

# 개루프 상태에서 플랜트가 불안정한 경우에 대한 멀티레이트 표본 데이터 제어 시스템의 안정화

## Stabilization of Multirate Sampled-Data Control Systems in Case of Open-Loop Unstable Plant

손 석 보, 박 상 현, 김 영 백, 박 찬 식, 이 상 정

(Seok Bo Son, Sang Hyun Park, Young Baek Kim, Chansik Park and Sang Jeong Lee)

**Abstract :** This paper proposes a stabilizing controller for the multirate sampled-data systems, which have a periodic output measurement scheme, in case of the open-loop unstable plant. A sufficient condition for maintaining observability in the multirate sampled-data systems is derived and a design strategy for filtered disturbance rejection is proposed. We also propose a design method for the plant output estimator. It is shown that the proposed pre-stabilizing controllers can stabilize the plant through the simulations. The proposed controller has IMC structure, and can be decomposed into the pre-stabilizing controller, the plant output estimator, the filtered disturbance estimator and the inverse of the fast pre-stabilized plant model. We assume that the plant is open-loop unstable and the disturbance consists of a sum of finite number of sinusoids with different frequencies. Some examples are presented for illustrations.

**Keywords :** multirate system, IMC(Internal Model Control), disturbance rejection, unstable plant

### I. 서론

주기적 시스템 또는 멀티레이트 시스템의 안정화 제어기 설계 문제는 최근에 많은 연구 결과가 발표되었으며[1]-[4], 특히 M. A. Dahleh는 주기성을 갖는 제어기가 주기적인 시스템을 안정화할 수 있는 이유를 규명하였다[5]. 주기적 시스템의 LQ 최적 제어에 대해서는 S. Bittanti등이 주기적인 리카티식의 해에 의한 주기적인 제어 법칙으로 주어짐을 보였다[6]. S. Bittanti등은 주기적인 시스템에 대한 LQG문제의 해가 주기적임을 보였고 L. Xie와 C. E. de Souza는 주기적인 시스템의 infinite horizon  $H_\infty$  상태 추정 문제도 주기성을 갖는 sign indefinite 리카티식의 해를 통해 주기성을 갖는 상태 추정기로 구할 수 있음을 보였다[7]. 또한 Youla의 매개 변수화 결과를 리프팅 기법(lifting technique)[8][9]을 이용하여 멀티레이트나 주기적인 시스템의 경우로 확장한 안정화 제어기 매개 변수화 결과[5][10]가 발표되었다. 이 결과를 이용하면 멀티레이트 또는 주기적인 시스템을 shift-invariant 형태로 변환하여 시스템을 시불변 영역에서 해석할 수 있으므로 리프티드 시스템(lifted system)에 대한 IMC 구조로 안정화 제어를 구현할 수 있다. 그러나 주기적인 시스템이나 멀티레이트 시스템에는 샘플링 방식 때문에 리프팅 기법을 적용하였을 때 리프티드 시스템이 특이성(singularity)을 갖게 되어 일반적인 IMC 구조를 갖는 안정화 제어기 설계가 불가능한 경우가 있으며, 지그재그 형태의 주기적인 출력 측정 방식을

갖고 개루프 상태에서 플랜트가 불안정한 경우의 멀티레이트 표본 데이터 시스템에 대해서는 외란 제거 특성을 갖는 IMC 구조로 안정화 제어기 설계가 가능함이 발표되었다[11].

본 논문에서는 지그재그 형태의 주기적인 출력 측정 방식[12][13]을 갖는 멀티레이트 표본 데이터 시스템에 대해 플랜트가 불안정한 경우에 외란 제거 특성을 갖는 IMC 구조의 안정화 제어기 설계 방법을 제안하고자 하고자 하며, 이때 외란은 정현파의 합으로 이루어졌다고 가정한다. 2장에서 멀티레이트 표본 데이터 시스템과 설계 문제를 설명하고, 불안정한 플랜트에 대한 IMC 제어기 구조에서 지그재그 형태의 출력 측정 방식을 취하게 되면 기존의 선 안정화 제어기로는 불안정한 플랜트를 안정화할 수 없음을 보인다. 3장에서는 개루프 상태에서 불안정한 플랜트에 대하여 외란 제거 특성을 갖는 IMC 형태의 안정화 제어기 설계 과정을 제안하고, 예제를 통하여 성능을 검증한다. 마지막으로 4장에서 결론을 맺는다.

### II. 문제 설정

본 논문에서 다루려는 시스템은 지그재그 형태의 주기적인 출력 측정 방식을 갖고 개루프 상태에서 플랜트가 불안정한 멀티레이트 표본 데이터 시스템으로 이를 그림 1로 나타내었다.

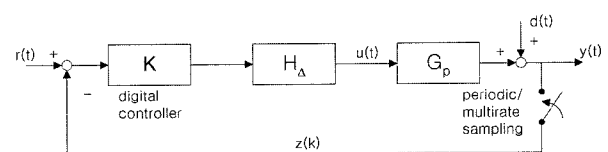


그림 1. 주기적인 측정을 하는 멀티레이트 표본데이터 시스템.  
Fig. 1. Multirate sampled-data control system with a periodic measurement scheme.

논문접수: 2001. 8. 10., 채택확정: 2002. 3. 22.

손석보: 충남대학교 전자공학과, (주)네비콤(sbson@navicom.co.kr)

박상현: (주)네비콤(shpark@navicom.co.kr)

김영백: (주)네비콤(ybkim@navicom.co.kr)

박찬식: 충북대학교 전기·전자·컴퓨터 공학부(chansp@cucub.  
chungbuk.ac.kr)

이상정: 충남대학교 정보통신공학부(eesjl@cslab.cnu.ac.kr)

여기서  $G_p$ 는 불안정한 시불변 연속 시간 플랜트,  $K$ 는 제어기,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어 입력,  $y(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 출력,  $d(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 외란,  $r(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 기준 입력,  $H_d$ 는 주기가  $\Delta$ 인 ZOH (zero-order hold)를 나타내며, 외란은 정현파의 합으로 이루어졌다고 가정한다.

