

국소 최적 순위 검파기의 점수 함수의 합과 가중합

종신회원 배진수*, 학생회원 박현경*, 종신회원 송익호**

Sums and Weighted Sums of the Score Functions of Locally Optimum Rank Detectors

Jinsoo Bae* *Regular Member*, Hyun-Kyung Park* *Student Member*, Ickho Song** *Regular Member*

요약

이 논문에서는 국소 최적 순위 검파기의 점수 함수의 합과 가중합의 완전한 꼴을 유도하였다. 순위통계량과 부호통계량에 바탕을 둔 검파기의 접근 성능 특성은 점수 함수의 합과 가중합으로부터 얻어지기 때문에, 합과 가중합은 매우 중요하나, 이들을 구하기 위해서는 상당한 수학적 조작이 필요하다. 이 논문에서 다루어진 점수 함수는 순위통계량에 바탕을 둔 것들 뿐 아니라 절대값 순위통계량과 부호통계량에 바탕을 둔 것들을 포함한다. 따라서, 이 논문의 결과를 써서 여러 가지 잡음 모형에서 쓸모 있는 검파기들의 접근 성능을 쉽게 구할 수 있다.

ABSTRACT

The closed forms of sums and weighted sums of the score functions of the locally optimum rank detectors are obtained in this paper. When we consider the asymptotic performance characteristics of a detector based on rank and sign statistics, the sums and weighted sums of the score functions have to be prepared. The efficacy of a detector can be obtained from the sums and weighted sums of the score functions. Score functions based on rank statistics, as well as those based on magnitude rank and sign statistics, have also been considered, which includes most score functions presented in the literature.

I. 머리말

거의 모든 비모수 검파기는 관측량의 순위와 부호에 바탕을 두고 있다. 이러한 순위와 부호통계량에 바탕을 둔 검파기들은 그리 큰 성능의 떨어짐 없이 비모수 특성을 보여준다^[1]. 비모수 검파기는 잡음 분포의 종류에 상관없이 미리 정의해 놓은 오경보 확률을 유지한다. 그러므로 비모수 검파기는 잡음에 대한 정보를 미리 알 필요가 없다. 비모수 검파기 가운데 순위통계량이나 (두 개의 표본을 쓸 경우) 절대값의 순위와 부호통계량에 (한 개의 표본만을 쓸 경우) 바탕을 둔 국소 최적 순위 검파기는 국소 최적 비선형성으로부터 얻어진 점수 함수를 가지고 있다^[2-4].

두 검파기의 성능 특성을 견주어 볼 때, 두 가지 성능 지표를 생각할 수 있다. 그것은 접근 상대 효용과 유한 표본 성능이다^[5]. 유한 표본 성능은 모의 실험으로 얻을 수 있지만, 이를 위한 모의 실험은 긴 시간과 잘 정의된 시나리오가 필수적이다. 그러나, 접근 상대 효용은 어떤 검파기의 상대 효능을 이미 잘 알려진 검파기와 견주어 볼 수 있는 지표를 제공한다. 접근 상대 효용은 우리가 비교할 두 개의 검파기의 효능의 비로 나타난다. 그러므로 우리가 검파기의 성능을 빨리 알 필요가 있을 때 접근 상대 효용은 매우 쓸모 있다.

순위와 부호에 바탕을 둔 (국소 최적 순위 검파기뿐만 아니라) 검파기들의 효능을 얻기 위해서는 국소 최적 순위 검파기의 점수 함수의 합과 가중합

* 세종대학교 정보통신공학과 (jay@sejong.ac.kr)

** 한국과학기술원 전자전산학과 전기및전자공학전공 (isong@sejong.kaist.ac.kr)

논문번호 : 020120-0314, 접수일자 : 2002년 3월 14일

이 필요하다^[5]. 가산성, 적산성, 신호 의존성 잡음 모형에서 알려진 신호, 확률 신호, 합성 신호의 검파 문제를 포함하는 일반화된 관측모형에서 모든 필요한 점수 함수는 이미 다른 문헌들에서 다루었다^[6,7]. 그러나 점수 함수들의 합과 가중합은 아직 구해지지 않았다.

