914 대한기계학회논문집 A 권, 제 26 권 제 5 호, pp. 914~923, 2002

공리적 설계를 이용한 비대칭 내부 짐벌을 가진 진동형 자이로스코프의 강건설계

황광현* · 이권희** · 박경진† · 이병렬*** · 조용철*** · 이석한***

(2001 년 10 월 26 일 접수, 2002 년 2 월 25 일 심사완료)

Robust Design of the Vibratory Gyroscope with Unbalanced Inner Torsion Gimbal Using Axiomatic Design

Kwang Hyeon Hwang, Kwon Hee Lee, Gyung-Jin Park,
Byeong Leul Lee, Yong Chul Cho and Seok Han Lee

Key Words : Gyroscope(자이로스코프), Robust Design(강건설계), Axiomatic Design(공리적 설계), Design Matrix(설계행렬), Sensitivity(민감도)

Abstract

Recently, there has been considerable interest in micro gyroscopes m ade of silicon chips. It can be applied to many micro-electro-mechanical systems (MEMS): devices for stabilization, general rate control, directional pointing, autopilot systems, and missile control. This paper shows how the mechanical design of the gyroscope can be done using axiomatic design, followed by the application of the Taguchi robust design method to determine the dimensions of the parts so as to accommodate the dimensional variations introduced during manufacturing. Functional requirements are defined twofold. One is that the natural frequencies should have fixed values, and the other is that the system should be robust to large tolerances. According to the Independence Axiom, design parameters are classified into a few groups. Then, the detailed design process is performed following the sequence indicated by the design matrix. The dimensions of the structure are determined to have constant values for the difference of frequencies without consideration of the tolerances. It is noted that the Taguchi concept is utilized as a unit process of the entire axiomatic approach.

1. 서 론

관성체의 각속도를 검출하기 위한 각속도 센서인 자이로스코프(gyroscope)는 이미 오래 전부터 미사일, 선박, 항공기 등에서 항법 장치용 핵심 부품으로 사용되어 왔다. 이러한 자이로스코프는 다수의 복잡한 부품이 정밀 가공 및 조립 공정 등을 통하여 정밀한 성능을 얻을 수 있으나, 제작 비용이 많이 들고 부피가 커 일반산업, 가정용으로 사용하기에는 부적합하다. 이 때문에 그 사용 범위가 제한되어 왔으나, 소비재의 소형화에 대한 요구가 증대되고 90 년대 초 일본의 무라다(Murata)사와 토킨(Tokin)사가 압전재료를 이용한 저가의 소형 진동형 자이로스코프를 개발하면서 사용 범위가 자동차, 가전 제품, 멀티미디어 제품 등으로 확대되고 있는 실정이다. 그러나 이러한 압전 진동형 자이로스코프는 기존의 항공기나 군사용 자이로스코프에 비해서 가격이나 크기가 혁신적으로 낮아졌지만 정밀기계가공을 이용해서 제작해야 하기 때문에 그 크기나 가격에서 한계를 가지고 있다. 최근 들어 자이로스코프의 가격과 크기를 낮추기 위해서 반도체 제작기술을 이용한 가공방식으로 실리콘 진동형 자이로스코프 연구 및 개발이 활발히 진행되고 있다.[1~5]

* 회원, 한양대학교 기계설계학과
** 회원, 동아대학교 기계공학과
*** 삼성종합기술원, MEMS Lab.
† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계.경영정보공학과
E-mail : gjpark@hanyang.ac.kr
TEL : (031)400-5246 FAX : (031)407-0755

진동형 자이로스코프에서 관성체를 특정방향으로 진동 시킬 때 외부 각속도가 작용하면 관성체에 코리올리(Coriolis) 힘이 발생된다. 이 코리올리 힘에 의한 정전용량 변화를 통하여 외부 각속도를 검출하는 것이 자이로스코프의 기본 원리이다. 자이로스코프의 구조 설계는 가진방향의 진동과 측정방향의 진동이 서로 간섭 되는 현상을 피하도록 설계되어야 한다. 1990 년 초에 설계된 진동형 자이로스코프는 지지빔이 가진모드와 측정모드에 모두 영향을 주었지만 Mochida 등,[6] 송훈 등[7] 그리고 이병렬 등[8]이 개발한 진동형 자이로스코프는 초기의 설계에 비해 가진방향 진동모드와 측정방향의 진동모드가 분리 되어 있다.

반도체 기술을 이용한 실리콘 자이로스코프에서 래핑(lapping) 공정의 가공 오차는 구조물의 치수에 비해 상당히 크다. 또한 구조 패턴(structure patterning) 공정의 사진식각(photolithography) 작업에 의한 에칭(etching) 시 구조물이 깎여 나가는 현상이 발생한다. 이러한 자이로스코프 구조물 치수의 불확실성은 진동형 자이로스코프가 반드시 유지해야 하는 설계 요구 사항인 가진방향 및 측정방향의 두 고유주파수에 대한 목표값을 유지할 수 없다. 또한 간섭을 발생시키는 원인이 되며 두 모드의 고유주파수의 차이가 큰 변동을 갖게 된다. 이러한 현상들은 실리콘 진동형 자이로스코프의 주요 기능을 무력화 시켜 생산 시 자이로스코프의 수율(yield)이 크게 감소하게 된다. 최근에는 이러한 공정오차를 고려한 설계를 위하여, Han 등[9]은 진동형 자이로스코프의 신뢰성을 향상시키기 위한 강건설계가 수행되었다.

본 연구에서는 위의 문제점을 해결하기 위해 진동형 자이로스코프의 일종인 비대칭 내부 짐벌을 가진 측면구동방식의 자이로스코프에 대한 일련의 설계절차를 제시하였다. 일반적으로 구조설계는 크게 개념설계 단계와 상세설계 단계로 분류할 수 있다. 개념설계 단계에서는 기능적 요구(functional requirement)를 고려하여 부품의 선정, 배치 등 중요한 설계결정을 내리며, 상세설계 단계에서는 개념설계에서 이미 결정된 기능적 요구들을 만족시키기 위한 상세한 사항을 결정한다. 그러나 대부분의 경우 개념설계는 경험에 의존하거나 정형화된 방법이 존재하지 않은 이유로 상세설계에 많은 시간과 비용을 투자하고 있다. 이러한 설계상의 문제점을 해결하기 위해 일반적인 설계특성을 집약하여 각 설계단계에서 공통적으로 사용할 수 있는 설계의 일반적인 원리로서 공리적 설계(Axiomatic Design)가 제시되었다.[10,11]
개념설계 시 공리적 설계 방법을 이용하면 시스템이나 구조물의 중요한 설계결정을 논리적으로 설정할 수 있고, 또한 각각의 상세설계를 기능적 요구별로 독립적으로 결정 할 수 있는 장점이 있다. 이러한 공리적 설계를 구조설계에 적용하여 자이로스코프가 가져야 하는 기능적 요구들을 정의하였다. 이러한 기능적 요구들에 제품의 성능을 획득하기 위한 요구뿐만 아니라 공정오차로 인한 불확실성에 대하여 강건하게 하는 요구도 포함시켰다. 여기서 공정오차에 대한 영향을 고려하기 위하여 다구찌법의 강건설계(robust design)[12,13]의 개념이 도입되었다.

