

## 주파수응답함수를 이용한 감쇠가 있는 유한요소모형의 개선

이형석\* · 이한희\* · 이건명\*  
(2001년 7월 30일 접수, 2002년 2월 1일 심사완료)

### Updating of a Finite Element Model with a Damping Effect Using Frequency Response Functions

Hyung-Seok Lee, Han-Hee Lee and Gun-Myung Lee

**Key Words:** Model Updating(모형개선), Finite Element Model(유한요소모형), Frequency Response Function(주파수응답함수), Rotational Displacement(회전변위), Interpolation(보간법)

#### Abstract

The finite element analysis is frequently used to predict dynamic responses of complex structures. Since the predicted responses often differ from experimentally measured ones, updating of the finite element models is performed to make the finite element results agree with the measured ones. Among several model updating methods, one is to use FRF(frequency response function) data without a modal analysis. This paper investigates characteristics of the model updating method in order to improve the method. The investigation is focused on how to obtain FRFs for unmeasured rotational displacements and how to consider damping. For the investigation simulated data and experimental data for a cantilever beam are used.

#### 1. 서론

구조물이나 기계를 설계할 때 외부 가진력에 대한 구조물이나 기계의 정확한 동적 응답을 예측할 수 있어야 한다. 이러한 동적 응답을 예측하기 위하여 유한요소해석이 널리 사용되고 있다. 그러나 유한요소해석으로 얻어진 결과는 실험으로 측정된 동적 응답과 일치하지 않는 경우가 흔히 있다. 따라서 유한요소해석 결과가 실제로 측정된 실험데이터와 일치하도록 유한요소모형(FEM : finite element model)을 개선하는 방법

에 관한 연구가 폭넓게 수행되고 있다.

진동데이터를 사용하여 유한요소모형을 개선하는 방법을 분류하면 크게 모드 영역의 방법<sup>(1~4)</sup>과 주파수응답함수(FRF : frequency response function)를 사용하는 응답 영역의 방법<sup>(6~11)</sup>으로 나눌 수 있다. 이 방법들에 관한 참고문헌은 문헌조사연구<sup>(12,13)</sup>에 자세하게 정리되어 있으므로 본 논문에서는 문헌조사를 생략하기로 한다. FRF를 사용하는 모형개선 방법은 모드 영역 방법이 비하여 실험데이터를 모드해석하여 모드데이터를 구할 필요가 없이 실험데이터를 바로 사용할 수 있으며, 따라서 모드해석 오차를 수반하지 않는 장점을 가지고 있다. FRF를 사용하는 모형개선 방법에는 Lin<sup>(9)</sup>과 Imregun<sup>(10)</sup> 등에 의하여 개발된 응답함수법이 있는데, 이 방법에서는 각 유한요소의 질량, 강성행렬의 모든 항을 일정한 비율(수정계수)로 변화시킴으로써 측정된 FRF와 유한요소모형으로부터 예측한 FRF가 일치하도록 하고

\* 경상대학교 대학원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 경상대학교 수송기계공학과,  
ReCAPT

E-mail : gmlee@nongae.gsnu.ac.kr

TEL : (055)751-5313 FAX : (055)757-5622

있다.

Lin과 Imregun등에 의하여 개발된 응답함수법의 기존 연구에서는 측정하지 않은 회전변위에 대한 FRF로서 유한요소모형의 대응하는 FRF를 사용하였다. 그러나 본 연구에서는 이 방법과 함께 병진변위에 대한 FRF로부터 보간법을 사용하여 회전변위에 대한 FRF를 구하는 방법을 함께 사용하여 그 결과를 비교하였다. 또한 구조물의 감쇠를 고려하는 방법에 따른 유한요소모형의 개선 정도를 고찰함으로써 더욱 개선된 유한요소모형을 얻는 방법을 모색하는데 본 연구의 초점을 맞추었다. 본 연구에서는 외팔보에 대한 시뮬레이션 데이터와 실험데이터를 사용하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 응답함수법

Lin과 Imregun 등에 의하여 개발된 FRF를 이용한 유한요소모형 개선방법인 응답함수법을 간략하게 소개한다. 유한요소해석으로 구한 FRF 행렬을  $[a_A]$ , 실험적으로 측정한 FRF 행렬을  $[a_X]$ 로 표시하면 다음과 같은 식을 쓸 수 있다.<sup>(10)</sup>

$$[a_A] = [a_X] + [a_A] - [a_X] \quad (1)$$

위 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[a_A] = [a_X] + [a_A] [\Delta Z] [a_X] \quad (2)$$

여기서  $[\Delta Z] = [a_X]^{-1} - [a_A]^{-1}$  이며 임피던스 (impedance) 행렬의 차를 의미한다. 만약 FRF 행렬  $[a_X]$ 의  $i$ 번째 열만 측정한다면 식 (2)는 다음과 같이 된다.