이 논문에서, 우리는 일반화된 관측모형에서 필요한 모든 점수 함수의 합과 가중합을 완전한 꼴로 얻어냄으로써 순위와 부호통계량에 바탕을 둔 검파기들의 효능을 구할 수 있게 하였다.

II. 기초이론

1. 접근 상대 효용

검파기의 접근 성능 비교를 위해, 접근 상대 효용의 완전한 꼴을 구하기 위해 표본 크기 (한 표본에 포함된 관측량 수) n 은 무한대로 가정한다. 두 개의 검파기의 접근 성능을 비교하는 데에는 접근 상대 효용이 매우 쓸모 있는 것으로 알려져 있다^[5]. 검파기 D_1 과 검파기 D_2 의 접근 상대 효용은 아래와 같이 정의된다.

$$ARE_{1,2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_2}{n_1} \quad (1)$$

n_1 과 n_2 는 각각 검파기 D_1, D_2 가 각각 정해진 오경보 확률 P_{fa} 아래서 같은 성능을 얻기 위한 표본 크기이다^[5]. 대개의 경우 $ARE_{1,2}$ 는 다음과 같이 표현할 수도 있다.

$$ARE_{1,2} = \frac{\xi_1}{\xi_2} \quad (2)$$

$$\xi_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[E^{(v)}\{T_{i,n}(\bar{X})|0\}]^2}{nV_H\{T_{i,n}(\bar{X})\}} \quad (3)$$

$$E^{(v)}\{T_{i,n}(\bar{X})|\theta_0\} = \frac{d^v E_H\{T_{i,n}(\bar{X})\}}{d\theta^v} \Big|_{\theta=\theta_0} \quad (4)$$

여기서, $T_{i,n}(\bar{X})$ 는 표본크기가 n 인 검파기 D_i 의 검정통계량이고, $E_H\{T_{i,n}(\bar{X})\}$ 와 $V_H\{T_{i,n}(\bar{X})\}$ 는 $i=1,2$ 일 때 각각 $\theta > 0$ 라는 대립 가설 아래에서 평균과, $T_{i,n}(\bar{X})$ 의 $\theta=0$ 의 귀무 가설 아래에서 분산을 나타낸다. v 는 $\theta=0$ 일 때 첫 번째로 0이 아닌 미분값이 나오게 되는 자연수이다.

2. 일반화된 관측 모형

가산성, 적산성, 신호 의존성 잡음 모형을 포함하는 일반화된 관측 모형은 다음과 같다.

$$X_i = \{a(\theta)e_i + b(\theta)S_i\} + c^{1-d}(\theta)\{a(\theta)e_i + b(\theta)S_i\}^d N_i + W_i \quad (5)$$

n 은 표본 크기이고, $i=1,2,\dots,n$ 이다. 그리고 $a(\theta)$, $b(\theta)$, $c(\theta)$ 는 θ 에 관한 증가 함수인데, θ 가 0일 때 모두 0의 값을 갖는 신호 세기를 나타내는 함수이다. 그리고 i 번째 표본화 순간에서 S_i 는 확률 신호 성분이고 e_i 는 알려진 신호 성분이다. $d=0$ 일 때 관측 모형 (5)는 신호 의존성 잡음 모형을 나타낸다. $d=1$ 일 때 관측 모형 (5)는 적산성 잡음 모형을 나타낸다. $N_i=0$ 일 때 모형은 전형적인 가산성 잡음 모형을 나타낸다.