공리적 설계를 효과적으로 수행하기 위해서는 각 기능적 요구들의 독립성이 유지되어야 한다. 이 독립성을 유지하기 위하여 비연성화 설계(decoupled design)를 구성하여 각 기능적 요구들을 만족시키는 일련의 설계 순서를 제시하여 문제를 해결하였다. 비연성화 설계는 실험계획법의 분산분석을 이용하여 기능적 요구들에 대한 설계변수들의 영향도를 계산하여 수행하였다. 상세설계에서는 기능적 요구들을 만족시킬 수 있는 설계변수들의 상세치수를 결정하였다. 그리고 강건설계 수행 시 필연적으로 많은 계산을 해야 하는 분산 혹은 표준편차가 필요한데, 민감도 정보를 이용하여 분산을 근사적으로 산출해 설계의 효율을 향상시켰다.

이와 같이 자이로스코프의 개념설계 및 상세설계에 공리적 설계와 강건설계를 도입하여 수율을 향상시킬 수 있었고, 비연성화 설계의 필요성과 적용상의 문제점을 설명하였다. 고유주파수 해석을 위해 유한요소 및 구조최적설계 프로그램인 GENESIS[14]를 이용하였다.

2. 공리적 설계 및 강건설계

2.1 공리적 설계

공리적 설계는 최근 들어 여러 분야에 적용이 되고 있으며 설계의 일반적인 도구로써 적용된 성공적 사례들이 다수 보고되고 있다.[15-17] 공리적 설계는 두 가지의 공리로 구성이 된다.[10,11] 첫번째는 기능적 요구(FRs)와 설계변수(DPs)사이의 관계를 표시하는 독립공리(Independence Axiom)이며 두 번째는 설계의 복잡성을 다루는 정보공리(Information Axiom)이다. 첫번째 공리인 독립 공리는 설계과정 중에 기능적 영역(functional domain)에서 물리적 영역(physical domain)으로 대응되는 관계를 설명하고 있다. 반면에 두 번째 공리인 정보공리는 첫번째 공리를 만족하는 여러 가지 설계

중에서 정보량이 최소가 되는 설계가 최상의 설계라는 것이다.

공리적 설계에서 정의하는 설계는 기능 영역에서 정의되는 기능적 요구와 물리적 영역에서 정의되는 설계변수 사이의 사상(mapping process)을 통해서 제시된 요구사항을 만족하는 일체화된 해결책을 생성하는 것이다. 기능적 요구는 설계의 기본적인 요구로 설계자에 의해 장치, 공정, 소프트웨어, 시스템 등 제품에 대해 파악된 요구를 말한다. 설계변수는 이러한 기능적 요구를 만족하는 수치적, 물리적인 요소이다. 이와 같이 설계는 기능적 영역의 기능적 요구와 물리적 영역의 설계변수 사이를 관계 짓는 사상과정을 식 (1)과 같이 수학적으로 표현할 수 있다.

$$\{\mathbf{FRs}\} = [\mathbf{A}]\{\mathbf{DPs}\} \tag{1}$$

여기서 [A]는 설계행렬(design matrix)로 기능적 요구와 설계변수가 각각 3 개인 경우 식 (2)와 같은 형태로 표시된다.

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \tag{2}$$

독립공리를 만족시키는 설계는 설계행렬이 대각행렬 혹은 (역)삼각 행렬이어야 한다. 설계행렬이 대각 행렬인 경우는 하나의 기능적 요구가 하나의 설계변수에 의하여 독립적으로 만족되어진다. 이와 같은 설계를 비연성 설계(uncoupled design)라고 하고, 이러한 설계의 경우 어떤 기능적 요구를 만족시키는 설계변수를 변경하더라도 다른 기능적 요구에 영향을 미치지 않는다. 설계행렬이 대각행렬이 아닌 경우 설계변수들의 적당한 순서변환에 의해 (역)삼각행렬로 만들어 기능적 요구의 독립성을 보장할 수 있다. 이와 같은 설계를 비연성화 설계(decoupled design)라고 한다. 설계행렬의 대부분의 원소들이 0 이 아닌 값을 가지게 되어 어떠한 방식으로도 비연성화 설계로 만들 수 없는 경우를 연성 설계(coupled design)라고 한다. 이러한 설계에서 기능적 요구들은 독립성을 유지 할 수 없다.[10,11]

2.2 다구찌의 강건설계

1920 년대 영국에서 피셔(Fisher, R. A.)에 의해 개발된 전통적인 실험계획법은 다양하고 복잡한 통계적 지식을 요구하므로 사용하기가 쉽지 않았다. 그러나 2 차 세계대전 이후 일본산업 제품의 품질향상을 위해 개발된 다구찌법은 이러한 문제점을 해결해 주고 있다. 다구찌는 1949 년 일본의 전기통신연구소에서 생산성 향상에 관한 업무를 맡았었는데 그가 조사한 결과는 실험과 테스트에 드는 비용이 소요시간 및 지출의 대부분을 차지한다는 것이었다. 그는 이것을 위해 전통적인 실험계획법에서 사용되는 직교배열표(orthogonal array)와 통신공학에서 사용되는 SN 비(SN ratio)를 도입하여 새로운 방법을 전개하였다. 다구찌법은 기능강건설계의 평가와 개선, 기능의 산포에 의한 손실, 경제적 평가와 허용차 설계, 공정관리방식의 설계 등을 그 주내용으로 하고 있다. 다구찌는 품질에 관한 기업의 활동을 제품의 기획, 제품의 설계, 생산공정의 설계 및 생산공정의 관리로 분류하였는데 이중 제품과 생산공정의 설계는 기존의 설계법에 도입할 수 있는 부분이다.