이제  $G_p(s)$ 의 ZOH 등가 상태 공간 모델은

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \tag{1}$$

$$y(k) = Cx(k) + d(k) \tag{2}$$

이고, 측정된 출력은

$$z(k) = PE(k)y(k) \tag{3}$$

으로 표시할 수 있으며 여기서

$$PE(k) = \text{diag}\{pe_i(k)\} \text{ for } i = 1, 2, \dots, m \tag{4}$$

$$pe_i(k) = \begin{cases} 1 & \text{if } k=i-1, \\ & 2m-i, 2m+i-1, \\ & 4m-i, 4m+i-1, \dots \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{5}$$

이다. 따라서 본 논문에서 다루는 멀티레이트 표본 데이터 시스템의 상태 공간 모델은 다음과 같다:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \tag{6}$$

$$z(k) = C(k)x(k) + PE(k)d(k). \tag{7}$$

여기서,  $C(k)=PE(k)C$ ,  $C(k+N)=C(k)$ ,  $PE(k+N)=PE(k)$ 이다.  $N=2m$ 은 측정 주기이고,  $C(k)$ 와  $PE(k)$ 는 주기 함수이며, 모든  $k$ 에서 한 행 외에는 모든 행이 영이 되는 특징을 갖는다.

플랜트가 불안정한 경우 그림 2와 같은 안정화 제어기 구조를 고려해 볼 수 있으며,  $P/L$ 은 선 안정화 제어기,  $G_p=B/A$ 는 대상 플랜트,  $G_m=\hat{B}/\hat{A}$ 는 플랜트 모델로 플랜트와 같다고 가정하며,  $Q$ 는 IMC 제어기,  $E_1$ 와  $E_2$ 는 Hurwitz,  $P$ 와  $L$ 은

$$\hat{A}L + \hat{B}P = E_1E_2 \tag{8}$$

을 만족한다.

이때 외란과 페루프 제어 시스템 출력 사이의 전달함수는

$$y = \frac{\hat{A}L}{\hat{A}L + \hat{B}P} (1 - Q \frac{\hat{B}}{E_1}) d \tag{9}$$

이고, 외란을 제거하기 위한 최적의 IMC 제어기는[14]

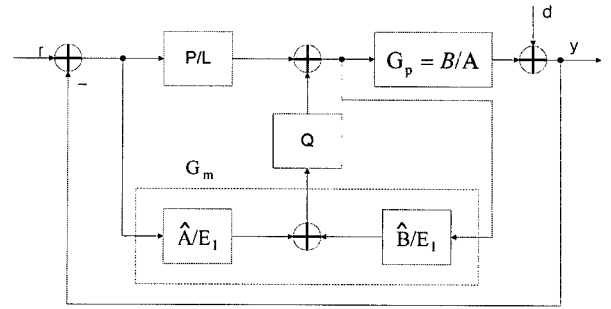


그림 2. 플랜트가 불안정한 경우의 IMC 구조.  
Fig. 2. IMC structure for unstable plants.

$$Q = (\hat{B}/E_1)^{-1} \tag{10}$$

로 구할 수 있으나, 지그재그 측정 방식을 취할 경우 리프티드 전달함수의 역을 구하는 것은 불가능하다[11]. 따라서, 필터를 통과한 형태의 외란 신호  $(\hat{A}/E_1)d$ 를 추정하고,  $(\hat{B}/E_1)$ 를 기본 샘플링 주기로 이산화한 전달함수로 IMC 제어기를 설계할 수 있다. 그러나, 플랜트가 불안정한 경우에는  $P/L$ 이 지그재그 형태의 측정방식에 의해 계환 신호가 없을 때에도 제대로 동작되는지 즉, 불안정한 플랜트를 안정화시킬 수 있는지 먼저 확인하여야 한다.

그림 2에서 플랜트와  $P/L$ 로만 이루어진 페루프 전달함수를 구해보면 다음과 같다.

$$T_c(z) = \frac{\frac{P}{L} \frac{B}{A}}{1 + \frac{P}{L} \frac{B}{A}} = \frac{BP}{AL + BP} = \frac{BP}{E_1E_2} \tag{11}$$

여기서  $E_1$ 과  $E_2$ 는 Hurwitz 다항식이므로 전체 페루프 시스템은 안정하게 된다.

이제 그림 3과 같이 출력에 대하여 주기적인 측정 방식을 취하였을 때  $P/L$ 이 제대로 동작되는지 검토한다.  $P/L$ 을  $S_1$ 으로  $G_p$ 를  $S_2$ 로 두고 상태 방정식을 각각 다음과 같이 가정한다.

$$S_1 \Leftrightarrow x_1(k+1) = A_1x_1 + B_1u_1, \quad y_1 = C_1x_1, \tag{12}$$

$$S_2 \Leftrightarrow x_2(k+1) = A_2x_2 + B_2u_2, \quad y_2 = C_2x_2. \tag{13}$$

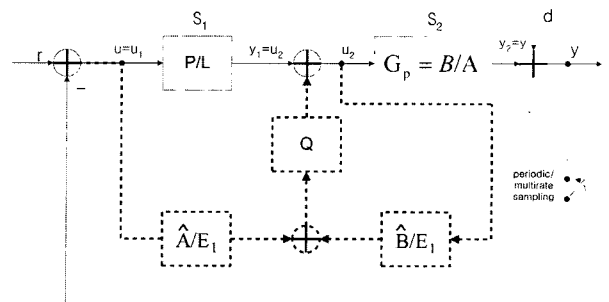


그림 3. 불안정한 플랜트에 대한 IMC의 선안정화루프.  
Fig. 3. Pre-stabilizing loop of IMC for unstable plants.