S_i 의 상관함수를 $K_s(i,j) = E\{S_i S_j\}$, $\sigma_s^2 = K_s(i,i)$ 로 나타내자. 잡음 성분 N_i, W_i 는 모든 i 에 대해 독립이면서 같은 분포를 갖고 있고, N_i 와 W_i 는 일반적으로 서로 상관이 있다. f_N 는 평균이 0이고 분산이 σ_N^2 인 W_i 의 확률 밀도 함수이다. f_{NW} 는 N_i, W_i 의 결합 확률 밀도 함수라 하자. f_N 은 N_i 의 확률 밀도 함수이다. 가산성, 적산성, 신호 의존성 잡음 모형에서 일반화된 관측 모형은 알려진 신호, 확률 신호, 합성 신호의 검파 문제 모두를 나타낼 수 있음은 주목할 만하다^[6,7].

3. 점수함수

크기가 n 인 관측 벡터 $\bar{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 를 고려하자. $\bar{S} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$, $\bar{R} = (R_1, R_2, \dots, R_n)$, $\bar{Q} = (Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ 는 관측량의 부호 $Z_i = \text{sgn}(X_i)$, 순위 R_i , 절대값 순위 Q_i 로 이루어진다. 여기서 $x \geq 0$ 일 때 부호 함수 $\text{sgn}(x) = 1$ 이고 $x < 0$ 일 때 $\text{sgn}(x) = -1$ 이다. 또, R_i 는 \bar{X} 의 집합에서 X_i 의 순위이고, Q_i 는 $|\bar{X}| = (|X_1|, |X_2|, \dots, |X_n|)$ 의 집합에서 $|X_i|$ 의 순위이다. 또한 $X_{[i]}$ 와 $|X_{[i]}|$ 는 각각 $\bar{X}, |\bar{X}|$ 의 i 번째 가장 작은 원소를 (즉, i 번째 순서통계량) 나타내고, $X_i = Z_i |X_{[Q_i]}| = X_{[R_i]}$ 이다.

우리는 일반화된 관측 모형에서 국소 최적 순위 검파기의 검정통계량에 유용하게 쓰여진 14개의 점수 함수를 고려할 것이다. 점수 함수는 관측량에 신호 성분이 있다면 큰 값을 내어주고, 신호 성분이 없다면 더욱 작은 값을 내어주어 신호 성분을 더욱

돋보이게 하는 역할을 한다. 먼저 그 가운데 7개를 아래와 같이 정의한다.

$$a_1(i) = E_H\{g_1(X_{[i]})\} \quad (6)$$

$$a_2(i) = E_H\{g_2(X_{[i]})\} \quad (7)$$

$$a_3(k, i) = E_H\{g_1(X_{[k]})g_1(X_{[i]})\} \quad (8)$$

$$a_4(k, i) = E_H\{g_{12}(X_{[k]})g_{12}(X_{[i]})\} \quad (9)$$

$$b_1(i) = E_H\{h_1(X_{[i]})\} \quad (10)$$

$$b_2(i) = E_H\{h_2(X_{[i]})\} \quad (11)$$

$$b_3(i) = E_H\{h_3(X_{[i]})\} \quad (12)$$

여기서,

$$g_1(x) = -\frac{f'_w(x)}{f_w(x)} \quad (13)$$

$$g_2(x) = -\frac{p'_2(x)}{f_w(x)} \quad (14)$$

$$g_{12}(x) = g_1(x) + g_2(x) \quad (15)$$

$$h_1(x) = \frac{f''_w(x)}{f_w(x)} \quad (16)$$

$$h_2(x) = \frac{p''_2(x)}{f_w(x)} \quad (17)$$

$$h_3(x) = \frac{p''_3(x)}{f_w(x)} \quad (18)$$

이고,

$$p_2(x) = f_w(x)E\{MW=x\} \quad (19)$$

$$p_3(x) = f_w(x)E\{N^2|W=x\} \quad (20)$$

이다. $E_H(\cdot)$ 는 $\theta=0$ 일 때 평균을 나타낸다. 위의 7개의 점수 함수 (6)~(12)는 순위통계량 $\{R_i\}$ 에 관련이 있는 순서통계량 $\{X_{[i]}\}$ 에 바탕을 둔다. 이것은 점수 함수가 정규 관측량과 참고 관측량이 있을 때 (두 개의 표본을 쓰는 검파기) 국소 최적 순위 검파기에 쓰여진다^[1,2,5].

