

진화알고리즘을 이용한 균등자장 발생용 마그네트의 최적설계

Homogeneous Magnet Design Technique Using Evolution Strategy

송명곤*, 김동훈**, 이상진***

Myung-kon Song*, Dong-hun Kim**, Sang-jin Lee***

Abstract: We introduce a design technique for homogeneous magnets using evolution strategy. The method has several advantages over existing techniques including: it allows complete flexibility in geometric constraints on the shape of both the coil and the homogeneous volume; it guarantees a globally optimal solution, and it automatically searches the minimum number of coils that satisfies given constraints.

Key Words: homogeneous magnets, evolution strategy, globally optimal solution

본 논문에서는 일반적인 균등자장 발생용 마그네트의 설계 요구조건을 알아보고, 설계 요구조건을 만족하면서 전력소모를 최소화하는 마그네트의 최적설계 문제를 다루었다. 이를 위하여 최소전력 마그네트의 최적설계 문제를 확률론적인 최적화방법중의 하나인 진화알고리즘을 이용하여 설계구속조건을 충족하는 범위 내에서 설계변수의 연속적인 변화량을 탐색하여 최적의 해를 구하였다. 목적함수 평가는 범용전자장해석 프로그램인 영국 Vector Fields사의 OPERA-2d를 이용하였다. 또한 도출된 최적설계 결과의 타당성을 검증하기 위하여 기존의 리니어프로그래밍에 기반을 둔 최적설계 프로그램에 의한 설계 결과와 비교하였다.

1. 서 론

MRI나 NMR 또는 각종 연구용으로 사용되는 마그네트의 기본적인 요건은 시간적으로나 공간적으로 매우 균등한 자장을 만드는 경우가 대부분이다. 균등자장을 발생시키기 위한 이론적인 연구는 초기에 Helmholtz에 의해서 수행되어 유명한 Helmholtz 코일이 고안되었으며, Mckeehan은 균등자장 영역의 크기를 증가시키기 위하여, 여러 쌍의 원형 필라멘트 코일을 이용하여 코일간의 간격 및 코일반경을 변수로 하는 해석 해를 제시하였다. 또한 Garret는 축대칭계에서 발생하는 자장에 대하여 Legendre 구(球)함수를 도입하여 해석함으로써 균등자장에 관한 매우 유용한 이론을 제시하였으며, 이러한 이론들을 바탕으로 여러 가지 솔레노이드 형상의 코일이 균등자장 발생용으로 제안되었다.[1]~[3]

이들 방법의 단점은 솔레노이드형 마그네트의 형상을 미리 규격화하여 설계변수를 정의한 다음 최적화하기 때문에 4분할 또는 6분할 등 미리 설정된 권선의 형상 한계를 벗어날 수 없으며, 균등자장을 요구하는 공간의 형상을 임의대로 설정하는 것이 쉽지 않다. 또한 주어진 자장균일도 내에서 최적해를 탐색하지 못하고 초기 설계값에 의존하는 국부 최적해를 찾기 때문에 고비용의 원인이 되고 있다는 것이다.

균등자장을 발생시키는 마그네트의 일반적인 설계 방법은 균등자장이 요구되는 공간에서 자장의 공간적 분포를 수식화하고 이로부터 설계조건을 산출한다. 그러나 최근에는 전자장 수치해석 프로그램과 최적화 프로그램의 발달로 그 과정을 대폭 간소화시킬 수 있게 되었다.

2. 마그네트 최적설계

2.1. 기본개념

균등자장 발생용 마그네트의 최적설계를 위해서는 다음과 같은 조건들을 각각 만족시켜야 한다.