(12)와 (13)의 두 시스템으로 이루어진 단일 케환 시스템의 전달함수 행렬을 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & -B_1C_2 \\ B_2C_1 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} r(k) \quad (14)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \quad (15)$$

지그재그 출력 측정 방식을 도입하면  $S_2$ 는  $S_2' \Leftrightarrow x_2(k+1) = A_2x_2 + B_2u_2$ ,  $y_2 = PE(k)C_2x_2$ 가 되고 페루프 시스템의 시스템 행렬은

$$A_T = \begin{bmatrix} A_1 & -B_1PE(k)C_2 \\ B_2C_1 & A_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

이 되고,  $PE(k)$ 의 값에 따라 변하게 되는 시변 시스템임을 알 수 있다. 따라서, 페루프 시스템이 안정화 됨을 보장할 수 없다. 그러므로 불안정한 플랜트에 대한 IMC 제어기 구조에서 지그재그 형태의 출력 측정 방식을 취할 경우 기존의 선 안정화 제어기로는 불안정한 플랜트를 항상 안정화시킬 수 있는 것이 아님을 알 수 있다.

### III. 불안정한 플랜트에 대한 IMC구조를 갖는 제어기

이 절에서는 개루프 상태에서 불안정한 플랜트에 대해서 안정화 제어기 설계 방법을 제안한다. 우선 기존의 선 안정화 제어기로 불안정한 플랜트를 안정화할 수 없는 문제를 해결하기 위한 방법으로 측정값이 케환 되지 않을 때는 추정된 케환 신호를 선 안정화 제어기를 통하여 플랜트에 입력하는 방법을 생각할 수 있다.

본 논문의 문제에서는 출력 측정값이 불규칙적으로 빠지므로 시간 갱신(time update)은 매 샘플링 주기마다 이루어지지만 측정치 갱신(measurement update)은 출력의 측정값이 존재할 때만 이루어지게 된다. 즉, 멀티레이트 칼만 필터(Multirate Kalman filter)가 된다. 출력 측정이 4번의 기본 샘플링 주기 동안 2번씩 이루어지는 경우를 상호 분산의 전파 개념으로 표현하면 그림 4와 같다.

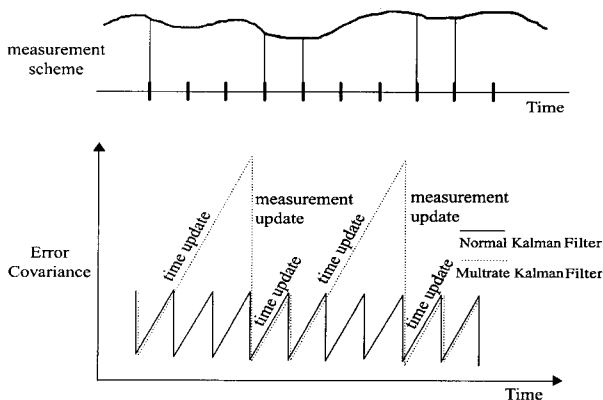


그림 4. 멀티레이트 칼만 필터의 공분산 전파 개념.  
Fig. 4. Covariance propagation concept for a multirate Kalman filter.

그림 4와 같이 멀티레이트 칼만 필터의 시간 갱신은 기본 샘플링 주기마다 이루어지고 측정치 갱신은 측정값이 있는 샘플링 순간만 이루어지므로 매 프레임 샘플링 주기마다 2번 씩 이루어진다. 이에 대한 칼만 필터 식은 다음과 같다 [15].

멀티레이트 칼만 필터의 시스템 모델 :

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + u(k) \quad (17)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) + v(k). \quad (18)$$

시간 갱신 과정 :

$$P(k+1)^- = AP(k)A^T + Q \quad (19)$$

$$\hat{x}(k+1)^- = A \hat{x}(k) + Bu(k). \quad (20)$$

측정치 갱신 과정 :

$$K(k+1) = P(k+1)^- C^T (CP(k+1)^- C^T + R)^{-1} \quad (21)$$

$$P(k+1) = (I - K(k+1)C)P(k+1)^- \quad (22)$$

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k+1)^- + K(k+1)(y(k+1) - C \hat{x}(k+1)^- - Du(k)). \quad (23)$$

여기서,  $y(k)$ 는 측정치,  $u(k)$ 는 플랜트 입력,  $x(k)$ 는 상태 변수,  $P(k)$ 는 상태변수 오차 공분산,  $u(k) \sim N(0, Q)$ ,  $v(k) \sim N(0, R)$ ,  $Q$ 는 공정 잡음 공분산 행렬,  $R$ 은 측정 잡음 공분산 행렬,  $K(k)$ 은 칼만 이득이다.

이제 수정된 선 안정화 제어기로 불안정한 플랜트가 안정화되면 IMC 제어를 설계할 수 있으며, 플랜트가 안정한 경우와 달리 필터링된 외란 추정기를 설계하여야 한다. 먼저 필터링된 외란 식을 구하고 필터링 이후에도 외란의 가관측성이 유지되는지 확인한다. 그리고 필터링된 외란에 대한 추정기가 포함된 선 안정화 제어를 결합하여 수정된 IMC 구조의 안정화 제어를 제안한다.

필터식  $\hat{A}/E_1$ 을 고려해 보자. 플랜트가 불안정하므로 다항식  $\hat{A}$ 는 양의 실수 부분을 갖는다. 기본 샘플링 주기  $\Delta$ 로 이산화한 필터 식은

$$x_f(k+1) = A_f x_f(k) + B_f z(k) \quad (24)$$

$$d_f(k) = C_f x_f(k) + D_f z(k) \quad (25)$$

이고, 여기서  $z(k)$ 는 유한개의 정현파의 합으로 구성된 외란 모델을 멀티레이트 표본 데이터 시스템으로 이산화한 결과이며, 그 결과식은 다음과 같다[11].

$$x_d(k+1) = A_d x_d(k) \tag{26}$$

$$z(k) = PE(k)C_d x_d(k) + PE(k)v(k) \tag{27}$$

필터를 통과한 외란에 관한 식은 필터 식과 외란 식을 직렬로 연결하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)v(k) \tag{28}$$

$$d_f(k) = C(k)x(k) + D(k)v(k) \tag{29}$$

여기서

$$x(k) = [x_d(k) \ x_f(k)]^T \tag{30}$$

$$A(k) = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ B_f PE(k) C_d & A_f \end{bmatrix} \tag{31}$$

$$B(k) = [0 \ B_f PE(k)]^T \tag{32}$$

$$C(k) = [D_f PE(k) C_d \ C_f] \tag{33}$$

$$D(k) = D_f PE(k) \tag{34}$$

$$\begin{aligned} A(k) &= A(k+N), B(k) = B(k+N), \\ C(k) &= C(k+N), D(k) = D(k+N) \end{aligned} \tag{35}$$

이다. 위 식에서 프로세스 잡음과 측정 잡음은 서로 상관되어 있음을 알 수 있다. 이제 필터를 통과한 외란의 가관측성을 살펴보자.