제품설계 및 공정설계는 크기 계설계(system design), 인자설계(parameter design)와 공차설계(tolerance design)의 세 단계로 나누어 진다. 계설계는 원하는 목적기능을 가지는 제품의 원형을 개발 및 성능을 개선시키는 단계이며 인자설계는 제어할 수 없는 잡음에 대하여 강건한 최적수준을 결정하는 단계이다. 공차설계는 인자설계 후 최적조건이 성능특성치의 변동에 만족할 만한 상태가 아닌 경우에 적용하는 단계이다.

인자설계의 개념을 Fig. 1 의 예로 설명하면 다음과 같다. Fig. 1 은 설계변수 x 와 반응치 $f(x)$의 함수관계를 표시하고 있다. $f(x)$가 망소특성(smaller-the-better type)을 갖는 반응치이고. Δx 를 설계변수의 공차라고 가정한다. 점 A 와 점 B 를 비교하면 점 A 가 점 B 보다는 적은 반응치 값을 갖고 있지만, 설계변수의 공차의 잡음을 고려할 경우 점 A 의 잡음에 의한 반응치의 분포가 점 B 의 잡음에

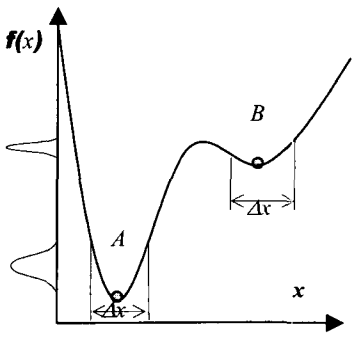


Fig. 1 Robustness of $f(x)$

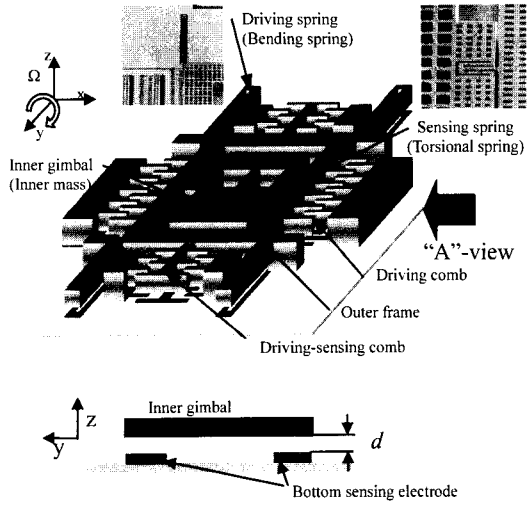


Fig. 2 The schematic of the vibratory vertical gyroscope

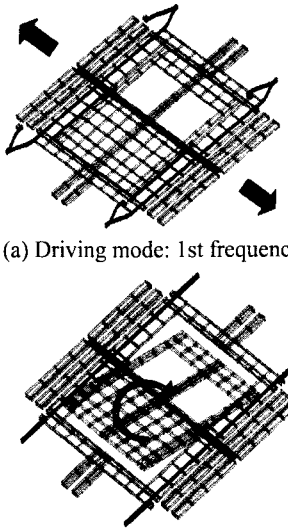


Fig. 3 Driving mode and sensing mode of the vibratory vertical gyroscope

의한 반응치의 분포보다 크게 나타나고 있다.[18~20] 즉 강건설계의 관점에서는 반응치의 분포가 작아지는 설계변수의 값을 결정하는 것이 인자설계이다. 이러한 강건설계의 개념은 기계설계에 많이 응용되고 있다.[21~24]

자이로스코프의 설계에서 다구찌법의 강건설계를 도입하여 설계변수의 변동에 의한 가진모드 및 측정모드에 대한 고유주파수의 분산을 산출하였으며 최적해를 구하는데 이용하였다.

3. 자이로스코프의 원리 및 공정오차

3.1 자이로스코프의 원리

Fig. 2 의 자이로스코프는 구조적으로 가진 방향(Fig. 3 (a))과 측정방향(Fig. 3 (b))의 두 방향의 진동을 완전히 분리하였다. 이를 통해서 자이로스코프의 진동특성이 안정적으로 되고, 주파수 매칭을 정확하게 할 수 있어 자이로스코프의 성능을 향상시키는 결과를 가져온다.[7] Fig. 2 에서 가진 전극(driving comb)에 직류전압 V_d와 교류전압 V_a로 구성되는 다음의 전압을 인가한다.

$$V = V_d + V_a \sin(\omega t) \tag{3}$$

전압에 의해서 가진판(comb-drive)에서 다음과 같은 횡 방향의 힘(lateral force) F_e가 발생한다.

$$F_e = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial C_f}{\partial x} V^2\right) \tag{4}$$

여기서 C_f 는 가진판에서의 총 정전용량(capacitance)이다. 전압 V 의 교류주파수를 가진 공진주파수 ω_d 와 일치시키면 외부프레임과 내부 짐벌은 Fig. 2 의 x 방향으로 ω 의 주파수를 가지면서 공진하게 된다. 이때 x 방향으로 진동하는 내부 짐벌에 외부에서 Ω 의 각속도가 y 방향으로 인가되면 다음과 같은 코리올리 힘 F_c가 z 방향으로 발생한다.

$$F_c = 2m_g \Omega \times v_x \tag{5}$$

여기서 m_g 는 내부 짐벌의 질량이고, v_x 는 진동체의 속도이다. 코리올리 힘에 의해서 내부 짐벌은 z 방향으로 회전 진동하게 되고 이러한 진동은 내부 짐벌과 바닥전극 사이의 간격 d 를 변화시킨다. 간격이 변화하면 내부 짐벌 평면과 바닥전극 사이의 다음 식의 정전용량 C가 변한다.

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} \tag{6}$$

여기서 ε 는 공기의 유전율, S 는 내부 짐벌 평면과 바닥전극이 겹치는 면적이다. 위의 정전용량 변화로부터 코리올리 힘을 측정하고 이를 통해 입력 각속도 Ω를 검출하는 것이 자이로스코프의 원

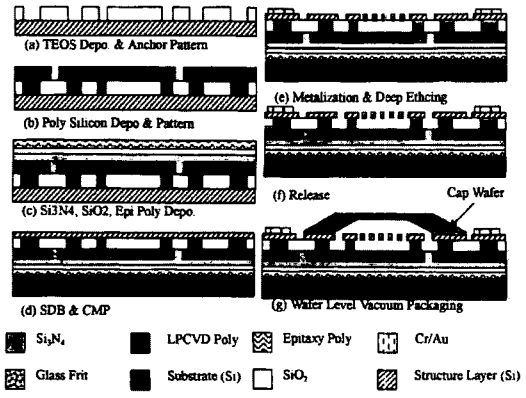


Fig. 4 Manufacturing process

리이다.