다음으로, 한 개의 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기에서 (단지 정규 관측량만 쓸 수 있을 때) 다

음 7가지 점수 함수를 정의한다^[3].

$$c_1(i) = E_H\{g_1(|X_{[i]}|)\} \quad (21)$$

$$c_2(i) = E_H\{g_2(|X_{[i]}|)\} \quad (22)$$

$$c_3(k, i) = E_H\{g_1(|X_{[k]}|)g_1(|X_{[i]}|)\} \quad (23)$$

$$c_4(k, i) = E_H\{g_{12}(|X_{[k]}|)g_{12}(|X_{[i]}|)\} \quad (24)$$

$$d_1(i) = E_H\{h_1(|X_{[i]}|)\} \quad (25)$$

$$d_2(i) = E_H\{h_2(|X_{[i]}|)\} \quad (26)$$

$$d_3(i) = E_H\{h_3(|X_{[i]}|)\} \quad (27)$$

$g_1(x)$, $h_1(x)$ 와 관련되는 6개의 점수 함수 $\{a_1(i), a_3(k, i), b_1(i), c_1(i), c_3(k, i), d_1(i)\}$ 의 집합은 가산성 잡음 모형에서 신호의 국소 최적 순위 검파기에 쓰인다. 한편, $g_2(x)$, $h_2(x)$, $h_3(x)$, $g_1(x)$ 와 관련되는 8개의 점수 함수 $\{a_2(i), a_4(k, i), b_2(i), b_3(k, i), c_2(i), c_4(k, i), d_2(i), d_3(i)\}$ 은 비가산성 잡음 모형에서 신호의 국소 최적 순위 검파기에 쓰인다. 이 논문에서는 $f_M(x)$, $f_w(x)$, $f_{NW}(x)$ 가 정규 조건을 만족하여 아래의 수식은 모두 존재하고, 유한하다고 가정한다^[5].

$$I_1(f_w) = E_H\{g_1^2(X)\} \quad (28)$$

$$I_2(f_{NW}) = E_H\{g_1(X)g_2(X)\} \quad (29)$$

$$I_3(f_{NW}) = E_H\{g_2^2(X)\} \quad (30)$$

$$I_5(f_w) = E_H\{h_1^2(X)\} \quad (31)$$

$$I_7(f_{NW}) = E_H\{h_2^2(X)\} \quad (32)$$

$$I_9(f_{NW}) = E_H\{h_3^2(X)\} \quad (33)$$

표시의 편리함을 위해서 단방향 평균값을 아래와 같이 정의한다.

$$E_+(g(X)) = \int_0^\infty g(x)f(x)dx \quad (34)$$

만약, $g(x)$ 가 우함수이면 $2E_+(g(X)) = E_H\{g(X)\}$ 이다. 또, $m=1, 2$ 일 때

$$G_m(u) = g_m(F^{-1}(u)) \quad (35)$$

이고, $m=1, 2, 3$ 일 때

$$H_m(u) = h_m(F^{-1}(u)) \quad (36)$$

이라 하자. $F(x)$ 가 W_i 의 확률 분포 함수이고,

$$G_{12}(u) = G_1(u) + G_2(u) \quad (37)$$

이다.

III. 점수 함수의 합과 기중합

1. 점수 함수의 합

먼저, $m=1, 2$ 일 때

$$\sum_{i=1}^n a_m(i) = n \int_0^1 G_m(u) du = 0 \quad (38)$$

이다. 그리고,

$$\sum_{i=1}^n a_3(i, i) = nI_1(f) \quad (39)$$

이며

$$\sum_{i=1}^n a_4(i, i) = nI_1(f) + 2I_2(f) + I_3(f) \quad (40)$$

이다. $m=1, 2, 3$ 일 때

$$\sum_{i=1}^n b_m(i) = 0 \quad (41)$$

이고, $m=1, 2$ 일 때

$$\sum_{i=1}^n c_m(i) = 2np_m(0) \quad (42)$$

이다.

$$\sum_{i=1}^n c_m(i, i) = \begin{cases} nI_1(f), & m=3 \\ 2nE_+\{g_{12}^2(X)\}, & m=4 \end{cases} \quad (43)$$

이고, $m=1, 2, 3$ 일 때

$$\sum_{i=1}^n d_m(i) = -2np_m'(0) \quad (44)$$

이다.