정리 1: 샘플링 주기가  $\omega_n \Delta < (M/N) \pi$  을 만족하면, 필터링된 외란 (28), (29)는 가관측성을 갖는다. 여기서 M은 주기  $N\Delta$  내에서 행한 샘플링 수이다[11].

증명: 외란을 주기적으로 샘플링했을 때, 샘플링 주기가  $\omega_n \Delta < (M/N) \pi$  를 만족하면 샘플링 후에도 외란은 가관측성을 갖게 되고 외란의 모든 극점은 z 평면에서 단위 원의 원주 위에 존재한다. 이런 외란의 특성과 함께 폴렌트가 불안정하지만 외란과 같은 모드는 갖지 않는다고 가정하면  $E_1$  은 Hurwitz이므로  $\hat{A}/E_1$  과  $d$  사이에 극점과 영점의 상쇄가 발생하지 않는다. 따라서 (28), (29)는 가관측성을 갖는다. ■  
필터링된 외란의 리프티드 모델은 다음과 같다.

$$\bar{x}(k+1) = \bar{A} \bar{x}(k) + \bar{B} \bar{\xi}(k) \tag{36}$$

$$\bar{d}_f(k) = \bar{C} \bar{x}(k) + \bar{\eta}(k) \tag{37}$$

여기서

$$\bar{x}(k) = x(kN) \tag{38}$$

$$\bar{d}_f(k) = [d_f(kN) \ d_f(kN+1) \ \dots \ d_f(kN+N-1)]^T \tag{39}$$

$$\bar{\xi}(k) = [v(kN) \ v(kN+1) \ \dots \ v(kN+N-1)]^T \tag{40}$$

$$\bar{\eta}(k) = \bar{D} \bar{\xi}(k) \tag{41}$$

$$\bar{A} = A(kN)A(kN+1) \dots A(kN+N-1) \tag{42}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} A(kN+N-1) \dots A(kN+1)B(kN) \\ A(kN+N-2) \dots A(kN+2)B(kN+1) \\ \vdots \\ A(kN+N-1)B(kN+N-2) \\ B(kN+N-1) \end{bmatrix}^T \tag{43}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C(kN) \\ C(kN)A(kN) \\ C(kN+2)A(kN)A(kN+1) \\ \vdots \\ C(kN+N-1)A(kN) \dots A(kN+N-2) \end{bmatrix} \tag{44}$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D(kN) \\ C(kN+1)B(kN) \\ C(kN+2)A(kN+1)B(kN) \\ \vdots \\ C(kN+N-1) \cdot A(kN+N-2)B(kN) \\ \\ 0 \\ D(kN+1) \\ C(kN+2)B(kN+1) \\ \vdots \\ C(kN+N-1) \cdot A(kN+N-3)B(kN+1) \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ C(kN+N-1)B(kN+N-2) \ D(kN+N-1) \end{bmatrix} \tag{45}$$

이다.

필터링된 외란의 리프티드 모델에 대하여 프로세스 잡음과 측정 잡음이 서로 상관된 경우에 대한 칼만 필터는 다음과 같이 구할 수 있다[15].

$$\Sigma(k+1)^- = \frac{(\bar{A} - K\bar{C})\Sigma(k)(\bar{A} - K\bar{C})^T}{\bar{B}Q\bar{B}^T - KRK^T} \tag{46}$$

$$K = \bar{B}SR^{-1} \tag{47}$$

$$\hat{x}(k+1)^- = \bar{A} \hat{x}(k) + K [y(k) - \bar{C}\hat{x}(k)] \tag{48}$$

$$G(k+1) = \Sigma(k+1)^- \bar{C}^T (\bar{C} \Sigma(k+1)^- \bar{C}^T + R)^{-1} \tag{49}$$

$$\Sigma(k+1) = (I - G(k+1)\overline{C})\Sigma(k+1)^- \quad (50)$$

$$\widehat{x}(k+1) = \widehat{x}(k+1)^- + G(k+1)[y(k+1) - \overline{C}\widehat{x}(k+1)^-] \quad (51)$$

$$\Sigma(0) = var(x_0) \quad (52)$$

여기서  $G(k)$ 는 칼만 필터의 이득 행렬이고,  $Q$ 와  $R$ 은 프로세스 잡음과 측정 잡음의 공분산 행렬이며,  $S$ 는 이 두 잡음간의 상호 분산(cross covariance) 행렬이다. 리프트드 모델에 대한 칼만 필터를 이용하면 프레임 샘플링 주기  $N\Delta$ 의 신호만 추정할 수 있으므로 기본 샘플링 주기  $\Delta$ 로 일정하게 이산화한 모델을 이용하여 프레임 샘플링 사이의 신호를 보간해야 한다.

이상의 결과를 요약하면, 지그재그 형태의 출력 추정 방식을 취하는 멀티레이트 표본 데이터 시스템에서 플랜트가 개루프 상태에서 불안정하고 외란이 유한개의 정현파 합으로 주어질 때, 외란을 최적으로 제거할 수 있는 안정화 제어기를 IMC구조로 구현할 수 있다. 먼저 선 안정화 제어기에 플랜트의 출력을 추정하는 칼만 필터 형태의 출력 추정기를 추가하여 주기적으로 출력이 궤환되어도 선 안정화 제어가 불안정한 플랜트를 안정화할 수 있도록 한다. 그리고 필터를 통과한 형태의 외란을 추정하는 칼만 필터와 보간에 시연속 IMC 제어기를 기본 샘플링 주기로 일정하게 이산화한 모델로 구현함으로써 IMC 구조의 안정화 제어기를 설계할 수 있다. 제안된 IMC 제어 시스템은 그림 5와 같다.