3.2 공정오차의 발생[7,8]

일반적으로 하부전극(bottom electrode)을 갖는 수직 자이로스코프를 제작하기 위해서는 저압화학기상증착(LPCVD:Low Pressure Chemical Vapor Deposition) 폴리실리콘을 이용한 역표면미세가공(reverse surface micromachining) 기술이 사용된다. 이러한 공정에서 자이로스코프는 Fig. 4 의 (d)와 같이 화학 기계적 연마(CMP:Chemical Mechanical Polishing) 작업으로 래핑 및 연마에 의해 원하는 두께로 가공된다. 이 때 구조물의 두께가 큰 변동을 갖게 되고, 기존두께의 -7.5% ~ 2.5%의 최대 허용오차를 갖게 되는데 이 것으로 인해 가진모드 및 측정모드의 고유주파수에 큰 변동이 발생하게 된다.

Fig. 4 의 (e)는 자이로스코프 구조를 형성하기 위한 에칭 공정이다. 이 때 폭 방향으로 기존 굽힘 스프링의 폭에 대하여 -8.33% ~ 0.00%의 최대 오차를 갖게 된다. 이 오차는 두께 방향의 오차와 마찬가지로 가진모드 및 측정모드의 고유주파수에 큰 변동을 발생시켜 원하는 자이로스코프의 성능을 발휘하지 못하게 한다. 자이로스코프의 두께는 굽힘스프링의 폭에 비하여 약 7 배정도의 크기를 가진다. 따라서 실제 공정상의 변동량은 두께에서 많이 발생된다.

4. 자이로스코프의 강건설계

4.1 공리적설계 분석

자이로스코프의 성능 향상을 위해서는 가진방향과 측정방향의 두 모드를 구조적으로 분리시키고, 두 고유주파수를 근접시키는 것이 유리하다. 따라서 두 모드의 분리는 굽힘 스프링(bending spring)과 비틀림 스프링(torsion spring)을 Fig. 2 와 같이 설계함으로써 가능하였다. 굽힘 스프링의 치수는 일차 진동모드인 가진모드에, 비틀림 스프링의 치수는 이차 진동모드인 측정 모드에 절대적인 영향을 주고 있다. 그러나 두 모드가 분리된 설계 시 각 치수의 공칭값에 의해서만 가능하고, 실제 제작 시 발생하는 공정오차를 고려하면 두 모드에 간섭이 발생하여 모드의 분리가 성립되지 않는다.

공정오차에 의한 구조물 치수의 불확실성은 진동형 자이로스코프가 반드시 유지해야 하는 설계 요구 사항인 가진방향 및 측정방향의 두 고유주파수에 대한 목표값을 유지할 수 없고 간섭을 발생시키는 원인이 되며 고유주파수의 차이가 큰 변동을 갖게 된다. 자이로스코프의 두 고유주파수의 차이는 직류 전압을 통하여 조정함으로써 민감도를 증가시킬 수 있다. 그러나 두 고유주파수의 차이가 과도하게 줄어들면 두 모드 사이의 기계적 연성(coupling)에 대한 제어가 불안정하게 되고, 두 고유주파수의 차이가 과도하게 크게 되면 직류전압으로 튜닝이 불가능하게 된다.

이러한 현상들은 실리콘 진동형 자이로스코프의 주요 기능을 무력화 시켜 생산 시 수율이 크게 감소하게 된다. 따라서 두 고유주파수의 차이가 특정 범위 안에 들어 오는 것이 자이로스코프 설계 시 요구사항의 하나로 고려될 수 있다. 그리고 한 개의 시스템 안에 자이로스코프가 두 개 이상 장착될 경우 주파수의 간섭을 피하기 위해 각 자이로스코프마다 가진모드와 측정모드의 목표값이 설정되어야 한다. 따라서 자이로스코프의 구조설계 시 다음과 같은 기능적 요구 및 제한조건을 고려해야 한다. f_1 을 가진모드의 고유주파수, f_2 를 측정모드의 고유주파수라고 하면, 기능적 요구와 제한조건은 다음과 같이 정의할 수 있다.

FR1 : $f_2 - f_1$ 이 공정오차에 대하여 강건해야 한다. ($f_2 - f_1$ 의 표준편차 σ_{f2-f1} 이 작아야 한다.)

FR2 : f_2 를 목표값에 접근시켜야 한다. (f_2 의 평균이 γ가 되고, f_2 가 하한값인 γ_L 과 상한값인 γ_U 사이에 있어야 한다.)

FR3 : f_1 을 목표값에 접근시켜야 한다. (f_1 의 평균이 β가 되고, f_1 이 하한값인 β_L 과 상한값인 β_U 사이에 있어야 한다.)

제한조건 : 1) $f_2 - f_1$ 의 평균을 목표값에 접근시켜야 한다. ($f_2 - f_1$ 의 평균이 α가 되고 $f_2 - f_1$ 가 하한값인 α_L 과 상한값인 α_U 사이에 있어야 한다.)

2) f_1 과 f_2 의 진동 모드가 역전되지 않아야 한다.

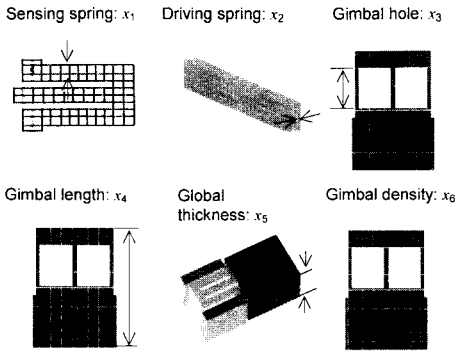


Fig. 5 Design variables

내부 비틀림 짐벌을 가진 측면 구동 방식의 짐벌형 자이로스코프의 기초설계에서 변경할 수 있는 설계변수는 Fig. 5 와 같다. 설계변수 x_1 은 비틀림 스프링의 폭이고, x_2 는 굽힘 스프링의 폭, x_3 는 짐벌의 구멍크기, x_4 는 짐벌의 길이, x_5 는 전체 두께, x_6 는 짐벌의 밀도이다. 전체 두께는 여러 종류의 제품을 한 웨이퍼에서 제작하기 때문에 가능한 설계를 변경하지 않는다. 여기서 x_1, x_2, x_3, x_4 는 기존 굽힘 스프링의 폭에 대하여 -8.33% ~ 0.00%의 연동된 공정오차를 x_5 는 기존두께의 -7.5% ~ 2.5%의 공정오차를 갖는다.