$$\{a_A\}_i - \{a_X\}_i = [a_A] [\Delta Z] \{a_X\}_i \quad (3)$$

$[\Delta Z]$ 는 유한요소해석과 실험적으로 구한 강성행렬, 질량행렬의 차이로 표현할 수 있다.

$$[\Delta Z] = [Z_X] - [Z_A] = [\Delta K] - \omega^2 [\Delta M] \quad (4)$$

각 요소에 대한 강성행렬과 질량행렬의 수정계수를  $P_{ki}$ ,  $P_{mi}$  이라 하면 N개의 요소를 가진 유한요소모형에 대해 식 (3)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \{a_A\}_i - \{a_X\}_i \\ &= P_{k1} [a_A] [K_{e1}] \{a_X\}_i + P_{k2} [a_A] [K_{e2}] \{a_X\}_i + \\ & \quad \dots + P_{kn} [a_A] [K_{en}] \{a_X\}_i - \omega^2 P_{m1} [a_A] [M_{e1}] \{a_X\}_i \\ & \quad - \omega^2 P_{m2} [a_A] [M_{e2}] \{a_X\}_i - \dots - \omega^2 P_{mn} [a_A] [M_{en}] \{a_X\}_i \\ &= [ [a_A] [K_{e1}] \{a_X\}_i, \dots, [a_A] [K_{en}] \{a_X\}_i, \\ & \quad -\omega^2 [a_A] [M_{e1}] \{a_X\}_i, \dots, -\omega^2 [a_A] [M_{en}] \{a_X\}_i ] \begin{pmatrix} P_{k1} \\ \vdots \\ P_{kn} \\ P_{m1} \\ \vdots \\ P_{mn} \end{pmatrix} \quad (5) \end{aligned}$$

위 식에서  $[K_{ei}]$ 와  $[M_{ei}]$ 는 각각 유한요소모형의 전체 강성행렬과 질량행렬에서  $i$  번째 요소에 해당하는 부분만 남기고 나머지는 0으로 치환한 행렬을 의미한다. 위 식을 여러 주파수에 대하여 쓰면 방정식의 개수가 미지수의 개수보다 많은 과다결정(over-determined) 경우가 되며, 특이값 분해(singular value decomposition)에 의하여 각 요소 행렬에 대한 수정계수  $P_{ki}$ ,  $P_{mi}$ 를 구한다.

점성감쇠를 고려하면 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [D]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (6)$$

비례감쇠를 가정하여 각 요소의 감쇠행렬  $[D_e]$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[D_e] = \alpha [M_e] + \beta [K_e] \quad (7)$$

$\alpha$ ,  $\beta$ 와  $r$  번째 모드의 감쇠비  $\zeta_r$ , 고유진동수  $\omega_r$  사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.<sup>(14)</sup>

$$2 \zeta_r \omega_r = \alpha + \beta \omega_r^2 \quad (8)$$

$\alpha = 0$  (stiffness-proportional damping)인 경우에는

$$\beta = \frac{2 \zeta_r}{\omega_r} \quad (9)$$

이므로 실험데이터의 모드해석을 통해 고유진동수  $\omega_r$ 과 감쇠비  $\zeta_r$ 을 구하고, 이로부터 구한  $\beta$ 의 평균값을 사용하여 감쇠행렬  $[D_e]$ 를 구할 수 있다. 식 (5)에 감쇠를 포함하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \{a_A\}_i - \{a_X\}_i \\
 &= P_{k1}[a_A][K_{e1}]\{a_X\}_i + \dots \\
 &+ P_{kn}[a_A][K_{en}]\{a_X\}_i + j\omega P_{d1}[a_A][D_{e1}]\{a_X\}_i \\
 &+ \dots + j\omega P_{dn}[a_A][D_{en}]\{a_X\}_i \\
 &- \omega^2 P_{m1}[a_A][M_{e1}]\{a_X\}_i - \dots - \omega^2 P_{mN}[a_A][M_{eN}]\{a_X\}_i \\
 &= [ [a_A][K_{e1}]\{a_X\}_i, \dots, [a_A][K_{en}]\{a_X\}_i, \\
 & \quad j\omega [a_A][D_{e1}]\{a_X\}_i, \dots, j\omega [a_A][D_{en}]\{a_X\}_i, \\
 & \quad -\omega^2 [a_A][M_{e1}]\{a_X\}_i, \dots, -\omega^2 [a_A][M_{eN}]\{a_X\}_i ] \begin{pmatrix} P_{k1} \\ \vdots \\ P_{kn} \\ P_{d1} \\ \vdots \\ P_{dn} \\ P_{m1} \\ \vdots \\ P_{mN} \end{pmatrix} \quad (10)
 \end{aligned}$$

여기서 j는 허수단위이다.