이제 제안한 IMC 제어 시스템의 특성을 모의 실험을 통해 확인한다.

예제 1: 본 예제에서는 출력 추정기를 갖는 선 안정화 제어기 특성을 검토하기 위하여 플랜트의 전달함수를 다음과 같이 가정한다.

$$G_p(s) = \frac{\overline{B}}{\overline{A}} = \frac{s+1}{s-1} \quad (53)$$

이때 주어진 플랜트에 대한 선 안정화 제어기와 매개 변수  $E_1$ 은 다음과 같다.

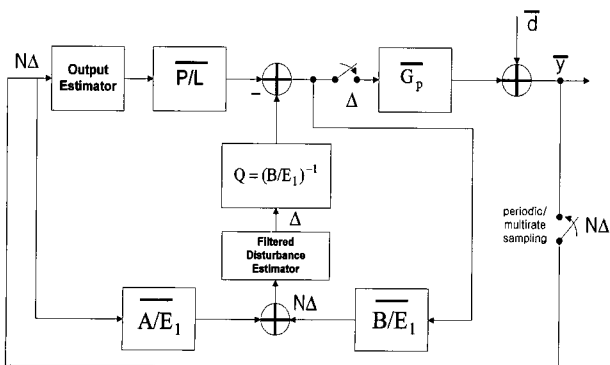


그림 5. 제안하는 IMC 구조.  
Fig. 5. The modified IMC structure.

$$\frac{P(s)}{L(s)} = \frac{3}{s+1} \quad (54)$$

$$E_1 = s+2 \quad (55)$$

출력에 대한 추정 방식은 기본 샘플링 주기가  $\Delta$ 일 때 프레임 샘플링 주기가  $4\Delta$ 이고  $PE(k)=(10011001\cdots)$ 인 형태로 추정한다고 가정한다. 주어진 플랜트와 선 안정화 제어기에 대하여 (17) - (23)을 이용하여 출력 추정기를 설계하고 계단 입력과 정현파 입력에 대한 추종 특성을 그림 6과 7에 나타내었다. 이때 계단 입력은  $t=1\text{sec}$ 에서 가해지고 정현파 입력은  $r=\sin(0.5t)$ 로 가정하였으며, 출력 추정이 기본 샘플링 주기마다 이루어진 결과를 제안 방법의 성능 판단 기준으로 삼았다. 그림 6에서 볼 수 있듯이 멀티레이트 칼만 필터를 이용한 선 안정화 제어기는 정상 상태에서 약간의 바이어스 성분이 남으나 과도 응답 상태에서는 기본 샘플링 주기로 일정하게 이산화한 경우와 거의 같은 응답 특성을 나타냄을 알 수 있다.

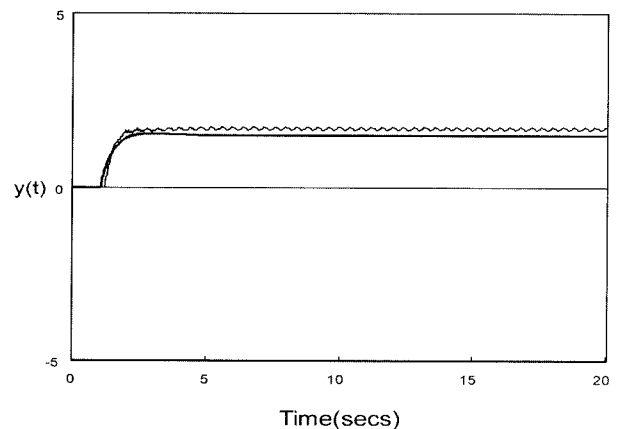


그림 6. 계단 입력에 대한 제안하는 선안정화 제어기의 추종 성능.

Fig. 6. Tracking performance of the modified pre-stabilizing controller for a step input.

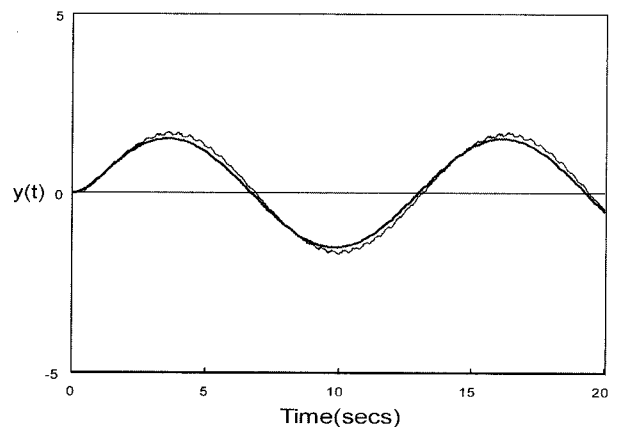


그림 7. 정현파 입력에 대한 제안하는 선안정화 제어기의 추종 성능.

Fig. 7. Tracking performance of the modified pre-stabilizing controller for a sinusoidal input.

그림 8에서는 멀티레이트 칼만 필터의 상호 분산 값의 전파 특성을 보였으며, 시간 갱신만 이루어 질 때는 증가하다가 측정치 갱신이 이루어지면 감소하고, 일정한 값으로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 이상의 결과로 출력 궤환이 이루어지지 않을 때에도 주어진 불안정한 플랜트를 안정하게 함을 확인할 수 있다.

예제 2: 이제 제안한 IMC 제어 시스템의 외란 제거 특성을 살펴본다. 플랜트는 예제 1에서 주어진 플랜트를 사용하고 외란은 서로 다른 주파수 0.5 rad/sec와 1 rad/sec를 갖는 두 개의 정현파의 합으로 표현되며 출력 측정은 4Δ 내에서 2번 샘플링하는 것으로 한다. 외란의 시연속 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x}_d(t) = A_c x_d(t) \tag{56}$$

$$d(t) = C x_d(t) + v(t) \tag{57}$$

여기서

$$x_d^T(0) = [ 0 \ 0.5 \ 0 \ 1 ] \tag{58}$$

$$C = [ 1 \ 0 \ 1 \ 0 ] \tag{59}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{60}$$

이다.