첫 번째, 자장을 발생시키는 권선의 형상 및 분할 수 등에 제한이 없어야 한다. 지금까지 연구된 많은 방법들은 먼저 권선의 형태를 double Helmholtz type coil 또는 notched coil, 다분할 마그네트 등으로 그 형상을 미리 정한 다음 설계변수를 결정하여 이를 최적화시켰기 때문에 미리 결정된 권선의 형상을 벗어나는 것이 불가능하였다. 따라서 기존의 권선설계 방법으로는 전역 최적해(globally optimal solution)를 보장할 수 없으므로 기계적인 설계 범위의 한계 내에서 분할 수나 전류값, 형상 등을 자유롭게 결정할 수 있어야 할 것이다.

두 번째는 균등자장을 요구하는 공간의 형상에도 제한이 없어야 한다. 대부분의 경우 주어진 구(球) 형태의 공간(DSV; diameter of spherical volume)에서 자장균일도를 만족하도록 설계를 하는 것이 일반적이기는 하지만, 최근에는 마그네트의 크기를 보다 줄이기 위하여 균등자장 공간을 원통형으로 설계하기도 한다. 물론 이 경우에는 앞에서 언급한 Legendre 구(球)함수를 이용하는 것이 불가능하다.

세 번째로는 설계 시간을 단축하면서도 전역 최적해를 얻을 수 있어야 한다. 최적화 기법으로는 결정론적인 방법(deterministic method)과 확률론적인 방법(stochastic method)이 있는데, 결정론적인 방법은 기울기 정보를 사용하는 방법으로 수렴 속도가 빠르지만 일반적으로 국부 최적해에 수렴하는 경향이 있다. 반면 확률론적인 방법은 확률밀도함수에 의해 발생하는 난수(random number)를 사용하는 방법으로 수렴속도는 느리지만, 전역 최적해를 구할 가능성이 상당히 크다. 본 논문은 전역 최적해를 찾는 방법으로 확률론적인 방법 중 하나인 진화알고리즘을 사용하였다.[4]

네 번째로는 당연한 요구 조건이긴 하지만 마그네트

* 학생회원 : 벡터필드코리아(주) 선임연구원

** 비 회 원 : 기초전력공학공동연구소 특별연구원

*** 정 회 원 : 위덕대학교 전기공학과 조교수

원고접수 : 2002년 04월 15일

심사완료 : 2002년 05월 24일

의 설계에서 가장 중요한 내용으로, 제작이 가능한 설계 값을 도출해야 한다는 것이다. 즉, 최적화 과정에서 마그네트의 제작 가능성을 고려하여 권선의 분할 수를 자동적으로 최소화하여야 한다. 이는 공간적으로 권선 수가 많아지면 보빈의 설계 및 권선의 배치 등이 불가능해지기 때문이다.

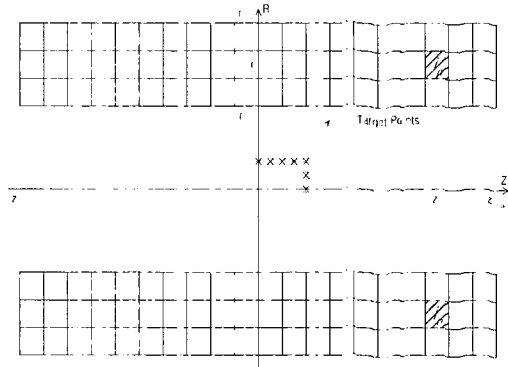


그림 1. 균등자장 발생용 마그네트 설계의 기본개념
Fig. 1. Basic concept for homogeneous magnet design

이상의 내용을 바탕으로 균등자장 발생용 마그네트의 설계에 관한 기본개념을 정리하면 그림 1과 같다. 즉 주어진 설계 범위 내에서 권선이 위치할 수 있는 가능 영역을 설계공간(design space)으로 설정하고, 목적함수는 전자석에 의해 소모되는 권선의 전력사용량으로 정의하여 이를 최소화하면서, 여러 가지 설계구속조건들을 만족하는 최적의 설계값들을 최적화알고리즘을 사용해 결정하도록 한다.