구조감쇠(structural damping)를 고려하면 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + ([K] + j[H])\{x\} = \{f\} \quad (11)$$

각 요소의 감쇠행렬  $[H_e]$ 는

$$[H_e] = \eta [K_e] \quad (12)$$

가 되고,  $\eta$ 는 손실계수(loss factor)를 의미한다.  $\eta$ 값은 측정된 FRF를 모드해석하여 각 모드에서의  $\eta$ 값을 구한 다음, 이 값들의 평균값을 사용한다. 이 경우 각 요소행렬에 대한 수정계수는 식 (10)과 유사한 연립방정식으로부터 구할 수 있다.

수정계수를 구한 다음 각 요소의 강성, 질량, 감쇠행렬을 이 행렬에 대한 수정계수만큼 증가시키고 이 수정된 행렬을 사용하여 FRF를 계산한다. 예를 들어 어떤 요소의 강성행렬에 대한 수정계수가 0.5이면 그 행렬의 모든 요소는 원래값보다 50% 증가한 값을 갖는다. 만약 어떤 요소행렬에 대한 수정계수가 -1보다 작으면 물리적인 의미가 없으므로 이 경우에는 수정계수의 값으로 -0.95를 사용하였다.

실험으로 측정된 FRF와 유한요소모형으로부터 계산한 FRF의 일치도를 평가하기 위하여 다음과 같이 두 FRF의 상대적 차이(RD : relative difference)를 정의하였다.

$$RD = \frac{\sum_{\omega} |a_X(\omega) - a_A(\omega)|}{\sum_{\omega} |a_X(\omega)|} \quad (13)$$

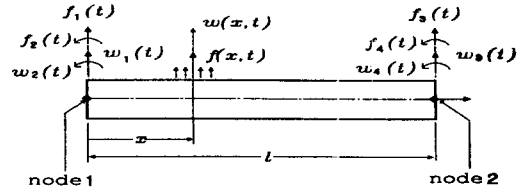


Fig. 1 A beam element

위 식에서  $a_X(\omega)$ 와  $a_A(\omega)$ 는 각각 구조물상의 한 점에서 측정된 FRF와 유한요소모형으로부터 계산한 FRF를 의미한다. 두 FRF의 차이가 작을수록 RD값은 작아지고, 이 값은 각각의 측정점에서 구해진다.

### 2.2 보 요소

본 논문에서는 유한요소해석에 보 요소를 사용하고 있는데, 이 요소를 Fig. 1에 나타내었다. 이 보 요소는 두 개의 절점을 가지고 있고, 각 절점에서의 병진변위  $w_1(t), w_3(t)$ 와 회전변위  $w_2(t), w_4(t)$  총 4개의 자유도를 가지고 있으며,  $f_i$ 는 절점변위  $w_i$ 에 대응하는 절점력이다.

보 요소에 대한 강성행렬  $[K_e]$ 과 질량행렬  $[M_e]$ 은 다음과 같다.<sup>(15)</sup>

$$[K_e] = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[M_e] = \frac{\rho Al}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

### 2.3 병진변위를 이용한 회전변위의 계산

본 논문에서 다루고자 하는 유한요소모형 개선 방법은 각 측정점에서의 병진변위뿐만 아니라 회전변위에 대한 FRF의 측정을 필요로 한다. 그러나 실제 실험에서 회전변위의 측정이 어렵기 때문에 회전변위를 간접적인 방법으로 구한다. 회전변위에 대한 FRF를 간접적으로 구하는 방법에는 두가지가 있다. 첫 번째는 유한요소해석 결과를 실험값으로 사용하는 방법이며 유한요소모형이 개선됨에 따라 회전변위에 대한 FRF도 변화하게 된다. 두 번째는 측정된 병진변위에 대한

FRF로부터 보간법(interpolation)을 이용하여 회전 변위에 대한 FRF를 구하는 방법이다.

보간법을 이용하는 방법은 다음과 같다. 임의의 주파수에 대하여 보의 각 절점에서 측정된 병진변위에 대한 FRF,  $y$ 를 절점의 위치,  $x$ 의 함수로 다음 식과 같이 나타낸다.

$$y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + a_{(n+1)}x^{n+1} + a_{(n+2)}x^{n+2} \quad (16)$$