다음으로 $a_3(k, i), a_4(k, i), c_3(k, i), c_4(k, i)$ 에 대하여 비슷한 결과를 얻는다. 먼저,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n c_4(k, i) \\ = 4n(n-1)p_{12}^2(0) + 2nE_+\{g_{12}^2(X)\} \end{aligned} \quad (45)$$

이고, 유사하게 수학적 조작을 통해 다음을 얻을 수 있다.

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n c_3(k, i) = 4n(n-1)f^2(0) + nI_1(f) \quad (46)$$

점수 함수 $a_4(k, i)$ 에 대해서는 아래와 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^n \sum_{i=1}^{k-1} a_4(k, i) &= n(n-1) \\ \int_0^1 \int_0^v G_{12}(u) G_{12}(v) du dv &= 0 \end{aligned} \quad (47)$$

따라서,

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n a_4(k, i) = n\{I_1(f) + 2I_2(f) + I_3(f)\} \quad (48)$$

이고,

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n a_3(k, i) = nI_1(f) \quad (49)$$

임을 보일 수 있다.

2. 점수 함수의 기중합

점수 함수의 기중합은 점수 함수의 합을 구한 방법과 비슷한 방법으로 구할 수 있다. 먼저, $m=1, 2$ 일 때

$$\sum_{i=1}^n ia_m(i) = n(n-1)E_H\{p_m(X)\} \quad (50)$$

이고, 유사하게 $m=1, 2$ 일 때

$\int_0^1 uG_m(u) du = E_H\{g_m^2(X)F(X)\}$ 임을 써서 아래 두 식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{i=1}^n ia_3(i, i) = n(n-1)E_H\{g_1^2(X)F(X)\} + nI_1(f) \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n ia_4(i, i) &= n(n-1)E_H\{g_{12}^2(X)F(X)\} \\ &+ n\{I_1(f) + 2I_2(f) + I_3(f)\} \end{aligned} \quad (52)$$

또, $m=1, 2, 3$ 일 때

$$\sum_{i=1}^n ib_m(i) = -n(n-1)E_H\{p'_m(X)\} \quad (53)$$

이고, $m=1, 2$ 일 때

$$\sum_{i=1}^n ic_m(i) = 4n(n-1)E_+\{p_m(X)\} + 2np_m(0) \quad (54)$$

이다. 그리고,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n ic_3(i, i) &= n(n-1) \int_0^1 uG_1^2\left(\frac{u+1}{2}\right) du \\ &+ n \int_0^1 G_1^2\left(\frac{u+1}{2}\right) du \end{aligned} \quad (55)$$

이며

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n ic_4(i, i) &= n(n-1) \int_0^1 uG_{12}^2\left(\frac{u+1}{2}\right) du \\ &+ n \int_0^1 G_{12}^2\left(\frac{u+1}{2}\right) du \end{aligned} \quad (56)$$

이다. 또 $m=1, 2, 3$ 일 때

$$\sum_{i=1}^n id_m(i) = -4n(n-1)E_+\{p'_m(X)\} - 2np'_m(0) \quad (57)$$

이고,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{i^2 u^{i-1} (1-u)^{n-i}}{(n-i)!(i-1)!} \\ = \frac{u^2}{(n-3)!} + \frac{3u}{(n-2)!} + \frac{1}{(n-1)!} \end{aligned} \quad (58)$$

을 써서 $m=1, 2$ 일 때

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n i^2 a_m(i) &= n(n-1)\{2(n-2)E_H\{p_m(X)\} \\ &+ F(X)\} + 3E_H\{p_m(X)\} \end{aligned} \quad (59)$$