2.2. 설계조건

그림 1에서 결정하여야 할 내용은 설계에서 요구하는 균등자장을 발생시키는 최소의 권선 수 및 전류 값이다. 그림 1에서 권선이 가능한 영역을 N 개의 작은 영역으로 나누었으며, n 번째 영역에 흐르는 전류의 값을 i_n 으로 정의하였다. i_n 이 위치하는 곳은 (r_n, z_n) 이며, r_n 과 z_n 은 각각 $r_{min} < r_n < r_{max}$, $z_{min} < z_n < z_{max}$ 의 범위를 만족한다. 여기서 전류에 의하여 발생하는 자속밀도 B 는 r_n 및 z_n 등의 위치에는 비선형이지만, 위치가 고정된다면 전류값 i_n 에는 비례한다는 것을 알 수 있다. 즉, M 개의 목표지점(target points)에서 자속밀도 b 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$b = A_i \tag{1}$$

여기서, A_{mn} 은 n 번째 전류요소에 흐르는 단위전류에 의해 m 번째 목표지점에 발생하는 자속밀도의 값을 의미한다. $M \times N$ 행렬인 A 는, 서로 이웃한 권선이 동일한 목표지점에 주는 영향은 서로 비슷하므로 각 요소의 크기가 일정 범위 내에 있는 행렬이다. 비례상수인 A_{mn} 을 구하는 방법은 여러 문헌에서 다루고 있으나 본 논문에서는 철심의 사용을 고려한 일반적인 경우를 고려하여 상용 전자장해석 프로그램인 영국 Vector Fields사의 OPERA-2d를 이용하였다.

벡터 i 는 $N \times 1$ 의 크기로 각 권선에 흐르는 전류 값이다. 따라서 설계 목표는 최소전력을 소모하면서 목표지점에 원하는 자장균일도를 갖는 전류벡터 i 를 결정하는 것이다.

먼저 목표지점에서 원하는 자장균일도를 얻기 위해

서는 다음의 구속조건식을 만족해야 한다.

$$|b_m - B_0| \leq \epsilon B_0, \quad m = 1, \dots, M \tag{2}$$

여기서 B_0 는 자장균일도가 0일 때 목표지점에서 원하는 자속밀도의 값이며, ϵ 은 자장균일도로 일반적인 설계값으로는 1에서 수십 ppm 정도가 사용된다. 또한 b_m 은 m 번째 목표지점에서의 자속밀도 값으로 전자장해석프로그램에 의하여 구할 수 있으며, 따라서 균등자장이 요구되는 목표지점의 공간형상을 임의로 취할 수 있다.

식 (2)에서 부등호 구속조건을 사용하는 것은 매우 중요한 내용으로, 만약 등호 구속조건을 사용될 경우 과도설계를 초래할 수 있다. 즉 목표지점에서는 자장균일도 범위 내에서는 임의의 값을 취할 수 있음에도 불구하고 등호 구속조건을 사용할 경우 이를 강제적으로 설정된 일정한 자장균일도로 맞추기 때문에 과도설계가 되는 것이다. 또한 식 (2)를 구속조건으로 사용하지 않고 목적함수로 이용하는 경우에도 같은 결과를 초래할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 균등자장 발생용 마그네트의 설계에 마그네트에 소모되는 전력을 목적함수로 하고 식 (2)를 구속조건으로 하는 최적화문제로 다루고자 한다.

한편, 마그네트에서 소모되는 전력은 식 (3)과 같이 각각의 권선에서 소모되는 전력의 합으로 계산할 수 있다.

$$P = \sum_{n=1}^N |i_n|^2 R_n = \sum_{n=1}^N |i_n|^2 \left(\frac{2\pi r_n}{\sigma_c S_n} \right) \tag{3}$$

여기서 R_n 은 n 번째 권선의 저항이며, r_n 은 n 번째 권선의 반지름, σ_c 는 도체의 전도도이며 S_n 은 n 번째 권선의 단면적을 의미한다. 따라서 $|i_n|/S_n$ 은 n 번째 권선의 전류밀도이며 i_n 으로 나타낼 수 있다.