4.2 자이로스코프의 비연성화 설계

위에서 기능적 요구들을 결정하고, 설계변수들과 공정오차들을 조사하였다. 이제 공정오차가 존재할 때 기능적 요구를 만족시키기 위하여 설계변수의 값이 결정되어야 한다. 그런데 기능적 요구를 만족시키는 과정에서 설계변수의 변화는 여러 기능적 요구들에게 영향을 주어서 많은 설계 시행착오가 발생할 가능성이 크다. 이러한 경우 공리적 설계의 비연성화 설계를 도입하면 설계 반복을 회피할 수 있다.

비연성화 설계를 구성하기 위하여 설계변수가 기능적 요구에 미치는 영향도를 평가하면, 둘 사이의 관계를 나타내는 설계행렬의 구성이 가능하다. 본 연구에서는 이러한 영향도를 분석하기 위하여 실험계획법의 분산분석을 이용한 방법을 사용하였다.

설계변수들의 수준은 Table 1 과 같이 3 수준으로 설정하고, 각 설계변수의 공정오차들은 5 수준으로 나누어 Table 2 와 같이 사용하였다. 설계변수들을 내측배열로 배치하고, 공정오차들은 외측배열로 배치하였다.

Table 1 Levels of design variables for inner array (μm)

Level	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	C	C	C	C	C	C
2	C-2	C-1	C+44.5	C-44.5	C+5	C-10%
3	C+2	C+1	C-44.5	C-89	C+10	C-20%

C: Initial design value

Table 2 Levels of design variables for outer array (%)

Level	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	0.00	0.00	0.00	0.00	2.50	0.00
2	-2.08	-2.08	-2.08	-2.08	0.00	0.00
3	-4.17	-4.17	-4.17	-4.17	-2.50	0.00
4	-6.25	-6.25	-6.25	-6.25	-5.00	0.00
5	-8.33	-8.33	-8.33	-8.33	-7.50	0.00

Table 3 L_{25} all combination table

No.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	1
3	1	1	1	1	3	1
4	1	1	1	1	4	1
5	1	1	1	1	5	1
6	2	2	2	2	1	2
7	2	2	2	2	2	2
8	2	2	2	2	3	2
9	2	2	2	2	4	2
10	2	2	2	2	5	2
11	3	3	3	3	1	3
12	3	3	3	3	2	3
13	3	3	3	3	3	3
14	3	3	3	3	4	3
15	3	3	3	3	5	3
16	4	4	4	4	1	4
17	4	4	4	4	2	4
18	4	4	4	4	3	4
19	4	4	4	4	4	4
20	4	4	4	4	5	4
21	5	5	5	5	1	5
22	5	5	5	5	2	5
23	5	5	5	5	3	5
24	5	5	5	5	4	5
25	5	5	5	5	5	5

Table 4 Sum of squres of each FR (ANOVA)

DPs	FR1:$\sigma(f_2-f_1)$	FR2:f_2	FR3:f_1
x_1	9.21E+03	5.64E+07	3.52E+03
x_2	7.62E+02	4.53E+04	2.10E+07
x_3	6.59E+01	1.22E+05	1.42E+04
x_4	7.18E+01	2.04E+06	6.45E+04
x_5	1.80E+02	1.09E+06	5.71E+03
x_6	2.86E+02	2.83E+06	5.34E+05

Table 5 Relationships between FRs and DPs

FRs/DPs	DP1:Torsion	DP2:Gimbal	DP3:Bending
FR1:σ (f_2-f_1)	9.2E+03	4.2E+02	7.6E+02
FR2:f_2	5.6E+07	5.0E+06	4.5E+04
FR3:f_1	3.5E+03	6.1E+05	2.1E+07

각각에 대하여 L_{18} 표준직교배열표와 공정오차의 연동성을 고려하여 전조합을 실시한 Table 3 과 같은 L_{25} 배열표를 사용하여 450 회의 해석을 실시하였다. 해석 결과를 통하여 분산분석의 제곱합을 계산하였다. 즉 설계변수들에 대하여 일차 고유주파수, 이차 고유주파수 그리고 두 고유주파수의 차이의 표준편차에 대한 세 개의 제곱합(sum of squres)을 Table 4 와 같이 각각 구하였다. 구하여진 제곱합들은 설계변수가 기능적요구에 대한 구간 민감도의 역할을 한다. 비연성화 설계를 목적으로 구간 민감도인 제곱합을 이용하여 기능적 요구들에 대하여 설계변수들을 Table 5 와 같이 분류하였다. DP1 은 비틀림 스프링의 폭(x_1)이고, DP2 는 짐벌과 관련된 짐벌의 구멍크기(x_3), 짐벌의 길이(x_4)와 짐벌의 밀도(x_6)이다. 그리고 DP3 는 굽힘 스프링의 폭(x_2)이다.

분류된 설계변수들과 기능적 요구들의 영향도를 행렬식으로 표시하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} FR1 \\ FR2 \\ FR3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & z & z \\ X & Y & z \\ z & Y & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP1 \\ DP2 \\ DP3 \end{Bmatrix} \tag{7}$$

식 (7)의 설계행렬에서 X, Y와 z는 $X > Y > z$ 의 순서로 FRs 에 영향이 큰 것을 나타낸다. 이 순서는 Table 5 에서도 알 수 있듯이 각 행에서만 유효하다. 식 (7)에서 z 항이 영향이 작으므로, 근사화된 비연성화 설계로 가정하면, 설계의 순서가 결정된다. 즉 첫번째로 일차 고유주파수와 이차 고유주파수의 차이의 표준편차를 최소화하는 설계변수 DP1 의 값을 결정한다. 여기서 DP1 의 결정은 FR2 에도 영향을 준다. 이는 FR2 에게도 변화를 발생시키는데, 변화에 대한 보상은 DP2 의 결정에 의하여 수행된다. 만약 적절한 보상이 이루어지지 않는다면, FR1 과 FR2 의 절충이 필요한 경우도 있다. 두 번째로 이차 고유주파수를 목표값에 근접하기 위하여 DP2 를 결정한다. 마지막으로 일차 고유주파수를 목표값에 근접하기 위하여 DP3 를 결정한다.