을 보일 수 있다. 또,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n i^2 a_3(i, i) &= n \int_0^1 \{(n-1)(n-2)u^2 \\ &+ 3(n-1)u+1\} G_1^2(u) du \end{aligned} \quad (60)$$

이며

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n i^2 a_4(i, i) &= n \int_0^1 \{(n-1)(n-2)u^2 \\ &+ 3(n-1)u+1\} G_{12}^2(u) du \end{aligned} \quad (61)$$

이다. $m=1, 2, 3$ 일 때

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n i^2 b_m(i) &= n(1-n)\{2(n-2)E_H\{p'_m(X) \\ &+ F(X)\} + 3E_H\{p'_m(X)\} \end{aligned} \quad (62)$$

이고, $m=1, 2$ 일 때

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n i^2 c_m(i) &= 8n(n-1)(n-2)E_+\{p_m(X) \\ &+ (2F(X)-1)\} + 12n(n-1)E_+\{p_m(X)\} + 2np_m(0) \end{aligned} \quad (63)$$

이다. 또한

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n i^2 c_3(i, i) &= n \int_0^1 \{(n-1)(n-2)u^2 \\ &+ 3(n-1)u+1\} G_1^2\left(\frac{u+1}{2}\right) du \end{aligned} \quad (64)$$

이며

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n i^2 c_4(i, i) &= n \int_0^1 \{(n-1)(n-2)u^2 \\ &+ 3(n-1)u+1\} G_{12}^2\left(\frac{u+1}{2}\right) du \end{aligned} \quad (65)$$

이고, $m=1, 2, 3$ 일 때

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n i^2 d_m(i) &= -8n(n-1)(n-2)E_+\{p'_m(X)\} \\ &+ (2F(X)-1) - 12n(n-1)E_+\{p'_m(X)\} - 2np'_m(0) \end{aligned} \quad (66)$$

임도 비슷하게 보일 수 있다. 마지막으로,

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n kic_3(k, i) = 2 \sum_{k=2}^n \sum_{i=1}^{k-1} kic_3(k, i) + \sum_{i=1}^n i^2 c_3(i, i) \quad (67)$$

이고,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n kic_3(k, i) &= 16n(n-1)(n-2)(n-3) \\ &E_+^2\{f(X)\} + O(n^3) \end{aligned} \quad (68)$$

이다. 또

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n kia_3(k, i) = n^4 E_H^2\{f(X)\} + O(n^3) \quad (69)$$

이고,

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n kia_4(k, i) = n^4 E_H^2\{p_{12}(X)\} + O(n^3) \quad (70)$$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n kic_4(k, i) = 16n^4 E^2 \{d_{12}(X)\} + O(n^3) \quad (71)$$

이다.

IV. 보기들

우리가 효능을 구할 경우에, 순위 검파기의 효능을 얻을 때의 점수 함수의 합과 가중합이 어떻게 쓰여지는지 알아보자. 일반화된 관측 모형 (5)에서 $N_i=0$ 이고 $a(\theta)=0$ 을 갖는 경우인 가산성 잡음에서 확률 신호를 검파하는 문제를 생각해 보자. 부호 검파기의 (S) 효능과 부호를 갖는 순위 검파기의 (SR) 효능은 점수 함수의 합과 가중합으로 구할 수 있다. 두 개의 검파기의 점정 통계량들은 식 (72)와 식 (73)이다.

$$T_S(X) = \sum_{i=1}^n Z_i \quad (72)$$

$$T_{SR}(X) = \sum_{i=1}^n Z_i Q_i \quad (73)$$

우리는 전과 같이 $\frac{d^2 E_k(T)}{d\theta^2} |_{\theta=0}$ 을 나타내기 위해서 $E''\{T|0\}$ 을 쓸 것이다. 먼저,

$$\langle K_S^m \rangle_n = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{K_S^m(i, k)}{n} \quad (74)$$

$$\langle \sigma^m \rangle_n = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^m}{n} \quad (75)$$

라 하면, 아래 식들을 얻을 수 있다.