제한된 IMC 제어 시스템을 구성하기 위하여 필터링된 외란에 대한 외란 추정기를 설계하자. 필터 식은

$$\frac{A}{E_1} = \frac{s-1}{s+2} \tag{61}$$

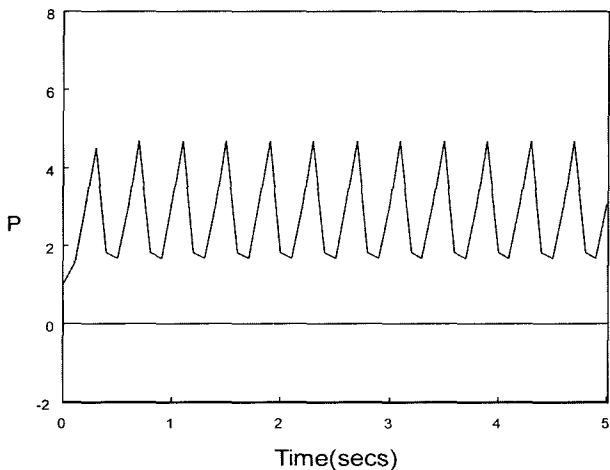


그림 8. 칼만 필터의 공분산 전파 특성.  
Fig. 8. Covariance propagation characteristics of Kalman filters.

이 되며, 이에 대한 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_f(t) = -x_f(t) + u(t) \tag{62}$$

$$d_f(t) = -2x_f(t) + u(t) \tag{63}$$

이제 (56), (57)과 (62), (63)을 샘플링 주기 Δ=0.05sec로 이산화하고 (28)-(34)를 이용하여 직렬로 연결하면 다음과 같은 필터링된 외란 식이 된다.

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) \tag{64}$$

$$d_f(k) = C(k)x(k) + D(k)u(k) \tag{65}$$

여기서

$$x(k) = [x_1^1(k) \ x_2^2(k) \ x_2^3(k) \ x_d^4(k) \ x_f(k)]^T \tag{66}$$

$$A(k) = \begin{bmatrix} 0.9997 & 0.0500 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0125 & 0.9997 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9988 & 0.0500 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0500 & 0.9988 & 0 \\ 0.0476PE(k) & 0 & 0.0476PE(k) & 0 & 0.9048 \end{bmatrix} \tag{67}$$

$$B(k) = [ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.0476PE(k) ]^T \tag{68}$$

$$C(k) = [ PE(k) \ 0 \ PE(k) \ 0 \ -3 ] \tag{69}$$

$$D(k) = PE(k) \tag{70}$$

$$PE(k) = [ \dots 10011001 \dots ] \tag{71}$$

이다.

이제 (36)-(45)를 이용하여 리프티드 모델로 변환하고 (46)-(52)를 이용하여 필터링된 외란 추정기를 설계할 수 있다. 예제 1에서 구한 출력 추정기에 대하여 필터링된 외란 추정기의 추정 특성은 그림 9와 같다.

외란 제거를 위한 최적의 시연속 IMC 제어기는

$$\hat{q} = \frac{E_1}{B} = \frac{s+2}{s+1} \tag{72}$$

이므로 이를 기본 샘플링 주기로 이산화하여 앞에서 구한 외란 추정기와 연결하면 수정된 IMC 제어 시스템을 그림 5와 같은 형태로 구현할 수 있다. 이 시스템의 외란 제거 특성은 그림 10과 같다.

그림 9와 10으로부터 외란 추정기의 추정 및 제거 특성이 우수하게 나타남을 볼 수 있다.

예제 3: 이번 예제에서는 외란 신호의 주파수와 크기는 알지만 위상은 모르는 것으로 가정하여 모의 실험을 실시한다. 즉, 외란을  $d(t) = \sin(t + \theta_1) + \sin(0.5t + \theta_2)$  라 가정하고  $\theta_1$  과  $\theta_2$  는 평균은 0이고 분산이 1인 정규 분포를 갖는

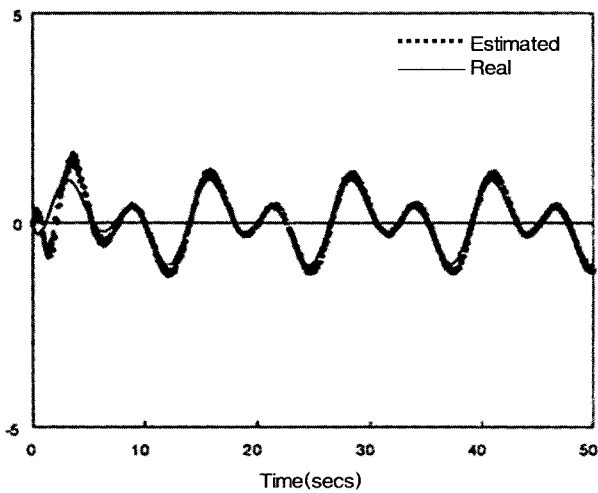
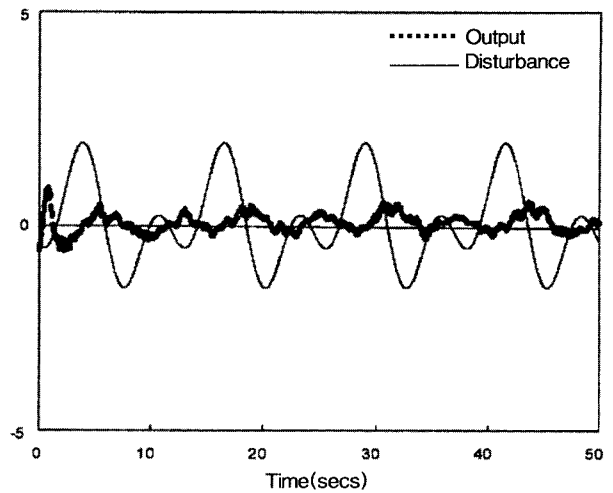


그림 9. 필터링된 외란 추정 결과.  
Fig. 9. Estimation results for the filtered disturbance.