이러한 일련의 과정은 강건설계를 위한 단계와 제품의 성능을 획득하기 위한 단계로 구분된다. 즉 적용된 방법의 공리적 표현은 다음의 식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} FR1 : min\, \sigma_f^2 \\ FR2 : min\,(f - f_{tar}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & x \\ y & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DP1 \\ DP2 \end{bmatrix} \tag{8}$$

여기서 f 는 시스템의 응답, σ_f^2 은 응답의 분산, f_{tar} 는 응답의 목표값이고 $(f - f_{tar})$은 응답과 목표값의 편향을 나타낸다. 설계 행렬의 X, x 와 y 는 $X > x \geq y$ 의 순서로 FRs 에 영향이 큰 것을 나타낸다. 식 (8)에서 FR1 은 성능의 변동을 줄이는 것이 되고, FR2 는 원하는 제품의 성능을 획득함을 말한다 그리고 x 혹은 y 의 값이 적은 경우 비연성화 설계 혹은 비연성 설계에 유리하다. x 와 y 값이 모두 큰 경우는 연성 설계가 되어 설계변수들을 재정의하거나, 설계변수들을 결정하기 위하여 여러 번의 시행착오를 해야 한다.

4.3 민감도 정보를 이용한 분산의 근사화

앞에서 자이로스코프의 첫번째 기능적 요구를 위해서는 일차 고유주파수와 이차 고유주파수의 차이의 표준편차가 구해져야 한다. 표준편차를 구하기 위해서는 여러 번의 해석을 통하여 획득된다 이 표준편차는 일차 미분치인 민감도와 설계변수의 표준편차를 통하여 근사식으로 구하면, 여러 번의 해석을 하지 않고도 구할 수 있다.[12] 통계적으로 표준편차는 분산의 제곱근과 같다. 고유주파수의 분산은 테일러 급수로 전개하고 이차 이상의 항을 무시하면 다음 식과 같이 표현된다.

$$\sigma_{f_k}^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f_k}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_i}^2 \qquad for\ k^{th}\ frequency \tag{9}$$

여기서 x_i 는 설계변수를, $\bar{x}_i$ 는 설계변수의 공칭값을, n 은 설계변수의 수를, 그리고 σ_{xi}^2 는 설계변수의 분산을 표시한다.

자이로스코프의 FR1 은 식 (9)를 응용하여 구할 수 있다. 즉 $f_2 - f_1$ 의 분산 $\sigma_{f2\text{-}f1}^2$ 은 각 함수에 대하여 테일러 급수 전개 후 기대값을 취하여 다음과 같이 구하여 진다.

$$\sigma_{f2-f1}^2 = E\left[\left\{ \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} (x_i - \bar{x}_i) - \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} (x_i - \bar{x}_i) \right\}^2 \right] \tag{10}$$

설계변수들에 대한 고유주파수들의 민감도가 작은 항들을 무시한다. 그러나 두께공차의 절대량이 큰 것을 고려하여, 두께에 대한 이차 고유주파수의 민감도의 항은 고려되었다. 이러한 근사화를 통하여 식 (10)의 분산은 비틀림 스프링, 굽힘 스

프링, 전체 두께에 대한 방정식이 된다.

$$\sigma^2_{(f2-f1)} \approx E\left[\left\{\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)_{\bar{x}_i}(x_1-\bar{x}_1)+\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_5}\right)_{\bar{x}_i}(x_5-\bar{x}_5)-\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)_{\bar{x}_i}(x_2-\bar{x}_2)\right\}^2\right] \quad (11)$$

식 (11)을 기대값에 대하여 전개하면 민감도, 설계변수의 분산과 공변량으로 표현된다.

$$\sigma^2_{(f2\ f1)} \approx \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^2\sigma^2_{x_2}+\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^2\sigma^2_{x_1}+\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_5}\right)^2\sigma^2_{x_5} - 2\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)cov(x_1,x_2)-2\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_5}\right)\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)cov(x_2,x_5) \quad (12)$$

where $cov(x_1,x_2)=E[(x_1-\bar{x}_1)(x_2-\bar{x}_2)]$

여기서 x_1 과 x_2 는 연동된 공차를 가지고 있으므로, 공변량 $cov(x_1, x_2)$은 x_1 의 분산σ_{x1}^2 이 된다. 또한 x_2 와 x_5 가 통계적으로 독립이면, 공변량 $cov(x_2, x_5)$은 영이다. 따라서 식 (12)는 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma^2_{(f2-f1)}=\left\{\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)_{\bar{x}_i}-\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)_{\bar{x}_i}\right\}^2\sigma^2_{x_1}+\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_5}\right)^2_{\bar{x}}\sigma^2_{x_5} \quad (13)$$

이는 고유주파수들에 대한 민감도 정보와 설계변수들의 분산을 알면 쉽게 이용할 수 있다. 실험계획법에 의한 450 회의 해석을 통하여 얻어진 분산과 식 (13)을 이용한 근사화법을 이용한 분산은 Table 6 와 같이 적은 오차를 가지면서 일치하므로 실험계획법에 의한 분산을 대치 할 수 있다. 즉 함수 계산이 많은 경우에는 민감도 정보와 설계변수들의 분산으로 표현되는 근사화 목적함수를 이용하면 유리하다.

식 (13)의 물리적인 의미는 자이로스코프의 일차 고유주파수에 대한 굽힘 스프링의 민감도와 이차 고유주파수에 대한 비틀림 스프링의 민감도가 동일하고, 이차 고유주파수에 대한 전체 두께의 민감도가 작을수록 분산의 값이 작아짐을 알 수 있다.