$$P = \frac{2\pi}{\sigma_c} \sum_{n=1}^N j_n |i_n| r_n \tag{4}$$

권선으로 구성되는 마그네트의 경우 일반적으로 하나의 전원과 한 종류의 권선만을 사용하므로 각 권선 영역에서의 전류밀도는 일정하다고 할 수 있다. 즉, $j_n = J$ 이며 마그네트에서 소모되는 전력은 다음과 같이 변형된다.

$$P = \frac{2\pi J}{\sigma_c} \sum_{n=1}^N |i_n| r_n \tag{5}$$

따라서 균등자장 발생용 마그네트의 설계는 식 (6)의 목적함수와 구속조건을 갖는 최적화 문제로 귀착된다.

목적함수 : $\sum_{n=1}^N r_n |i_n| \tag{6}$

구속조건 : $B_0(1 - \epsilon) \leq b_m \leq B_0(1 + \epsilon), \quad m = 1, \dots, M$

2.3. 구현방법

균등자장발생용 마그네트의 최적설계는 다음과 같은 구성을 갖는다. 먼저 목표지점(target points)에서의 자속밀도를 계산하는 전자장해석 프로그램인 OPERA-2d와 여러 설계 구속조건을 적용하여 최적해를 구하는 최적해 도출프로그램으로 이루어진다. 최적해 도출프로그램은 서론에서 언급한 바와 같이 결정론적 기법과 확률론적 기법을 이용한 프로그램 등이 있으며, 본 논문에서는 확률론적 기법 중 하나인 진화알고리즘을 이용하였다. 진화알고리즘은 자연계의 진화현상에 기반을 둔 계산 모델로서 국소해가 많은 최적화 문제의 해

를 구하는 것을 목적으로 많이 이용된다.

그림 2는 균등자장 발생용 마그네트의 최적설계 프로그램 구성도이다. 그림 2에서 보는 바와 같이 먼저 초기 설계값을 입력으로 하여 전자장해석 프로그램을 통하여 해석영역에서의 자속밀도 값 등을 구한 후 목적함수의 수렴성을 판단한다. 수렴이 이루어지지 않게 되면 진화알고리즘을 적용하여 구속조건에 적합한 범위 안에서 새로운 설계변수를 도출한다. 이러한 과정을 되풀이 하면 최종적으로 주어진 구속조건을 만족하면서 목적함수를 최소화하는 최적 설계값을 얻을 수 있다.

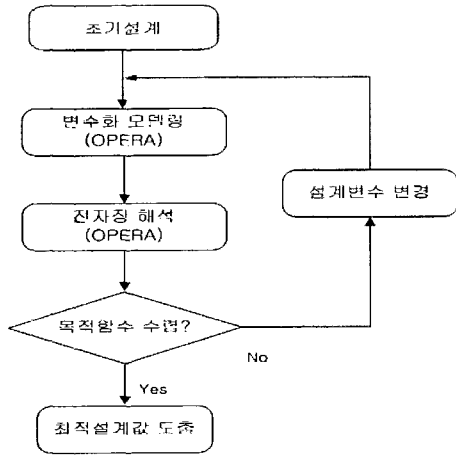


그림 2. 최적설계 프로그램 구성도
Fig. 2. Block diagram of the program

3. 적용사례

식 (6)의 최소전력 마그네트 최적화 문제를 실제문제에 적용하기 위해서는 설계변수 및 해석모델을 실제 설계문제에 맞게 재구성할 필요가 있다. 본 논문에서는 진화알고리즘에 의한 최적설계 결과의 타당성을 검증하기 위하여 비교대상을 설정하였다. 비교대상으로는 OPERA-2d에 의한 해석결과 및 제작결과를 보유하고 있는 한국전기연구원에서 제작된 MRI-04 모델을 선정하였다. MRI-04는 리니어프로그래밍기법에 의하여 최적화되었으며 230A의 동작전류에 의하여 중심자장 1.5T를 갖는 6분할 권선으로 설계되었다. 그림 3과 같이 주권선 외부에 차폐권선이 위치하고 있으며 FDA 규격을 만족시키기 위하여 반지름 방향으로 4m, 축방향으로 5m 위치에서 누설자속이 5Gauss 이내 에 들도록 설계되었다.