외팔보의 경우, 고정단( $x_0$ )과 자유단( $x_n$ )에서의 경계조건

$$y(x_0) = 0, y'(x_0) = 0, y''(x_n) = 0$$

과 각 절점에서의 병진변위에 대한 FRF

$$y(x_1), y(x_2), \dots, y(x_{n-1}), y(x_n)$$

로부터 식 (16)의 각 항의 계수  $a_i$ 를 구하고, 이 식을  $x$ 에 대하여 미분함으로써 각 절점에서의 회전변위에 대한 FRF를 구할 수 있다. Fig. 2에서 보간법을 사용하여 구한 외팔보상의 한 점에서의 회전변위에 대한 FRF를 해석적인 결과와 비교하였다. 이 그림을 관찰하면 보간법으로 구한 회전변위가 저주파수 대역에서는 정확하나 고주파수 대역에서는 피크점을 제외하고는 정확하지 않음을 알 수 있다. 정확한 회전변위가 구하여진 주파수 대역의 데이터만을 사용할 경우에는 개선된 유한요소모형을 얻을 수 있으나 그렇지 않은 경우에는 정확한 유한요소모형을 기대하기 어렵다. 따라서 사용하는 데이터의 주파수 대역에 따라 유한요소모형의 개선정도가 달라지리라는 것을 예측할 수 있다.

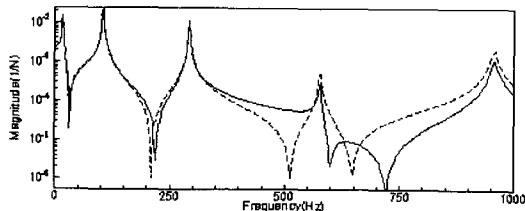


Fig. 2 Comparison of the analytical and interpolated FRFs for a rotational dof of a cantilever beam: - analytical, -- interpolated

### 3. 시뮬레이션

유한요소모형의 개선을 위한 응답함수법의 특성을 고찰하기 위하여 이 방법을 시뮬레이션 데이터에 적용하였다. 외팔보를 대상시스템으로 하고 이를 다섯 개의 보요소로 나눈 다음, 유한요소모형의 각 요소의 질량, 강성, 그리고 감쇠행렬에 임의의 수정계수를 곱하여 얻은 유한요소모형의 FRF 데이터를 실험데이터로 사용하였다. 이때 실험데이터는 실제로는 유한요소해석 결과이므로 회전변위에 대한 FRF의 측정이 가능하다. 시뮬레이션에 사용된 외팔보의 제원은 Table 1과 같고, 점성감쇠를 고려하였으며 각 요소의 감쇠행렬은 강성행렬에  $\beta = 0.2E^{-5}$ 를 곱한 값으로 하였다. 주파수범위는 0 - 1000Hz이고, 주파수간격은 2.5Hz이며 FRF 행렬의 3번째 열을 측정하였다.

#### 3.1 병진변위와 회전변위를 모두 측정한 경우

각 유한요소의 강성, 질량, 감쇠행렬에 Table 2와 같은 수정계수를 곱한 유한요소모형을 실험시스템으로 하고, 이 시스템의 각 절점에서의 병진변위와 회전변위에 대한 FRF를 모두 측정하였다. 한 절점에서 측정된 병진변위에 대한 FRF와 유한요소모형으로부터 구한 FRF를 Fig. 3에서 비교하였다. 이 데이터에 본 유한요소모형 개선법을 적용하였을 때 각 요소행렬에 대한 수정계수가 정확하게 구하여졌다. 당연한 결과로서 측정된 FRF와 개선된 유한요소모형의 FRF는 일치하였다.

#### 3.2 병진변위만을 측정한 경우

앞 절에서 사용한 시뮬레이션 데이터에서 병진변위에 대한 FRF만을 취하고, 회전변위에 대한 FRF는 2.3 절에서 설명한 보간법으로 구하였다.

Table 1 Properties of the cantilever beam

length( $l$ )	270 mm
width( $b$ )	35 mm
thickness( $h$ )	1.5 mm
Young's modulus( $E$ )	195 GPa
density( $\rho$ )	7850 kg/m <sup>3</sup>

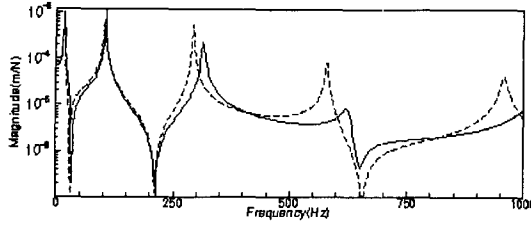


Fig. 3 Comparison of the FRFs of the simulated system: - experiment, -- FEM

Table 2 Estimated values of the correction factors

correction factor	given value	estimated value
$P_{k1}$	0.0	0.00005
$P_{k2}$	1.0	1.00011
$P_{k3}$	-0.2	-0.20000
$P_{k4}$	0.0	0.00004
$P_{k5}$	0.0	0.00010
$P_{m1}$	-0.5	-0.49992
$P_{m2}$	0.0	0.00000
$P_{m3}$	0.0	0.00001
$P_{m4}$	0.5	0.50012
$P_{m5}$	-0.3	-0.29996
$P_{d1}$	9.0	8.99930
$P_{d2}$	-0.9	-0.89837
$P_{d3}$	-0.5	-0.50098
$P_{d4}$	3.0	3.00142
$P_{d5}$	0.0	-0.00016