Table 6 Comparison of variances

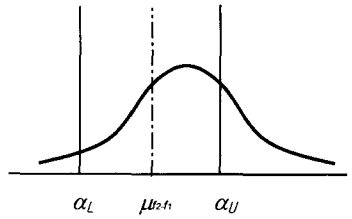
Model	DOE	Approximate
Base design	114	107.4
Robust design	85	86.5

4.4 자이로스코프의 강건설계

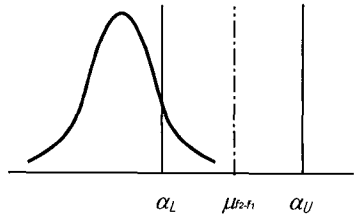
자이로스코프의 비연성화 설계를 위한 설계변수의 분류가 완료되었고, 계산량이 많은 분산을 구하기 위한 근사화식도 준비되었다. 따라서 식 (7)에서 제시된 행렬식의 상위 행부터 차례로 기능적 요구를 만족시켜 주면 강건설계가 수행될 수 있다. 그리고 f_2 - f_1의 분포를 이용하여 자이로스코프의 수율을 나타내는 성공의 확률을 계산할 수 있다.

두 고유주파수에 대한 차이의 평균 및 분산이 계산되면 그 분포는 정규분포로 가정하였다. 평균과 분산은 Table 2 의 공정오차를 고려한 L_{25} 배열표를 사용하여 구하였다.

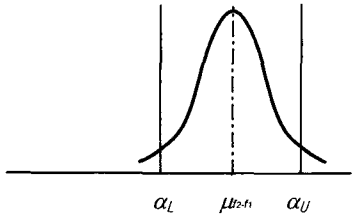
자이로스코프의 비연성화 설계는 다음의 순서로 수행되었다. 첫번째로 FR1 을 만족시키는 DP1 을 결정한다. 이는 f_2 - f_1의 분산 혹은 표준편차를 감소 시킬 수 있다. Fig. 6 (a)는 초기 자이로스코프의 공정오차에 따른 f_2 - f_1에 대한 분포이다. 설계영역은 α_L 부터 α_U까지 이다. f_2 - f_1의 분산만을 줄이면 Fig. 6 (b)와 같이 분산을 줄일 수 있지만, 성능의 평균값의 이동으로 성공의 확률은 오히려 작아진다.



(a) Distribution of f_2 - f_1 (before setting DP1)



(b) Distribution of f_2 - f_1 (after setting DP1)



(c) Distribution of f_2 - f_1 (after setting all DPs)

Fig. 6 Changes of the system distribution

Table 7 Robust design results (μm)

Design variables	Values
x_1	C-2
x_2	C-0.5
x_3	C+19
x_4	C-140
x_5	C
x_6	C-15%

C: Initial design value

두 번째로 설계변수들은 비연성화 설계를 할 수 있도록 선정되었기 때문에, 표준편차에 영향을 작게 주면서 평균값을 이동 시킬 수 있다. 따라서 FR2 을 만족시키면서 DP2 를 결정한다. 그러나, f_2 의 값은 적절히 조정되었으나, f_1 의 값의 영향으로 성능의 평균값이 목표값으로 이동 되지 못한다.

세 번째로 FR3 를 만족시키는 DP3 를 결정하여, 편향된 f_2 - f_1 의 평균을 목표값으로 이동시킬 수 있다. 이러한 설계과정을 통하여, Fig. 6 (c)와 같이 분산을 줄이면서 원하는 평균값을 가지는 설계를 구현하여 성공의 확률을 크게 할 수 있다.

이러한 설계과정을 통하여 비대칭 내부 짐벌을 가진 측면 구동 방식의 진동형 자이로스코프의 설계변수의 값들을 Table 7 과 같이 결정할 수 있었다. 또한 동일한 공정오차가 존재할 때 성공의 확률은 기존설계에 대비하여 15%가 증가하였다.

5. 토 의

자이로스코프의 공정오차에 대한 강건설계는 강건성을 증가 시키는 기능적 요구와 성능을 만족시키는 기능적 요구의 비연성화 설계를 통하여 수행된다. 비연성화 설계의 목적은 설계 반복 없이 설계변수의 순차적인 결정을 하기 위함이다. 설계과정에서 비연성화 설계의 역할이 중요하다. 예를 들어, 시스템의 기능적 요구와 설계변수들을 분류하지 않고 연성되어 있는 상태라고 하자. 설계자는 FR1 의 기능적 요구인 분산을 줄인 후 FR2 의 기능적 요구인 성능치에 대한 편향을 줄이게 된다. 이러한 편향을 줄일 때 FR1 에 다시 영향 미치게 되고 FR1 을 재설정하게 되므로, 설계자는 많은 시행착오가 불가피하다. 따라서 공정오차에 대한 강건한 설계를 위해서는 강건성에 대한 기능적 요구의 비연성화 설계가 필요하다.

본 연구에서는 비연성화는 분산분석 혹은 민감도 해석을 통하여 실시하였다. 비연성화 설계의 설계행렬에서 각 설계변수의 기능적 요구에 대한 영향이 상대적으로 작은 값은 영향이 없는 것으로 가정한다. 하지만 실제로는 약간의 영향이 있다. 이러한 영향과 기능적 요구에 대한 구속조건이 있는 경우, 비연성화 설계의 순차적인 과정에서 구속조건을 위배하여 약간의 설계의 반복이 발생하기도 한다.

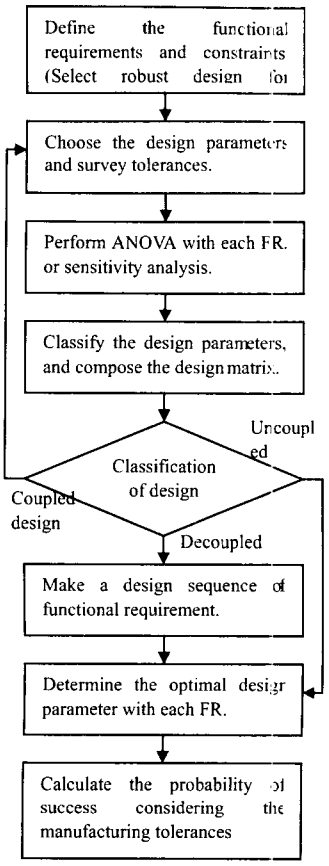


Fig. 7 Robust design strategy

강건설계에서 성능에 대한 민감도를 감소시키는 것이 중요하다. 그러나 성능치의 변화가 심한 경우에는 민감도 감소로 얻는 이익보다 성능치의 편향에 대한 손실이 크다. 자이로스코프의 공정오차는 설계된 치수에 비하여 감소하는 방향으로 대부분 발생되고, 실제로 성능의 민감도를 줄이는 과정에서는 성능의 편향이 심하게 발생된다. 이러한 경우는 민감도를 줄이는데 성능치의 편향이 내재된 구속조건으로 작용하게 된다.