먼저 본 논문에서는 한국전기연구원에서 제작된 MRI-04 모델의 설계값과 비교하기 위하여 기제작된 모델과 동일한 조건에서의 최적 설계값을 찾았자 하였다. 따라서 설계조건에서 언급한 권선 분할수에 대한 최적화는 고려하지 않고 6분할의 마그네트를 대상으로 보정코일을 제외한 주권선, 차폐권선에 대하여 전류 230A를 기준으로 최적설계를 수행하였다. MRI-04 모델은 0.7ppm으로 설계되었으나 권선 및 제작오차 등으로 인하여 실제 제작된 마그네트의 자장균일도는 보정코일을 제외하였을 경우 594ppm으로 측정되었고 OPERA 프로그램으로 해석하였을 때는 620ppm의 자장균일도를 나타내었다. 따라서 본 논문에서는 MRI-04 모델의 해석결과와 비교하기 위하여 자장균일도를 500ppm 이하로 설정하였다.

그림 3은 최적설계에서 사용된 기본 해석모델로

M1, M2, M3는 주권선을, M4는 차폐권선을 나타낸다. 각 권선은 그 중심이 반지름 방향으로 r_k ($k=1, \dots, 4$)에 위치하고 있으며 축방향으로는 중심에서 각각 H_k ($k=1, \dots, 4$)만큼 떨어져 있다. 또한 각 권선의 단면적은 $L_k \cdot D_k$ ($k=1, \dots, 4$)이다.

다음은 각 설계 변수들을 결정하기 위한 설계 구속조건으로 형상에 관계하는 구속조건과 기기의 성능에 관계하는 구속조건으로 구분할 수 있다.

권선이 위치할 수 있는 최대 허용범위는 R_{MAX} , Z_{MAX} 로 나타내며, 그 범위는 냉각면적을 고려하여 각각 1200mm, 1000mm로 하였다.

r_1, r_2, r_3 는 주권선의 반경으로, 같은 보빈에 권선할 수 있도록 그 크기를 일치시켰고 이들의 범위는 다음과 같이 주었다.

$$400\text{mm} \leq r_1 \leq 600\text{mm}, \quad 700\text{mm} \leq r_4 \leq 1000\text{mm} \quad (7)$$

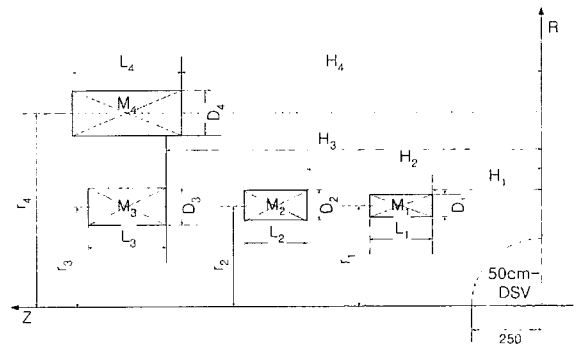


그림 3. 최적화 마그네트 설계도
Fig. 3. Design for homogeneous magnet

D_k, L_k 및 H_k 는 권선의 단면적과 축방향 위치를 결정하는 변수로서 다음과 같은 구속조건을 갖는다.

$$\begin{aligned} 10\text{mm} \leq D_k \leq L_k \leq 400\text{mm} \\ H_1 > 10\text{mm}, \quad H_2 > H_1 + L_1, \quad H_3 > H_2 + L_2, \\ H_3 + L_3 < 1000\text{mm}, \quad H_4 + L_4 < 1000\text{mm} \end{aligned} \quad (8)$$