이 경우에는 병진변위와 회전변위를 모두 측정할 경우와는 달리 응답함수법의 한번 적용으로 정확한 수정계수를 구할 수 없었으므로 이 방법을 반복적으로 적용하였다. 반복 적용할 때에는 전 단계에서 구하여진 수정계수에 따라 각 요소의 질량, 강성행렬을 수정하여 새로운 유한요소모형을 만들고, 이 유한요소모형 결과와 실험데이터를 비교하여 새로운 수정계수를 구한다. Table 3에 수록된 수정계수를 관찰하면 강성행렬과 질량행렬에 대한 수정계수는 반복 회수에 따라 별로 변화하지 않으나 감쇠행렬에 대한 수정계수는 조금 더 큰 폭으로 변화하고 있다. 또 계산된 수정계수들의 일부는 주어진 값들과 차이를 보이고 있다. 이 표에 수록된 수정계수들은 반복 계산에서 얻어진 수정계수들을 누적하여 초기 유한요소모형에 대한 수정계수를 나타낸다.

Table 3 Estimated values of the correction factors

correction factor	given value	estimated value		
		1 iteration	5 iterations	10 iterations
$P_{k1}$	0.0	0.05451	0.05075	0.04949
$P_{k2}$	1.0	0.25305	0.24853	0.25351
$P_{k3}$	-0.2	-0.06266	-0.07264	-0.07347
$P_{k4}$	0.0	-0.05257	-0.06614	-0.06591
$P_{k5}$	0.0	-0.05641	0.03945	0.04559
$P_{m1}$	-0.5	-0.40237	-0.35750	-0.33670
$P_{m2}$	0.0	-0.19460	-0.25151	-0.22875
$P_{m3}$	0.0	0.25843	0.25335	0.25251
$P_{m4}$	0.5	0.22832	0.24040	0.24332
$P_{m5}$	-0.3	-0.27622	-0.28460	-0.28591
$P_{d1}$	9.0	8.03694	10.25119	9.13179
$P_{d2}$	-0.9	1.82441	-0.31120	-0.97344
$P_{d3}$	-0.5	-0.95000	-1.00000	-1.00000
$P_{d4}$	3.0	3.89053	3.96220	5.69034
$P_{d5}$	0.0	-0.95000	-1.00000	-1.00000

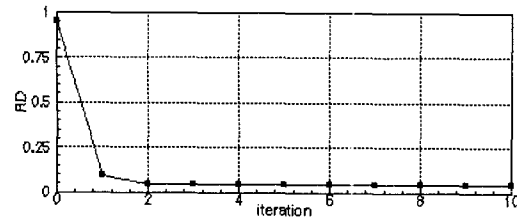


Fig. 4 Variation of the mean RD values with iterations

측정한 FRF와 유한요소모형으로부터 예측된 FRF사이의 상대적인 차이를 나타내는 RD값을 각 측정점에서 구하고 그 평균값을 계산하였다. Fig. 4는 반복 회수에 따른 RD값의 평균을 나타내고 있다. 반복 회수 1일 때 RD값은 급격하게 감소하고, 이후에는 별로 변화하지 않으나 이 값이 반복 회수에 따라 반드시 감소하지는 않는다. 그 이유는 본 응답함수법이 복조함수를 연속적으로 줄여 나가 최소화하는 과정이 아니기 때문이다. RD값이 최소가 되는 반복 회수 3회일 때의 FRF를 Fig. 5에서 비교하였다. 정확한 수정계수가 찾아지지 않았음에도 불구하고 측정된 FRF와 개선된 유한요소모형의 FRF가 잘 일치하고 있는데 이는 실험데이터와 일치하는 유한요소모형이 여러 개 존재할 수 있음을 의미한다.

측정하지 않은 회전변위에 대한 FRF로서 유한

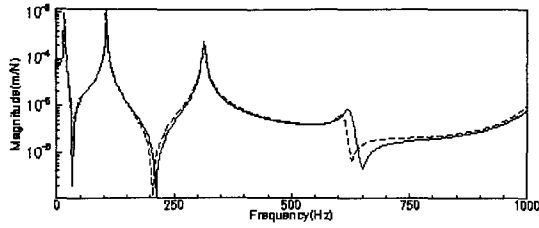


Fig. 5 Comparison of the FRFs of the simulated system when the mean RD value becomes minimum: - experiment, -- updated FEM

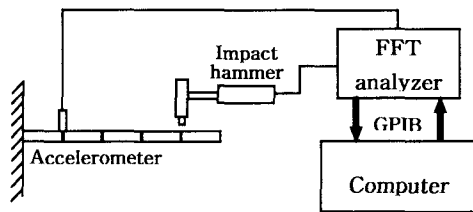


Fig. 6 Schematic diagram of the experimental setup

요소모형의 해당하는 FRF를 사용하였다. 이 경우 보간법을 사용한 경우에 비하여 RD값으로 표시되는 FRF의 일치도가 떨어지고, 계산된 수정계수의 정확도도 대체로 떨어졌다.

