $H_{\infty}$  제어기에 기초한 장인 PID 제어기 조정기법은 웹 위치 제어기 설계에 있어서 그 유용성과 응용가능성이 있음을 확인하였다.

## 참고문헌

- [1] 山本重彦, PID制御の基礎と應用, 朝倉書店, 1997.
- [2] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice-Hall, 1997.
- [3] J. Hozumi, S. Hara, and H. Fujioka, "Robust servo problem with  $H_{\infty}$  norm constraint," *International Journal of Control*, vol. 66, no. 6, pp. 803~823, 1997.
- [4] P. Gahinet, "Explicit controller formulas for LMI-based  $H_{\infty}$  synthesis," *Automatica*, vol. 32, no. 7, pp. 1007~1014, 1996.
- [5] Y. Chida and T. Shigemasa, "Controller reduction by model matching in cut-off frequency band," *Proceedings of the 34th SICE Annual Conference*, pp. 865~866, 1995.
- [6] M. Yukitomo, Y. Iino, S. Hino, and K. Nagata, "A new PID controller tuning system and its application to a flue gas temperature control in a gas turbine power plant," *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications*, Trieste, Italy, 1998.
- [7] D. P. Campbell, *Process Dynamics*, Wiley, New York, pp. 152~156, 1958.
- [8] J. J. Shelton and K. N. Reid, "Lateral dynamics of an idealized moving web," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, pp. 187~192, 1971.
- [9] J. J. Shelton and K. N. Reid, "Lateral dynamics of an real moving web," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, pp. 180~186, 1971.
- [10] G. E. Young and K. N. Reid, "Lateral and longitudinal dynamic behavior and control of moving webs," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, pp. 309~317, 1993.
- [11] M. P. G. J. Besteman, Camille H. L. Limpens, Robert Babuska, John B. Otten, and Michel Verhaegen, "Modeling and identification of a strip guidance process with internal feedback," *IEEE Transactions on Control Systems and Technology*, vol. 6, no. 1, pp. 88~102, 1998.

- [12] 이만형, K-95 포신/포탑 자동구동 제어시스템 기초연 구, 위탁과제 최종보고서, 삼성중공업, 1991. 10.
- [13] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, and B. A. Francis, "State-space solutions to standard  $H_2$  and  $H_\infty$

control problems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 34, no. 8, pp.831~847, 1989.

- [14] K. Zhou, *Robust and Optimal Control*, Prentice-Hall, 1996.



### 최진태

1959년 5월 30일생. 1982년 부산대 기계공학과 졸업. 동대학원 석사(1984). 동대학 기계설계공학박사(1997). Post -Doc. University of Illinois at Urbana -Champaign Mechanical Engineering. (1997-1998). 위덕 대학교 전기공학과 겸임부교수(1999-2000). 제어 자동화 시스템공학회 대구경북지부 이사(1999- 2001). 국제 인명 사전 Marquis "Who's who in the world", 2000, 2001판에 등재. 1986년~현재 포항 산업 과학 연구원 책임연구원. 관심분야는 장인 및 예견제어, 실시간 제어기 설계, 철강공정 제어, 자동화시스템 설계.



### 김인수

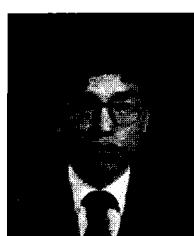
1974년 6월 30일생. 1997년 부산대 제어기계공학과 졸업. 동대학원 지능기계공학 석사(1999). 동대학 박사 수료(2001). 2001년~현재 국방과학 연구소 연구원. 관심분야는 장인제어, 수중음향 신호처리 및 표적추적, 수중운동체 제어.



### 이영진

1968년 3월 17일생. 1995년 부산대 기계공학과 졸업. 동대학원 석사(1998), 동대학 지능기계공학과 박사(2001). 2001년~현재 부산대 컴퓨터·정보통신연구소 교수. 2002. 5. 로보틱스 연구조합 전무연구위원.

2002. 1 영남과학포럼 총무. 관심분야는 ITS, 지능로봇.



### 김종식

1954년 3월 30일생 1977년 서울대 기계설계학과 졸업. 한국과학기술원 기계공학 석사(1979), 미국 M.I.T. 기계공학 박사(1987). 1995년 3월~현재 부산대학교 기계공학부 교수. 관심분야는 차량시스템 동역학, 제어 생산시스템 동역학 및 제어, 자동차 엔진 및 변속기 제어, 다변수 선형 장인제어.



### 이만형

1946년 10월 18일생. 1969년 부산대 전기공학과 졸업. 동대학원 석사(1971), 미국 Oregon 주립대학교 전기·컴퓨터공학과 박사(1983). 1975년~현재 부산대학교 기계공학부 교수, POSCO 석좌교수, 2002년~현재 부산대학교 공과대학장. 관심분야는 메카트로닉스, 핵물제어, 견실제어 이론 및 응용, 랜덤 프로세스 및 파라미터 추정기법, ITS.