마그네트의 자장균일도는 앞에서 언급한 바와 같이 500ppm을 주었다. 이를 식 (2)에 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{|\max(B_Z) - \min(B_Z)|}{B_{Z(0,0)}} \leq 500\text{ppm} \quad (9)$$

$B_{Z(0,0)}$ 는 마그네트 중심에서의 자속밀도이며, 1.5T를 기준으로 다음과 같은 범위를 만족하도록 하였다.

$$1.4997\text{T} < B_{Z(0,0)} < 1.5003\text{T} \quad (10)$$

누설자속에 대한 5Gauss 라인조건은 R방향으로는 4m, Z방향으로는 5m 조건을 주었다.

$$|B_{(4m,0)}| < 5\text{Gauss}, \quad |B_{(0,5m)}| < 5\text{Gauss} \quad (11)$$

마지막으로 본 논문에서는 최적설계의 목적함수로 마그네트에서 소모되는 전력을 취하였고 그 식은 다음과 같다.

$$P = \sum_{k=1}^4 |i_k|^2 R_k = \sum_{k=1}^4 |j_k \cdot S_k|^2 \left(\frac{2\pi r_k}{\sigma_c S_k} \right) \quad (12)$$

여기서 R_k 는 k 번째 권선의 저항이며, r_k 는 k 번째 권선을 이루는 권선 중심의 반지름이다. σ_c 는 도체의 전도도이며 S_k 는 k 번째 권선의 단면적으로서 $D_k \cdot L_k$ 이다. 일반적으로 전류밀도는 각 권선에서 일정하므로 전류밀도 j_k 는 상수가 되어 결과적으로 최소전력 마그네트 설계문제는 권선길이를 최소화하는 문제로 귀착된다. 따라서 본 논문에서는 식 (7)부터 식 (12)까지의 구속조건을 만족하면서 다음의 식 (13)의 목적함수를 최소화하는 최적화문제를 풀었다.

$$\text{목적함수} : \sum_{k=1}^n r_k \cdot D_k \cdot L_k \quad (13)$$

초기설계치 및 최적설계 결과를 표 1에 나타내었다. 표 1에서 보는 바와 같이 본 논문에서 제시한 방법이 기존의 방법보다 권선길이를 감소시키는 것을 확인할 수 있다. 선재의 지름을 1mm로 가정하였을 때 기존결과와 선재소요량이 79.3km인 반면 진화알고리즘에 의한 결과는 68.7km로 13% 이상 감소되었다. 그림 4는 50cm DSV에서의 자장균일도를 나타낸다. 자장균일도는 DSV에서 약 449ppm 정도 유지되어 설계 구속조건을 만족함을 알 수 있다. 또한 그림 5는 누설자속에 대한 5Gauss 라인을 나타내는 것으로 Z방향으로는 4m, R방향으로는 2.5m에 5Gauss 라인이 위치하여 설

표 1. 최적설계 결과
Table 1. Results of the optimal design

설계변수	초기값	리니어 프로그래밍	진화 알고리즘
r1, r2, r3(mm)	550	510.5	489.1
r4	850	807.5	799.9
D1	26	21	21.3
D2	26	21	19.9
D3	25	19	18.4
D4	25	15	13.9
L1	30	37.1	35.8
L2	70	86.9	90.4
L3	250	268.4	260.8
L4	170	198.6	191
H1	20	17.5	17.7
H2	180	174.2	170.9
H3	450	433.7	433.8
H4	440	426.6	413.3
권선길이(km)		79.332	68.714
균일도(ppm)		620.03	449