#### 4. 실험

본 응답함수법을 Fig. 6과 같은 외팔보에서 측정된 FRF 데이터에 적용하였다. 외팔보의 재질은 스테인레스강이고, 제원은 시뮬레이션에서 사용한 외팔보와 동일하며 사용된 장비는 충격해머 (Dytran 5801A4), 가속도계(PCB 302A), 그리고 FFT 분석기(Ono Sokki CF-350)이다. 주파수범위는 50 - 1000Hz이고, 데이터 사이의 주파수 간격은 2.5Hz이다. 측정된 FRF의 형태는 이너턴스(inertance)이고, 이를 리셉턴스(receptance)로 변환하였다.

점성감쇠를 고려하고 회전변위에 대한 FRF는 보간법을 사용하여 구하였으며 초기 감쇠행렬을 구하기 위하여 사용된  $\beta$ 값은  $0.2E-5$  이었다. 응답함수법을 반복적으로 적용하였을 때 RD값의 평균은 반복 회수 1에서 최소가 되었으며 그 값

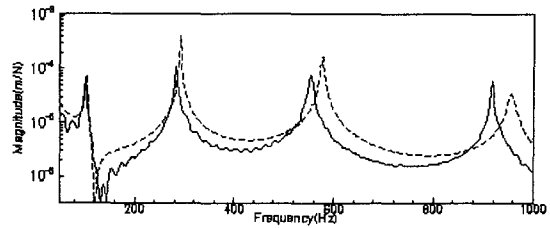


Fig. 7 Comparison of the FRFs of the experimental system for viscous damping: - experiment, -- FEM

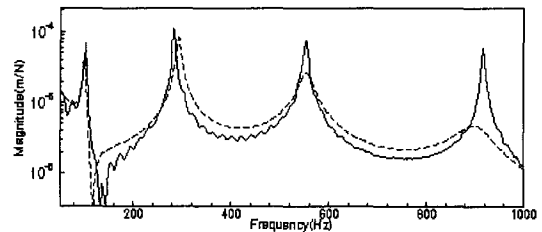


Fig. 8 Comparison of the FRFs of the experimental system for viscous damping: - experiment, -- updated FEM

은 0.520이었다. 측정된 FRF를 초기 유한요소모형으로부터 예측한 FRF, 그리고 개선된 유한요소모형의 FRF와 각각 Fig. 7과 8에서 비교하였다. 유한요소모형이 개선은 되었으나, 개선 정도는 만족스럽지 않다.  $\beta$ 값을 변화시켜가며 응답함수법을 적용하였을 때 유한요소모형의 개선된 정도에는 변화가 없었다.

구조감쇠를 고려하고 나머지는 앞과 동일하게 응답함수법을 실험데이터에 적용하였다. 초기 감쇠행렬에 사용된  $\eta$ 값은 0.01이었으며 이 때에도  $\eta$ 값은 유한요소모형의 개선 정도에 영향을 미치지 않았다. RD값의 평균은 반복 회수 10일 때 0.455로서 최소가 되었다. 이 때의 개선된 유한요소모형의 FRF와 측정된 FRF를 Fig. 9에서 비교하였다. 점성감쇠에 비하여 유한요소모형이 약간 더 개선되었음을 알 수 있다. 이는 구조감쇠가 본 실험 시스템의 감쇠 특성을 보다 잘 나타내고 있음을 의미한다.

구조감쇠를 고려하고 이번에는 회전변위에 대한 실험FRF로서 유한요소모형의 해당되는 FRF를 사용하였다. 이 경우에는 유한요소모형이 개

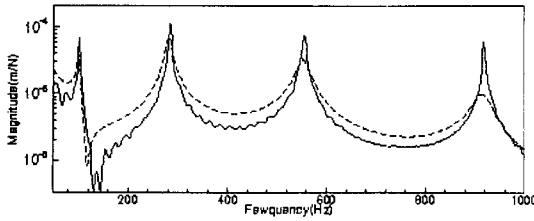


Fig. 9 Comparison of the FRFs of the experimental system for structural damping : - experiment, -- updated FEM

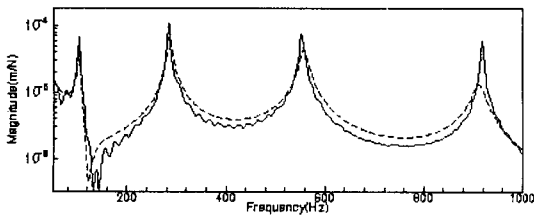


Fig. 10 Comparison of the FRFs of the experimental system when the FRFs for rotational dofs are obtained from the finite element model : - experiment, -- updated FEM