(a) 첫 번째 시도

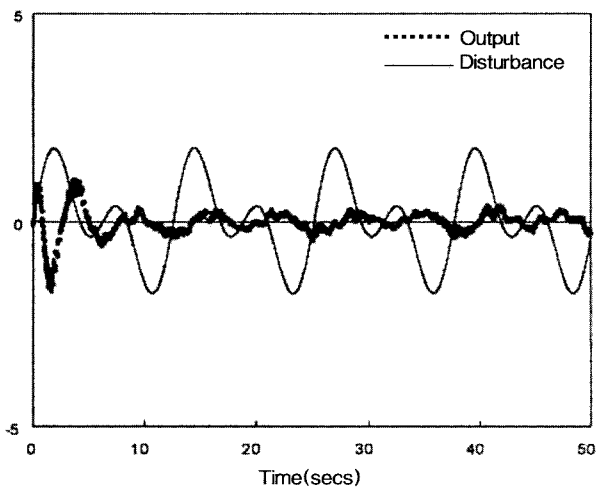
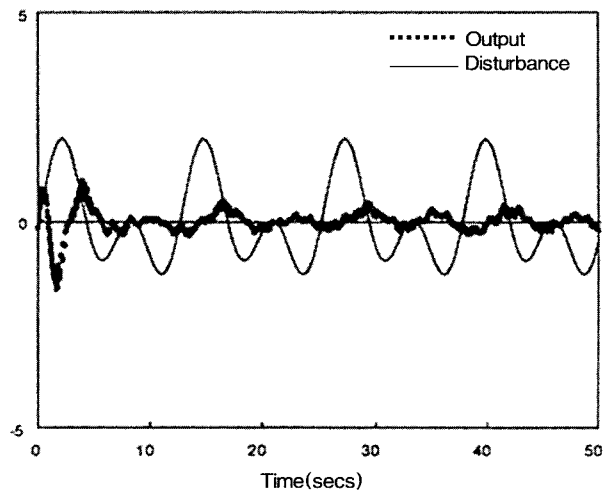


그림 10. 제안된 IMC 구조의 외란 제거 특성.  
Fig. 10. Disturbance rejection property of the proposed IMC system.



(b) 두 번째 시도

그림 11. 제안된 IMC 시스템의 위상의 불확실성이 추가된 외란 제거 특성.

Fig. 11. Disturbance rejection property of the proposed IMC system with phase uncertainty.

랜덤 변수로 둔다. 위상 오차는 새롭게 발생되도록 하여 2회 반복 시험을 실시한다.

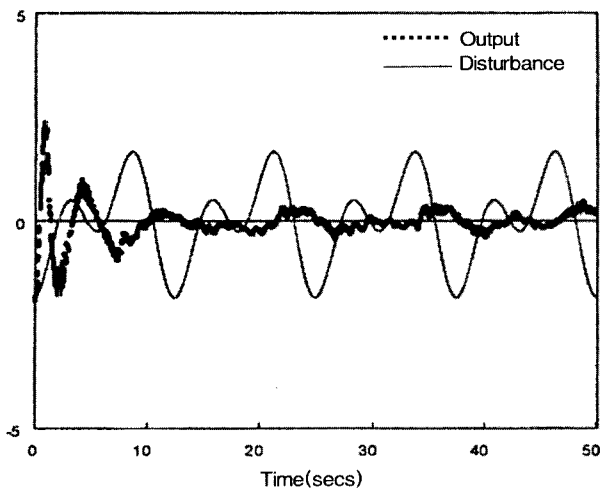
예제 4: 이번에는 외란 신호의 주파수만 알고 크기와 위상을 모르는 것으로 가정하여 모의 실험을 실시한다. 외란을  $d(t) = A_1 \sin(t + \theta_1) + A_2 \sin(0.5t + \theta_2)$  라 가정하고  $A_1, A_2, \theta_1, \theta_2$  는 평균은 0이고 분산이 1인 정규분포를 갖는 랜덤 변수로 둔다. 위상 오차와 각 정현파의 크기는 새롭게 발생되는 것으로 하여 2번 반복 시험을 실시한다.

이 두 예제를 통하여 외란 신호의 위상 및 크기에 랜덤 바이어스 형태의 불확실성이 내재해 있을 경우에도 제안한 제어기는 불확실성이 없을 경우와 같은 성능을 나타낼 수 있다.

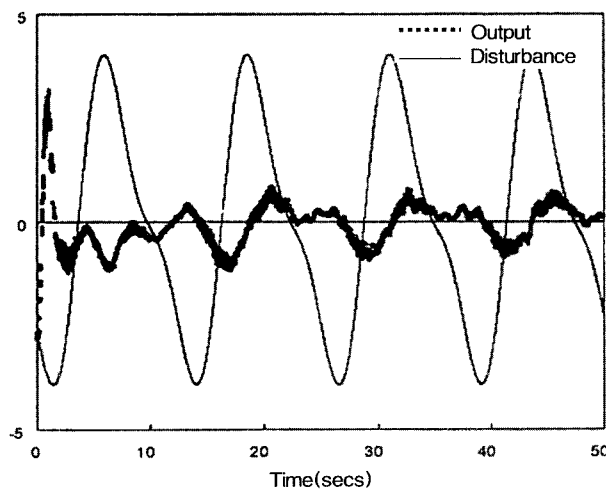
#### IV. 결론

본 논문에서는 지그재그 형태의 주기적인 출력 측정 방식을 갖는 멀티레이트 표본 데이터 시스템에 대해 플랜트가 불안정한 경우에 외란 제거 특성을 갖는 IMC 구조의 안정화