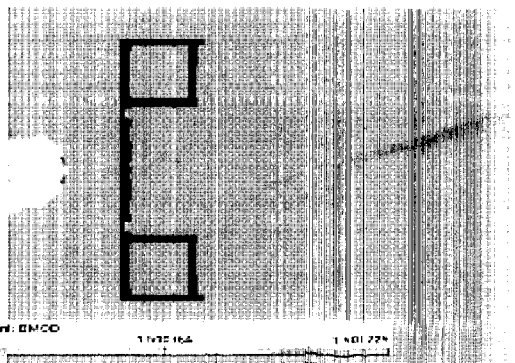


그림 4. 50cm-DSV내에서의 자장분포
Fig. 4. Magnetic distribution in 50cm-DSV

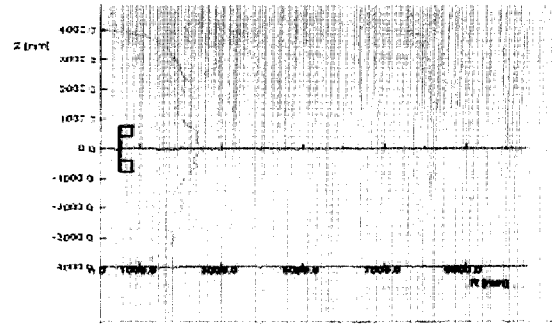


그림 5. 5Gauss 라인분포도
Fig. 5. Line distribution of 5Gauss

계 구속조건을 만족하고 있다.

반면 냉각부피는 기존방법에 비하여 약 3% 정도 증가하였으나 설계 시 이를 고려한다면 개선시킬 수 있을 것이다.

4. 결 론

균등자장 발생용 마그네트의 최적설계 문제를 진화알고리즘을 이용하여 해결하였다. 본 논문에서 제시한 방법은 기존의 여러 가지 방법과 비교하여 다음과 같은 장단점을 갖는다.

자장을 발생시키는 권선의 형상 및 분할 수 등에 제한이 없다. 즉 기계적인 설계 범위의 한계 내에서 분할 수나 전류 값, 형상 등을 자유롭게 결정할 수 있다.

최적설계프로그램의 구속조건을 임의의 공간상에서 지정할 수 있으므로 균등자장을 요구하는 공간의 형상에도 제한이 없을 뿐만 아니라 누설자속 등을 자유롭게 다룰 수 있다.

설계 범위 내에서 전역 최적해(globally optimal solution)를 얻을 수 있는 가능성이 결정론적인 방법에 비하여 비교적 높다. 반면에 진화알고리즘의 단점은 계산시간이 많이 걸린다는 것이지만 형상과 관련된 설계변수를 제작가능성을 고려하여 불연속적으로 변화시킨다면 계산시간을 보다 단축시킬 수 있을 것이다.

감사의 글

본 논문은 1999년도 한국학술진흥재단의 연구비(1999-003 E00155)에 의하여 지원되었으며, 기존 모델에 대한 설계시안을 제공해 주신 한국전기연구원 초전도응용연구실에 감사드립니다.

참 고 문 헌

[1] Markus Zahn, Electromagnetic Field Theory, John Wiley & Sons, pp.331, 1979
 [2] L. W. Mckeehan, "Combinations of Circular Currents for Producing Uniform Magnetic Fields", Review of Scientific Instruments, Vol.7, pp.150-153, 1936
 [3] S. T. Loney, "Design of Compound Solenoids to

Produce Highly Homogeneous Magnetic Fields",
J. Inst. Maths Applies, Vol.2, pp.111-125, 1966

- [4] Marco Farina, "Comparative Study of Evolution Strategies Combined with Approximation Techniques for Practical Electromagnetic Optimization Problem" IEEE Trans. Magn., Vol.32, No.5, pp.3216-3220

저 자 소 개



송명곤(宋命坤)

1970년 04월 09일생, 1993년 연세대 공대 전기공학과 졸업, 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사), 2001년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사), 현재 벡터필드코리아(주) 선임연구원



김동훈(金東勳)

1968년 02월 26일생, 1992년 서울대 공대 전기공학과 졸업, 1994년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사), 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사), 현재 기초전력공학공동연구소 특별연구원



이상진(李相鎭)

1962년 03월 03일생, 1988년 연세대 공대 전기공학과 졸업, 1991년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사), 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사), 현재 위덕대학교 전기공학과 조교수