$$E_H\{T_S\} = 0 \quad (76)$$

$$E_H\{T_{SR}\} = -\frac{n}{4(n+1)} \langle \sigma^2 \rangle_n \quad (77)$$

$$V_H\{T_S\} = 2n(\langle K_S^2 \rangle_n - \langle \sigma^4 \rangle_n) \quad (78)$$

$$V_H\{T_{SR}\} = \frac{n(5n+6)(4n^2-1)}{90(n+1)^3} (\langle K_S^2 \rangle_n - \langle \sigma^4 \rangle_n) + \frac{n^2(16n^2-30n+11)}{80(n+1)^3} (\langle \sigma^4 \rangle_n - \langle \sigma^2 \rangle_n^2) \quad (79)$$

$$E''\{T_S|0\} = 2n(\langle K_S^2 \rangle_n - \langle \sigma^4 \rangle_n) \langle c_3 \rangle_n \quad (80)$$

$$E''\{T_{SR}|0\} = 2n(\langle K_S^2 \rangle_n - \langle \sigma^4 \rangle_n) \langle c_3^* \rangle_n + n \langle d_1^* \rangle_n (\langle \sigma^4 \rangle_n - \langle \sigma^2 \rangle_n^2) \quad (81)$$

$$E_H\{Q^2 d_1(Q_i)\} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{i^2 d_1(k)}{n(n-1)} - \sum_{i=1}^n \frac{i^2 d_1(i)}{n(n-1)} = - \sum_{i=1}^n \frac{i^2 d_1(i)}{n(n-1)} \quad (82)$$

$$\langle c_3 \rangle_n = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n c_3(k, i) \quad (83)$$

$$\langle c_3^* \rangle_n = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n ki \cdot c_3(k, i)}{n(n-1)(n+1)^2} \quad (84)$$

$$\langle d_1^* \rangle_n = \frac{3 \sum_{i=1}^n i^2 \cdot d_1(i)}{2(n-1)(n+1)^2} \quad (85)$$

여기서 $\langle c_3 \rangle_n, \langle c_3^* \rangle_n, \langle d_1^* \rangle_n$ 는 식 (46), (55), (57)에서 이미 얻어진 특점함수의 합과 가중합과 같다. 구해진 효능은 아래에서 나타내었다.

$$\xi_S = 32(\langle K_S^2 \rangle_n - \langle \sigma^4 \rangle_n) f_w^4(0) \quad (86)$$

$$\xi_{SR} = \frac{720 \langle \sigma^4 \rangle (8aE + \{f_w(X)\} + 3\beta E + \{f_w^2(X)\})^2}{10a + 9\beta} \quad (87)$$

여기서, $\alpha = (\langle K_S^2 \rangle_n - \langle \sigma^4 \rangle_n) / \langle \sigma^4 \rangle_n$, $\beta = (\langle \sigma^4 \rangle_n - \langle \sigma^2 \rangle_n^2) / \langle \sigma^4 \rangle_n$ 이다.

V. 맺음말

점수 함수들의 합과 가중합이 그들 자체로 특별한 물리적인 의미를 갖지 못한다 하더라도, 점수 함수들의 합과 가중합은 순위 검파기의 점근 성능을 얻는 데에 꼭 필요하다. 그리고, 이 결과들을 얻어내는 데는 많은 시간과 복잡한 수학적 조작이 필요하다. 많은 시간과 복잡한 수학적 조작은 비모수 검파기들의 점근 성능을 생각하는 것을 피하도록 하는 원인이었다. 새로운 검파기를 설계할 때, 설계를 마치는 데 필요한 시간은 점근 성능 지표를 쓰면 상당히 줄어들 것이다. 왜냐하면 그것들은 잘 알려진 일반 검파기보다 새로운 검파기가 얼마나 더 좋고 나쁜지에 대한 지표를 재빨리 제공하기 때문이다. 점근 상대 효용이 없다면, 당신은 잘 고안된 모의 실험을 통해 정확한 검파기 확률을 얻어야만 한다. 즉, 상당히 많은 시간이 소비되기 때문에, 설계 단계에서는 별로 도움이 안될 수 있다. 그러나, 검증 단계에서, 모의 실험을 걸쳐 실제 상황에서 새로운 검파기의 성능을 알아보는 것은 꼭 필요한 일인 것이다.