자이로스코프의 공정오차에 대한 비연성화 설계를 통한 강건설계 절차는 Fig. 7 과 같이 요약된다.

6. 결 론

본 연구에서 제시한 강건설계 기법에 의한 비대칭 내부 짐벌을 가진 진동형 자이로스코프 설계로부터 다음의 결론을 얻었다.

(1) 자이로스코프의 개념설계 단계에서 공리적 설계를 이용하여 기능적 요구사항, 설계변수 및 제한조건을 정의하였고, 비연성화 설계행렬을 구성하여 강건설계를 수행하였다.

(2) 강건설계를 위하여 두 고유주파수의 차이의 분산을 민감도 정보로 이용하여 근사화하여 설계의 효율을 향상시켰다.

(3) 내부 비틀림 짐벌을 가진 측면 구동 방식의 짐벌형 자이로스코프에서 성공의 확률은 기존설계에 대비하여 15%가 증가하였다.

후 기

이 연구는 삼성종합기술원과 한국과학재단 지정 최적설계신기술연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

(1) Tanaka, K., Mochida, Y., Sugimoto, S., Moriya, K., Hasegawa, T., Atsuchi, K. and Ohwada, K., 1995, "Micromachined Vibrating Gyroscope," *Proc. MEMS'95*, Amsterdam, pp. 278~281.

(2) Paoletti, F., Gretillat, M.-A. and de Rooij, N.F., 1996, "A Silicon Micromachined Vibrating Gyroscope with Piezoresistive Detection and Electromagnetic Excitation," *Proc. MEMS'96*, Atlanta, pp. 162~167.

(3) Maenaka, K., Fujita, T., Konishi Y. and Maeda, M., 1996, "Analysis of a Highly Sensitive Silicon Gyroscope," *Sensors and Actuators A*, Vol. 54, pp. 568~573.

(4) Geiger, W., Folkmer, B., Sobe, U., Sandmaier, H. and Lang, W., 1997, "New Designs of Micromachined Vibrating Rate Gyroscope with Decoupled Oscillation Modes," *Transducer'97*, Chicago, pp. 1129~1132.

(5) Lutz, M., Golderer, W., Gerstenmeier, J., Marek, J., Maihofer, B., Mahler, S., Munzel, H. and Bischof, U., 1997, "A Precision Yaw Rate Sensor in Silicon Micromachining," *Transducer'97*, Chicago, pp. 847~850.

(6) Mochida, Y., Tamura, M. and Ohwada, K., 1999, "A Micromachined Vibrating Rate Gyroscope with Independent Beams for the Drive and Detection Modes," *Proc. MEMS'99*, Orlando, pp. 618~623.

(7) Song, H., Oh, Y.S., Song, I.S., Choi, S.O., Kim, H.C., Ha, B.J., Baek, S.S. and Song, C.M., 2000, "Wafer Level Vacuum Packaged De-Coupled Vertical Gyroscope by Fabrication Process," *Proc. MEMS'2000*, Miyazaki, Japan, pp. 520~524.

(8) Lee, B.L., Lee, S.W., Jung, K.D., Choi, J.H. and Chung, T.R., 2001, "A De-coupled Vibratory Gyroscope using a Mixed Micro-machining Technology," Proc. IEEE International Conference on Robotics & Actuation, Vol. 4, pp. 3412~3416.

(9) Han, J. S., Jung, D. H., Lee, B. C. and Kwak, B. M., 2001, "Reliability Robust Design of a Vibratory Micro Gyroscope," WCSMO-4, The 4th World Congress of Struct. Multidiscip. Optim., pp. 162~163.

(10) Suh ,N. P., 1990, *The Principles of Design*, The Oxford University Press, NewYork.

(11) Suh, N.P., 2001, *Axiomatic Design: Advances and Applications*, Oxford University Press, NewYork.

(12) Phadke, M.S., 1989, *Quality Engineering Using Robust Design*, Prentice Hall, New Jersey.

(13) Taguchi, G., Chowdhury, S., Taguchi, S., 1999, *Robust Engineering*, McGraw-Hill, New York.

(14) Vanderplaatts, G.V., 2000, *GENESIS Users Manual Ver. 6.0*, VMA Engineering.

(15) 박경진, 도성희, 서남표, 1999, "공리적 설계 방법을 이용한 소프트웨어 시스템의 설계 및 확장," 대한기계학회논문집, 제 23 권, 제 9 호, pp. 1536~1549.

(16) 신문균, 홍성우, 박경진, 2000, "안전도를 고려한 전동 틸트/텔레스코픽 조향주의 해석 및 설계," 대한기계학회논문집, 제 24 권, 제 6 호, pp. 1479~1490.

(17) 황윤동, 차성운, 2001, "발포 배율의 향상을 위한 금형 시스템의 공리적 설계," 대한기계학회논문집, 제 25 권, 제 4 권, pp. 637~644.

(18) Lee, K. H., Eom, I. S., Park, G. J. and Lee, W. I., 1996, "Robust Design for Unconstrained Optimization Problems Using the Taguchi Method," *AIAA J.*, Vol. 34 No. 5, pp. 1059~1063.

(19) 이권희, 박경진, 1997, "설계변수의 공차를 고려한 구조물의 강건 최적설계," 대한기계학회논문집, 제 21 권, 제 1 호, pp. 112~123.

(20) 이권희, 박경진, 1998, "제한조건이 있는 문제의 이산설계 공간에서의 강건 최적설계," 대한기계학회논문집, 제 22 권, 제 5 호, pp. 728~737.

(21) Parkinson, A., 1995, "Robust Mechanical Design Using Engineering Models," *ASME J. Mech. Des.*, Vol. 117, pp. 48~54.

(22) 정도현, 이병채, 2000, "확률조건의 근사화를 통한 효율적인 강건 최적설계 기법의 개발," 대한기계학회논문집, 제 24 권, 제 12 호, pp. 3053~3060.

(23) Lee, K.H. and Park, G.J., 2001, "Robust Optimization Considering Tolerance of Design Variables," *Comput. Struct.*, Vol. 79, No.1, pp. 77~86.

(24) Hwang, K.H., Lee, K.W. and Park, G. J., 2001, "Robust Optimization of an Automobile Rearview Mirror for Vibration Reduction," *Struct. Multidiscip. Optim.*, Vol. 21, No. 4, pp. 300~308.