제어기 설계 방법을 제안하였다. 개루프 상태에서 불안정한 플랜트에 대해서는 이에 대한 IMC 구조에서 선 안정화 제어기가 지그재그 형태의 출력 측정 방식을 취할 경우에 플랜트를 안정화할 수 없으므로 멀티레이트 칼만 필터를 구성하여 출력을 추정하는 방법을 제안하였다. 또한 필터링된 외란 신호에 대한 추정기와 시연속 IMC 제어기를 기본 샘플링 주기로 일정하게 이산화한 제어기를 기존의 IMC 제어기와 대체하고, 출력 추정기가 포함된 선 안정화 제어기로 전체적인 IMC 구조의 제어 시스템을 구현하였다. 모의 실험을 통하여 정현파 형태의 외란이 포함된 경우 양호한 외란 제거 특성을 보임을 확인하였으며, 외란 신호의 위상 또는 크기에 랜덤 바이어스 형태의 불확실성이 내재해 있을 경우에도 불확실성이 없을 경우와 같은 성능을 나타내었다. 이와 같은 설계 방법은 일반적인 외란을 제거하는 제어기 설계 방법이라고는 볼 수 없으나 유한개의 정현파의 합으로 이루어진 외란의 경우 멀티레이트 샘플링에 의해서도 평균 나이키스트 주기



(a) 첫 번째 시도



(b) 두 번째 시도

그림 12. 제안된 IMC 시스템의 위상 및 신호 크기의 불확실성이 추가된 외란 제거 특성.

Fig. 12. Disturbance rejection property of the proposed IMC system with phase and amplitude uncertainty.

를 만족하면 외란 모델의 가관측성이 유지되므로 유용한 설계 기법이 될 수 있다.

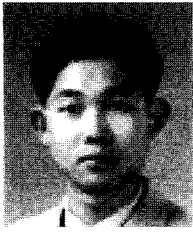
참고문헌

[1] C. Zhang, "A dual rate digital compensator for zero assignment," *Systems and Control Letters*, vol. 19, pp. 225-232, 1992.  
 [2] P. Alberto, "Block multirate input-output model for

sampled-data control systems," *IEEE Trans. Automatic Contr.*, vol. AC-33, pp. 1085-1088, 1990.

[3] T. Mita, Y. Childa, Y. Kaku, and H. Namasato, "Two delay robust digital control and its applications avoiding the problem on unstable zeros," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-33, pp. 962-970, 1990.  
 [4] D. G. Meyer, "A new class of shift-varying operators, their shift-invariant equivalents and multirate digital systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-35, pp. 429-433, 1990.  
 [5] M. A. Dahleh, P. G. Voulgaris, and L. S. Valavani, "Optimal and robust controllers for periodic and multirate systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-37, no. 1, pp. 90-99, Jan. 1992.  
 [6] S. Bittanti, P. Colani, and G. De Nicolao, "Periodic regulators with incomplete and noisy measurements," *Proc. 29th Conf. Decision Contr.*, Honolulu, USA, 1990.  
 [7] L. Xie and C. E. Souza, " $H_\infty$  state estimation for linear periodic systems," *Proc. 29th Conf. Decision Contr.*, Honolulu, USA, pp. 1388-1393, 1990.  
 [8] B. A. Francis and T. T. Georgiou, "Stability theory for linear time-invariant plants with periodic digital controllers," *IEEE tran. Automat. Contr.*, vol. AC-33, pp. 820-832, 1988.  
 [9] P. P. Khargonekar, K. Poolla, and A. Tannenbaum, "Robust control of linear time invariant plants using periodic compensation," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-30, pp. 1088-1096, 1985.  
 [10] D. G. Meyer, "A parameterization of stabilization controllers for multirate sampled-data systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-35, no. 2, pp. 233-236, Feb. 1990.  
 [11] 김영백, 이상정, "멀티레이트 표본 데이터 제어 시스템의 안정화," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 2 권 제2호, 1996. 6.  
 [12] W. J. Edwards et al., "Coating mass control design for a continuous galvanizing line," *Automatica*, vol. 12, pp. 225-235, 1976.  
 [13] C. Lindenberg, "A process model of moisture variations," *Pulp and Paper Canada*, vol. 87, no. 4, pp. 42-147, 1986.  
 [14] G.C. Goodwin, S.F. Graebe, and W.S. Levine(1993), "Internal model control of linear systems with saturating actuators," *Proc. ECC'93*, Groninger, The Netherlands.  
 [15] C.K. Chui and G. Chen, "Kalman filtering with real-time applications," *Springer-Verlag*, New York, 1991.





**손 석 보**

1973년 3월 8일 생. 1996년 충남대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1998년 충남대학교 대학원 전자공학과(공학석사). 2001년 충남대학교 대학원 전자공학과(박사수료). 1998년~현재 (주)네비콤부설기술연구소 과장.



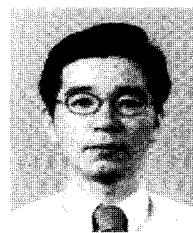
**박 상 현**

1971년 2월 22일 생. 1994년 충남대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1996년 충남대학교 대학원 전자공학과(공학석사). 1999년 충남대학교 대학원 전자공학과(박사수료). 1998년~현재 (주)네비콤부설기술연구소 선임과장.



**김 영 백**

1960년 2월 1일 생. 1982년 부산대학교 전기공학과 졸업. 1982년 동대학원 석사. 1998년 충남대학교 전자공학과 박사. 1982~1998년 국방과학연구소 선임연구원. 1998년~현재 (주)네비콤 부설기술 연구소장.



**박 찬 식**

1961년 10월 1일 생. 1984년 서울대학교 공과대학 제어계측공학과 졸업. 1986년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학 석사). 1997년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학 박사). 1997년 - 현재 충북대학교 공과대학 전기전자컴퓨터공학부 조교수.



**이 상 정**

1957년 8월 15일 생. 1979년 서울대학교 공과대학 전자공학과 졸업. 1981년 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학 석사). 1987년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학 박사). 1988년-현재 충남대학교 공과대학 전자공학과 교수.