이 논문의 결과들이 가산성, 적산성, 신호 의존성 잡음 모형에서 알려진 신호, 확률 신호, 합성 신호들의 한 개의 표본을 쓰는 순위 검파기와 두 개의 표본을 쓰는 순위 검파기를 포함한 검파 문제에 적용될 수 있음은 주목할 만하다.

참 고 문 헌

[1] I. Song, J. Bae, and S.Y. Kim, *Advanced Theory of Signal Detection: Weak Signal Detection in Generalized Observations*, Springer-Verlag, Heidelberg, 2002.

[2] S.Y. Kim and I. Song, "On the score functions of the two-sample locally optimum rank test statistic for random signals in additive noise," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, pp. 842-846, May 1995.

[3] I. Song and S.A. Kassam, "Locally optimum rank detection of correlated random signals in additive noise," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 38, pp. 1311-1322, July 1992.

[4] R.S. Blum, "Locally optimum distributed detection of correlated random signals based on ranks," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, pp. 931-942, May 1996.

[5] S.A. Kassam, *Signal Detection in Non-Gaussian Noise*, Springer-Verlag, 1987.

[6] I. Song and S.A. Kassam, "Locally optimum detection of signals in a generalized observation model: The known signal case," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 36, pp. 502-515, May 1990.

[7] I. Song and S.A. Kassam, "Locally optimum detection of signals in a generalized observation model: The random signal case," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 36, pp. 516-530, May 1990.

배 진 수(Jinsoo Bae)

중신회원



1990년 2월: 경기과학고등학교 조기졸업 (우등)
 1993년 2월: 한국과학기술원 전기및전자공학과 공학사 (전체차석, 조기졸업, 최우등)
 1995년 2월: 한국과학기술원 전기및전자공학과 공학석사

1998년 2월: 한국과학기술원 전기및전자공학과 공학박사

1997년 1월~1997년 12월: 동경대학 재원연구원

1998년 1월~1998년 10월: 앤더슨컨설팅 컨설턴트

1998년 11월~1999년 12월: 일본모토로라 연구원

1999년 9월~2000년 2월: LG텔레콤 과장

2000년 3월~현재: 세종대학교 정보통신공학과 전임강사

<주관심 분야> 신호검파, 통신이론

박 현 경(Hyun-Kyung Park)

학생회원



1999년 2월: 숙명여자고등학교 졸업

1999년 3월~현재: 세종대학교 정보통신공학과 재학중

<주관심 분야> 통신이론, 이동통신

송 익 호(Ickho Song)

중신회원



1982년 2월: 서울대학교 전자공학과 공학사 (준최우등)

1984년 2월: 서울대학교 전자공학과 공학석사

1985년 8월: 펜실베니아대학교 전기공학과 공학석사

1987년 5월: 펜실베니아대학교 전기공학과 공학박사

1987년 3월~1988년 2월: 벨 통신연구소 연구원

1988년 3월~현재: 한국과학기술원 전자전산학과 조교수, 부교수, 교수

1995년 1월~현재: 한국통신학회 논문지 편집위원

1991년 11월, 1996년 11월: 한국통신학회 학술상 받음

1993년 11월: 한국음향학회 우수연구상 받음

1998년 11월: 한국통신학회 LG학술상 받음

1999년 11월: 대한전자공학회 해동논문상 받음

2000년 3월: 젊은 과학자상 받음

2000년 11월: 한국통신학회 모토로라학술상 받음
 대한전자공학회, 한국음향학회, 한국통신학회 평생회원; IEE 석학회원; IEEE 선임회원

<주관심 분야> 통계학적 신호처리와 통신이론, 신호검파와 추정, 이동통신