선됨에 따라 회전변위에 대한 FRF가 변화하게 된다. RD값의 평균은 반복 회수 1일 때 0.318로서 최소가 되었다. 이 때의 FRF를 비교하는 Fig. 10을 관찰하면 앞의 경우들에 비하여 유한요소모형이 더욱 개선되었음을 알 수 있다. 이는 보간법을 사용하여 회전변위에 대한 FRF를 구하였을 때가 보다 더 개선된 결과를 나타내었던 시뮬레이션 결과와 상반되는 것이다. 이로서 데이터의 성질에 따라 보간법을 사용하는 것이 유리한 경우도 있고, 유한요소모형의 해당되는 FRF를 사용하는 것이 유리한 경우도 있음을 알 수 있다.

반복 회수에 따라 첫 번째 유한요소의 강성, 질량, 감쇠행렬에 대한 수정계수가 변화하는 모습을 Fig. 11에 나타내었다. 시뮬레이션 경우와 마찬가지로 강성행렬과 질량행렬에 대한 수정계수는 별로 변화하지 않으나, 감쇠행렬에 대한 수정계수는 큰 폭으로 변화함을 알 수 있다.

Fig. 10을 관찰하면 개선된 유한요소모형의 FRF는 측정된 FRF와 피크의 위치는 비교적 일치하고 있으나 피크의 크기에 차이가 있음을 알 수 있다. 이는 유한요소모형의 강성행렬과 질량은

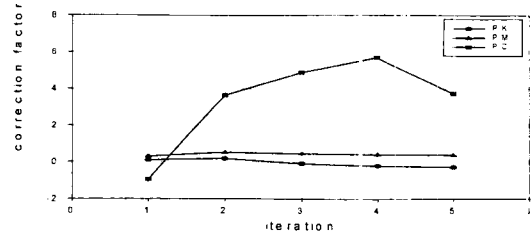


Fig. 11 Variation of the correction factors with iterations

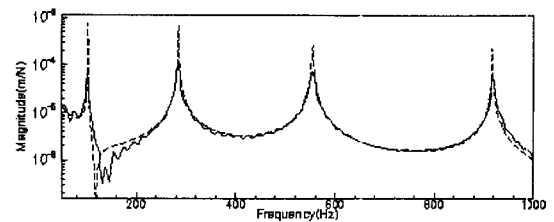


Fig. 12 Comparison of the FRFs when damping is not considered : - experiment, -- updated FEM

비교적 정확하게 개선이 되었으나 감쇠행렬이 부정확함을 의미한다. 따라서 요소행렬에 대한 수정계수를 우선 감쇠를 고려하지 않고 강성행렬과 질량행렬에 대하여 구한 다음, 감쇠행렬에 대하여 구하는 방법을 시도하였다. 즉 응답함수법을 반복할 때마다 식 (10)을 2단계로 나누어 푸는 방법이다. 그러나 이 방법을 사용하여 더욱 개선된 유한요소모형을 얻을 수 없었다.

앞에서 관찰한 바에 의하면 응답함수법을 적용하여 구한 감쇠행렬에 대한 수정계수는 부정확하였다. 그래서 감쇠를 고려하지 않고 강성행렬과 질량행렬에 대한 수정계수만을 구하여 유한요소모형을 개선하였다. 그리고 회전변위에 대한 FRF는 유한요소모형으로부터 구하였다. 이 방법을 적용하여 반복 회수 4일 때 Fig. 12와 같이 FRF의 피크의 위치가 일치하는 유한요소모형을 얻었다. 이 유한요소모형에 식 (17)과 같이 모든 유한요소에 균일한 구조감쇠를 더하였다.

$$[H] = \eta[K] \tag{17}$$

이 식에서  $[H]$ 와  $[K]$ 는 각각 시스템의 감쇠행렬과 강성행렬을 의미한다.  $\eta$ 값을 변화시켜가며 RD값의 평균을 관찰하였을 때 RD값의 평균은

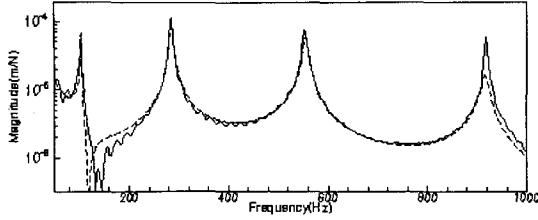


Fig. 13 Comparison of the FRFs when damping is added finally : - experiment, -- updated FEM

$\eta=0.015$ 에서 최소값 0.250이 되었다. 이는 지금까지 시도한 여러 가지 방법 중 가장 낮은 값이다. 이 때 FRF는 Fig. 13에서 보는 바와 같이 네 번째 피크의 크기를 제외하고는 잘 일치하고 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 FRF 데이터를 사용하여 유한요소모형을 개선하는 응답함수법의 정확도를 높이기 위하여 회전변위에 대한 FRF를 간접적으로 구하는 방법과 감쇠를 고려하는 적절한 방법을 모색하였다.

시뮬레이션 시스템에서 병진변위와 회전변위에 대한 FRF를 모두 측정할 경우에는 본 방법의 한번 적용으로 정확한 수정계수를 구하여 개선된 유한요소모형이 실험 결과와 일치하였다. 병진변위에 대한 FRF만을 측정하고 회전변위에 대한 FRF는 보간법으로 구할 경우에는 본 방법을 반복 적용함으로써 실험 결과와 일치하는 유한요소모형을 얻을 수 있었으나 이 때 구한 수정계수 중의 일부는 정확한 값과 비교하여 약간의 오차를 가지고 있었다.

실제 시스템인 외팔보에 본 방법을 적용하였을 경우에는 회전변위에 대한 FRF를 개선된 유한요소모형으로부터 구하였을 때 더욱 개선된 유한요소모형을 얻을 수 있었다. 이는 회전변위에 대한 FRF를 구하는 방법의 선택은 데이터의 성질에 의존함을 의미한다. 본 방법으로 구한 수정계수는 강성행렬과 질량행렬에 대해서는 비교적 정확하지만 감쇠행렬에 대해서는 부정확하였다. 따라서 우선 감쇠를 고려하지 않고 유한요소모형을

개선한 다음, 모든 유한요소에 균일한 감쇠를 추가함으로써 더욱 개선된 유한요소모형을 얻을 수 있었다.

## 후 기

이 논문은 2001년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

## 참고문헌

- (1) Berman, A. and Nagy, E. J., 1983, "Improvement of a Large Analytical Model Using Test Data," *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 8, pp. 1168~1173.
- (2) Baruch, M., 1984, "Methods of Reference Basis for Identification of Linear Dynamic Structures," *AIAA Journal*, Vol. 22, No. 4, pp. 561~564.
- (3) O'Callahan, J. C. and Leung, R. K., 1985, "Optimization of Mass and Stiffness Matrices Using a Generalized Inverse Technique Using the Measured Models," *Proceedings of the International Modal Analysis Conference*, pp. 75~79.
- (4) Imregun, M., Ewins, D. J., Hagiwara, I. and Ichikawa, T., 1994, "A Comparison of Sensitivity and Response Function Based Updating Techniques," *Proceedings of the International Modal Analysis Conference*, pp. 1390~1400.
- (5) 장경진, 박영필, 2000, "일반화 자유경계 모드 감도법을 이용한 차체구조물의 모델개선," 대한기계학회논문집 A권, 제 24권, 제 5호, pp. 1133~1145.
- (6) Schulz, M. J. and Thyagarajan, S. K., 1995, "Inverse Dynamic Design Technique for Model Correction and Optimization," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 8, pp. 1486~1491.
- (7) Friswell, M. I. and Penny, J. E. T., 1992, "The Effect of Close or Repeated Eigenvalues on the Updating of Model Parameters from FRF Data," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 114, pp. 514~520.
- (8) Mottershead, J. E., 1998, "On the Zeros of Structural Frequency Response Functions and Their



- Application to Model Assessment and Updating," *Proceedings of the International Modal Analysis Conference*, pp. 500~503.
- (9) Lin, R. M. and Ewins, D. J., 1994, "Analytical Model Improvement Using Frequency Response Functions," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 8, No. 4, pp. 437~458.
- (10) Imregun, M., Visser, W. J. and Ewins, D. J., 1995, "Finite Element Model Updating Using Frequency Response Function Data - I. Theory and Initial Investigation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 9, No. 2, pp. 187~202.
- (11) 서상훈, 지태한, 박영필, 1997, "주파수응답함수를 이용한 유한요소모델의 개선 및 결합부 동정," 한국소음진동공학회지, 제 7권, 제 1호, pp. 61~69.
- (12) 박윤식, 박용화, 1999, "구조물 동특성 변경 관련 연구 분야 및 동향(IV)," 한국소음진동공학회지, 제 9권, 제 6호, pp. 1091~1105.
- (13) 박윤식, 박용화, 2001, "구조물 동특성 변경 관련 연구 분야 및 동향(V)," 한국소음진동공학회지, 제 10권, 제 1호, pp. 25~32.
- (14) Petyt, M., 1990, *Introduction to Finite Element Vibration Analysis*, Cambridge University Press, pp. 386~392.
- (15) Rao, S. S., 1995, *Mechanical Vibrations*, Addison-Wesley, pp. 731~734.